

逆対称荷重を受ける直接基礎 P C タンク底版の断面力計算法

A PRACTICAL METHOD TO ANALYZE CIRCULAR GROUND FLOOR OF PRESTRESSED CONCRETE
CYLINDRICAL TANK SUPPORTED ON GROUND SUBJECTED TO ANTISYMMETRIC LOADINGS

吉岡 民夫* 大谷 悟司* 高西 照彦**

by Tamio YOSHIOKA, Satoshi OHTANI, Teruhiko TAKANISHI

This paper shows a theoretical and numerically practical method to analyze circular ground floor of prestressed concrete cylindrical tank supported on ground, when it is subjected to antisymmetric loadings. The circular plate can be modeled as a wedge-shaped beam cut out from the circular plate. In addition to ground springs the wedge-shaped beam model has rotational and vertical springs which work longitudinally and simulate circumferential rigidity of the circular plate. An easily available computer program for plane-frame analysis can be used to evaluate moments of the wedge-shaped beam with non-uniform thickness. Numerical results calculated with our proposal closely agree with finite element analysis. This proves that the equivalent wedge-shaped beam model for the circular ground floor proposed here is adequate.

1. はじめに

プレストレストコンクリート (P C) 円筒形タンクは、上水用配水池を中心に数多く用いられているが、最近では L N G、L P G、エチレン等の危険物貯蔵施設にも用いられるようになってきた^{1), 2)}。P C タンクは、P C 橋梁とともに、P C の原理を最も効率的に適用できる構造物であるが、P C 橋梁の分野と比較すると、技術者や研究者も少なく、設計指針類の整備が必ずしも十分とはいえないようである。一般に、P C タンクを構成するドーム屋根、円筒形側壁および弾性地盤上の円形底版に対する厳密な構造解析は、各々軸対称シェル理論や版理論に基づいてなされている。従ってそれにはかなり高度な数学的知識が要求されるので、P C タンクの構造解析は必ずしも容易であるとはいえない。しかし、ドーム屋根および円筒形側壁に対する構造解析については、P C タンクの特性に見合った近似的解析法が既に慣用化されており、P C タンクの設計に広く利用されているが、タンク底版に対する近似解法については、これまでどちらかと言えば軽視されてきたように思われる。

筆者らは前報³⁾において、直接基礎 P C タンク底版の現行設計法の問題点を指摘し、パーソナルコンピュータを用いて、軸対称荷重が作用するタンク底版を、有限要素法と比べると理解することが容易で、誰でもが手軽に利用できる平面骨組解析プログラムを用いて精度よく解析することができる近似解析法を提案した。それは、円形底版をその中心を先端として切り出したくさび形はりに置換し、軸対称荷重を受けた円形底版

* オリエンタル建設 (株) 技術部 (〒102 千代田区五番町 5)

**工博 九州工業大学 工学部 設計生産工学科 (〒804 北九州市戸畑区仙水町 1-1)

が有する円周方向の剛性を、等価な軸方向回転ばねとして評価し、これを当該置換ばりに付与することによって、円形底版の構造解析を行おうとするものである。

本論では、さらに前報の考え方を発展させて、円形底版が地震時動水圧のような軸に対して逆対称な荷重を受ける場合の近似解析法について考察を行った。

2. 本解析法の概要

本論では、まず、一層式底版を有する直接基礎 P C 円筒形タンクに地震時動水圧が作用した場合の底版の断面力を求めるのに、これを半径方向を軸とする弾性地盤上のはりに置換して解析を行うが、そのとき、はりとして円版からその中心を先端に持つように切り取ったくさび形の部分を選び、さらにそのはりに新しく、円形底版の各断面に働く円周方向の曲げモーメント M_θ 、半径 r = 一定の面に働くねじりモーメント $M_{r\theta}$ および基準軸からの角度 θ = 一定の面に働くせん断力 Q_θ による剛性に等価な回転ばねおよび鉛直ばねを付加することによって、上述の剛性の影響を考慮することのできる近似解析法について述べた。くさび形はりは、平面骨組解析プログラムを用いて処理できるように、これを半径方向にそって分割し、分割された要素をさらに各々等幅で等厚であるような区分的等断面はりに置換した。外荷重としては動水圧を考えた。つぎに、4. に示すように円周方向にフーリエ級数展開して非軸対称問題を処理することができる 2 次元有限要素法 (FEM) の解析結果を高精度解とし、上述の方法で求めた結果と比較することによって、本論の近似解析法に対する有用性について検討を行った。

