

円筒内に拘束された軸対称弾性体の解析と 材料定数の簡易推定法

ANALYSIS OF AXI-SYMMETRIC ELASTIC BODY CONFINED IN CYLINDER AND
THE HANDY METHOD OF FINDING OUT ITS MECHANICAL PROPERTIES

秋葉 正一* 栗谷川 裕造** 能町 純雄*** 木田 哲量****

By Shoich AKIBA, Yuzou KURIYAGAWA, Sumio G. NOMACHI and Tetsukazu KIDA

The analytical results of multi-layer elastic theory are frequently used for the evaluation of pavement structure these days. In finding out analytical results, we have to determine the E and ν of the actual pavement material. The paper firstly presents a stress analysis of the cylindrical elastic body regarding pavement material confined in cylindrical mold, by means of the finite Fourier-Hankel Transforms. The deflection at the top surface of the test material confined in the cylindrical mold due to a solid stamper on the same surface is analyzed. Condition between inside of the mold and the test material is so given as friction force takes place against the material pressure, and there are no deflection and shear at the bottom. The formulas are applied to the test results for determining the E and ν of the test material. Way of finding out E and ν of the material are explained in the latter part.

Key Words: finite Fourier-Hankel transforms, surface displacement, loading test

1. まえがき

異なった性質をもつ材料で各層が構成されている多層構造物を評価するための解析はしばしば弾性理論を用いて行われる。土木構造物の代表的な多層構造物に舗装がある。舗装各層を構成する材料は単一のものもあるが、そのほとんどは複合材料である。これらの材料は弾性的な挙動を示すものは少ないが、舗装全体を構造物として何らかの力学理論を適用して解析することは、構造設計はもちろんのこと、構造破壊の原因分析や構造評価を容易にする^{1), 2)}。

多層弾性理論に関する研究は多数発表されており、この理論を用いたプログラムとしてCHEV5L, BISARなどがあり、最近ではパソコン用に開発されたELSAなどによっても複雑な計算が技術者にとって容易に扱えるようになった^{2), 3)}。このようなプログラムを利用して多層構造物の設計や構造評価を行う場合には、入力条件としての材料定数の決定が問題となる。この材料定数の推定方法としては、現場での載荷試験結果を利用して逆解析により推定するものが主流となっている。この方法は現場試験結果を利用することから、結果を構造設計に反映させるためには経験的要素の強いものとなる^{4), 5)}。また、室内試験結果を利用した推定方法もあるが十分に確立されておらず、また簡便な方法とはいえない現状であ

*	工修	日本大学大学院	生産工学研究科	(〒275 習志野市泉町1-2-1)
**		日本大学専任講師	生産工学部土木工学科	(〒275 習志野市泉町1-2-1)
***	工博	日本大学講師	生産工学部土木工学科	(〒275 習志野市泉町1-2-1)
****	工博	日本大学教授	生産工学部土木工学科	(〒275 習志野市泉町1-2-1)

る。

舗装の設計においては、現状土や粒状材料あるいは安定処理された材料の一部は、C B R試験に代表されるようにモールド内に拘束された供試体を用いた載荷試験によって強度評価を行う方法が一般的である⁶⁾。このような方法は非常に簡便であり、載荷時にその供試体の挙動が解析されれば室内試験により材料定数を推定し、多層構造物の設計に反映することが可能と考えられる。

有限円柱に関する解析は数多く行われており、前述のような問題は最近では、応力関数法を用いた方法で渡辺^{7), 8)}が行っており、その場合の境界条件は拘束面での摩擦力が零である。通常、モールド内の供試体は試料をあるコンパクションエネルギーで締固めて作成するものであり、拘束面の摩擦の影響は無視できないものと考えられる。そこで、本研究では有限積分変換である有限Fourier-Hankel変換⁹⁾を用いて、円筒モールド内に拘束された供試体について3次元応力解析を行った。このような解法は3次元弾性体の境界値問題に対する一般解を与えるもので、過去には松岡ら^{9) ~ 13)}がこの解法を用いて円筒問題に関する一般解法を示している。したがって、この解法を利用することは円筒内に拘束された供試体内部の応力および変位に関し、載荷によって予想される供試体の挙動を把握するのに有効である。

本論文では、まず有限円柱の3次元軸対称弾性解析について、前述の有限Fourier-Hankel変換による解法を用い、側方拘束面に生じる摩擦力の影響を考慮した一般式を誘導した。また円筒内に拘束された有限円柱の表面に作用する荷重強度分布は、剛性円板の載荷による表面の変形形態を考慮したものを与え、側方拘束面に作用する摩擦力の違いが載荷による有限円柱内部の応力や表面変位に与える影響を数値計算によって考察した。次に、円筒内に拘束された有限円柱の材料定数は、載荷試験を実施して得られた変位と本解析による数値計算によって得られた鉛直変位係数の関係から推定する方法を示した。

2. 円筒モールド内に拘束された軸対称円柱弾性体の解析

図-1に示す円柱座標において、 r ， θ ， z 方向の垂直応力をそれぞれ σ_r ， σ_θ ， σ_z とし、またせん断応力をそれぞれ $\tau_{r\theta}$ ， $\tau_{\theta z}$ ， τ_{rz} とすると、軸対称変形の場合の応力成分は角 θ に無関係で、せん断応力 $\tau_{r\theta}$ ， $\tau_{\theta z}$ は0であるから、弾性問題のつり合い方程式は物体力を無視すると次式で表される。

