

回復クリープと鉄筋のひずみ拘束を考慮した プレストレストコンクリート部材のクリープ解析

A CREEP ANALYSIS OF PRESTRESSED CONCRETE MEMBERS TO TAKE ACCOUNT OF THE EFFECTS
OF CREEP RECOVERY AND STRAIN RESTRAINING DUE TO REINFORCEMENTS

中谷 武弘*・新平 信幸**・安田 穰***・栗田 章光****

By Takehiro NAKATANI, Nobuyuki NIIHIRA, Minoru YASUDA and Akimitsu KURITA

Delayed elastic creep recovers when the sustained stress is removed instantaneously and the creep recovery also occurs under continually decreased stress state according to the loss of prestressing force in prestressed concrete member. The reinforcements arranged in prestressed concrete member restrain the creep strain of concrete. Therefore, reinforcements and creep recovery have a tendency to reduce the loss of prestressing forces. This paper presents a creep analysis method of the prestressed concrete members to take account of the effects of creep recovery and strain restraining due to reinforcements. At the first, the fundamental equation for the stress-strain relationships of concrete to take account of flow creep, delayed elastic creep and creep recovery is described. Secondly, a creep analysis method of prestressed concrete section arranged reinforcements is proposed, and the calculated results under the conditions of various reinforcement ratio are reported in comparison with the results by current design method. Finally, stiffness matrix method for the creep analysis to aim at general purpose of this method and the numerical examples are presented.

1. まえがき

コンクリートのクリープに関する解析法については、今日まで数多くの提案と実用化が進められてきた¹⁾。クリープひずみは、持続応力の载荷中は非回復性のフローひずみと回復性の遅れ弾性ひずみの2つの成分から成り立っており、除荷に伴う回復クリープひずみもあることは周知のとおりである。一般に回復クリープは急激な荷重または応力の除荷のみならず、連続的な応力緩和によっても生じる。したがって、持続応力が連続的に減少すればクリープ解析において回復クリープの影響を考慮することが必要である。また、近年プレストレストコンクリート(PC)構造の分野において、フルプレストレストのPC構造と鉄筋コンクリート(RC)構造との中間のPPC(Partially Prestressed Concrete)構造が普及しつつある。PPC構造では、通常のPC構造に比べ鉄筋比が大きくなり、PC構造の長期性状におよぼす鉄筋のひずみ拘束の影響は無視できないと考えられる。しかし、現行の道路橋示方書²⁾では、これら回復クリープと鉄筋のひずみ拘束を考慮していないのが実状である。

* 工修 中央復建コンサルタンツ(株) 第3設計部 (〒532 大阪市淀川区東三国 3-5-26)

** (有)ニーデック 設計部 (〒532 大阪市淀川区木川東 2-5-41)

*** 工修 中央復建コンサルタンツ(株) 第3設計部 (〒532 大阪市淀川区東三国 3-5-26)

**** 工修 大阪工業大学講師 工学部土木工学科 (〒535 大阪市旭区大宮5-16-1)

このような背景のもとで本研究では、まずはじめに、渡辺・六車が提示したフローひずみ、遅れ弾性ひずみおよび回復クリープひずみを考慮した解析方法³⁾に基づき、クリープ係数に関する新しい係数(η)を含めた応力～ひずみ関係式を誘導した。さらにそれをもとに、鉄筋によるひずみ拘束を考慮したプレストレス力の損失量と鉄筋の軸力の変化量を求める式を誘導した。次に、鉄筋比の異なるP C桁断面について数値計算を行い、P C鋼材の引張応力の減少量、コンクリートの応力等に着目し、回復クリープ及び鉄筋のひずみ拘束の考慮の有無による影響について比較・検討を行った。なお、応力～ひずみ関係の基本式は、古くからこの分野の解析に用いられてきたDischinger法以来いくつか挙げられる。^{1)・4)・5)} 遅れ弾性クリープひずみが持続荷重の载荷と同時に全て発生するものと仮定した改良Dischinger法をはじめ、Trostの方法では、リラクセーション係数の導入により、遅れ弾性クリープの影響をより正確に考慮しているが、ひずみを完全に固定した仮定に基づいたものである。また、星埜・佐伯は、遅れ弾性クリープと回復クリープとを考慮した反復計算法を提案している。本研究では、応力減少下におけるクリープひずみを現時点で最も正確に捉えている渡辺・六車の方法を用いることにした。

また、最後に、解法に汎用性をもたせるため、クリープ解析用の剛性マトリックスを誘導し、単純桁と連続桁について数値解析を行い、回復クリープと鉄筋のひずみ拘束の影響について考察を加えた。

なお、本論文では、P C鋼材のリラクセーションに伴う回復クリープの影響は考慮していない。

2. 回復クリープを考慮したコンクリートの応力とひずみの関係³⁾

コンクリートのクリープ現象は、遅れ弾性クリープ成分とフロークリープ成分により表され、また前者は急激な荷重または応力の除荷のみならず、プレストレストコンクリート部材の緊張力損失に伴う連続的な応力緩和によっても、回復クリープとしてひずみを回復させる性質をもっている。以下に渡辺・六車が提示したクリープ係数の基本表示と、連続的に減少する応力下におけるフロークリープ、遅れ弾性クリープ及び回復クリープを考慮したコンクリートの応力～ひずみ関係式について述べる。

2.1 クリープ曲線の基本表示

クリープ係数はフローひずみに対するクリープ係数と遅れ弾性ひずみに対するクリープ係数の和で与えられる。

$$\varphi(t) = \varphi_d(t) + \varphi_f(t) \quad (1)$$

ここに、 $\varphi_d(t)$ ：任意時刻 t における遅れ弾性クリープ係数

$\varphi_f(t)$ ：任意時刻 t におけるフロークリープ係数

ここで、遅れ弾性ひずみは、载荷開始時刻に関係なく载荷後の経過時間によって大きさが表される。また、フローひずみは、载荷開始時刻が異なっても任意時刻における進行速度が同じと考えられている。よって、時刻 t_1 より载荷したときの任意時刻 t におけるクリープ係数は次のようになる。

$$\varphi(t-t_1) = \varphi_d(t-t_1) + \varphi_f(t) - \varphi_f(t_1) \quad (2)$$

次に、図-1に示すように、一定の持続応力が除荷されたとき、それまでに進行した遅れ弾性ひずみは、除荷後の時間の経過とともにすべて回復し、また、フローひずみは除荷後の進行はない。

渡辺・六車は除荷後の回復クリープの進行は遅れ弾性ひずみの基本曲線に相似であると仮定し、図-1に示すように時刻 t_1 より

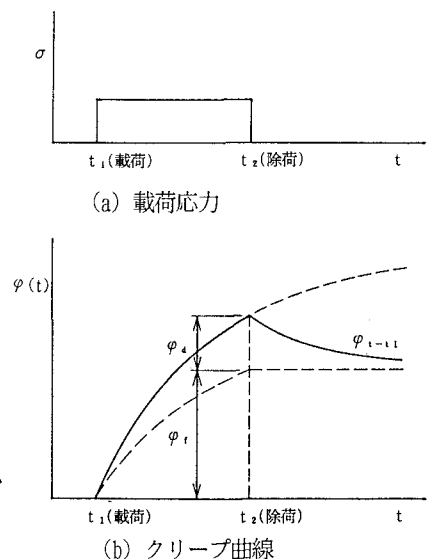


図-1 フロークリープと遅れ弾性クリープの和で表した除荷のあるクリープ曲線

載荷し、時刻 $t_2 (>t_1)$ で除荷したときの任意時刻 $t (>t_2)$ におけるクリープ係数を次式で表している。

$$\varphi(t-t_1) = \varphi_d(t_2-t_1) + \varphi_r(t_2) - \varphi_r(t_1) - \frac{\varphi_d(t-t_2)}{\varphi_{d\infty}} \varphi_d(t_2-t_1) \quad (3)$$

