

杭頭結合部の応力伝達モデルについて

STRESS DISTRIBUTION MODEL AT PILEHEAD JOINT

近田康夫*・安藤博文**・小堀為雄***

By Yasuo CHIKATA, Hirofumi ANDOH and Tameo KOBORI

This paper presents a stress transmission model at pilehead joint of pile foundation based on FEM analyses. In the FEM analyses, a pilehead joint is modeled as an axisymmetric body under arbitrary loadings, and semi-analytical procedure is adopted. Based on FEM analyses with one of the typical loadings such that vertical, horizontal and moment loadings, the stress transmission model under combined loadings is composed. The presented model is compared with the results of FEM analysis with combined loading, and shows good agreement.

1. はじめに

土木構造物を、大小多くの部材あるいはそのまとまり(サブシステム)から成る一つの大きなシステムとしてとらえる場合、構造物全体、すなわちシステムとしての十分な機能を發揮させるためには、個々のサブシステムの様々な力学的特性を解明し、部材強度を確認するとともに、サブシステム同士をつなぐ結合部の力学的特性や安全性の検討が必要になってくる。本研究では、そのような土木構造物のサブシステム間の結合部分の一典型として、橋梁中の杭基礎における杭とフーチングの結合部(以下杭頭結合部)に着目する。杭頭結合部は、作用外力を橋梁の上部構造からフーチングを介して杭に伝達することから、橋梁全体を支えるという意味で極めて重要な部位であるが、断面の急変部であるため、構造上の弱点となりやすい。この杭頭結合部の安全性照査は、杭頭反力に対する応力分布モデルによって、支圧応力を求め、その値が許容値以下であるかどうかによって判定している¹⁾。しかし、その応力分布の仮定は、例えば、水平支圧応力の分布ではpipe-pileの側面形状を考慮せずに平面として取り扱っているなど実際の応力状態を十分には表現できていない部分が見られる。

筆者等は、有限要素解析によって杭頭結合部の応力伝達機構を解明する試みを行ってきたが^{2),3),4)}、ここでは、その結果を受けて、杭頭結合部におけるより合理的な支圧応力分布モデルの構築を試みるものである。

2. 有限要素解析

ここでは、解析方法の概要を述べるに留める。

杭基礎中における一つの杭頭結合部は、非軸対称荷重下の軸対称体としてモデル化することが出来る。そこで、円柱座標系において、円周軸方向の荷重および変位をFourier級数表示することにより、擬似的に3次元

* 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科 (〒920 金沢市小立野2-40-20)

** 工修 日本道路公団 試験研究所 橋梁研究室 (〒194 東京都町田市忠生1-4-1)

*** 工博 金沢大学教授 土木建設工学科 (〒920 金沢市小立野2-40-20)

解析を行う半解析的手法⁵⁾を採用する。

この手法は、有限帯板法を軸対称体に適用したものと想えることもできる。荷重および変位は円周方向に Fourier 級数展開され、系の剛性マトリックスは調和成分ごとに分離される。最終的に問題は、調和成分ごとの Fourier 振幅に関する連立 1 次方程式を解くことに帰着される。求められた振幅を有限 Fourier 級数として合成すれば 3 次元解が得されることになる。

解析モデルを図-1 に示す。このモデルは、PC 杭(400mm 径、肉厚 75mm)を使った結合方法 A(フーチング内に杭頭を杭径分埋め込み、この部分で杭頭拘束モーメントに抵抗させる)と呼ばれるものである。荷重は杭張り出し部の先端に作用させ、軸力は 0 次、水平力と曲げモーメントは 1 次の Fourier 調和成分で表現できる。

また、杭頭結合部の応力伝達には、杭-フーチング境界面におけるはく離・滑動現象が大きく影響するので、これを Goodman らの joint 要素を半解析的手法で利用できるように拡張したモデルを用いて表現した⁶⁾。

この joint 要素に与える構成関係は文献⁷⁾に倣って図-2 に示すような

Mohr-Coulomb 型の no-tension 材料として与えている。

解析は、はじめに線形解析を行い、joint 要素でのはく離あるいは滑動の発生を調べ、はく離あるいは滑動が発生していた場合には、応力分配法により必要な応力開放を行う。

注意しなければならないことは、はじめに作用させた荷重は 0 次と 1 次の 2 調和成分で表現できたが、はく離あるいは滑動が発生した後の応力分布はそれ以上の次数の調和成分を必要とする。本研究での解析では、予備計算の結果から 0 次から 4 次の 5 調和成分を採用している。解析手法の詳細に関しては、文献^{2),3),4)}を参照されたい。