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

次に、解析の対象となる変位成分に関し、 r 方向の変位成分を u ， z 方向の変位成分を w とすると、これらの条件を考慮した弾性問題におけるHookeの法則は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \sigma_\theta &= \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{u}{r} \\ \sigma_z &= \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \\ \tau_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

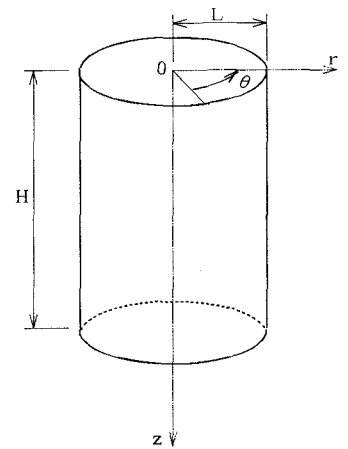


図-1 円柱座標

なお、 μ ， λ はラーメの定数である。

有限円柱に関する3次元混合境界値問題の解法は、過去に発表さ

れている有限Fourier-Hankel変換によるものにしたがった^{10)~12)}。すなわち、積分変換の核となる関数を式(4)のようにおき、その第1式および第2式をそれぞれ力のつり合い式(1)および(2)の両辺に乘じ、Hookeの法則の式(3)を考慮しながら、 z 方向に0からHまでの範囲で有限Fourier変換し、また r 方向に0からLまでの範囲でHankel変換を実施する。これにより変位成分 u および w の像関数を求め、これを逆変換することにより変位成分の解を得るものである。ただし、得られた変位成分は $H/2$ で u は対称、 w は逆対称であることから、有限円柱の高さは鏡像を考えた $2H$ となることに注意する必要がある。

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= r \cdot J_1(\xi_i r) \cdot \cos Nz \\ L_0 &= r \cdot J_0(\xi_i r) \cdot \sin Nz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

なお、 J_0, J_1 は第1種0次、第1種1次のBessel関数であって、 $\xi_i L$ は $J_1(x)$ の i 番目の0点であり、 ξ_i はパラメータである。また、 $N=n\pi/H$ $n=1, 2, 3, \dots$ である。

つぎに、有限円柱に関する境界条件であるが、本論では特に円筒モールド内に締固められた供試体の側方境界面での状態を考慮して、この面に関する境界条件を次のように3種類の場合に設定した。

- (a) 側方境界面でせん断応力が生じない。； $r=L$ で $\tau_{rz}=0$
- (b) 側方境界面で最大のせん断応力が生じる。； $r=L$ で $w=0$
- (c) 側方境界面で固有の摩擦力が生じる。； $r=L$ で $f \cdot \sigma_r = \tau_{rz}$ (f : 摩擦係数)

なお、上記の各条件に共通するその他の境界条件は次の通りである。

$$\begin{aligned} z=0 \text{ で } \sigma_z &= q(r), \tau_{rz}=0 \\ z=H \text{ で } w &= 0, \tau_{rz}=0 \\ r=L \text{ で } u &= 0 \end{aligned}$$

これらの境界条件を考慮すると、変位成分 u および w は次のように表される。

$$u = -\sum_{n=1}^{\infty} \cos Nz \frac{\mu + \lambda}{2\mu(2\mu + \lambda)} F(Nr) A_n - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{J_1(\xi_i r)}{J_0(\xi_i L)^2} \left[\frac{\mu + \lambda}{2\mu + \lambda} \left\{ \phi(\xi_i z) - \psi(\xi_i z) \right\} - \frac{\lambda}{2\mu + \lambda} \phi(\xi_i z) \right] B_i \dots\dots\dots (5)$$

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} \sin Nz \left[\frac{1}{2\mu + \lambda} \chi(Nr) + \frac{\mu + \lambda}{2\mu(2\mu + \lambda)} \left\{ \chi(Nr) - \omega(Nr) \right\} \right] A_n - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{J_0(\xi_i r)}{J_0(\xi_i L)} \left\{ Q(\xi_i z) + \frac{\mu + \lambda}{2\mu + \lambda} P(\xi_i z) \right\} B_i - \left(1 - \frac{z}{H} \right) B_0 \dots\dots\dots (6)$$

上式中、 A_n および B_i は境界未知数であり、境界条件(a)の場合の A_n は0である。また、

$$\begin{aligned} G(Nr) &= -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{L} \frac{J_1(\xi_i r)}{J_0(\xi_i L)} \frac{\xi_i}{N^2 + \xi_i^2}, \chi(Nr) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{L} \frac{J_0(\xi_i r)}{J_0(\xi_i L)} \frac{N}{N^2 + \xi_i^2} - \frac{2}{LN} \\ F(Nr) &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4}{L} \frac{J_1(\xi_i r)}{J_0(\xi_i L)} \frac{N^2 \xi_i}{(N^2 + \xi_i^2)^2}, \chi(Nr) - \omega(Nr) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4}{L} \frac{J_0(\xi_i r)}{J_0(\xi_i L)} \frac{N \xi_i^2}{(N^2 + \xi_i^2)^2} \end{aligned}$$