ここに、 $\varphi_{d\infty}$ ：遅れ弾性クリープ係数の最終値

2.2 持続応力が減少する場合の応力～ひずみ関係式

以上は、急激な荷重の除荷がある場合の任意の時刻におけるクリープ係数の表示方法であるが、一般に鋼材拘束を受けるコンクリート部材に持続荷重が作用すると、載荷と同時に応力が減少する。回復クリープは、連続的に減少する応力状態においても生ずると考えられることから、図-2の応力状態を設定し、載荷と同時に回復クリープが生じるものとして、コンクリートの応力～ひずみ関係式を導くことができる。その応力～ひずみ関係式を次に示す。図-2に示すように時刻 t_1 で一定持続応力 σ_{t_1} （圧縮を正）が作用し、その直後から連続的に減少する応力 $\Delta\sigma_{\tau-t_1}$ （圧縮を正）が作用すると仮定する。任意時刻 t に作用する応力 σ_{t-t_1} （ $<\sigma_{t_1}$ ）は

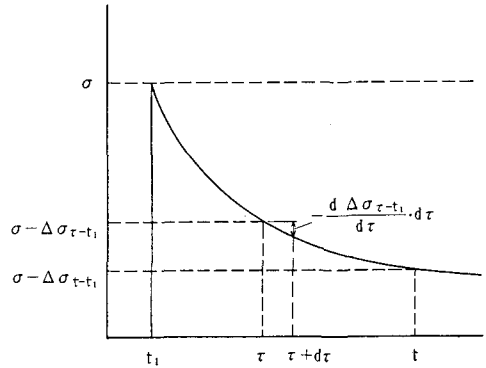


図-2 減少する応力の場合

$$\sigma_{t-t_1} = \sigma_{t_1} + \Delta\sigma_{t-t_1} \quad (4)$$

で表され、また、前述のクリープ係数式(3)に基づき、載荷時刻 t_1 より任意時刻 t までのひずみ変化量 $\Delta\varepsilon_{t-t_1}$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{t-t_1} &= \frac{\sigma_{t-t_1}}{E_c} \{ \varphi_d(t-t_1) + \varphi_r(t) - \varphi_r(t_1) \} + \frac{\Delta\sigma_{t-t_1}}{E_c} \\ &\quad - \frac{1}{E_c} \int_{t_1}^t \frac{d\Delta\sigma_{\tau-t_1}}{d\tau} \left\{ \varphi_d(\tau-t_1) - \varphi_d(\tau-t_1) \frac{\varphi_d(t-\tau)}{\varphi_{d\infty}} \right\} d\tau \\ &\quad - \frac{1}{E_c} \int_{t_1}^t \frac{d\Delta\sigma_{\tau-t_1}}{d\tau} \{ \varphi_r(\tau) - \varphi_r(t_1) \} d\tau \\ &= \frac{\sigma_{t_1}}{E_c} \varphi(t-t_1) + \frac{\Delta\sigma_{t-t_1}}{E_c} + \frac{1}{E_c} \int_{t_1}^t \Delta\sigma_{\tau-t_1} \frac{d\varphi(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau \\ &\quad - \frac{1}{E_c \varphi_{d\infty}} \int_{t_1}^t \Delta\sigma_{\tau-t_1} \frac{d\{ \varphi_d(\tau-t_1) \varphi_d(t-\tau) \}}{d\tau} d\tau \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、式(5)の第1項目は、初期応力 σ_{t_1} に対するクリープひずみ、第2項目は変動応力 $\Delta\sigma_{t-t_1}$ による弾性ひずみ、第3項目は変動応力に対するクリープひずみを表し、第4項目が回復クリープひずみを表している。

2.3 応力緩和を考慮したクリープ係数（ η ）を含む応力～ひずみ関係式^{8), 9)}

2.2に示した応力～ひずみ関係式を、Trost-Bazant法(T-B法)⁴⁾におけるリラクセーションの概念をとり入れた基礎式と同様の形式で表す。

ここで、時刻 t_1 から任意時刻 τ までの変動応力 $\Delta\sigma_{\tau-t_1}$ は、指数関数的に減少することが実験結果より知られており、次式に示すようにクリープ係数の進行と相似であると仮定する。^{3), 10)}

$$\Delta\sigma_{\tau-t_1} = \Delta\sigma_{t-t_1} \cdot \frac{\varphi(\tau-t_1)}{\varphi(t-t_1)} \quad (6)$$

式(6)を式(5)に代入すると、 $\Delta\varepsilon_{t-t_1}$ は次式のように整理できる。

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{t-t_1} &= \frac{\sigma_{t_1}}{E_c} \varphi(t-t_1) + \frac{\Delta\sigma_{t-t_1}}{E_c} \left[1 + \left\{ \int_{t_1}^t \frac{\varphi(\tau-t_1)}{\varphi(t-t_1)} \frac{d\varphi(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{\varphi_{d\infty}} \int_{t_1}^t \frac{\varphi(\tau-t_1)}{\varphi(t-t_1)} \frac{d\{\varphi_d(\tau-t_1)\varphi_d(t-\tau)\}}{d\tau} d\tau \right\} \right] \\ &= \frac{\sigma_{t_1}}{E_c} \varphi(t-t_1) + \frac{\Delta\sigma_{t-t_1}}{E_c} (1+\eta) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{ここに、} \eta = \int_{t_1}^t \frac{\varphi(\tau-t_1)}{\varphi(t-t_1)} \frac{d\varphi(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau - \frac{1}{\varphi_{d\infty}} \int_{t_1}^t \frac{\varphi(\tau-t_1)}{\varphi(t-t_1)} \frac{d\{\varphi_d(\tau-t_1)\varphi_d(t-\tau)\}}{d\tau} d\tau \quad (8)$$

この係数 η は、T-B法におけるリラクセーション関数と対応づけられ、応力緩和を考慮したクリープ係数を意味することがわかる。

ここで、クリープの進行を次式のように指数関数で表されるものと仮定する。^{1), 3)}

$$\left. \begin{aligned} \varphi_d(t) &= \varphi_{d\infty}(1 - e^{-k_1 t}), & \varphi_f(t) &= \varphi_{f\infty}(1 - e^{-k_2 t}) \\ \varphi(t-t_1) &= \varphi_{d\infty}\{1 - e^{-k_1(t-t_1)}\} + \varphi_{f\infty}(e^{-k_2 t_1} - e^{-k_2 t}) \end{aligned} \right\} \quad (9)_{1-3}$$