なお、この半解析的手法の杭頭結合部の応力伝達解析への適用の妥当性に関しては、黒正らが実験結果との比較から検証している⁸⁾。黒正らは 0 次、1 次の 2 調和成分を採用し、杭-フーチング境界面でのはく離の効果は境界上での力のつり合いの修正を行うことで対処している。これに比べて、本研究では、上述したように 0 次から 4 次の 5 調和成分を採用するとともに、joint 要素を導入することにより黒正らの解析では考慮できなかった杭-フーチング境界面での摩擦状態の表現も可能となっている。

3. 応力分布モデルの構築

前章で述べた、有限要素解析によって、各要素の Gauss 積分点における応力が得られる。

半解析的手法では、はく離の発生の判断は線形解析結果の応力分布で引張応力が生じている(joint の法線方向の相対変位が正)か否かによる。線形計算における引張応力(はく離)領域で伝達されていた応力は、該 joint での応力開放により境界面のほかの部分に再配分されることになるが、これまでの解析結果から、このはく離領域は応力の再配分後もほとんど変化しない。すなわち、再配分(joint 要素の応力開放)のためのくり

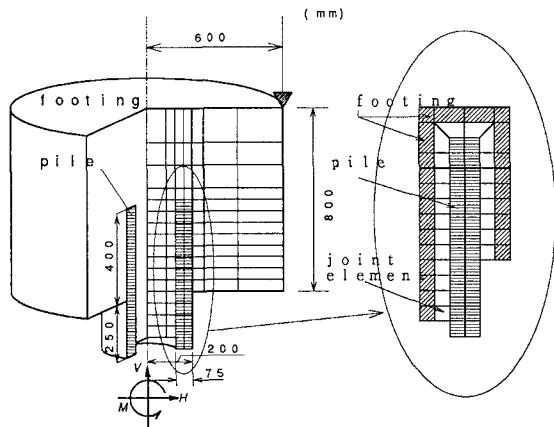


図-1 有限要素解析モデル(半解析的手法)

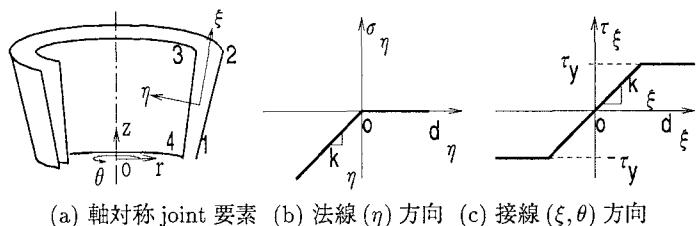


図-2 joint 要素とその構成関係

返し計算の途中ではなく離領域の拡大あるいは縮小はほとんど無い。これは、はく離領域の特定は杭ーフーチング境界面の摩擦状態と無関係に行えると見なしてよいことを意味している。

そこで、種々の摩擦条件下において軸力、水平力、曲げモーメントを個別に作用させた解析を行い、得られた応力値を杭ーフーチング境界面上の等価節点力に変換しその分布から、境界面上での応力分布(応力伝達モデル)を推定することにする。上述したように摩擦条件とは無関係に求まるはく離領域を考慮して個別荷重の応力伝達モデルを重ね合わせることにより任意の荷重組合せに対する応力伝達モデルを構築することを考える。なお、以下では説明の都合上、joint要素を用いて境界面でのはく離・滑動を考慮した解析結果を非線形解、joint要素を用いた場合を線形解と呼ぶことにする。

有限要素解析に使用した物性値は表-1の通りである。杭ーフーチング境界面上の摩擦状態はjoint要素の内部摩擦角 ϕ で表現し、 $0^\circ \sim 45^\circ$ の幾つかの値でパラメトリックに解析することとした。

以下では、まず軸力、水平力、曲げモーメントの各荷重を単独に作用させた場合の非線形解に基づいて、応力分布モデルを考え、更に境界面でのはく離・滑動の影響を考慮した応力分布モデルを構築する。なお、杭側面のフーチング内応力の円周方向の分布は、 $\sigma_r = a + b \cos \theta$, $\sigma_z = a + b \cos \theta$, $\tau_{rz} = a + b \cos \theta$ (a, b :係数) の形で表現できている⁴⁾。