3. 逆対称荷重が作用する弾性地盤上の円版に対する置換はりモデル

逆対称な外荷重を受ける弾性地盤上の円版に対する応力解析を行うに際して、円版からその中心を先端に持つくさび形の部分を切り取って、適当な条件の下に、これを変断面はりとして解析したときに、得られた断面力が元の円版のそれと等しくなるという、そのような条件を見いだすことができれば、弾性地盤上の円版の解析を手軽に行うことができ、非常に便利である。

円版は半径方向の剛性を持つと同時に、円周方向にも剛性を持っているので、円版から切り取ったくさび形のはり（以下これをくさび形はりモデルと呼ぶ）で、円版の力学的な性質を表現するためには、円版の持っている円周方向の剛性を何らかの形でこのくさび形はりモデルに付与してやる必要がある。本論では以下に示すように、この円周方向の剛性を、くさび形はりモデルの軸方向に作用する回転および鉛直ばねに置換してくさび形はりモデルの対称軸上に付与することによって、円版が逆対称の荷重を受けたときの力学的挙動を、くさび形はりモデルのそれによって近似しようとするものである（図-1 参照）。

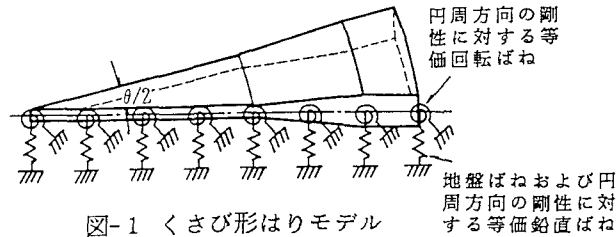


図-1 くさび形はりモデル

(1) 置換はりモデル

弾性地盤上の等厚円版あるいはリング状版の変形を支配する弾性方程式は、版の鉛直変位を w とすれば、次式のように表される⁴⁾。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + \frac{k_s}{D} w = \frac{p}{D} \quad (1)$$

ここに、 r は円版の中心からの距離、 θ は水平面における基準軸からの角度、 p は単位面積当たりの上載荷重、 k_s は弾性地盤の単位面積当たりの地盤反力係数、 D は版の曲げ剛性で、版厚を t 、弾性係数を E とすれば、

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

と書くことができる。ここに ν はポアソン比である。

ここで、一般のPCタンクで考慮しなければならない逆対称荷重として、底版に作用する地震時動水圧を想定すれば、地震作用方向を基準軸とした円周方向の座標を θ とすれば変位 w および荷重 p は以下のように表すことができる。

$$w = w_0 \cos \theta \quad (3-a)$$

$$p = p_0 \cos \theta \quad (3-b)$$

ここに w_0 および p_0 はいずれも基準軸上の値であり、半径 r のみの関数である。式(3)を式(1)に代入して、円周方向の変数 θ を分離すれば、次式が得られる。

$$\frac{d^4 w_0}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 w_0}{dr^3} + 3 \left(-\frac{1}{r^2} \frac{d^2 w_0}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{dw_0}{dr} \right) - \frac{3}{r^4} w_0 + \frac{k_s}{D} w_0 = \frac{p_0}{D} \quad (4)$$

さて、弾性地盤上の円形底版から切り取ったくさび形のはりと同型のはりに対する基礎方程式は、はりのたわみを $\bar{w}$ とすると

$$\frac{d^4 \bar{w}}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 \bar{w}}{dr^3} + \frac{k_s}{D} \bar{w} = \frac{p}{D} \quad (5)$$

で与えられる。ここに、 $\bar{D}$ はくさび形はりの単位幅当たりの曲げ剛性で、

$$\bar{D} = \frac{E \cdot t^3}{12} \quad (6)$$

と表すことができる。いま、式(4)と式(5)とを比較することによって、式(4)の左辺第3および4項は、円形底版の各断面に働く θ 方向の曲げモーメント M_θ 、 r ＝一定の面に働くねじりモーメント $M_{r\theta}$ 、 θ ＝一定の面に働くせん断力 Q_θ による剛性の影響を表す項であると考えてもよいことが分かる。そのことを示すために、これらの項を以下のように変形する。

$$\begin{aligned} \text{式(4) 左辺第3、4項} &= 3 \left(-\frac{1}{r^2} \frac{d^2 w_0}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{dw_0}{dr} \right) - \frac{3}{r^4} w_0 \\ &= -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{dw_0}{dr} - \frac{w_0}{r^2} \right) - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{dw_0}{dr} - \frac{w_0}{r^2} \right) \\ &\quad - \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} \frac{d^2 w_0}{dr^2} + \frac{1}{r^2} \frac{dw_0}{dr} - \frac{w_0}{r^3} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