上式を式(8)に代入すると、 η は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{2} \varphi(t-t_1) + \frac{\varphi_{d\infty}}{\varphi(t-t_1)} \left[\varphi_{d\infty} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-2k_1(t-t_1)} - k_1 \cdot e^{-k_1(t-t_1)} \cdot (t-t_1) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \varphi_{f\infty} \left\{ \frac{k_1}{k_2-k_1} (e^{-k_2 t} - e^{-k_1(t-t_1)-k_2 t_1}) + \frac{k_1}{k_2+k_1} (e^{-k_2 t_1} - e^{-k_1(t-t_1)-k_2 t}) \right\} \right\} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

上式より、 $t=\infty$ の時の η は、

$$\eta = \frac{1}{2} \varphi(t-t_1) + \frac{\varphi_{d\infty}}{\varphi(t-t_1)} \left(\frac{1}{2} \varphi_{f\infty} + \frac{2k_1^2}{k_1^2 - k_2^2} \varphi_{f\infty} \cdot e^{-k_2 t_1} \right) \quad (11)$$

となり、回復クリープを無視する場合の η' は、式(11)の右辺第2項を除けば次式が得られる。

$$\eta' = \frac{1}{2} \varphi(t-t_1) \quad (12)$$

3. PC断面のクリープ解析

3.1 PC断面のひずみ分布

PC部材に持続応力が作用すると、コンクリート部には時間の経過とともにクリープひずみが生じ、PC鋼材のプレストレス力は徐々に減少する。クリープひずみは鉄筋によって拘束され、プレストレス力の減少

によって、回復クリープも生じることになる。

今、PC鋼材及び上側・下側鉄筋をそれぞれ1段ずつ配置した任意断面に、プレストレス力のみを作用させた場合を考える。プレストレス力 P_p を作用させた時、導入直後の時刻 t_1 および任意時刻 t ($> t_1$)におけるひずみ分布と応力分布は、図-3のように表される。ただし、断面力の符号は図に示す矢印の向きを正とする。図中の記号は次の通りである。

- ε_p 、 $\Delta \varepsilon_{p, t-t_1}$: それぞれ時刻 t_1 におけるPC鋼材のひずみ量と時刻 t までの変化ひずみ量
- ε_{r1} 、 $\Delta \varepsilon_{r1, t-t_1}$: それぞれ時刻 t_1 における下側鉄筋のひずみ量と時刻 t までの変化ひずみ量
- ε_{r2} 、 $\Delta \varepsilon_{r2, t-t_1}$: それぞれ時刻 t_1 における上側鉄筋のひずみ量と時刻 t までの変化ひずみ量
- P_c 、 $\Delta P_{c, t-t_1}$: それぞれ時刻 t_1 におけるコンクリート断面の軸力と時刻 t まで軸力変化量
- M_c 、 $\Delta M_{c, t-t_1}$: それぞれ時刻 t_1 におけるコンクリート断面の曲げモーメントと時刻 t までの曲げモーメント変化量
- P_p 、 $\Delta P_{p, t-t_1}$: それぞれ時刻 t_1 におけるPC鋼材の緊張力と時刻 t までの緊張力損失量
- P_{r1} 、 $\Delta P_{r1, t-t_1}$: それぞれ時刻 t_1 における下側鉄筋の軸力と時刻 t までの変化軸力
- P_{r2} 、 $\Delta P_{r2, t-t_1}$: それぞれ時刻 t_1 における上側鉄筋の軸力と時刻 t までの変化軸力
- A_p 、 A_{r1} 、 A_{r2} : それぞれPC鋼材、下側鉄筋および上側鉄筋の断面積
- y_{pv} 、 y_{r1v} 、 y_{r2v} : それぞれ鋼材換算断面図心軸からPC鋼材、下側鉄筋および上側鉄筋までの距離（ただし、図心軸から下方を正とする）

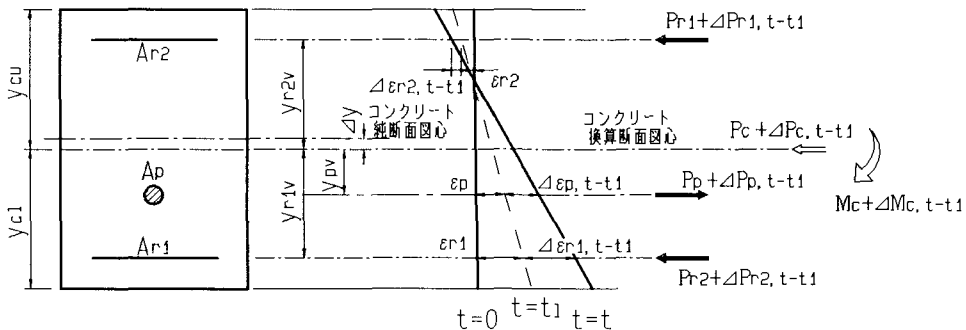


図-3 PC断面のひずみ分布

3.2 鉄筋のひずみ拘束を考慮したクリープ解⁶⁾

PC鋼材位置でのひずみの適合条件を考える。時刻 t_1 から時刻 t までに生じるPC鋼材のひずみ変化量 $\Delta \varepsilon_{p, t-t_1}$ は、次式で表せる。

$$\Delta \varepsilon_{p, t-t_1} = - \frac{\Delta P_{p, t-t_1}}{E_p A_p} \quad (\text{ただし } P_p \text{ および } \Delta P_{p, t-t_1} \text{ は、引張を正とする。}) \quad (13)$$

ここに、 E_p : PC鋼材の弾性係数

PC鋼材位置における時刻 t_1 から時刻 t までに生じるコンクリートのひずみ変化量 $\Delta \varepsilon_{c, t-t_1}$ は、式(5)より次式で表せる。

$$\Delta \varepsilon_{c, t-t_1} = \frac{1}{E_c A_v} (\Delta P_{p, t-t_1} - \Delta P_{r1, t-t_1} - \Delta P_{r2, t-t_1})$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{y_{pv}}{E_c I_v} (\Delta P_p, t-t_1 y_{pv} - \Delta P_{r1}, t-t_1 y_{r1v} + \Delta P_{r2}, t-t_1 y_{r2v}) \\
& + \left\{ \frac{1}{E_c I_v} (P_p - P_{r1} - P_{r2}) + \frac{y_{pv}}{E_c I_v} (P_p y_{pv} - P_{r1} y_{r1v} + P_{r2} y_{r2v}) \right\} \cdot \varphi(t-t_1) \\
& + \int_{t_1}^t \left\{ \frac{1}{E_c A_v} (\Delta P_p, \tau-t_1 - \Delta P_{r1}, \tau-t_1 - \Delta P_{r2}, \tau-t_1) \right. \\
& + \frac{y_{pv}}{E_c I_v} (\Delta P_p, \tau-t_1 y_{pv} - \Delta P_{r1}, \tau-t_1 y_{r1v} + \Delta P_{r2}, \tau-t_1 y_{r2v}) \left. \right\} \frac{d\varphi_d(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau \\
& + \int_{t_1}^t \left\{ \frac{1}{E_c A_v} (\Delta P_p, \tau-t_1 - \Delta P_{r1}, \tau-t_1 - \Delta P_{r2}, \tau-t_1) \right. \\
& + \frac{y_{pv}}{E_c I_v} (\Delta P_p, \tau-t_1 y_{pv} - \Delta P_{r1}, \tau-t_1 y_{r1v} + \Delta P_{r2}, \tau-t_1 y_{r2v}) \left. \right\} \frac{d\varphi_f(\tau)}{d\tau} d\tau \\
& - \frac{1}{\varphi_{d\infty}} \int_{t_1}^t \left\{ \frac{1}{E_c A_v} (\Delta P_p, \tau-t_1 - \Delta P_{r1}, \tau-t_1 - \Delta P_{r2}, \tau-t_1) \right. \\
& + \frac{y_{pv}}{E_c I_v} (\Delta P_p, \tau-t_1 y_{pv} - \Delta P_{r1}, \tau-t_1 y_{r1v} + \Delta P_{r2}, \tau-t_1 y_{r2v}) \left. \right\} \\
& \cdot \frac{d\{\varphi_d(\tau-t_1) \cdot \varphi_d(t-\tau)\}}{d\tau} d\tau
\end{aligned} \tag{14}$$

