

不完全合成版の有限要素解析

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF INCOMPLETE COMPOSITE SLAB

山口 惣也* 浜田 純夫** 高海 克彦***

By Souya YAMAGUTI, Sumio HAMADA, Katuhiko TAKAMI

The present study aims to formulate finite element procedure for incomplete composite plates, which have flexible shear connectors between concrete and steel plate elements, such as stud shear connectors. Although some studies related composite plate have been conducted, there is still limited information, even analytical procedure. The present analytical procedure is based completely on the plate theory and on the finite element technology, which is newly developed indifferently from other researchers.

1. まえがき

異なる種類の材料を合成して作製された複合構造部材は、単一材料の部材にはない優れた特性をもっており、様々な土木構造物に应用されている。合成桁や合成床版は、コンクリートと鋼材をジベル（ずれ止め）によって一体化した構造で、引張りの作用する部分に鋼材を配置することにより部材としての剛性が高まり、軽量化できるなどの利点がある。しかし、実際にはジベルの変形等によってコンクリートと鋼材との間にずれが生じており完全に一体化されているわけではないので、合成床版は完全合成板と重ね板の中間の挙動を示すことになる。したがって、このような不完全合成構造の解析にはコンクリートと鋼材間のずれを考慮する必要がある。

最初に不完全合成桁の解析を行なったNewmark¹⁾はコンクリートスラブに作用する力に関する微分方程式を導いている。その後国内外で、ジベルが不等分布した場合やコンクリートの引張側を無効とした場合について、また連続桁についても、たわみに関する微分方程式や鋼桁とコンクリートスラブの力学的つり合い式から数値解析するなどの方法が提案されている。

一方、不完全合成板についてはClarkeら²⁾が鋼板厚をコンクリートスラブ厚に比べ非常に小さいものとし、誘導の一部で鋼板の曲げ剛性を無視し、鋼板厚を零として解析を行なっている。しかし、ジベルに起因する

* 工修 大成建設（株） 情報システム部開発室 （〒169 新宿区百人町3-25-1）

** Ph.D. 山口大学教授 工学部社会建設工学科 （〒755 宇部市常盤台2557）

*** 工博 山口大学講師 工学部社会建設工学科 （〒755 宇部市常盤台2557）

コンクリートスラブおよび鋼板の面内力の和による曲げモーメントを算定する際に中立面間の距離を求めるときにも鋼板厚を無視しているため鋼板が厚い場合に誤差が大きくなる。その点を改良し、井上ら³⁾は一部で単位幅の断面二次モーメントを用いるなどは理論を適用してはいるがNewmarkと同様にコンクリートスラブと鋼板の力学的つり合いからジベルの変形を考慮したたわみに関する微分方程式を求めている。

しかし、Clarkeや井上らの過去の研究は合成板と言いつつ、鋼板に対してClarkeらは曲げ剛性を無視し、井上らははりに換算しているという不完全さを有している。本論文においては、これらの不完全性を補い完全な定式化を求めるため浜田ら⁴⁾の開発したはり要素を用いた不完全合成桁の解析を板に拡張し、仮想仕事の原理に基づき板の曲げに関するつり合いとジベルのつり合い条件から有限要素法における定式化を示し、それを考慮した不完全合成板を解析するものである。要素の作成にあたってはコンクリートスラブと鋼板をそれぞれ軸力と曲げを受ける独立の平板とみなし、ジベルは従来からの手法と同様にコンクリートスラブと鋼板の変位を受けるスプリングと仮定している。

2. つり合い方程式

2.1 解析の仮定

不完全合成板の解析は次のような仮定に基づいている。

- 1) 鋼およびコンクリートの応力-ひずみ関係は線形である。
- 2) コンクリートスラブと鋼板のたわみは同一とし、コンクリートスラブと鋼板の間の浮き上がりはないものとする。
- 3) コンクリートスラブと鋼板の間のジベルの変形によっておこるずれは、ジベルに作用するせん断力に比例する。
- 4) ジベルは、xおよびy方向で本数は異なるがともに等間隔で配置されており個々のジベルのせん断抵抗は線形とする。