さて、円形版の断面力はそれぞれ次式のように表される。

$$M_r = -D \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right\} \quad (8-a)$$

$$M_\theta = -D \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) \quad (8-b)$$

$$M_{r\theta} = (1 - \nu) D \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \quad (8-c)$$

$$Q_r = -D \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \quad (8-d)$$

$$Q_\theta = -D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \quad (8-e)$$

ここで変位および荷重と同様に、断面力を次式のように表す。

$$\{M_r \ M_\theta \ M_{r\theta}\} = \{M_{r0} \cos \theta \ M_{\theta 0} \cos \theta \ M_{r\theta 0} \sin \theta\} \quad (9-a)$$

$$\{Q_r, Q_\theta\} = \{Q_{r0} \cos \theta, Q_{\theta0} \sin \theta\} \quad (9-b)$$

式(9)を式(8)に代入して変数 θ を分離すると、

$$M_{r0} = -D \left\{ \frac{d^2 w_0}{dr^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{dw_0}{dr} - \frac{w_0}{r^2} \right) \right\} \quad (10-a)$$

$$M_{\theta0} = -D \left(\frac{1}{r} \frac{dw_0}{dr} - \frac{w_0}{r^2} + \nu \frac{d^2 w_0}{dr^2} \right) \quad (10-b)$$

$$M_{r\theta0} = -(1 - \nu) D \left(\frac{1}{r} \frac{dw_0}{dr} - \frac{w_0}{r^2} \right) \quad (10-c)$$

$$Q_{r0} = -D \left(\frac{d^3 w_0}{dr^3} + \frac{1}{r} \frac{d^2 w_0}{dr^2} - \frac{2}{r^2} \frac{dw_0}{dr} + \frac{2}{r^3} w_0 \right) \quad (10-d)$$

$$Q_{\theta0} = -D \left(-\frac{1}{r} \frac{d^2 w_0}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \frac{dw_0}{dr} + \frac{w_0}{r^3} \right) \quad (10-e)$$

式(10-b)および(10-c)において、その主要項(ポアソン比の掛かってない項)のみを取り出し、さらに式(10-e)とともに、これらを式(7)に代入すると

$$\text{式(4)左辺第3、4項} = \frac{1}{Dr} \left\{ \frac{d}{dr} (M_{\theta0}) + \frac{d}{dr} (M_{r\theta0}) - Q_{\theta0} \right\} \quad (11)$$

と表すことができる。上式から、逆対称荷重を受ける円形版の変形を支配する基礎方程式(4)の左辺第3、4項は、円形版の断面力 M_θ 、 $M_{r\theta}$ 、 Q_θ に関する剛性に基づくものとみなしても良いことが判る。

つぎに、式(4)の左辺第3、4項が示す剛性を、それと等価なばねに置換することを考える。式(4)の左辺第3項については、

$$3 \left(-\frac{1}{r^2} \frac{d^2 w_0}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{dw_0}{dr} \right) = -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{3}{r} \frac{dw_0}{dr} \right) \quad (12)$$

と書ける。いま、中心角 θ のくさび形の部分(図-1参照)について考えることにして、上式に $Dr\theta$ を乗ずると、

$$-\frac{d}{dr} \left(\frac{3}{r} D \cdot \theta \frac{dw_0}{dr} \right)$$

を得るが、これは、

$$\frac{d}{dr} \left\{ \frac{3D}{r^2} r \cdot \theta \left(-\frac{dw_0}{dr} \right) \right\} \quad (13)$$

と書くことができる。 $\phi_\theta = -dw_0/dr$ は円版の半径方向のたわみ角を表すので、式(13)の{ }内を

$$M_\theta = k_\theta \cdot r \cdot \theta \cdot \phi_\theta \quad (14)$$

とおけば、 k_θ は、

$$k_\theta = \frac{3D}{r^2} \quad (15)$$

と書くことができ、これは単位面積当たりの回転ばねのばね定数を表すと考えることができる。

式(4)の左辺第4項については、同式の左辺第5項を参照することによって、これを、次式に示すような鉛直ばね k_v に置換して表すことができる。

$$k_v = -\frac{3D}{r^4} \quad (16)$$

式(4)の左辺第4項は見掛け上、負のばね定数を持つばねに置換されたことになる。これは力学的には、

$\frac{3D}{r^4}$ に等しいばね定数を持つばねを介して、置換はりの変位 w_0 に比例する分布荷重を置換はりに加えるこ

と同等であると考えると理解しやすい。

結局、以上のことから、図-1 に示すように、円版から切り取ったくさび形はりモデルに、式(15)で表される回転ばねおよび式(16)で表される鉛直ばねを付加することによって、逆対称荷重が作用する弾性地盤上の円版に対する等価解析モデルを構成することができることになる。その際、くさび形はりモデルに対する単位幅当たりの曲げ剛性としては、式(2)のDを用いればよい。