PC鋼材位置でのコンクリートのひずみとPC鋼材のひずみは等しいので、式(13)と式(14)より次式のよ
うに整理できる。

$$\begin{aligned}
& (\alpha_{ee} + \frac{1}{D_p}) \Delta P_p, t-t_1 - \alpha_{e1} \cdot \Delta P_{r1}, t-t_1 - \alpha_{e2} \cdot \Delta P_{r2}, t-t_1 \\
& + \int_{t_1}^t (\alpha_{ee} \cdot \Delta P_p, \tau-t_1 - \alpha_{e1} \cdot \Delta P_{r1}, \tau-t_1 - \alpha_{e2} \cdot \Delta P_{r2}, \tau-t_1) \frac{d\varphi(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau \\
& - \frac{1}{\varphi_{d\infty}} \int_{t_1}^t (\alpha_{ee} \cdot \Delta P_p, \tau-t_1 - \alpha_{e1} \cdot \Delta P_{r1}, \tau-t_1 - \alpha_{e2} \cdot \Delta P_{r2}, \tau-t_1) \\
& \cdot \frac{d\{\varphi_d(\tau-t_1) \cdot \varphi_d(t-\tau)\}}{d\tau} d\tau \\
& = -(\alpha_{ee} \cdot P_p - \alpha_{e1} \cdot P_{r1} - \alpha_{e2} \cdot P_{r2}) \cdot \varphi(t-t_1)
\end{aligned} \tag{15}$$

ここに、 E_c 、 E_r ：それぞれコンクリートおよび鉄筋の弾性係数

I_v ：コンクリート換算断面の図心軸に関する断面2次モーメント

$$\begin{aligned}
& D_c = E_c A_v, \quad D_p = E_p A_p, \quad D_1 = E_r A_{r1}, \quad D_2 = E_r A_{r2}, \quad K_c = E_c I_v \\
& \left. \begin{aligned} \alpha_{ee} &= \frac{1}{D_c} + \frac{y_{pv}^2}{K_c}, & \alpha_{e1} &= \frac{1}{D_c} + \frac{y_{pv} \cdot y_{r1v}}{K_c}, & \alpha_{e2} &= \frac{1}{D_c} - \frac{y_{pv} \cdot y_{r2v}}{K_c} \\ \alpha_{11} &= \frac{1}{D_c} + \frac{y_{r1v}^2}{K_c}, & \alpha_{12} &= \frac{1}{D_c} + \frac{y_{r1v} \cdot y_{r2v}}{K_c}, & \alpha_{22} &= \frac{1}{D_c} - \frac{y_{r2v}^2}{K_c} \end{aligned} \right\} \tag{16}_{1-11}
\end{aligned}$$

各鋼材に作用する力の変化量を式(6)と同様に、クリープの進行と相似であると、次式のように仮定する。³⁾

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{p, \tau-t_1} &= \Delta P_{p, t-t_1} \cdot \frac{\varphi(\tau-t_1)}{\varphi(t-t_1)}, & \Delta P_{r_1, \tau-t_1} &= \Delta P_{r_1, t-t_1} \cdot \frac{\varphi(\tau-t_1)}{\varphi(t-t_1)} \\ \Delta P_{r_2, \tau-t_1} &= \Delta P_{r_2, t-t_1} \cdot \frac{\varphi(\tau-t_1)}{\varphi(t-t_1)} \end{aligned} \right\} \quad (17)_{1-3}$$

式(17)を式(15)に代入して積分し、式(9)を用いて整理すると、次のように表せる。

$$\begin{aligned} a_{ee} \cdot \Delta P_{p, t-t_1} - a_{e1} \cdot \Delta P_{r_1, t-t_1} - a_{e2} \cdot \Delta P_{r_2, t-t_1} \\ = -(\alpha_{ee} \cdot P_p - \alpha_{e1} \cdot P_{r_1} - \alpha_{e2} \cdot P_{r_2}) \cdot \varphi(t-t_1) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{ここに、} a_{ee} = \alpha_{ee} + \frac{1}{D_p} + \alpha_{ee} \cdot \eta, \quad a_{e1} = \alpha_{e1} \cdot (1 + \eta), \quad a_{e2} = \alpha_{e2} \cdot (1 + \eta) \quad (19)_{1-3}$$

同様に下側鉄筋位置および上側鉄筋位置においても鉄筋とコンクリートのひずみの適合条件式を適用すれば、下側鉄筋位置では、

$$\begin{aligned} a_{e1} \cdot \Delta P_{p, t-t_1} - a_{11} \cdot \Delta P_{r_1, t-t_1} - a_{12} \cdot \Delta P_{r_2, t-t_1} \\ = (\alpha_{e1} \cdot P_p - \alpha_{11} \cdot P_{r_1} - \alpha_{12} \cdot P_{r_2}) \cdot \varphi(t-t_1) \end{aligned} \quad (20)$$

を、また、上側鉄筋位置では、

$$\begin{aligned} a_{e2} \cdot \Delta P_{p, t-t_1} - a_{12} \cdot \Delta P_{r_1, t-t_1} - a_{22} \cdot \Delta P_{r_2, t-t_1} \\ = (\alpha_{e2} \cdot P_p - \alpha_{12} \cdot P_{r_1} - \alpha_{22} \cdot P_{r_2}) \cdot \varphi(t-t_1) \end{aligned} \quad (21)$$

を、それぞれ得ることができる。

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} a_{11} &= \alpha_{11} + \frac{1}{D_1} + \alpha_{11} \cdot \eta, & a_{22} &= \alpha_{22} + \frac{1}{D_2} + \alpha_{22} \cdot \eta \\ a_{12} &= \alpha_{12} \cdot (1 + \eta) \end{aligned} \right\} \quad (22)_{1-3}$$

以上の式(18), (20) および(21)を $\Delta P_{p, t-t_1}$, $\Delta P_{r_1, t-t_1}$ および $\Delta P_{r_2, t-t_1}$ について解けば、クリープによるプレストレスト力の損失量ならびに鉄筋の軸力の変化量が得られる。