表-1 有限要素解析に使用した物性値

	footing	PC-pile	joint element
$E(\text{MPa})$	2.94×10^4	4.41×10^4	—
$\nu(-)$	0.17	0.20	—
$k_\xi(\text{MPa/m})$	—	—	7.50×10^5
$k_\eta(\text{MPa/m})$	—	—	1.50×10^6
$k_\theta(\text{MPa/m})$	—	—	7.50×10^5
$\phi(\text{deg.})$	—	—	0.0, 15.0, 30.0, 45.0

表-2 モデル化のための補正係数

$\phi(\text{deg.})$	0	15	30	45
A_H	1.34	1.37	1.36	1.33
C_H	0.49	0.47	0.44	0.41
A_V	0.95	0.91	0.87	0.83
A_m	0.80	0.72	0.67	0.69
C_m	0.46	0.39	0.35	0.33

(1) 水平力

水平力を杭張り出し端に作用させるとモーメントも発生する。このモーメントによる影響を消去するために、荷重の載荷点から回転中心である埋め込み部の中心までの長さをモーメントのアーム長とする逆向きのモーメントをかけて有限要素解析を行った結果、水平(半径)方向応力分布は示方書⁹⁾にあるような杭周面に沿って一様な分布とは成らず、フーチング下端に応力の集中した三角形分布となったことから、水平力による半径方向の応力 $\sigma_r = \sigma_{Hh} \cos \theta$ を用いて次式の通りあいが考えられる。

$$A_H H + M' = 2 \int_0^{l/2} \int_0^{\pi/2} (\sigma_{Hh} \cos \theta \cos \theta) \frac{2z D}{l} d\theta dz + 2 \int_0^{l/2} \int_0^{\pi/2} \mu(\sigma_{Hh} \cos \theta) \sin \theta \frac{2z D}{l} d\theta dz + l' H \\ = \frac{\pi D l}{16} \sigma_{Hh} + \frac{\mu \pi D l}{8} \sigma_{Hh} + l' H \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

ただし、 A_H ：全水平力に対する杭外周面での分担率で杭周面摩擦係数の関数となる(表-2参照)、 M' ：補正のためのモーメント($M' = l' H$)、 l' ： M' のアーム長、 H ：作用水平力、 σ_{Hh} ：水平力による最大水平支圧応力、 D ：杭径、 l ：杭のフーチングへの埋め込み長、 μ ：杭周面の摩擦係数($=\tan \phi$)、 ϕ ：ジョイント要素の内部摩擦角。

(2) 軸力

軸力の場合は、 z 方向の応力と同時に杭の変形にともなう r 方向の力 f_r (円周方向には一様分布)も発生する。そこで、まず軸力に対して発生する f_r 量を決定し、求められた f_r により生ずる周面摩擦力で支持される分と、杭頂肉厚部で支持される分とに分けてモデル化を行う(f_* は境界面上の力、 σ_* はその応力表示)。 f_r は $\phi = 0$ で z 方向にはほぼ一様分布となり、 $\phi = 45^\circ$ では三角形分布となることが予備計算でわかっているので、次式のように考えることができる。

$$V_{round} = \mu C_H V = 4 \int_0^{l/2} \int_0^{\pi/2} \mu \{ \sigma_{Hv} (1 - \mu) + \mu \sigma_{Hv} \frac{z}{l} \} \frac{D}{2} d\theta dz = \mu \pi D l (1 - \frac{\mu}{2}) \sigma_{Hv} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

ただし、 C_H ：軸力と、軸力により生ずる水平力の割合（ ϕ により変化）、 A_V ：軸力の杭外周面での分担率、 σ_{Hv} ：軸力によるフーチング下面での最大水平支圧応力、 σ_{Vround} ：杭周面で分担される軸力、 σ_{Vtop} ：軸力による杭頭頂面肉厚部での最大支圧応力、 r_{out}, r_{in} ：杭の外半径、内半径、 V ：作用軸力。

(3) 曲げモーメント

有限要素解析の結果からモーメントの作用による杭側面の水平方向応力値は、荷重の大きさ、joint要素の内部摩擦角に無関係にほぼ杭頭のフーチングへの埋めこみ深さの $1/2$ の位置で符号が逆転するので、これを回転中心として考えることにした。しかし、この埋めこみ中心での力のつりあいからモーメント中心を計算してみると、境界面の内部摩擦角の値によって杭軸上をかなり大きく移動することがわかった。そこで、モーメント中心点を、杭頭埋めこみ部の中心に一致させるための補正係数 A_m を導入した。また、モーメント荷重は杭側面の水平方向と鉛直方向および、杭頭頂面での鉛直方向力として伝達されるものとして、その水平方向分担率を C_m とした。こうして、モーメント荷重に関するつり合い式を次式のように考えることができる。