くさび形はりモデルの解析によって得られる曲げモーメント $\bar{M}_{r0}$ およびせん断力 $\bar{Q}_{r0}$ は、はりの幅 $r\theta$ に対するものであるから、この $\bar{M}_{r0}$ から、円版に対する単位長さ当たりの半径方向曲げモーメント M_{r0} および半径方向せん断力 Q_{r0} を求めるには、この $\bar{M}_{r0}$ および $\bar{Q}_{r0}$ を $r\theta$ で割ればよいことになる。すなわち、

$$M_{r0} = \frac{\bar{M}_{r0}}{r \cdot \theta} \quad (17-a)$$

$$Q_{r0} = \frac{\bar{Q}_{r0}}{r \cdot \theta} \quad (17-b)$$

円周方向の曲げモーメント、ねじりモーメントおよび円周方向のせん断力については、式(10)を用いることによって、いま得られた M_{r0} 、 Q_{r0} 、たわみ w_0 およびたわみ角 $\phi_0 = -dw_0/dr$ を使ってこれを求めることができる。すなわち、

$$M_{\theta 0} = \nu \cdot M_{r0} + \frac{D}{r}(1-\nu^2)\phi_0 + \frac{D}{r^2}(1-\nu^2)w_0 \quad (18-a)$$

$$M_{r\theta 0} = (1-\nu)D\left(\frac{1}{r}\phi_0 + \frac{w_0}{r^2}\right) \quad (18-b)$$

$$Q_{\theta 0} = -\frac{1}{r}M_{r0} - \frac{D}{r^2}(1-\nu)\phi_0 - \frac{D}{r^3}(1-\nu)w_0 \quad (18-c)$$

なお、ポアソン比を0としてよい場合には、くさび形はりモデルの解析における単位幅当たりの曲げ剛性としては、式(2)のDの代わりに式(6)の $\bar{D}$ を用いればよい。また、そのときの断面力については、式(18)において $\nu=0$ とすればよい。

(2) くさび形はりモデルの解析

弾性地盤上にあるくさび形はりモデルが鉛直荷重を受けた場合に生ずる断面力の解析解を求めることは、非常に面倒であり、それは一般に困難である。そこで本論では、くさび形はりをさらに次のようにモデル化することによって、近似的な解析を行った。

図-2 (a) (i) および (ii) に示すように、円版から中心角 θ で切り取ったくさび形はりを半径方向に沿ってn個に分割する。分割点の半径を、両端点を含めて $r_0, r_1, r_2, \dots, r_n$ とし、その分割点(以下節点と呼ぶ)に番号0、1、2、 $\dots$ 、nを付す。さらに節点 $i-1$ および i ではさまれる要素を要素①とする。このとき各要素は図-2 (b) (i) に示すように等幅とし、その幅は要素両端節点での弧長の平均値とする。また、各要素は図-2 (b) (ii) に示すように等厚と

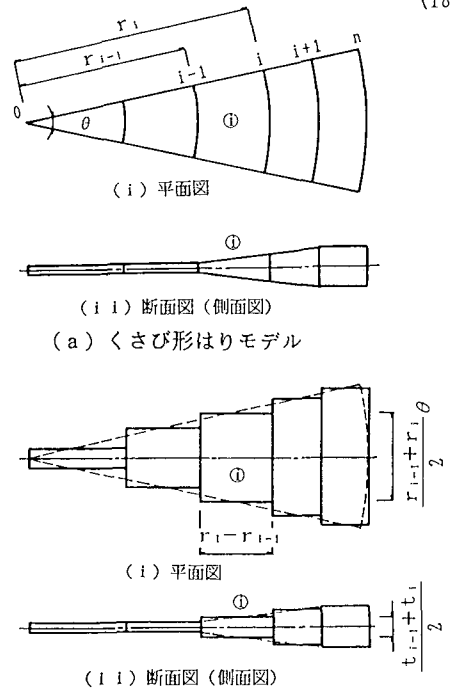


図-2 くさび形はりモデルと区分的等断面置換はりモデル

し、その厚さは両端節点での版厚の平均値とする。

くさび形はりモデルに付加する回転ばね k_θ および鉛直ばね k_v は、要素の各節点に集中ばねとして付加することにし、そのばね定数は以下のようにして定める。

単位面積当たりのばね定数は式(15)および(16)で表されるので、中心角 θ を有するくさび形はりの半径 r の周上における周長 $r\theta$ に対するばね定数は、