また、コンクリートスラブと鋼板は独立した板として扱うものとし、その変形等は次の仮定に基づくものとする。

- 5) 板がたわむ前に中立面に垂直であった平面は、荷重を受けて変形した後も、たわんだ中立面に対して垂直な平面を保つ。
- 6) たわみは厚さに比べて小さいものとする。したがって、変形によって生じた板の中立面の任意の点におけるたわみ角の変化は小さく、そのたわみ角の値の2乗は1に比べて無視できるものとする。
- 7) 中立面に垂直方向の応力は、普通、中立面に平行方向の応力に比べ極めて小さいので無視する。

仮定5)～7)は、微小たわみ曲げ理論での仮定の一部と同様であるが、コンクリートスラブと鋼板がジベルによって連結されている合成板では両方の板の面内方向の力によっても荷重を分担するので、中立面の面内方向の変形も考慮する必要がある。そこで、板の面内方向の変位は中立面からの距離に比例したたわみ角による変位と、中立面の位置での面内方向の変位とを加えたものとする。

2.2 不完全合成板の仮想仕事

板の中立面にx, y軸をとり、これと直角方向をz軸とすると、板の任意点のひずみは次式で表される。

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = u_{,x} - z w_{,xx} \quad (1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = v_{,y} - z w_{,yy} \quad (2)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = u_{,y} + v_{,x} - 2z w_{,xy} \quad (3)$$

また、不完全合成桁の仮想仕事 δU はコンクリート部分、鋼部分およびジベル部分の仮想仕事 δU^c 、 δU^s 、 δU^{sc} によって次式のように表される。

$$\delta U = \delta U^c + \delta U^s + \delta U^{sc} \quad (4)$$

$$\delta U^c = \int_{V_c} (\sigma_x^c \delta \varepsilon_x^c + \sigma_y^c \delta \varepsilon_y^c + \tau_{xy}^c \delta \gamma_{xy}^c) dV \quad (5)$$

$$\delta U^s = \int_{V_s} (\sigma_x^s \delta \varepsilon_x^s + \sigma_y^s \delta \varepsilon_y^s + \tau_{xy}^s \delta \gamma_{xy}^s) dV \quad (6)$$

$$\delta U^{sc} = \int_A (q_x \delta \Delta_x + q_y \delta \Delta_y) dA \quad (7)$$

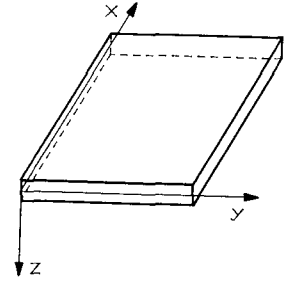


図-1 平板

ここで、 q_x 、 q_y および Δ_x 、 Δ_y はジベルに作用する単位面積当たりの力およびずれ量である。

コンクリートスラブと鋼板のたわみは同一と仮定しているので、コンクリート部分の仮想仕事 δU^c の各項はコンクリートスラブの面内変位 u_c 、 v_c と合成板のたわみ w によって次のように表される。

$$\begin{aligned} \int_{V_c} \sigma_x^c \delta \varepsilon_x^c dV &= \bar{E}_c t_c \int_A (u_{c,x} + v_c v_{c,y}) \delta u_{c,x} dA \\ &\quad + D_c \int_A (w_{,xx} + v_c w_{,yy}) \delta w_{,xx} dA \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \int_{V_c} \sigma_y^c \delta \varepsilon_y^c dV &= \bar{E}_c t_c \int_A (v_{c,y} + v_c u_{c,x}) \delta v_{c,y} dA \\ &\quad + D_c \int_A (w_{,yy} + v_c w_{,xx}) \delta w_{,yy} dA \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \int_{V_c} \tau_{xy}^c \delta \gamma_{xy}^c dV &= \frac{1-v_c}{2} \bar{E}_c t_c \int_A (u_{c,y} + v_{c,x}) (\delta u_{c,y} + \delta v_{c,x}) dA \\ &\quad + 2(1-v_c) D_c \int_A w_{,xy} \delta w_{,xy} dA \end{aligned} \quad (10)$$