右辺第1項は水平方向の応力による項である。この項は、杭の半径方向の力 f_r と摩擦力からなり ($f_\theta = f_r \sin \theta$ となることがFEM解析結果からわかっている), モーメントによる水平支圧応力 $\sigma_r = \sigma_{Hm} \cos \theta$ を用いてつりあい式をたてると次式のようになる。

$$\begin{aligned} C_m(A_m M) &= 4 \int_0^{l/2} \int_0^{\pi/2} (\sigma_{Hm} \frac{2z}{l} \cos \theta) \frac{D}{2} z \cos \theta d\theta dz + 4 \int_0^{l/2} \int_0^{\pi/2} \mu (\sigma_{Hm} \cos \theta) \sin \theta \left(\frac{2z}{l}\right) \frac{D}{2} z d\theta dz \\ &= \frac{Dl^2}{24} (\pi + \mu) \sigma_{Hm} \dots \dots \dots \quad (5) \end{aligned}$$

ただし、 σ_{Hm} ：フーチング下端部での最大支圧応力

式(5)を解くことにより、フーチング下端部での最大支圧応力 σ_{Hm} が求められる。

式(1)を σ_{Hh} について解き、上式の結果と合わせて最終的な最大支圧応力 σ_H は次式で表すことができる。

次に、式(4)の右辺第2項の鉛直方向成分は杭頭肉厚部で支持される項と、先ほどの水平方向支圧応力によって生じる周面摩擦により支持される項とに分けてつりあいの式をたてると次式のようになる。

ただし、 σ_{Vm} ：モーメントによる杭頭肉厚部での最大支圧応力。

式(5)で得られた σ_{Hm} を代入することで σ_{Vm} を求めることができる。

以上の応力伝達モデルを図-3に示す。また、ここまでモデル化で使用した摩擦状態に依存する補正係数 A_H, C_H, A_V, A_m, C_m の値は有限要素解析結果から表-2のように求まっている。

(4) 任意の荷重組合せ

モーメント、水平力、軸力それが単独で載荷された場合のモデル化を行ってきたが、実際の荷重はこれらの荷重が入り交じったものである。そこで、先に行ったモデル化を重ね合わせることにより様々な荷重条件に対応できるようにする。ところで、引張力によるはく離が生じてしまった部分では応力は伝達されず、本来その部分で受け持たれるべき荷重は他のはく離していない部分のどこかに再配分されて最終的には伝達されない。

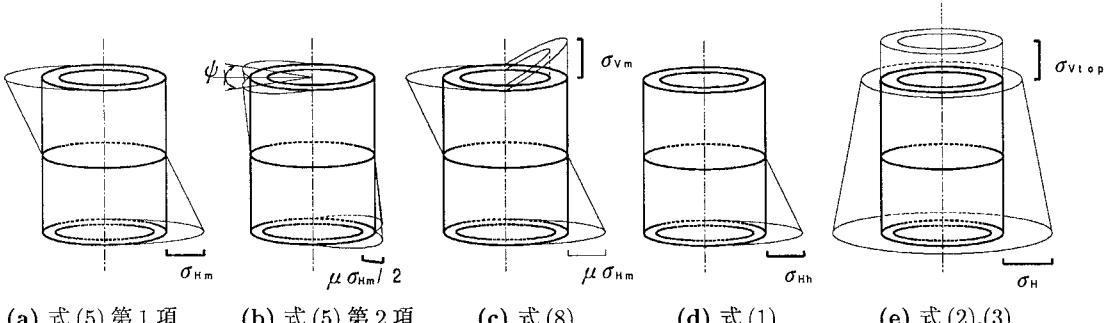


図-3 支圧応力分布モデル

ければならないはずである。したがって、先に行った3つのモデル化を単純に重ね合わせるのではなく、荷重の組合せの変化にともなうはく離領域の変化を反映させなければならない。本研究のモデル化では、以下のような手順によりはく離領域の決定を行い、荷重伝達のモデル化を行った。

STEP 1 :