$$k_\theta \cdot r \cdot \theta = \frac{3D}{r} \theta \quad (19-a)$$

$$k_v \cdot r \cdot \theta = -\frac{3D}{r^3} \theta \quad (19-b)$$

となる。要素①の両節点 $i-1$ および i に付加する集中回転ばねのばね定数 ${}_iK_{i-1}^\theta$ および ${}_iK_i^\theta$ 、集中鉛直ばね ${}_iK_{i-1}^Y$ および ${}_iK_i^Y$ は次式によって定めた。

$${}_iK_{i-1}^\theta = \int_{r_{i-1}}^{\frac{r_{i-1}+r_i}{2}} \frac{2}{r} k_\theta \cdot r \cdot \theta \cdot dr = \frac{E}{32(1-\nu^2)} (t_{i-1}+t_i)^3 \log \frac{r_{i-1}+r_i}{2r_{i-1}} \theta \quad (20-a)$$

$${}_iK_i^\theta = \int_{\frac{r_{i-1}+r_i}{2}}^{r_i} k_\theta \cdot r \cdot \theta \cdot dr = \frac{E}{32(1-\nu^2)} (t_{i-1}+t_i)^3 \log \frac{2r_i}{r_{i-1}+r_i} \theta \quad (20-b)$$

$${}_iK_{i-1}^Y = \int_{r_{i-1}}^{\frac{r_{i-1}+r_i}{2}} \frac{2}{r} k_v \cdot r \cdot \theta \cdot dr = \frac{E}{64(1-\nu^2)} (t_{i-1}+t_i)^3 \left(\frac{4}{(r_{i-1}+r_i)^2} - \frac{1}{r_{i-1}^2} \right) \theta \quad (20-c)$$

$${}_iK_i^Y = \int_{\frac{r_{i-1}+r_i}{2}}^{r_i} k_v \cdot r \cdot \theta \cdot dr = \frac{E}{64(1-\nu^2)} (t_{i-1}+t_i)^3 \left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{4}{(r_{i-1}+r_i)^2} \right) \theta \quad (20-d)$$

当然のことながら、くさび形はりモデル全体系における節点 i に付加すべき集中回転ばねのばね定数 $\overline{K}_i^\theta$ および鉛直ばねのばね定数 $\overline{K}_i^Y$ は要素①および要素②の節点 i におけるばね定数を加算することによって、次式から求められる。

$$\overline{K}_i^\theta = {}_iK_i^\theta + {}_{i+1}K_i^\theta \quad (21-a)$$

$$\overline{K}_i^Y = {}_iK_i^Y + {}_{i+1}K_i^Y \quad (21-b)$$

上記のことから、くさび形はりは区分的に等断面の n 個のはりから成る構造系に置換され、その各節点に付加すべき回転および鉛直ばねのばね定数が、式(21)のように与えられたことになる。いま、新しく置換された構造系を区分的等断面はりモデル（以下、簡単のために置換はりモデルと略称する）と呼ぶことにすれば、この置換はりモデルが弾性地盤上に設置されて、これに鉛直荷重が加わった場合については、現在広く手軽に利用されている平面骨組構造解析プログラムを用いることによって、それは容易に解析することができる。

置換はりモデルの解析によって得られた節点 i の曲げモーメント $\overline{M}_{r0,i}$ およびせん断力 $\overline{Q}_{r0,i}$ から、円版の半径方向の曲げモーメントおよび半径方向のせん断力を求めるには、式(17)を参照して、次式を用いればよい。

$$M_{r0,i} = \frac{\overline{M}_{r0,i}}{r_i \cdot \theta} \quad (22-a)$$

$$Q_{r0,i} = \frac{\bar{Q}_{r0,i}}{r_i \cdot \theta} \quad (22-b)$$

また、そのほかの断面力は、式(18)を参照して、上式の $M_{r0,i}$ と置換はり系のたわみ角 $\phi_{0,i}$ およびたわみ $w_{0,i}$ を用いて、

$$M_{\theta0,i} = \nu \cdot M_{r0,i} + \frac{D}{r_i} (1-\nu^2) \phi_{0,i} + \frac{D}{r_i^2} (1-\nu^2) w_{0,i} \quad (23-a)$$

$$M_{r\theta0,i} = (1-\nu) D \left(\frac{\phi_{0,i}}{r_i} + \frac{w_{0,i}}{r_i^2} \right) \quad (23-b)$$

$$Q_{\theta0,i} = -\frac{1}{r_i} M_{r0,i} - \frac{D}{r_i^2} (1-\nu) \phi_{0,i} - \frac{D}{r_i^3} (1-\nu) w_{0,i} \quad (23-c)$$