ここで、回復クリープを無視したときの各鋼材に作用する力の変化量は、式(12)で示したように、 η を $\eta' = \varphi(t-t_1)/2$ とすればよく、鉄筋のひずみ拘束を無視した場合のPC鋼材に作用する力の変化量 $\Delta P_{p, t-t_1}$ は、式(18)の鉄筋に関する項を取り除くと得られる。

また、両者とも無視した場合の解は、現行の道路橋示方書に示されているPC鋼材引張応力度の減少量の算出式と一致する。

3.3 数値計算例および考察⁷⁾

以上の式を用いて、鉄筋のひずみ拘束と回復クリープの影響を評価するため、数値計算を行った。PC鋼材を図心軸より下方に1段、鉄筋を上側および下側にそれぞれ1段ずつ配置した長方形断面に、プレストレスト力のみが作用する状態を考える。計算条件は表-1のとおりであり、下側鉄筋量は、表-2に示すように変化させる。クリープ係数は、プレストレス導入時材令28日の一般的数値 $\varphi = 2.0$ として設定した。

t , t_1 の単位は日とし、プレストレス導入時のコンクリート材令として、 $t_1 = 7$ 日, 21日, 84日の3ケースについて計算した。時刻 $t = \infty$ 時におけるPC鋼材の緊張力損失量、コンクリート応力度、および鉄筋応力度をそれぞれ、図-4、図-5および図-6に示す。各図において、上側・下側鉄筋の鉄筋比0%は鉄筋を無視して計算した結果を意味する。

表-1 計算条件

断 面 積	コンクリート	3000 cm ²
	P C 鋼 材	13.9cm ² (5-15.2φ×2本)
	鉄 筋	表-2 参照
弾 性 係 数	コンクリート	2.7 × 10 ⁵ kgf/cm ²
	P C 鋼 材	2.0 × 10 ⁶ kgf/cm ²
	鉄 筋	2.1 × 10 ⁶ kgf/cm ²
P C 鋼材の 導入緊張力	180 tf (90tf/本×2本)	
クリ-プ係数 ³⁾	$\varphi(t-t_1) = 0.4(1 - e^{-0.0514(t-t_1)})$ $+ 1.6(e^{-0.0197t_1} - e^{-0.0197t})$ $\varphi_{\infty} = 0.4, \quad \varphi_{t_{\infty}} = 1.6$ $k_1 = 0.0514, \quad k_2 = 0.0197$	

表-2 配置鉄筋量の種類

鉄筋 配置 ケース	鉄 筋 量 (cm ²)		鉄 筋 比 (%)	
	下 側 鉄 筋 A _{r1}	上 側 鉄 筋 A _{r2}	$\frac{A_{r1}}{A_c} \times 100$	$\frac{A_{r1}+A_{r2}}{A_c} \times 100$
(A)	0		0	0.127
(B)	6.335(5-D13)		0.211	0.338
(C)	9.930(5-D16)		0.331	0.458
(D)	14.325(5-D19)		0.478	0.604
(E)	19.355(5-D22)	3.801(3-D13)	0.645	0.772
(F)	25.355(5-D25)		0.845	0.971
(G)	32.120(5-D29)		1.071	1.197
(H)	39.710(5-D32)		1.324	1.450

計算の結果から明らかとなったことを以下にまとめる。

- 鉄筋のひずみ拘束を考慮した場合、鉄筋比に対する影響として次のことが言える。

P C 鋼材の緊張力損失量は、鉄筋比による影響が大きく、鉄筋比が大きくなるのに伴い、緊張力損失量の減少が顕著となる。しかし、コンクリートに作用する下縁圧縮応力度は、鉄筋比が大きくなる程著しく低下し、設計上不利な傾向であり、鉄筋のひずみ拘束の影響は無視できないものと判断できる。また、鉄筋比が大きくなる程、下側鉄筋の応力は減少し、逆に上側鉄筋の応力は増加する。この計算における荷重はプレストレスのみであるが、下側鉄筋が少ない時、プレストレスの影響で圧縮応力度はかなり大きくなる。

- 回復クリープがP C 鋼材の緊張力、コンクリート応力度、および鉄筋応力度に与える影響は、鉄筋の有無にかかわらず極めて小さい。回復クリープを考慮したP C 鋼材緊張力の損失量は、無視した場合よりも約1%～4%減少する程度であった。

- 緊張力導入時材令が早い程、鉄筋比がP C 鋼材の緊張力、コンクリート応力度、および鉄筋応力度に与える影響は大きくなる。

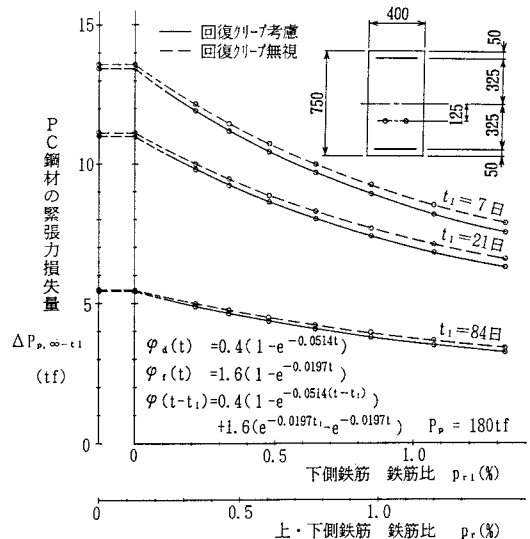


図-4 P C 鋼材の緊張力損失量に与える鉄筋比の影響

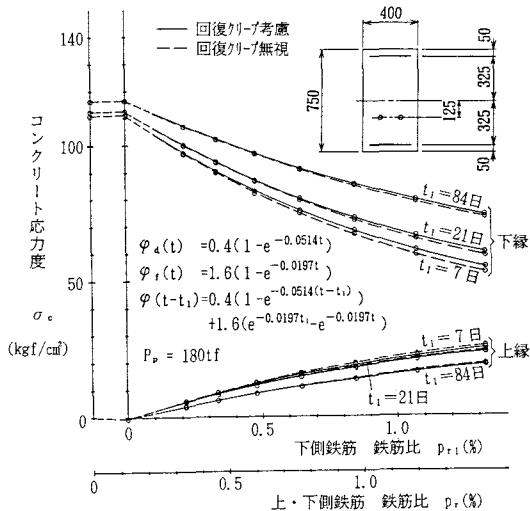


図-5 コンクリート応力度に与える鉄筋比の影響

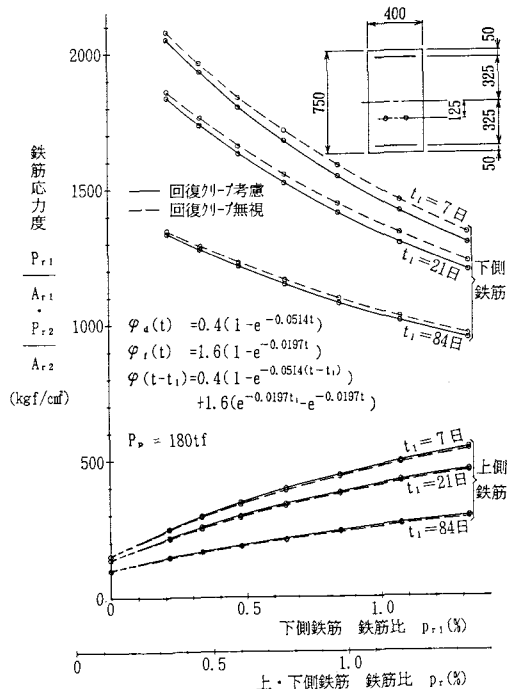


図-6 鉄筋応力度に与える鉄筋比の影響

4. PC部材のクリープ解析

ここでは、構造物全体のクリープ解析を容易にするため、本解析法の直接剛性法による解析式を示す。また、乾燥収縮の解析式については文献12)の方法によった。

そこでまず、いままでに述べたコンクリートの応力～ひずみ関係式を基に、鉄筋のひずみ拘束および回復クリープの影響を考慮した剛性マトリックスを誘導し、次に、プレストレスによるクリープに対する荷重項を示す。最後にこれらの解析式による数値計算を行い、慣用計算値との比較・考察を行う。