はく離領域を左右するのは軸力による杭の変形に伴って生ずる f_r である。そこで、まず式(2)を用い C_{HV} より σ_{Hv} を求める。同様にして、式(1), (5), (6)より水平方向最大支圧応力 σ_H を求めておく。なお、既に述べたように半解析的手法でははく離の判定は線形解を重ね合わせた結果に基づいているので、摩擦状態は判定結果に無関係である。したがって、以下でははく離領域の決定の際は $\phi = 0$ としている。

STEP 2 :

STEP 1 で求められた σ_H は $\phi = 0$ での値であり、フーチング下端部でのく離点は $\theta = \pm\pi/2$ 、すなわち $\theta = \pm\pi/2 \sim \pm\pi$ ではく離を生じている。しかし、軸力が加わることによってく離点は $\theta = \pm\pi$ に向かって徐々に移動するためはく離点を決定する必要がある。そこで、線形解に基づく応力分布の重ね合わせによってはく離領域を決定する。すなわち、

上式の左辺の係数 $1/2$ は、モーメント載荷時の線形解のフーチング下面水平方向支圧応力値が非線形解の場合のはば $1/2$ であることによる。上の 2 式を満たす θ_H , z^* を次式に代入すれば最終的にはく離領域が求められる（杭の埋め込み中心を $z = 0$ とする）。

STEP 3 :

STEP 2で求められた Θ を積分範囲として式(5), (2)を再計算する。

$$A_H H = 2 \int_0^{l/2} \int_0^{\Theta} (\sigma_{Hh} \cos \theta) \cos \theta \frac{2z}{l} \frac{D}{2} d\theta dz + \frac{\mu \pi D l}{8} \sigma_{Hh} \dots \dots \dots \quad (12)$$

これにより最終的なフーチング下端部での最大支圧応力 σ_H を求めることができる。

STEP 4 :

STEP 3 と同様に STEP 2 で求められた Θ を用いて周面せん断力も計算しておく。

STEP 5 :

杭頂肉厚部においてもはく離領域を決定する必要がある。これも STEP 1 と同様 $\phi = 0$ として式(3)を用いて $\sigma_{V_{top}}$ を求めておく。

STEP 6 :

STEP 4 の V_{round} 用いて、次式より σ_T を求める。($\phi = 0$)

STEP 7 :

ここで、STEP 5とSTEP 6で求められた σ_{Vtop} と σ_T よりSTEP 2と同様に杭頭頂面でのはく離領域を定義する。

$$\frac{1}{2}\sigma_T \cos \theta_V + \sigma_{Vtop} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

STEP 8 :

STEP 7 で求められた θ_V を用いて再度式 (16) の積分を行う。

$$\begin{aligned} & (1 - C_m) A_m M \\ &= 2 \int_0^{\theta_V} \int_{r_{in}}^{r_{out}} r \cos \theta \frac{\sigma_T}{r_{out}} r \cos \theta r dr d\theta \\ &\quad + V_{round} \quad \dots \quad (18) \end{aligned}$$

◆ STEP9

求められた σ_T より、杭頂肉厚部最大支圧応力は次式で表される

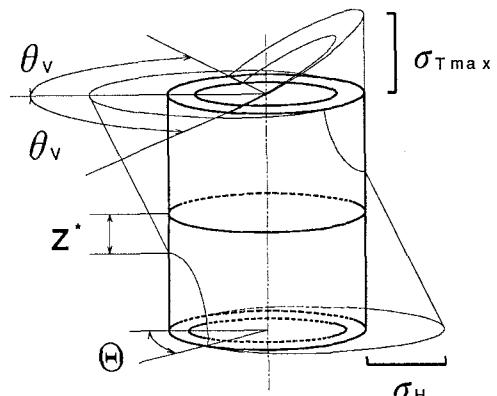


図-4 任意荷重に対する支圧応力分布モデル

以上のモデル化を図に表したものが図-4である。

4 任意の荷重条件による検証

本研究で行ったモデル化にしたがってフーチング下端部での最大支圧応力 σ_H の値を求め、図に表したもののが図-5～8である。X軸に水平力 H (0～0.1MN)を、Y軸にフーチング下端部での最大支圧応力 σ_H をとり、モデル化で定義した $M=0.0, 0.05, 0.1$ (MN・m)の組合せとして計算を行った。