から得られる。なお、ポアソン比が0の場合には上式において $\nu=0$ とすればよい。

4. 数値解析結果と考察

前章までに述べたモデル化の方法が妥当であるかどうかを検証するために、内径 $D=43.8\text{ m}$ 、水深 $H_e=10\text{ m}$ （容量 $=15,000\text{ m}^3$ ）の実規模PCタンクを対象にして、それに逆対称な動水

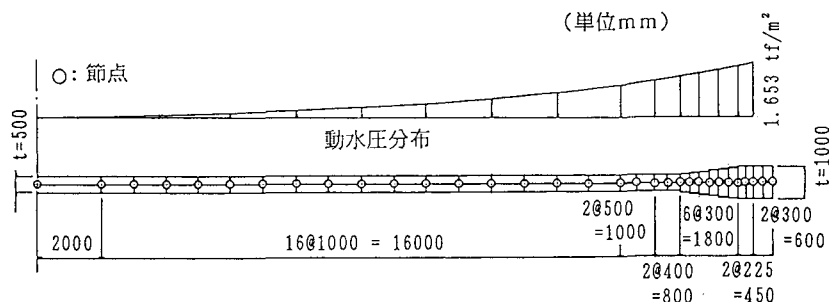


図-3 底版に対する区分的等断面置換はり

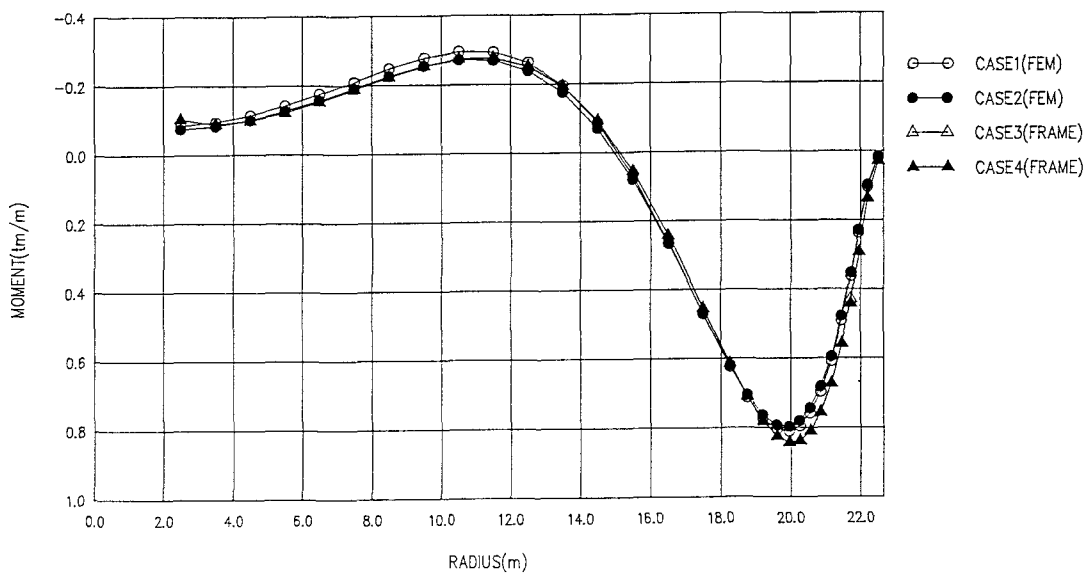
圧が作用した時に生ずる底版の曲げモーメントを、それぞれ(i) 荷重、変位などを円周方向にフーリエ級数展開した後、2次元FEMを用いて、(ii) 本論で提案した区分的等断面置換はりモデル（置換はりモデル）を用いて算出し、(i)の結果を高精度解として、両者の結果を比較した。

上記(i)の方法で用いた、底版の分割を図-3に示す。この結果を高精度解とみなすためには、その精度に対する保障がされていなければならない。そこで分割数をさらに多くした場合に対して得られた半径方向の曲げモーメントの最大値と、図-3の分割によって得られたそれとを比較した結果、両者の誤差は極めて小さかったので、本論では(i)の結果を高精度解として採用することにして、(ii)の方法によって求めた近似解の精度を検証するのに用いた。