ここで

$$D_c = \bar{E}_c \int_z z^2 dz = \frac{E_c t_c^3}{12(1-\nu_c^2)} : \text{板の曲げ剛性} \quad (11)$$

$$\bar{E}_c = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \quad (12)$$

t_c : コンクリートスラブ厚

鋼部分の仮想仕事 δU^s の各項もコンクリート部分と同様に鋼板の面内変位 u_s 、 v_s と合成板のたわみ w によって表わされる。また、図-2よりずれ量 Δ_x 、 Δ_y はコンクリート部分と鋼部分の変位により次のように表わされる。

$$\Delta_x = u_s - u_c + z w_{,x} \quad (13)$$

$$\Delta_y = v_s - v_c + z w_{,y} \quad (14)$$

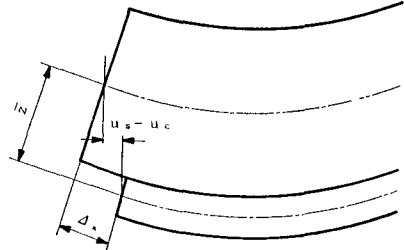


図-2 コンクリートスラブと鋼板のずれ量

ここで

t_s, t_c : 鋼板およびコンクリートスラブの厚さ

u_s, v_s, u_c, v_c : 鋼板およびコンクリートスラブの面内方向変位

w_x, w_y : 合成板のたわみ角

$$\bar{z} = \frac{1}{2} (t_c + t_s) : \text{コンクリートスラブの中立面と鋼板の中立面との距離} \quad (15)$$

ジベルの x および y 方向の単位長さ当たりの平均的なばね係数をそれぞれ k_{sx}, k_{sy} とすると、ジベルに働くせん断力は

$$q_x = k_{sx} \Delta_x \quad (16)$$

$$q_y = k_{sy} \Delta_y \quad (17)$$

となる。したがって、ジベル部分の仮想仕事は

$$\int_A q_x \delta \Delta_x dA = k_{sx} \int_A (u_s - u_c + \bar{z} w_x) (\delta u_s - \delta u_c + \bar{z} \delta w_x) dA \quad (18)$$

$$\int_A q_y \delta \Delta_y dA = k_{sy} \int_A (v_s - v_c + \bar{z} w_y) (\delta v_s - \delta v_c + \bar{z} \delta w_y) dA \quad (19)$$

となる。また、面外方向の荷重 q が作用する場合、不完全合成板の外部仮想仕事 δW は、

$$\delta W = q \delta w \quad (20)$$

2.3 不完全合成板のつり合い方程式

仮想仕事の各項を部分積分し式(4)に代入すると不完全合成板のつり合い方程式は次のようになる。

$$-\bar{E}_c t_c \left(u_{c,xx} + \frac{1-\nu_c}{2} u_{c,yy} + \frac{1+\nu_c}{2} v_{c,xy} \right) - k_{sx} (u_s - u_c + \bar{z} w_x) = 0 \quad (21)$$

$$-\bar{E}_s t_s \left(u_{s,xx} + \frac{1-\nu_s}{2} u_{s,yy} + \frac{1+\nu_s}{2} v_{s,xy} \right) - k_{sx} (u_s - u_c + \bar{z} w_x) = 0 \quad (22)$$

$$-\bar{E}_c t_c \left(v_{c,yy} + \frac{1-\nu_c}{2} v_{c,xx} + \frac{1+\nu_c}{2} u_{c,xy} \right) - k_{sy} (v_s - v_c + \bar{z} w_y) = 0 \quad (23)$$

$$-\bar{E}_s t_s \left(v_{s,yy} + \frac{1-\nu_s}{2} v_{s,xx} + \frac{1+\nu_s}{2} u_{s,xy} \right) - k_{sy} (v_s - v_c + \bar{z} w_y) = 0 \quad (24)$$

$$D (w_{xxxx} + 2w_{xyxy} + w_{yyyy}) - k_{sx} \bar{z} (u_{s,x} - u_{c,x} + \bar{z} w_{xx}) - k_{sy} \bar{z} (v_{s,y} - v_{c,y} + \bar{z} w_{yy}) - q = 0 \quad (25)$$

ここで、

$$D = D_c + D_s \quad (26)$$

3. 有限要素法の定式化

3.1 要素内の変位

ジベル部分の変位（ずれ）はコンクリート部分と鋼部分の変位によって表わされ、コンクリート部分と鋼部分は各々独立の板として扱うと仮定しているので、合成板の各部分の変位はコンクリート部分および鋼部分の中立面の面内、面外方向の変位によってすべて表わされることになる。そこで、有限要素法を用いた