図-5~7はジョイント要素の内部摩擦角 $\phi = 0^\circ$ 、図-8は $\phi = 30^\circ$ の場合である。

さらに図-5～7には、支圧応力分布モデルによる値を実線で示すとともに実際の荷重組合せでの有限要素解析結果から得られたフーチング下端部での応力値を σ_H の値としてプロットした。

図-8 では、モーメントの値をパラメータにとって線種を変えて描き、同じ線種では、下方から、軸力 $V=0.0$, 1.0 , 2.0 , 3.0 , 4.0 , 5.0 にそれぞれ対応している。

図中の実線はいずれも勾配の緩い部分と急な部分によって構成されていることがわかる。勾配が緩い領域ではまだはく離は起こっておらず、はく離が起こるに従い勾配が急な領域へ移る。プロットされた有限要素解析結果においてもこの傾きの変化は現れており、勾配もほぼ等しい。

さらに、はく離が生じている場合は、軸力が加えられることによりフーチング下端部での最大支圧応力値は減少することがわかる。これは、はく離する領域は軸力が加えられることにより狭くなることから、結果として荷重が再分配される面積が増加するためと考えられる。この傾向は有限要素解析結果においても現れている(図-5~7 中のシンボル○, □ の上下関係が水平力 H の増加に伴って逆転しており、実線群の傾向と一致している)。以上のことから、はく離による影響をうまくモデル化に取り入れることができたと思われる。

内部摩擦角 $\phi = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ についても計算を行った(ここでは $\phi = 30^\circ$ 場合のみを図-8 に示した)。

これによると、内部摩擦角 ϕ の増加に伴い、グラフの勾配は緩やかになる(図-5, 図-8)。これは、周面摩擦抵抗力が増加することにより、与えられた荷重のうち周面摩擦力(f_θ)として分担支持する量が増加するためであると考えられる。結果として、フーチング下端部での最大支圧応力は内部摩擦角の増加に伴い減少する。このことは、有限要素解析結果からも確認できた。

一方、本研究のモデル化ではモーメントの増加に伴い、有限要素解析結果とのズレが大きくなってしまう(図-5~7)。これは、モーメントのみの荷重条件におけるモデル化の部分において、有限要素解析結果から得られる応力分布は杭軸方向にかなり複雑な曲線となるが、本研究のモデル化では、できるだけ積分式を簡単なものとする方針から杭軸方向の応力分布を三角形分布としたため、このような誤差が生じてしまったと思われる。

また、杭頭頂部の支圧応力に関しては、杭側面での水平方向のつり合いを考えた残りをすべて杭頭頂部で支持すると考えたモデル化を行ったため、任意の荷重組合せによる有限要素解析結果に比較してはるかに大きな値を示した。応力の分散などを考慮した、モデル化が必要と考えられる。

5. 結論

有限要素解析結果に基づき、より合理的な支圧応力分布モデルの定式化を試みた。

杭周面での摩擦条件や、従来の照査式では考慮されていなかった荷重の組合せに伴うはく離領域の変化を定式化に組み込むことにより、実用的なモデルになったと考える。

本研究で行ったモデル化に従い、杭- ϕ の値および荷重条件(H, M, V)を変化させて計算を行い実際の有限要素解析結果との比較を行った。結果は有限要素解析の結果とよく一致するものであり、はく離が生ずることによる支圧応力分布の変化、およびフーチング下端部での最大支圧応力の値の変化をうまく表すことができたと思われる。

ただし、今回のモデル化においては水平方向支圧応力分布について杭軸方向に一様な三角形分布を考えたため、荷重が大きくなった場合の応力分布に若干の誤差が生じてしまうようである。今後の課題として、より厳密なモデル化として三角形分布以外、例えば2次曲線などの応力分布形を考えることが必要となるであろう。

参考文献

- 1) 日本道路協会：杭基礎設計便覧, pp.276~299, 丸善, 1986.
- 2) 小堀為雄、近田康夫：杭基礎の杭頭結合部における応力分布について、土木学会論文集, No.356, pp.295~301, 1985.
- 3) 小堀為雄、近田康夫：剥離、滑動を考慮した杭頭結合部の応力伝達について、土木学会論文集, No.374, pp.583~592, 1986.
- 4) 近田康夫、小堀為雄：杭頭結合部の安全性評価に関する一考察、土木学会論文集, No.410, pp.277~286, 1989.10.
- 5) O.C.Zienkiewicz著、吉織・山田監訳：マトリックス有限要素法(3訂版), pp.371~390, 培風館, 1984.
- 6) 近田康夫、田中恵一、小堀為雄：子午面内での回転を考慮した非軸対称荷重下の軸対称ジョイント要素、構造工学論文集, Vol.34A, pp.25~30, 1988.
- 7) 土岐憲三、佐藤忠信、三浦房紀：強震時における地盤と構造物の間の剥離と滑動、土木学会論文報告集, No.302, pp.31~41, 1980.
- 8) 黒正清治他：軸力と水平力を受ける杭とフーチングの結合部における応力伝達に関する研究、日本建築学会構造系論文報告集, No.364, pp.111~120, 1986.
- 9) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説、下部構造編、丸善, 1980.