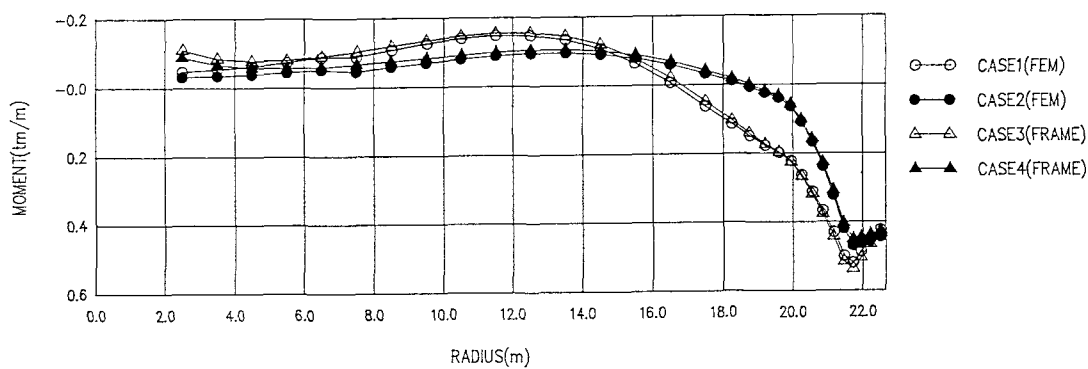
上記(ii)の場合に対する計算モデルとしては、底版から切り取ったくさび形はりを、図-3と同じ分割で、31個の等断面のはり要素からなる区分的等断面はりに置換したものをを用いた。この置換はりモデルの各節点には底版の円周方向の剛性に等価な回転ばねおよび鉛直ばねを付与しなければならないが、そのばね定数としては、式(20)および(21)によって算出した値を用いた。また、弾性地盤の弾性を表現する地盤反力ばねについても、それは当該置換はりモデルの各節点に集中して作用するとして取り扱った。そのばね定数の値は、等価鉛直ばね定数を求める場合と全く同様な方法に従って算出した。

上記(i)のFEMモデルおよび(ii)の置換はりモデルに対する材料定数としては、弾性係数 $E=2.8 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.2$ 、地盤反力係数 $k_s=855.5 \text{ tf/m}^3$ を用いた。

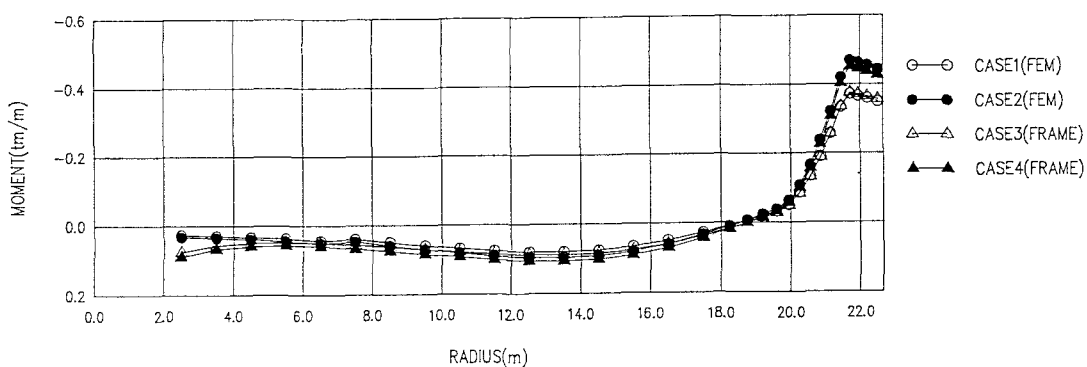
底版に加わる外荷重としては、地震時に作用する動水圧のみを考えることにした。動水圧は速度ポテンシャル理論によって求めた衝撃圧を採用することにして、図-3の分割における各節点位置での衝撃圧を算出し、節点間では直線的に変化するとして取り扱った。計算に用いた衝撃圧分布を図-3に併記した。計算においては、図-3に示す分布荷重を、集中荷重として各節点に加えた。この場合、集中荷重の値は、等価鉛直ばねのばね定数を求めたときと全く同様な方法によって算出した。なお、本来、分布荷重をそれと等価な節点集中



(a) 半径方向モーメント $M_{r0,m}$



(b) 円周方向モーメント $M_{\theta0,m}$



(c) ねじりモーメント $M_{r\theta0,m}$

図-4 底版の曲げモーメントおよびねじりモーメント

荷重に置換したときには、当該節点には集中荷重の他に集中モーメント荷重が同時に作用することになるが、本論の場合、後者のモーメント荷重については、それは微小であるとして無視することにした。

数値計算においては、材料のポアソン比の変化が結果に与える影響をみるためと、従来の簡易計算法ではポアソン比を0とする場合が多いことを考慮して、次の4つの場合について、それぞれ底版の曲げモーメントおよびねじりモーメントを求めた。