めに要素内におけるこの2つの中立面での変位を次のように仮定する。

$$u_c = \sum_{i=1}^8 f_i(x, y) u_{ci}, \quad v_c = \sum_{i=1}^8 f_i(x, y) v_{ci} \quad (27)$$

$$u_s = \sum_{i=1}^8 f_i(x, y) u_{si}, \quad v_s = \sum_{i=1}^8 f_i(x, y) v_{si} \quad (28)$$

$$w = \sum_{j=1}^4 \left\{ g_j(x, y) w_j + g_{xj}(x, y) \frac{\partial w_j}{\partial x} + g_{yj}(x, y) \frac{\partial w_j}{\partial y} \right\} \quad (29)$$

ここで、 u_c 、 v_c はコンクリート部分の面内方向の中立面での変位であり、 u_s 、 v_s は鋼部分の面内方向の中立面での変位である。 w のたわみは、コンクリート部分、鋼部分共通である。

なお、この解析ではジベルにより面内方向の変位が直線分布とはならず、4節点では精度落ちすると考えられる。そこで、要素境界線の midpoint にも節点を設け、面内方向の変位のみ8節点とし、変位を2次関数で表すことにする。したがって、コンクリート部分、鋼部分およびジベル部分を合わせた合成要素では、面内方向にコンクリート部分、鋼部分それぞれ16自由度、面外方向に12自由度で、全体として44自由度となる。

3.2 形状関数

図-3のような板要素に対し、式(27)～式(29)に仮定した中立面の任意の点の変位 u 、 v 、 w は各節点の変位によって次のように表されるとする。

$$u = [F] \{u\} \quad (30)$$

$$v = [G] \{v\} \quad (31)$$

$$w = [H] \{w\} \quad (32)$$

ここで、 $[L]$ を列ベクトル、 $\{ \}$ を行ベクトルとし、 $\{u\}$ 、 $\{v\}$ 、 $\{w\}$ は各節点変位である。

$$\{u\} = [u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8]^T \quad (33)$$

$$\{v\} = [v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8]^T \quad (34)$$

$$\{w\} = [w_1, w_{x1}, w_{y1}, w_2, w_{x2}, w_{y2}, w_3, w_{x3}, w_{y3}, w_4, w_{x4}, w_{y4}]^T \quad (35)$$

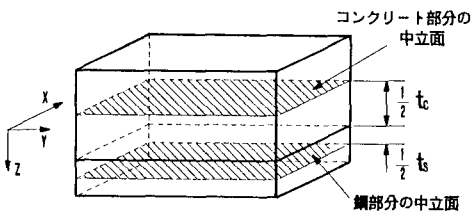


図-3 コンクリート部分および鋼部分の中立面

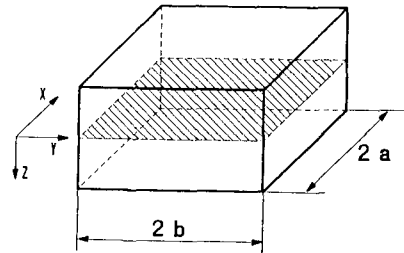


図-4 板要素

$[F]$ 、 $[G]$ は面内方向の変位を表わす形状関数で、2次元問題で用いられる8節点の長方形要素のものをしている。

$[H]$ は面外方向の変位を表わす形状関数で、本研究では比較のため板の解析によく用いられる A. Adini ら¹²⁾ によって提案された形状関数 (以下、ACM とする) と S. W. Papefuss¹³⁾ が最初に用いた形状関数 (以下、P とする) とを用いる。いずれも、4節点におけるたわみ w と x および y 方向のたわみ角 $w_{,x}$ 、 $w_{,y}$ 、すなわち12個の一般変位によって次のように表される。

$$\begin{aligned}
\{H\} = & \begin{bmatrix} g_1(\xi, \eta) & g_{x1}(\xi, \eta) & g_{y1}(\xi, \eta) \\ g_2(\xi, \eta) & g_{x2}(\xi, \eta) & g_{y2}(\xi, \eta) \\ g_3(\xi, \eta) & g_{x3}(\xi, \eta) & g_{y3}(\xi, \eta) \\ g_4(\xi, \eta) & g_{x4}(\xi, \eta) & g_{y4}(\xi, \eta) \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (36)$$