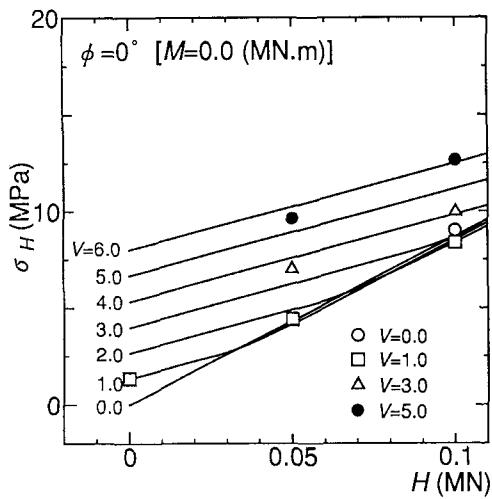


図-5 任意荷重に対する支圧応力値 ($\phi = 0^\circ, M = 0.0$)

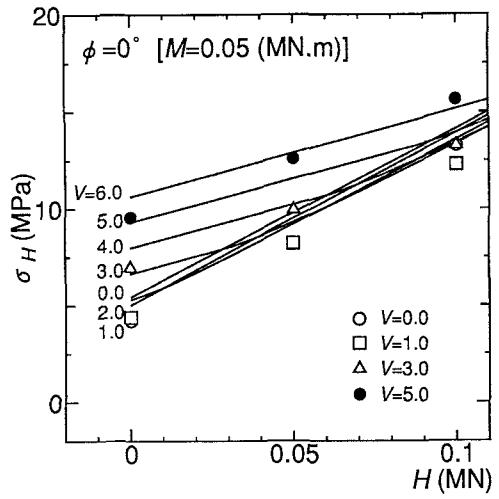


図-7 任意荷重に対する支圧応力値 ($\phi = 0^\circ, M = 0.10$)

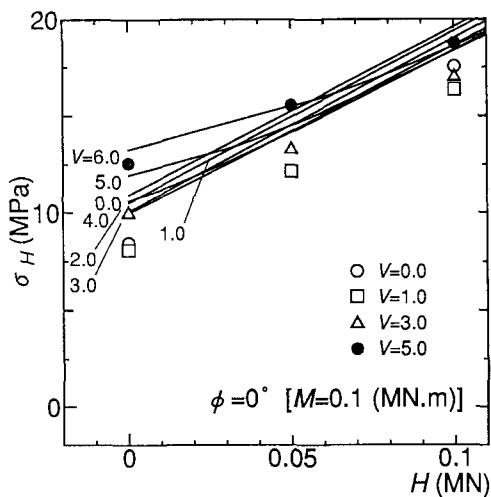


図-6 任意荷重に対する支圧応力値 ($\phi = 0^\circ, M = 0.05$)

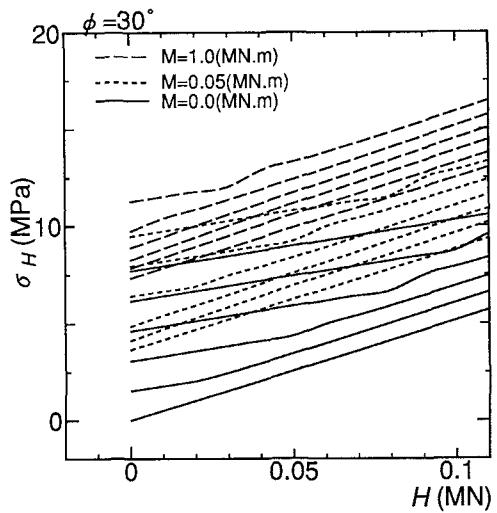


図-8 任意荷重に対する支圧応力値 ($\phi = 30^\circ$)

(1992年9月21日受付)