であり、また $\phi(\xi_i z), \psi(\xi_i z), Q(\xi_i z), P(\xi_i z)$ はFourier級数の級数形で次のように表せる。

$$\begin{aligned} \phi(\xi_i z) &= \frac{sh \xi_i (2H - z) + sh \xi_i z}{ch 2 \xi_i H - 1}, \psi(\xi_i z) = \frac{\xi_i \{ z ch \xi_i (2H - z) + (2H - z) ch \xi_i z \}}{ch 2 \xi_i H - 1} \\ Q(\xi_i z) &= \frac{ch \xi_i (2H - z) - ch \xi_i z}{ch 2 \xi_i H - 1}, P(\xi_i z) = \frac{\xi_i \{ z sh \xi_i (2H - z) - (2H - z) sh \xi_i z \}}{ch 2 \xi_i H - 1} \end{aligned}$$

なお、 $sh x$, $ch x$ は双曲線関数を表す。また、変位成分に関する式(5)および(6)をHooke則の式(3)に代入することにより、応力成分 σ_r , σ_θ , σ_z , τ_{rz} は以下の通りとなる。

$$\begin{aligned}
\sigma_r = & \sum_{n=1}^{\infty} \cos Nz \cdot N \left[\frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} \left\{ \omega(Nr) - \chi(Nr) - \frac{F(Nr)}{Nr} \right\} + \frac{\lambda}{2\mu+\lambda} \chi(Nr) \right] A_n \\
& - \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i \frac{J_1'(\xi_i r)}{J_0(\xi_i L)^2} \left[\frac{2\mu(\mu+\lambda)}{2\mu+\lambda} \left\{ \phi(\xi_i z) - \psi(\xi_i z) \right\} - \frac{2\mu\lambda}{2\mu+\lambda} \phi(\xi_i z) \right] B_i \\
& - \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i \frac{J_0(\xi_i r)}{J_0(\xi_i L)^2} \frac{2\mu\lambda}{2\mu+\lambda} \phi(\xi_i z) B_i - \frac{\lambda}{H} B_0 \\
\sigma_\theta = & - \sum_{n=1}^{\infty} \cos Nz \cdot N \left\{ \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} \frac{F(Nr)}{Nr} + \frac{\lambda}{2\mu+\lambda} \chi(Nr) \right\} A_n - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{J_1(\xi_i r)}{r J_0(\xi_i L)^2} \left[\frac{2\mu(\mu+\lambda)}{2\mu+\lambda} \left\{ \phi(\xi_i z) - \psi(\xi_i z) \right\} - \frac{2\mu\lambda}{2\mu+\lambda} \phi(\xi_i z) \right] B_i \\
& - \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i \frac{J_0(\xi_i r)}{J_0(\xi_i L)^2} \frac{2\mu\lambda}{2\mu+\lambda} \phi(\xi_i z) B_i - \frac{\lambda}{H} B_0 \\
\sigma_z = & \sum_{n=1}^{\infty} \cos Nz \cdot N \left[\frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} \left\{ \chi(Nr) - \omega(Nr) \right\} + \chi(Nr) \right] A_n - \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i \frac{J_0(\xi_i r)}{J_0(\xi_i L)^2} \frac{2\mu(\mu+\lambda)}{2\mu+\lambda} \left\{ \phi(\xi_i z) + \psi(\xi_i z) \right\} B_i \\
& - \frac{2\mu+\lambda}{H} B_0 \\
\tau_{rz} = & \sum_{n=1}^{\infty} \sin Nz \cdot N \left\{ G(Nr) - \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} F(Nr) \right\} A_n - \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i \frac{J_1(\xi_i r)}{J_0(\xi_i L)^2} \frac{2\mu(\mu+\lambda)}{2\mu+\lambda} P(\xi_i z) B_i \\
& \dots\dots\dots(7)
\end{aligned}$$

有限円柱の表面に作用する荷重強度分布は剛性円盤による載荷によるものとし、その場合に予想される表面の変形形態から図-2に示す荷重強度分布とした。このような荷重強度分布が半無限体の表面に作用すると載荷面直下での変位が一様となる^{9), 14)}。本論ではこの荷重強度分布を剛スタンプ圧と称する。有限円柱の表面に剛スタンプ圧が作用した場合の表面の荷重強度分布は次式で表される⁷⁾。

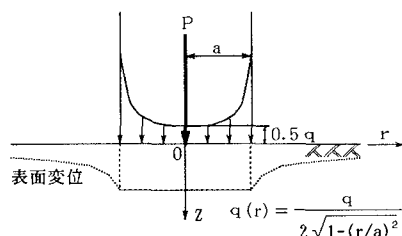


図-2 剛スタンプ圧

$$\left. \begin{aligned}
q(r) &= q_0 + \sum_{i=1}^{\infty} q_i J_0(\xi_i r) \\
\text{上式中,} \quad q_0 &= \frac{a^2}{L^2} q, \quad q_i = \frac{a q \sin(\xi_i a)}{L^2 \xi_i J_0(\xi_i L)^2}
\end{aligned} \right\} \dots\dots(8)$$

以上の式により変位や応力の数値計算は、境界条件(a)の場合が*i*について250項とり、境界条件(b)および(c)の場合が*i, n*ともに120項とし、すべてパソコンにより行った。なお、級数計算において、変位や応力は境界面において級数和が周期的な変動を示すことから一周ごとの級数和の平均値を解とみなした。この計算における計算精度を表-1に示す。なお、計算精度は次式により計算した境界面における分散荷重の総和と外力Pの差を外力Pに対する割合で示したものである。