両者の特徴は、ACMは一樣ねじり率の項を含んでいること、Pは隣接要素間でたわみ角の連続性が保証されていることである。

3.3 要素剛性マトリックス

式(30)、(31)、(32)および式(5)よりコンクリート部分の仮想仕事の各項は

$$\int_{V_c} \sigma_x^c \delta \varepsilon_x^c dV = \delta u_c [k_1^c] \begin{Bmatrix} u_c \\ v_c \end{Bmatrix} + \delta w [k_2^c] \{w\} \quad (37)$$

$$\int_{V_c} \sigma_y^c \delta \varepsilon_y^c dV = \delta v_c [k_3^c] \begin{Bmatrix} u_c \\ v_c \end{Bmatrix} + \delta w [k_4^c] \{w\} \quad (38)$$

$$\int_{V_c} \tau_{xy}^c \delta \gamma_{xy}^c dV = \delta u_c \delta v_c [k_5^c] \begin{Bmatrix} u_c \\ v_c \end{Bmatrix} + \delta w [k_6^c] \{w\} \quad (39)$$

ここで

$$[k_1^c] = \bar{E}_c t_c \int_A \{F_{,x}\} \{F_{,x} + \nu_c G_{,y}\} dA \quad (40)$$

$$[k_2^c] = D_c \int_A \{H_{,xx}\} \{H_{,xx} + \nu_c H_{,yy}\} dA \quad (41)$$

$$[k_3^c] = \bar{E}_c t_c \int_A \{G_{,y}\} \{G_{,y} + \nu_c F_{,x}\} dA \quad (42)$$

$$[k_4^c] = D_c \int_A \{H_{,yy}\} \{H_{,yy} + \nu_c H_{,xx}\} dA \quad (43)$$

$$[k_5^c] = \frac{1-\nu_c}{2} \bar{E}_c t_c \int_A \begin{Bmatrix} F_{,y} \\ G_{,x} \end{Bmatrix} \{F_{,y} + G_{,x}\} dA \quad (44)$$

$$[k_6^c] = 2(1-\nu_c) D_c \int_A \{H_{,xy}\} \{H_{,xy}\} dA \quad (45)$$

鋼部分の仮想仕事の各項も断面諸元が違っただけでコンクリート部分と同様にして求められる。

式(30)、(31)、(32)および式(7)よりジベルの仮想仕事の各項は、

$$\int_A q_x \delta \Delta_x dA = \delta u_s \delta u_c \delta w [k_x] \begin{Bmatrix} u_s \\ u_c \\ w \end{Bmatrix} \quad (46)$$

$$\int_A q_y \delta \Delta_y dA = \delta v_s \delta v_c \delta w [k_y] \begin{Bmatrix} v_s \\ v_c \\ w \end{Bmatrix} \quad (47)$$

ここで

$$[k_x] = k_{xx} \int_A \begin{Bmatrix} F \\ -F \\ \bar{Z} H_{,x} \end{Bmatrix} \{F - F - \bar{Z} H_{,x}\} dA \quad (48)$$

$$[k_y] = k_{yy} \int_A \begin{Bmatrix} G \\ -G \\ \bar{Z} H_{,y} \end{Bmatrix} \{G - G - \bar{Z} H_{,y}\} dA \quad (49)$$

4. 解析結果と考察

4.1 不完全合成桁

本研究で提案した不完全合成板の解析法を梁に適用し、不完全合成桁に対するNewmarkの方法による解析値をもとに、形状関数ACMとPの不完全合成における解の妥当性を検討する。