4. 1 鉄筋のひずみ拘束を考慮した部材解析

4. 1. 1 剛性マトリックス

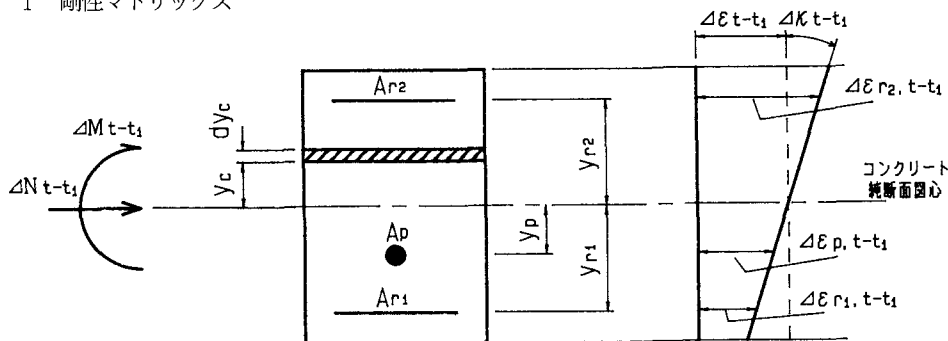


図-7 コンクリート純断面における作用力と変形

式(7)を参照して、ひずみ変動量と曲率変動量とによるつり合い式より、コンクリートの換算断面図心位置に作用する軸力並びに曲げモーメントの変化量は、図-7を参照してそれぞれ以下のように表される。¹²⁾

$$\left. \begin{aligned} \Delta N_{t-t_1} &= D_1 \Delta \varepsilon_{t-t_1} + D_2 \Delta \kappa_{t-t_1} - \Delta N_{d, t-t_1} \\ \Delta M_{t-t_1} &= D_2 \Delta \varepsilon_{t-t_1} + D_3 \Delta \kappa_{t-t_1} - \Delta M_{d, t-t_1} \end{aligned} \right\} \quad (23)_{1-2}$$

ここに、 $D_1 = E \varphi A_c + E_r \Sigma A_{r1} + E_r \Sigma A_{r2} + E_r \Sigma A_p$

$$D_2 = E_r \Sigma A_{r1} y_{r1} - E_r \Sigma A_{r2} y_{r2} + E_r \Sigma A_p y_p$$

$$D_3 = E \varphi I_c + E_r \Sigma A_{r1} (y_{r1})^2 + E_r \Sigma A_{r2} (y_{r2})^2 + E_r \Sigma A_p (y_p)^2$$

$$E \varphi = \frac{E_c}{1 + \eta}$$

$\Delta \varepsilon_{t-t_1}$: 載荷時刻 t_1 から任意時刻 t までにコンクリート換算断面図心位置に生じるひずみの変化量

$\Delta \kappa_{t-t_1}$: 載荷時刻 t_1 から任意時刻 t までにコンクリート換算断面図心位置に生じる曲率の変化量

$\Delta N_{d, t-t_1}$ 、 $\Delta M_{d, t-t_1}$: 荷重項

式(23)より、次の剛性方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta F &= K \varphi \Delta \delta - \frac{1}{1 + \eta} K \delta \varphi(t-t_1) \\ &= K \varphi \Delta \delta - \frac{1}{1 + \eta} P \varphi(t-t_1) \end{aligned} \quad (24)$$

$$K \varphi = \frac{1}{\ell} \begin{pmatrix} D_1 & 0 & -D_2 & -D_1 & 0 & D_2 \\ 0 & \frac{12}{\ell^2} (D_3 - \frac{D_2^2}{D_1}) & \frac{6}{\ell^2} (D_3 - \frac{D_2^2}{D_1}) & 0 & -\frac{12}{\ell^2} (D_3 - \frac{D_2^2}{D_1}) & \frac{6}{\ell^2} (D_3 - \frac{D_2^2}{D_1}) \\ -D_2 & \frac{6}{\ell} (D_3 - \frac{D_2^2}{D_1}) & 4D_3 - \frac{3D_2^2}{D_1} & D_2 & -\frac{6}{\ell} (D_3 - \frac{D_2^2}{D_1}) & 2D_3 - \frac{3D_2^2}{D_1} \\ -D_1 & 0 & D_2 & D_1 & 0 & -D_2 \\ 0 & -\frac{12}{\ell^2} (D_3 - \frac{D_2^2}{D_1}) & -\frac{6}{\ell^2} (D_3 - \frac{D_2^2}{D_1}) & 0 & \frac{12}{\ell^2} (D_3 - \frac{D_2^2}{D_1}) & -\frac{6}{\ell^2} (D_3 - \frac{D_2^2}{D_1}) \\ D_2 & \frac{6}{\ell} (D_3 - \frac{D_2^2}{D_1}) & 2D_3 - \frac{3D_2^2}{D_1} & -D_2 & -\frac{6}{\ell} (D_3 - \frac{D_2^2}{D_1}) & 4D_3 - \frac{3D_2^2}{D_1} \end{pmatrix} \quad (25)$$

ここに、 ΔF : 載荷時刻 t_1 から任意時刻 t までの材端力の変化量

$K \varphi$: 任意時刻 t における剛性マトリックス

$\Delta \delta$: 載荷時刻 t_1 から任意時刻 t までの材端変位の変化量

K : 載荷時刻 t_1 における剛性マトリックス

δ : 載荷時刻 t_1 における材端変位

式(24)の $K \varphi$ は、鉄筋のひずみ拘束と回復クリープとを考慮した剛性マトリックスである。

4. 1. 2 プレストレス力に対する荷重項

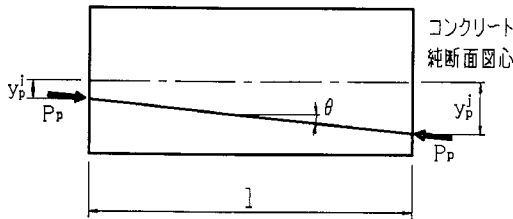


図-8 PC鋼材の配置

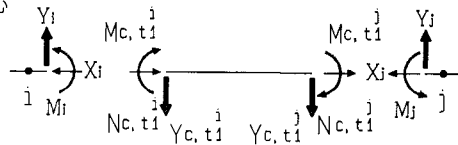


図-9 荷重項の正方向

プレストレス力に対する荷重項の誘導に関しては、鉄筋の影響を考慮する必要がある。ここで、図-8のようにPC鋼材を配置した場合、プレストレス導入直後 ($t=t_1$) ならびにクリープ解析時 ($t=t$) の荷重項は表-3のように表される。