表-1 計算精度

		単位 : %		
境界条件	L/a	2	3	5
(a)		0.002	0.027	0.094
(b)		2.302	1.881	0.678
(c) f=0.1		0.610	0.325	0.169
f=0.3		1.501	1.049	0.592

$$P = 2\pi \int_0^L \sigma_z \cdot r \cdot dr + 2\pi L \int_0^H \tau_{rz} \cdot dz \quad \dots\dots\dots(9)$$

この計算精度は、境界条件(a)の場合は非常に誤差が小さく、境界条件(b)および(c)では2%前後の誤差が生じる結果であるが、この程度の項数でも収束性が良好であると言える。変位成分については級数和があまり大きな周期的変動をせず、ほぼ一定値に収束する。またこの場合の計算結果の信頼性は境界条

件と比較することによって確認できる。なお、境界条件(a)で解析された結果は渡辺によって行われたもの⁸⁾と基本的に一致する。

3. 円柱弾性体の表面変位に与える影響

(1) 剛スタンプ圧による表面変位の分布

円筒モールドを用いた室内の載荷試験において、砂質土や粘性土などで作成された供試体に剛性円盤を用いて載荷試験を実施すると、一般に載荷面直下の変位は一樣となる現象を示す。一方弾性問題において、半無限体の表面に剛スタンプ圧が作用した場合の表面変位の分布は次式で表され¹⁴⁾、この場合の載荷面直下の変位は一樣となり、実際に観察される現象と同様となる。

$$w = \frac{\pi (1-\nu^2) a q}{2E} \dots\dots\dots (10)$$

図-3は、有限円筒内に拘束された軸対称弾性体の表面に剛スタンプ圧が作用した場合、境界条件(a)および(b)で計算した表面変位の分布を鉛直変位係数 w_{fr} の変化で示したものである。この鉛直変位係数は計算によって得られた表面変位 w_r を半無限上での表面変位 w 、すなわち式(10)で除した次式で表される¹⁵⁾。

$$w_{fr} = \frac{w_r}{\pi (1-\nu^2) a q / 2E} \dots\dots\dots (11)$$

境界条件(a)で解析した結果では、円柱弾性体表面に剛スタンプ圧が作用すると載荷面直下の変位は、 L/a が1.5と小さいものでは載荷面周囲の変位の方が載荷面中心の変位よりも大きくなるような現象を示すが、 L/a が2以上では載荷面直下の変位はほぼ一樣となる。このような傾向は渡辺によって解析されたものと同様の傾向を示す⁸⁾。一方、境界条件(b)で解析した結果では、前述のような傾向は見られず、 L/a の小さいものでも載荷面直下の変位は一樣となる。したがって、軸対称円柱弾性体の表面に剛スタンプ圧が作用した場合には境界条件による差異を考慮するならば、 L/a が2以上であれば載荷面直下の表面変位は一樣とみなせると言える。また、図中では境界条件の差異によって、載荷面直下の鉛直変位係数の値は大きく異なり、特徴のある傾向を示しているが、このことについては後述する。

(2) 拘束面の摩擦が変位や応力分布に与える影響

図-4は円柱弾性体表面に剛スタンプ圧が作用した場合の載荷面中心直下の w_{fr} と拘束領域の大きさ L/a との関係を示したもので、 w_{fr} は拘束領域の大きさや側方境界面の摩擦の

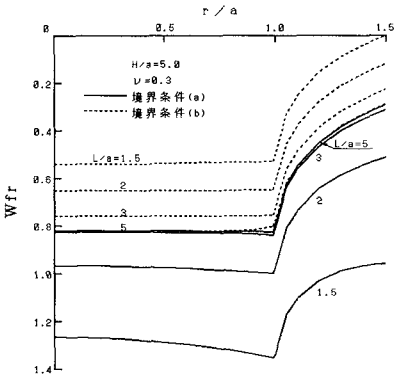


図-3 表面変位の分布

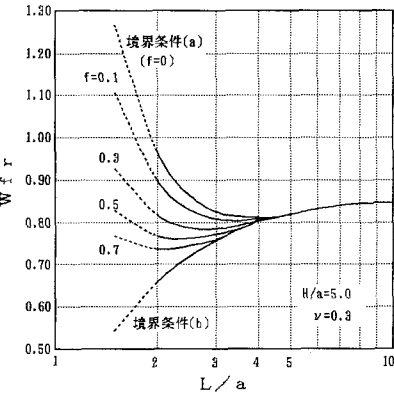


図-4 載荷面中心直下鉛直変位係数

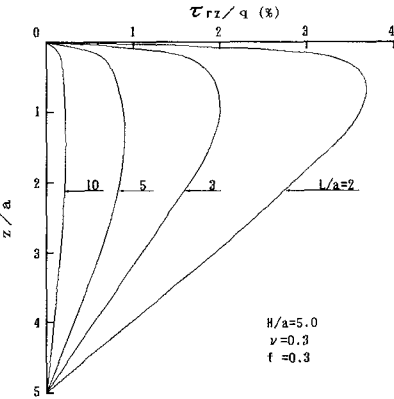


図-5 側方境界面のせん断応力分布

程度に影響されることを示している。ただし、 L/a が約5以上になると摩擦の大きさが w_{fr} に与える影響は認められなくなる。

側方境界面に摩擦力が働くと円柱弾性体内部の応力分布にも影響を与えることが予想される。まず、図-5は側方境界面のせん断応力の分布を示したものである。これは拘束領域の大きさが異なる場合のせん断応力の違いを摩擦係数を一定にして解析したもので、せん断応力は拘束面が載荷面から遠ざかるにつれて減少し、 L/a が5以上になると側方境界面のせん断応力は最大でも1%以下と無視できる程度の値となる。このような結果は、図-4で得られた結果に対応する。