比較には図-5のような両端単純支持の合成桁を用いた。合成桁はスパン $L=3\text{m}$ 、幅 $b=20\text{cm}$ で、コンクリート部分は $t_c=20\text{cm}$ 、 $E_c=2.1\times 10^5\text{kg/cm}^2$ 、鋼板部分は $t_s=0.5\text{cm}$ 、 $E_s=2.1\times 10^6\text{kg/cm}^2$ とし、梁であるのでどちらもポアソン比を $\nu=0$ とした。この合成桁のスパン中央に集中荷重 $P=1\text{t}$ を載荷し、コンクリート部分と鋼板部分のずれを拘束するジベルの単位面積当りのばね定数 k_s を変化させて求めたスパン中央でのたわみを図-6に示す。また、比較のため構造力学により求めた重ね梁($k_s=0$)のたわみと、Newmarkの方法によるたわみも合わせて示す。

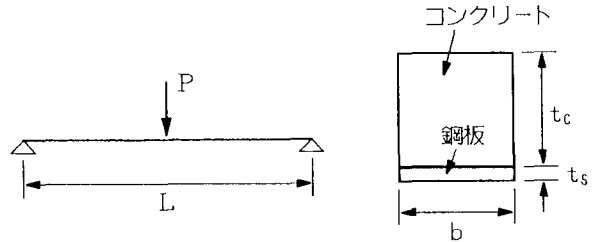


図-5 不完全合成桁

ACMは、通常の平板ではPより精度の良い関数であるが、不完全合成桁においては、ジベルのばね定数 k_s が大きくなるにつれてNewmarkの方法による結果と差が生じ、完全合成に近くなるとその差はかなり大きくなる。それに比べPは k_s を大きくした場合でもNewmarkの方法による結果に近い値になっている。

本研究ではコンクリートスラブと鋼板に生じるずれを板の中立面における面内変位とたわみ角によって規定しているため、不完全合成としたときのたわみはこれらの変位の精度に大きく影響を受けることになる。浜田らも面内方向変位がずれを算定する上で重要となることを考慮し、要素内の面内変位をたわみと同様に3次の関数により仮定している。本研究でも面内変位については要素境界辺上の中点にも節点を配置し8節点の長方形要素としているので、同様な精度が得られると考えられるが、たわみ角に対してはACMが非適合であり隣接要素間での連続性が保証されていないことが問題になると考えられる。図-7に支点位置のずれ量とその面内方向変位による成分 u_s-u_c およびたわみ角による成分 $\bar{z}w_{,x}$ のばね定数 k_s による変化を示す。ばね定数が大きくなるにしたがってずれ量におけるたわみ角による成分が大きくなっていることから、図-6の合成桁のたわみの差は2つの形状関数のたわみ角に含まれる誤差の大小によって生じたものと考えられる。以上からずれを考慮した解析を行うためには形状関数Pを用いた方が有利であるといえる。よって、これ以降はPを用いて解析を行う。

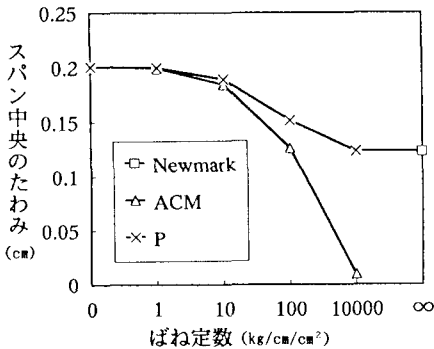


図-6 合成桁のたわみ

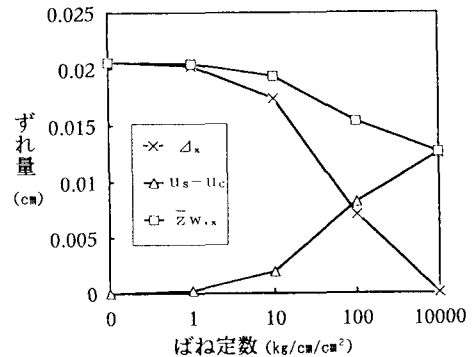


図-7 ずれとその成分

4.2 解析計算例

本研究の解析法の適用例として、二辺単純支持の不完全合成板に集中荷重を載荷し、載荷位置を変えることにより生じる挙動の変化を調べる。

解析対象とした合成板は図-8のように、スパン $L=3\text{m}$ 、幅 $B=2\text{m}$ 、コンクリート部分は $E_c=2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 、 $t_c=20\text{cm}$ 、 $\nu_c=0.21$ 、鋼板部分は $E_s=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、 $t_s=0.5\text{cm}$ 、 $\nu_s=0.3$ で、後輪荷重に相当する集中荷重 $P=8\text{t}$ を載荷する。