表-3 プレストレス力に対する荷重項

	X_i	Y_i	M_i	X_j	Y_j	M_j
プレストレス導入時 ($t=t_1$)	N_{c, t_1}^i	$\frac{M_{c, t_1}^i + M_{c, t_1}^j}{\ell}$	M_{c, t_1}^i	N_{c, t_1}^j	$-\frac{M_{c, t_1}^i + M_{c, t_1}^j}{\ell}$	M_{c, t_1}^j
クリープ解析時 ($t=t$)	$\frac{\varphi(t-t_1)}{1+\eta} \times N_{c, t_1}^i$	$\frac{\varphi(t-t_1)}{1+\eta} \times \frac{M_{c, t_1}^i + M_{c, t_1}^j}{\ell}$	$\frac{\varphi(t-t_1)}{1+\eta} \times M_{c, t_1}^i$	$\frac{\varphi(t-t_1)}{1+\eta} \times N_{c, t_1}^j$	$\frac{\varphi(t-t_1)}{1+\eta} \times \frac{M_{c, t_1}^i + M_{c, t_1}^j}{\ell}$	$\frac{\varphi(t-t_1)}{1+\eta} \times M_{c, t_1}^j$

ここで、表-3内の N_{c, t_1} ならびに M_{c, t_1} は式(26)で表され、これらの正方向は図-9のとおりである。

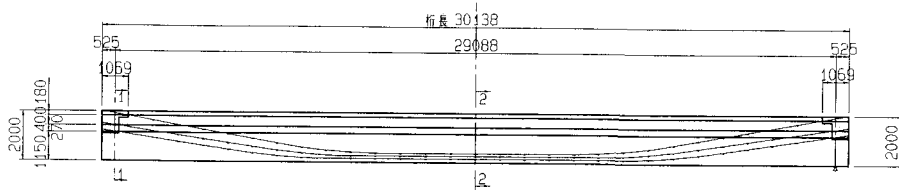
$$\left. \begin{aligned} N_{c, t_1}^i &= P_p \cdot \cos\theta - P_{r1}^i - P_{r2}^i, \quad N_{c, t_1}^j = -(P_p \cdot \cos\theta - P_{r1}^j - P_{r2}^j) \\ M_{c, t_1}^i &= -(P_p \cdot \cos\theta y_{pv}^i - P_{r1}^i y_{r1v} + P_{r2}^i y_{r2v}), \quad M_{c, t_1}^j = P_p \cdot \cos\theta y_{pv}^j - P_{r1}^j y_{r1v} + P_{r2}^j y_{r2v} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

また、鉄筋のひずみ拘束を無視した場合の解析は、以上に述べた式から鉄筋に関する項を除けばよい。

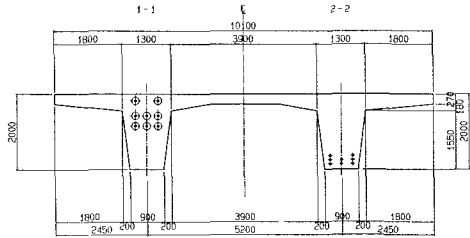
4. 2 数値計算例および考察

すでに述べた剛性マトリックスおよび荷重項を用いて回復クリープならびに鉄筋のひずみ拘束が部材の応力・変形状に与える影響を評価するため、数値計算を行った。ここで、対象とした部材は図-10および11に示す単純桁および3径間連続桁であり¹¹⁾、それらの解析結果と慣用計算値とを比較し考察を加える。

(1) 対象部材

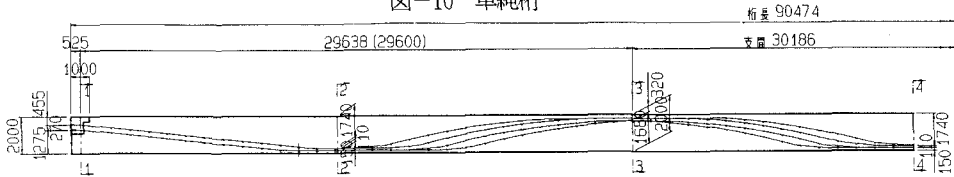


(a) 側面図

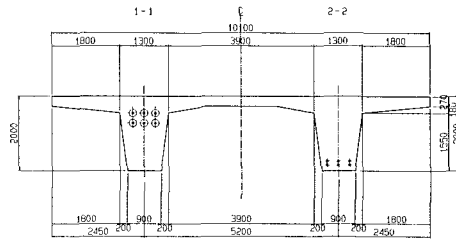


(b) 断面図

図-10 単純桁



(a) 側面図



(b) 断面図

図-11 3径間連続桁

(2) 計算条件

計算条件は表-4に示すように、単純桁と3径間連続桁とも同値とする。

表-4 計算条件

弾性係数	コンクリート	$2.95 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$	クリープ係数	遅れ弾性 クリープ係数	0.4
	P C 鋼材	$2.00 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$		フ ロー クリープ係数	2.2
	鉄筋	$2.10 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$			

計算は、 $t = 7$ 日、30日、90日（後死荷重載荷前）、90日（後死荷重載荷後）、180日、365日および10000日の7ケースで行った。なお、弾性係数、断面2次モーメント、P C鋼材緊張量、死荷重および後死荷重等は、設計計算値を用いた。¹¹⁾ また、各クリープ係数は設計計算値 $\phi = 2.6$ に基づき設定した。

(3) 解析結果

i) 単純桁

桁中央におけるP C鋼材の緊張応力の経時変化を図-12に、また、コンクリート応力度を図-13に示す。これらよりP C鋼材の緊張応力の変化量は、回復クリープを無視した方が考慮した値に比べ大きくなっているが、その影響はごく僅かである。しかし鉄筋のひずみ拘束の影響に関しては、これを無視した値は考慮した値に比べかなり大きいことがわかる。また、コンクリート応力度に対しても同様の結果が現れる。