図-6は側方境界面の摩擦力が異なる場合のせん断応力の違いを、載荷板径に対する拘束領域の大きさを一定にして解析したものである。この結果、摩擦係数の増加にともなってせん断応力は増加し、応力の分布形状は異なるものの最大のせん断応力は、摩擦係数が0.7で境界条件(b)で解析されたものにはほぼ一致する。また、載荷面直下の変位についても図-4の結果からもわかるように、 L/a が3の場合、境界条件(b)により解析されたものに最も一致する摩擦係数は0.7である。なお、せん断応力の分布形状の差異は、境界条件の差異によるもので、Saint-Venantの原理で示される通り、表-2に示す境界面より遠い載荷面直下の鉛直応力は、境界条件(b)および摩擦係数が0.7で解析された結果とほぼ一致している。

図-7は摩擦係数を一定にして解析した載荷面中心直下の鉛直応力と深さの関係を示したものである。なお、図中には半無限体のもの⁹⁾や境界条件(a)で解析されたものも示したが、基本的に両者の結果は材料定数の違いによる変化を示さない。しかし、側方境界面に摩擦力が働くと、ポアソン比の違いにより z 方向の鉛直応力の分布が異なる傾向を示す。このような傾向は側方境界面に摩擦力が働いている場合のポアソン比の違いによる鉛直方向の荷重分散性の違いを示している。

4. 載荷試験による材料定数の簡易推定

室内載荷試験を用いた材料定数の推定は、渡辺がサイズの異なる2個の円筒土槽を用い、繰り返し載荷試験より得られる表面変位と応力関数法を用いて円筒内に拘束された有限円柱を解析した結果を利用して簡易にポアソン比や変形係数を推定する手法を示している⁹⁾。本論文でもこのような試験方法を利用し、本解析結果を用いた材料定数の推

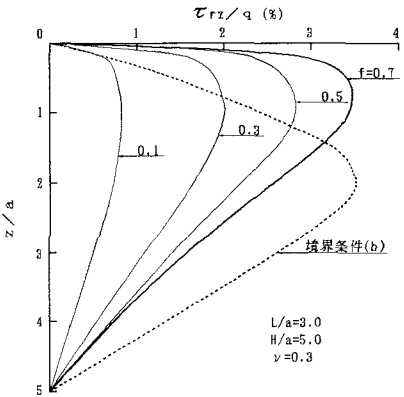


図-6 側方境界面のせん断応力分布

表-2 載荷面中心直下の鉛直応力 (σ_z/q)

		単位 : %					
境界条件	z/a	0	1	2	3	4	5
	(b)	49.98	49.32	24.70	13.07	8.64	7.48
(c)	$f=0.7$	49.96	49.48	24.91	13.24	8.82	7.68

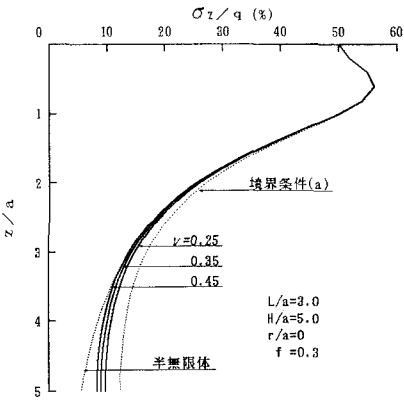


図-7 載荷面中心直下の鉛直応力

表-3 使用材料の性質

	標準砂 (A)	砂質土 (B)	粘性土 (C)
比重	2.64	2.67	2.63
74 μ 通過率	4.2	19.0	75.1
2000 μ 通過率	1.00	1.00	1.00
4000 μ 通過率	1.00	1.00	1.00
均等係数	1.35	4.8	19.7
塑性指数 P.I.	N.P.	N.P.	16.2
wopt (%)		21.6	22.5
ρ_{max} (t/m ³)		1.48	1.53

定を試み、側方拘束面に生じる摩擦が推定される材料定数に与える影響について検討した結果を次に述べる。なお、試験はできるだけ既存の試験設備を利用することも考慮に入れながら実施した。