ジベルのばね定数 k_s の値は、この合成板をスパン中央に集中荷重の作用する単純ばりと考えNewmarkの式より求めた中央たわみから、合成率 α がおおよそ70%と90%になる $k_s=150$ と 600 kg/cm/cm^2 を選んだ。なお、Robinson型床版のようなスタットジベルを用いた床版を考えたとき、この k_s の値は $\phi 13$ のスタットジベル（せん断剛性は $135\text{tf/cm/本}^{17)}$ をそれぞれ30cm間隔、15cm間隔に配置した場合に相当する。

表-1 Newmarkの式によるたわみと合成率

ばね定数 k_s (kg/cm/cm^2)	たわみ w (cm)	合成率 α (%)
0	0.16069	0.0
150	0.11603	71.9
600	0.10429	90.8
∞	0.09857	100.0

$$\alpha = (w_0 - w_{ks}) / (w_0 - w_\infty) \quad (50)$$

w_0 : 重ね板($k_s=0$)のたわみ

w_{ks} : 不完全合成板のたわみ

w_∞ : 完全合成板($k_s=\infty$)のたわみ

図-9のようにスパン中央の線上の自由端(点A)から距離 S の位置に集中荷重 P を載荷し、載荷位置 S と点Aでのスパン直角方向のたわみ角 w_y および Δ_y の関係を図-10、図-11に示す。図-10のスパン直角方向のたわみ角は、 k_s の増加とともに減少しているが、図-11のスパン直角方向のずれは k_s の増加とともに Δ_x と同様に急激に減少し、 $k_s=0$ のときに比べずれの符号の変わる載荷位置が自由端に近くなっている。これは、コンクリート部分と鋼板部分がジベルにより一体化されるとスパン方向の面内力によっても荷重を負担するので、ポアソン比からスパン直角方向に変位が生じ、ずれの面内変位による成分 $v_s - v_c$ の値が負になるため、自由端に載荷した

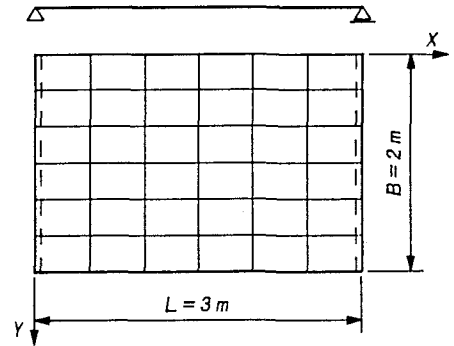


図-8 二辺単純支持版

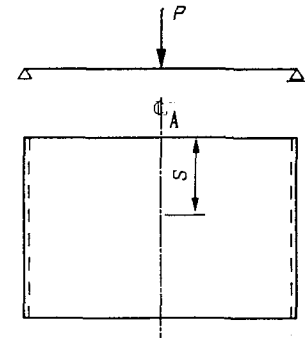


図-9 載荷位置

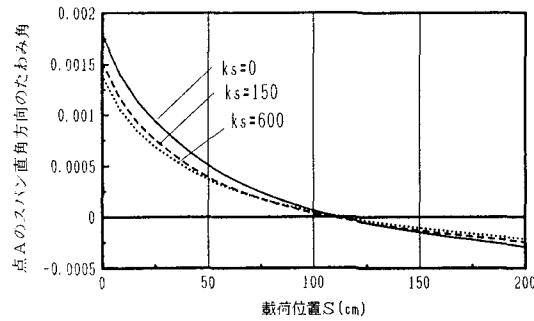


図-10 載荷位置とたわみ角の関係

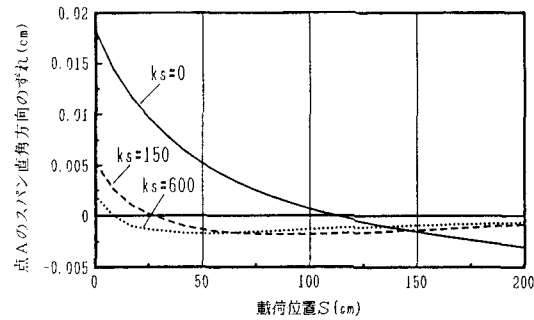


図-11 載荷位置とずれの関係

場合を除き、スパン直角方向には負のずれが生じることになる。

以上のように二辺単純支持の完全な板で行った解析の結果から、厳密な解と比較すると誤差を含んではいるが、本研究の方法により不完全合成板に生じるたわみやずれなどの挙動の特性を十分捉えることができた。