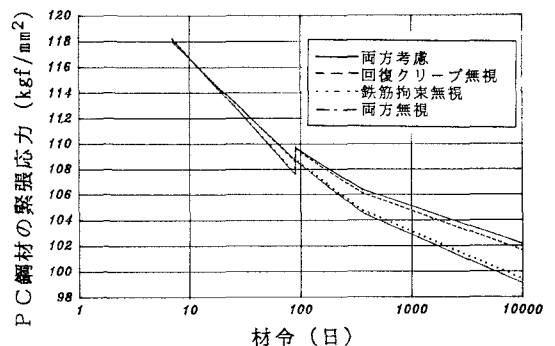


図-12 桁中央位置でのP C鋼材の緊張応力

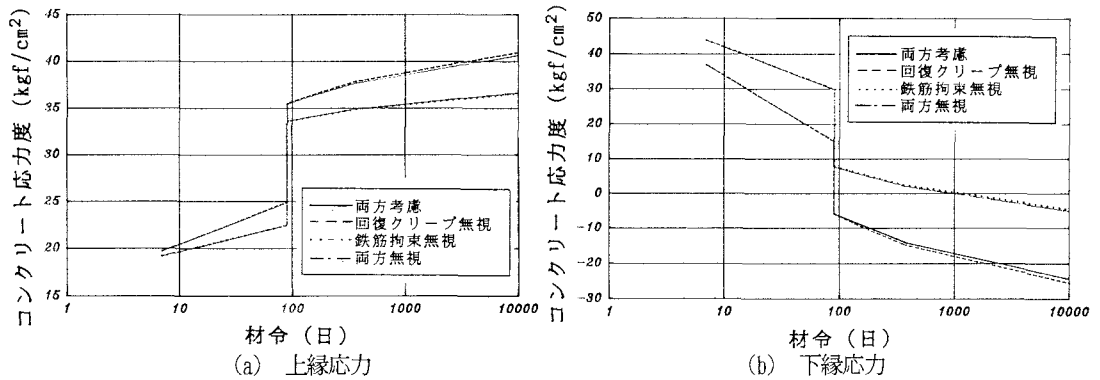


図-13 コンクリート応力（桁中央）

ii) 3 径間連続桁

中間支点位置における PC 鋼材の緊張力の経時変化を、図-14に示す。また、中間支点位置におけるコンクリート応力度を、図-15に示す。これらと単純桁で得られた結果とを比較すると、回復クリープと鉄筋のひずみ拘束の影響共、単純桁で得られた結果と同様の傾向であることがわかる。

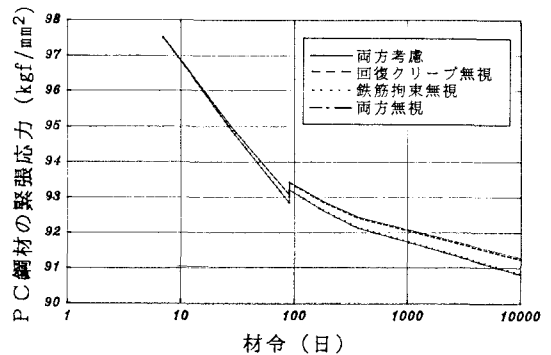


図-14 中間支点位置での PC 鋼材の緊張応力

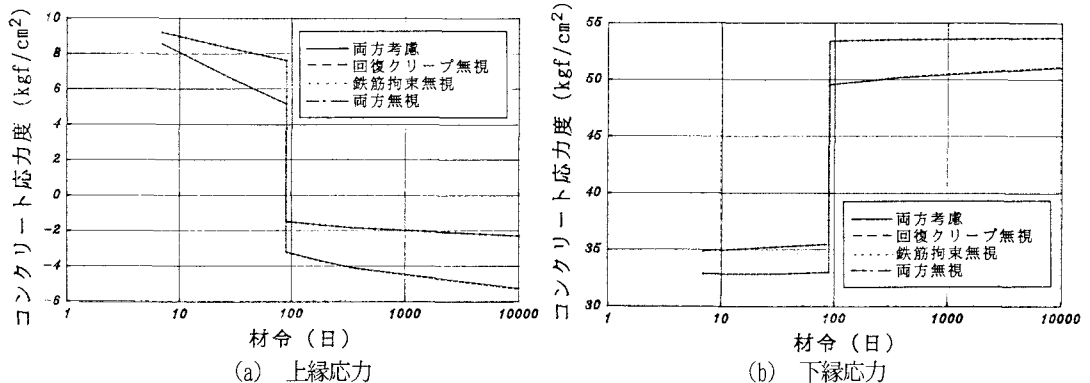


図-15 コンクリート応力（中間支点）

以上の解析結果より、PC 部材のクリープ解析に及ぼす回復クリープ並びに鉄筋のひずみ拘束の影響に対して、次のことがいえる。

- 1) 回復クリープの影響は先の PC 断面に対する数値計算結果と同様、単純桁、連続桁に関わらずごく僅かである。
- 2) 一方、鉄筋のひずみ拘束が、クリープ解析に及ぼす影響は大きく、本計算例の PC 鋼材の緊張力の結果において、最大 18% 程度の差がみられた。

5. あとがき

本研究では、コンクリートの回復クリープを正確に考慮した渡辺・六車式に基づき、部材内に配置された鉄筋によるひずみ拘束を考慮したP C部材の厳密なクリープ解を示した。さらに、種々の数値計算を行い考察した結果、回復クリープの影響は少ないが、鉄筋によるひずみ拘束の影響は、現行の道路橋示方書の式による解に対して危険側となり、鉄筋によるひずみ拘束を無視したクリープ解析は設計上好ましくないことを明らかにした。

今後は、他の構造形式についても解析を実施し、さらに回復クリープと鋼材拘束の影響について検討する予定であり、また、実験結果と本解析値との比較・検討等も今後の課題であると考えている。

参 考 文 献

- 1) Neville, A.M. , Dilger, W.H. and Brooks, J.J. : Creep of Plain and Structural Concrete, Construction Press, 1985.
- 2) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅰ共通編、丸善、1990年2月。
- 3) 渡辺 誠一・六車 照：コンクリートのクリープひずみに関する一考察、日本建築学会構造系論文報告集、第402号、1989年8月。
- 4) Trost, H. : Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsproblem bei Beton und Spannbeton, Beton- und Stahlbetonbau 62, H.10/11, 1967.
- 5) 中井 博・栗田章光：鋼・コンクリート合成構造のクリープ・乾燥収縮解析における種々の基礎式に関する一考察、土木学会構造工学論文集、Vol. 36A、1990年3月。
- 6) 新平 信幸・安田 穰・栗田 章光：回復クリープと鉄筋のひずみ拘束を考慮したP C部材のクリープ解析、土木学会関西支部年次学術講演会 1991年3月。
- 7) 新平 信幸・安田 穰・栗田 章光：回復クリープと鉄筋のひずみ拘束を考慮したP C部材のクリープ解析（続）、土木学会第46回年次学術講演会 1991年9月。
- 8) 中谷 武弘・栗田 章光・新平 信幸・安田 穰：P C桁のクリープ解析に関する一考察、土木学会関西支部年次学術講演会 1992年5月。
- 9) 中谷 武弘・栗田 章光・新平 信幸・安田 穰：P C桁のクリープ解析におけるリラクセーション係数の影響、土木学会第47回年次学術講演会、1992年9月。（投稿中）
- 10) 住友金属工業株式会社・大阪市立大学橋梁研究室・大阪工業大学橋梁研究室：コンクリートを充填した鋼管柱のクリープに関する実験的研究、1990年3月。
- 11) 堺 道夫・青山實伸・酒井秀昭・井谷計男：P R C連続2主版桁橋の設計方法について、プレストレストコンクリートVol. 32No. 4、プレストレストコンクリート技術協会、1990年。
- 12) 中谷 武弘：回復クリープと鉄筋のひずみ拘束を考慮したプレストレストコンクリート部材のクリープ解析、大阪工業大学修士論文、1992年1月。

(1992年9月21日受付)