(1) 試験概要

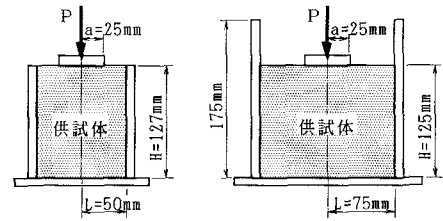
使用材料は標準砂、砂質土および粘性土の3種類で、標準砂は絶乾状態、砂質土や粘性土は適当な含水比に調整したものをそれぞれ2種類ずつの計5種類を試験用に用いた。なお、使用材料の物理的および工学的性質は表-3に示す通りである。使用したモールドは図-8に示すJIS A 1210に規定された $\phi 10\text{cm}$ および $\phi 15\text{cm}$ モールドの2種類とした。供試体の作成は $\phi 15\text{cm}$ モールドの場合は、モールド内に試料を92回3層($E_c = 2.3 \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{kg/m}^3$)で締固めて行い、 $\phi 10\text{cm}$ モールドの場合はモールド内に $\phi 15\text{cm}$ モールド内の供試体の締固め密度を基準として、同一の締固め密度となるように締固めて行った。なお、締固め時の供試体の物理的性質は表-4に示す通りである。

載荷装置は図-9に示すような圧縮試験機を用い、載荷板は直径5cmとした。載荷方法は最小の荷重強度が16.6kPa、最大の荷重強度が99.9kPa($=q$)で10回の繰り返し載荷を実施し、それぞれの荷重強度に対する変位を測定した。なお、1回の載荷に要する時間は平均20秒程度である。また、載荷試験は同一試料について3回の試験を実施して、結果の整理にはそれらの平均値を用いた。

供試体とモールド内壁との間の摩擦係数は、図-9に示すように一面せん断試験機において下箱の凹部にモールドと同一の材質のものをはめ込んだものに改造し、垂直荷重を3段階に変化させて測定した。

(2) 結果の整理と材料定数の推定

モールド内に拘束された供試体が弾性体であれば、その供試体の性質は弾性係数とポアソン比によって完全に表すことができるが、砂質土や粘性土のような材料は完全な弾性体ではないことから、応力とひずみの関係は直線関係にはならない。このような場合には図-10に示すように、繰り返し載荷による荷重と変位の関係を利用し、弾性復元変位、すなわち載荷時の変位と除荷後の変位差 w を用いて、弾性係数に相当する値である変形係数を算定する¹⁶⁾。図-11は、このような方法にしたがって得られた弾性復元変位と載荷回数との関係を示したものである。この結果より各試料ともに、各載荷に対する弾性復元変位は繰り返し回数の増加とともに減少する傾向を示す。また、モールド径の違いによる変位差の大小が試料によっては異なり、それぞれ特徴のある傾向を示している。なお、各試料の摩擦係数は表-4に示す通り

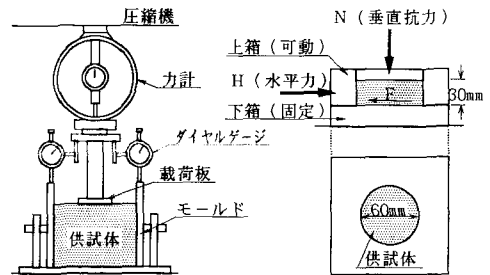


(a) $\phi 10\text{cm}$ モールド (b) $\phi 15\text{cm}$ モールド

図-8 使用モールド

表-4 供試体の物理的性質

試料	含水比 w (%)	乾燥密度 ρ_d (t/m^3)	摩擦係数 f
A	0.0	1.61	0.36
B-1	14.6	1.46	0.32
B-2	23.6	1.48	0.37
C-1	20.0	1.45	0.42
C-2	22.5	1.49	0.53