5. 結論

本論文では、仮想仕事の原理に基づきコンクリート部分と鋼板部分の板の曲げに関するつり合いとジベルのつり合い条件から不完全合成板のつり合い方程式を誘導した。さらに有限要素法によって不完全合成構造の解析をし、既存の解析法による結果との比較等を行って、本研究の方法による解の妥当性の検討した。それらを総括すると以下ようになる。

- 1) 本研究の不完全合成板の解析法はその誘導の際に基とした不完全合成桁に対しても適用できることが確認できた。
- 2) 板曲げ問題においては比較的精度のよい解を与える形状関数ACMは、コンクリート部分と鋼板部分のずれを表わすためにたわみ角を用いている本研究ではジベルのばね定数 k_s を大きくすると誤差が大きくなる。これに対し形状関数Pは、重ね板($k_s=0$)においては一定ねじりの項 x, y を含んでいないためACMより精度が劣るが、適合型でたわみ角の連続性が保証されているので不完全合成板においてはむしろACMよりよい解を与える。
- 3) 本研究の有限要素法による解析方法は、従来、不完全合成板の解析に多く用いられていた板の曲げ、たわみに関する4階の微分方程式を解く方法に比べ、拘束条件、載荷条件およびジベルの配置に関して比較的自由的な選択が可能であり、これにより有用な結果を得ることができることを確認できた。
- 4) コンクリート部分および鋼板部分に板曲げ要素を用いることで、一般の中実要素を用いる場合よりもかなり少ない計算量で不完全合成構造の挙動の特性を解析にとり入れることができた。

参考文献

- 1) Newmark, N.M., Siess, C.P. and Viest, I.M.: "Test and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction," Proceedings of the Society for Experimental stress Analysis, Vol.9, No.1, 1955
- 2) J.L. CLARKE, C.T. MORLEY: Steel-concrete composite plates with flexible shear connectors, Proc. Instn. Civ. Engrs. Vol.53 Part2
- 3) 井上、佐藤、渡辺: 不完全合成板の解析について 構造工学論文集 Vol.36A
- 4) 浜田純夫、宮里康: 不完全合成げたの有限要素解析 琉球大学理工学部紀要工学篇第11号別刷
- 5) 島田静雄、熊沢周明: 合成桁の理論と設計 山海堂
- 6) 成岡、丹羽、山田、白石: 構造力学第Ⅲ巻 丸善
- 7) 浜田純夫: マトリックス構造力学
- 8) 鷺津、宮本、山田、山本、川井: 有限要素法ハンドブックⅠ基礎編 培風館
- 9) ピン・トン、ジョン・N・ロセツ: エンジニアのための有限要素法 (矢川元基訳) 共立出版
- 10) J. S. シュニスキー: マトリックス構造解析の基礎理論 (山田嘉昭、川井忠彦訳)
- 11) 栖原二郎: 平板の曲げ理論 培風館

- 12) Adini, A. and Clough, R. W., "Analysis of Plate Bending by the Finite Element Method", Rpt. submitted to the Nat. Sci. Foundation, Grant, G 7373, 1960.
- 13) Papenfuss, S. W., "Lateral Plate Deflection by Stiffness Matrix Methods with Application to Marquee", M. S. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Washington, Seattle Wash, Dec., 1959.
- 14) 大地羊三：有限要素法とその応用 数学ライブラリー 38 森北出版
- 15) 土木学会編：構造力学公式集 技報堂
- 16) RICHARD.H.GALLAGHER：ギャラガー有限要素解析の基礎（川井忠彦監訳）丸善
- 17) 中井博他：プレキャスト床版合成桁橋の設計・施工 森北出版
- 18) 園田、堀川、村田：鋼板・コンクリート合成床版の静的耐力に関する実験 合成構造の活用に関するシンポジウム講演論文集1986年9月

(1992年9月21日受付)