Case 1：上記(i)のFEM解で、ポアソン比を $\nu=0.2$ とした場合。

Case 2：上記(i)のFEM解で、ポアソン比を $\nu=0.0$ とした場合。

Case 3：上記(ii)の置換はりモデルで、ポアソン比を $\nu=0.2$ とした場合。

Case 4：上記(ii)の置換はりモデルで、ポアソン比を $\nu=0.0$ とした場合。

Case 1とCase 2の結果を、それぞれポアソン比が0.2および0.0の場合に対する高精度解として採用し、これら4ケースの結果を互いに他と比較した。

なお、曲げ剛性としては、Case 3に対しては式(2)のDを、Case 4に対しては、式(6)の $\bar{D}$ を用いた。

得られた結果のうち半径方向モーメント $M_{r0,m}$ を図-4(a)に、円周方向モーメント $M_{\theta0,m}$ を図-4(b)に、ねじりモーメント $M_{r\theta0,m}$ を図-4(c)に示す。添字mは、これらがすべて要素中心でのモーメントであることを示す。Case 3および4の円周方向モーメントおよびねじりモーメントを式(23)で求める場合には、要素両端のたわみ角および鉛直変位の平均値を用いた。図-4では、円版の中心付近でのモーメントについてはこれを示していないが、これは軸対称構造物の数値解析を行う場合、軸の近傍での数値計算には、計算方法によっては大きな誤差が伴うこと、実際のPCタンク底版では、版の中心付近での断面力が設計上問題となることはないことなどを考慮し、本論ではこの点に関して、これ以上触れないことにした。

図-4から、次のようなことがいえる。

(a) 円版の半径方向曲げモーメント $M_{r0,m}$ については、同じポアソン比に対して、高精度解(Case 1および2)と置換はりモデル(Case 3および4)の結果が、それぞれ互いに良く一致しているといえる。ただ、置換はりモデルの結果の方が、最大値付近で高精度解の結果より僅かに大きくなっているが、最大値におけるその差は4%程度であり、それは安全側の結果を与えている。一般的なPCタンクの実務的な耐震設計においては、この程度の誤差は問題ないものと考えてもよい。

(b) 円版の円周方向の曲げモーメント $M_{\theta0,m}$ についても同様に、同じポアソン比に対して、高精度解(Case 1および2)と置換はりモデル(Case 3および4)の結果が、それぞれ互いによく一致しているといえる。ただ、中心に近づくにつれて差が生じ始めるが、これは前述した軸付近の数値解析上の問題と考えられる。

(c) 円版の円周方向の曲げモーメント $M_{\theta0,m}$ については、ポアソン比が異なる場合の結果を比べてみると、円版の端部に近い部分において、両者の間に差が生じており、ポアソン比の大きい方が $M_{\theta0,m}$ の値が大きくなっている。この差は、主として式(23-a)の右辺第1項に基づくものである。

(d) 円版のねじりモーメント $M_{r\theta0,m}$ についても同様に、同じポアソン比に対して、高精度解(Case 1および2)と置換はりモデル(Case 3および4)の結果が、それぞれ互いによく一致しているといえる。

以上のことから、本論で提案した置換はりモデルを用いれば、PC円筒形タンクが軸に対して逆対称な地震時動水圧を受けた場合に、その底版に生ずる半径方向および円周方向の曲げモーメントおよびねじりモーメントを、いずれも実務設計上十分な精度で容易に算定することができるということもよいであろう。

5. 結論

本論では、PC円筒形タンクが軸に対して逆対称な地震時動水圧を受けたときに、その底版に生ずる断面

力を、容易にしかも精度よく求めることができる新しい計算法の提案を行った。この計算で用いる置換はりモデルは、タンクの円形底版から切り取ったくさび形のはりを、さらにいくつかの区分的に等断面の要素からなるはりに置換し、これに底版の円周方向の剛性に等価な回転および鉛直ばねを付加したもので構成されている。このような区分的等断面置換はりモデルを用いて、円版の半径方向および円周方向の曲げモーメントおよびねじりモーメントを算出し、高精度解と比較した結果、両者の値はよく一致することが明らかにされた。このことから、本論で提案した上記の計算モデルの妥当性と有用性が示されたと云ってもよいであろう。

参考文献

- 1) 鈴木素彦、吉岡民夫：上水用 P C タンクの現状と問題点、プレストレストコンクリート、Vol. 20 No. 5, pp 5~13, 1978年10月
- 2) 池田尚治：P C 円形構造物の現況、最近のプレストレストコンクリート構造物と 30 年の歩み、プレストレストコンクリート技術協会、pp. 41~40, 1986年6月
- 3) 吉岡民夫、大谷悟司、高西照彦：直接基礎 P C タンク底版の断面力計算法、構造工学論文集 Vol. 38A (1992 年3月)
- 4) チモシェンコ、ヴォアノフスキー、リーガー（長谷川節訳）：版とシェルの理論、ブレイン図書出版

(1992年9月30日受付)