(a) 載荷装置 (b) 摩擦抵抗測定概略

図-9 試験装置

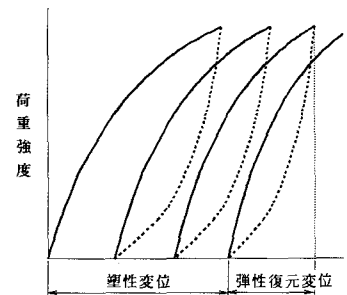


図-10 荷重と変位の関係

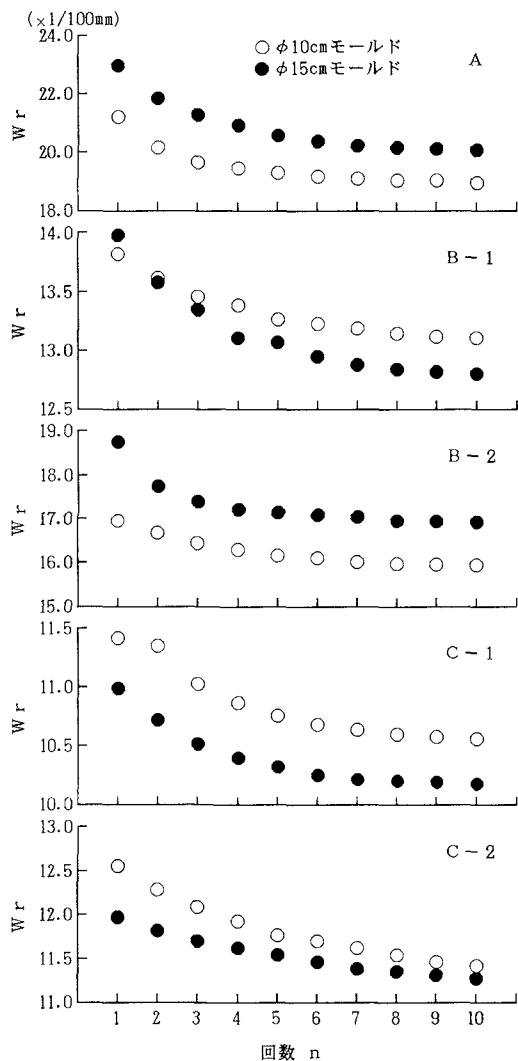


図-11 載荷試験結果

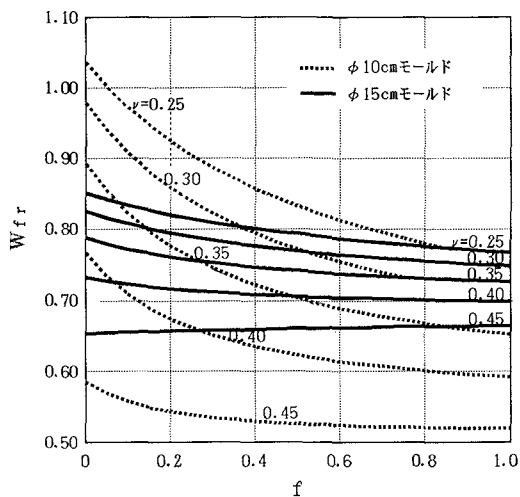


図-12 鉛直変位係数と摩擦係数の関係

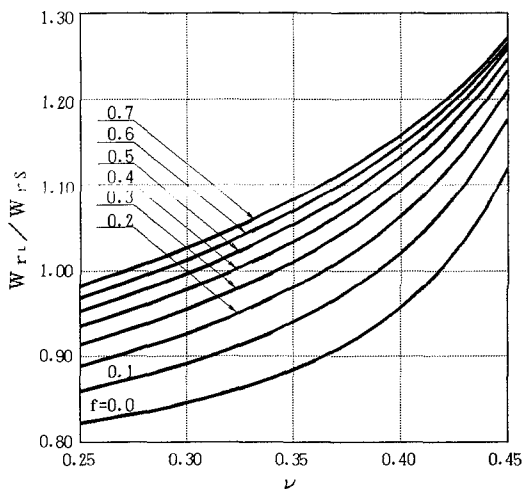


図-13 w_{rL}/w_{rS} とポアソン比の関係

である。

本実験で用いた円柱供試体の鉛直変位係数は、前述の3章で示した数値計算結果から、摩擦係数やポアソン比によって異なる。図-12はこれらの関係を示したもので、ポアソン比が一定の場合、φ15cmモールドでは摩擦係数の変化に対する鉛直変位係数の変動は少ないが、φ10cmモールドでは摩擦係数の変化に対する鉛直変位係数の変動がポアソン比の小さいものほど大きい傾向を示している。

同一の試料をサイズの異なる2個のモールド内に締固めた供試体の物理的性質はそれぞれ等しいという条件であるので、この場合の材料定数も同一とみなせる。そこで、φ15cmモールドおよびφ10cmモールドでの載荷試験結果から得られる表面変位をそれぞれ w_{rL} 、 w_{rS} とし、また鉛直変位係数をそれぞれ w_{frL} 、 w_{frS} とすると、これらの関係は式(11)から次式の通りとなる。

$$w_{rL}/w_{rS} = w_{frL}/w_{frS} \quad \dots\dots\dots (12)$$

式(12)の関係を利用すると、任意の摩擦係数に対する w_{rL}/w_{rS} とポアソン比の関係は図-13に示すようになる。

通常、土のような材料のポアソン比はその値を正確に測定することは難しく、多層弾性解析プログラムを用いた構造解析では、おおむね0.25～0.45の範囲で計算上任意に仮定して用いている⁸⁾。しかし、前述の結果からポアソン比は実測された w_{rL}/w_{rS} と摩擦係数により定まることから、このような関係を利用することにより、ポアソン比を推定することが可能である。変形係数については、図-13の関係によって推定したポアソン比を用い、図-12のような鉛直変位係数と摩擦係数の関係から、ポアソン比と実測された摩擦係数を用いて鉛直変位係数を求め、式(11)の関係を利用することで変形係数を求めることが可能である。

以上のような手続きにしたがって本実験で用いた試料の材料定数を推定した結果を表-5に示す。この推定に用いた各モールドの変位差は載荷回数が10回目のものである。なお、表中には摩擦係数が0、すなわち渡辺によって行われた推定方法にしたがって推定した材料定数も同時に示した。これらの結果と本推定手法によって得られた結果を比較すると、本推定手法による結果の方が、すべての試料でポアソン比は小さく、変形係数は大きい値となる。このような結果は、モールドの拘束面に生じる摩擦力に影響された結果であると言える。

ただし、使用材料や供試体条件によっては w_{rL}/w_{rS} が極端に大きいか、あるいは極端に小さい場合が予想される。この場合には試験誤差が過大であるか、各モールド内の供試体が弾性的に同一とはみなせないということが考えられる。また、このような推定法に関連し、土の動的性質を知る方法として代表的なものに三軸圧縮試験機を用いた繰返し載荷試験があり、この試験からせん断剛性率を測定することができる。文献¹⁸⁾によればせん断剛性率は、供試体の条件を一定にした場合、有効拘束圧や載荷回数等に影響され、これらが大きいものほどせん断剛性率は増加する。このような結果からすれば、本実験で行った載荷試験においても載荷回数や載荷速度が推定される材料定数に与える影響は大きいものと予想される。

5. まとめ

本研究で得られた事項を以下に要約する。

- 1) 円筒型枠内に拘束された軸対称円柱弾性体の表面中央に剛スタンプ圧が作用した場合、載荷面直下の表面変位の大きさや分布形態は側方境界面の境界条件や拘束領域の大きさによって異なる。このうち、拘束領域の大きさに関して、載荷面直下の表面変位がほぼ一様とみなせるのは L/a が2以上である。
- 2) 載荷面直下の鉛直変位係数は、側方境界面に生じる摩擦力の影響を受ける。しかし、 L/a がおよそ5以上であれば、この摩擦の影響は無視できる。
- 3) 側方境界面に生じる摩擦力は、載荷による円柱弾性体内部の応力分散性に影響を与える。
- 4) サイズの異なる2つのモールドを用い、繰返し載荷試験結果から材料定数を推定する場合、供試体とモールドとの摩擦係数が推定しようとする材料定数に与える影響は大きい。特にポアソン比は摩擦係数の大きさに敏感に反応する。

なお、本論文における数値計算はすべてパソコン(PC98シリーズ、数値演算プロセッサ内蔵)で行ったが、材料定数の推定において、モールドや載荷板径が異なる場合でも、図-13のような関係をあらかじめ計算しておけば、 E の推定に要する計算時間は8分程度と非常に短いものである。

近年、舗装で盛んに論じられているPMS(Pavement Management Systems)では、弾性理論を用いた構造解析を行う場合、舗装体が移動輪荷重によって受ける応力波形がハーバーサイン波で近似できると

表-5 推定材料定数

試料	w_{rL}/w_{rS}	ν	E (MPa)	ν E (MPa) (渡辺による方法)	
				ν	E
A	1.06	0.38	11.8	0.44	10.2
B 1	0.96	0.30	21.5	0.40	19.2
B 2	1.06	0.38	14.0	0.44	12.0
C 1	0.96	0.30	26.2	0.40	24.1
C 2	0.99	0.33	23.1	0.41	20.7

しており、舗装材料の材料定数の推定にあたってこのような繰り返し波形を用いた載荷試験を示している。このような試験によって得られる E を回復弾性係数 Mr (Resilient Modulus)と称しており、本論文で示した材料定数の推定手法はこのような荷重波形を考慮することで Mr を得ることが可能である。したがって、今後このような載荷条件を考慮した載荷試験を実施し、載荷回数や載荷速度などが推定される材料定数に与える影響を実験的に究明し、舗装の応答を考慮した材料定数の推定方法を確立する必要があると考えている。

参考文献

- 1) 菅原照雄：アスファルト舗装の設計法の変換と最近の研究の動向，土木学会論文集，第420号／V-13，pp1～15，1990
- 2) 土木学会（舗装機能の評価技術に関する小委員会）：舗装機能の評価法，1992
- 3) 姫野賢治：パソコンによる舗装の多層弾性構造解析，ASPHALT，No.161／Vol.32，pp.65～72.1989.
- 4) Heukelom,W.and C.R.Foster：Dynamic Testing of Pavements, Transactions American Society of Civil Engineers, Vol.127, Part I, pp.425～457, 1967.
- 5) 植下 協：路床土のC B R値とk値の推定法について，土と基礎，No.34，pp.13～18，1959.
- 6) 日本道路協会：アスファルト舗装要綱，1992.
- 7) 渡辺正平：有限領域に拘束された軸対称多層弾性体の解析，土木学会論文集，No.433／Vol.15, pp.207～214，1991.
- 8) 渡辺正平：円筒内の軸対称単層弾性体の解析とその平板載荷試験への応用，農業土木学会論文集，第164号，pp.125～133，1993
- 9) Sneddon,I.N.：Fourier Transforms, Chap.10, pp.455～468, McGraw-Hill, 1951.
- 10) Nomachi,S.G.：On one Method of Solving Stress Problem in Cylindrical Co-ordinates by Means of Finite Fourier Hankel Transforms (Part I), Memoris of Muroran Institute of Tech. Vol.3, No.3, pp.91～115, 1960.
- 11) Nomachi,S.G.：On one Method of Solving Stress Problem in Cylindrical Co-ordinates by Means of Finite Fourier Hankel Transforms (Part II), Memoris of Muroran Institute of Tech. Vol.3, No.4, pp.128～138, 1961.
- 12) 松岡健一・能町純雄：無限体中の円孔に部分分布荷重が作用するときの3次元応力解析，土木学会論文報告集，第229号，pp.11～20，1974.
- 13) 松岡健一・能町純雄：層表面にせん断力を受ける多層弾性体の応力解析，土木学会論文報告集，第241号，pp.1～11，1975.
- 14) Timoshenko,S.P. and Goodier,J.N.：Theory of Elasticity(Third Edition), McGraw-Hill, pp.403～409，1970.
- 15) 植下 協：講座「舗装の力学」，舗装，Vol.8, No.1, pp.35～37，建設図書，1973.
- 16) 竹下春美：新編道路工学，金原出版，pp.138，pp.143～145，1961.
- 17) R. ハース・R. ハドソン（北海道土木技術会舗装研究委員会 訳）：舗装マネジメントシステム，1989.
- 18) 土質工学会：土質工学ハンドブック，pp.345～385，1982.

（1993年9月16日受付）