

不等曲げを受ける集成木材はりの
横座屈解析と実験

ANALYSIS AND TESTS FOR LATERAL BUCKLING OF GLUED LAMINATED TIMBERS UNDER MOMENT GRADIENT

長谷部 薫^{*}, 薄木 征三^{**}

By Kaoru HASEBE and Seizo USUKI

This paper presents the lateral stability of glued laminated timber beams with rectangular cross section under moment gradient. Using the incremental virtual work principle, the elastic lateral buckling moment for simply supported glued laminated timber beam is given. Lateral buckling tests are done with simply supported beams under moment gradient. Wood species of tested glued laminated timber beams is Akita cedar. Experimental values of lateral buckling moment are compared with the numerical solutions. The mean value of differences is within 7 %, and the elastic buckling moment for glued laminated timber beams can be evaluated by calculations.

1. まえがき

集成材は1900年代初期にドイツで始めて製作され、接着剤ならびに集成材製作技術の進歩とともに発達し、建築はもとより欧米では橋梁や造船など広範囲にわたり用いられている。わが国でも集成材のはりやアーチのように大断面で、かつはりの幅に対して高さの大きい部材を用いて大スパン構造物が建てられるようになってきたが、このようなはりには横安定性が低く、水平方向の曲げとねじりを伴う横座屈を起こしやすくなる。はりの横座屈について、鋼構造に関しては多くの研究が報告されているが、木構造に関するものは少なくわが国ではまだ体系化できる段階に達していない。日本建築学会制定の木構造計算規準・同解説¹⁾では、アメリカ(AASHTO²⁾、NDS³⁾)およびカナダ(OHBDC⁴⁾)の規準に採用されている方法を採用し、横座屈による許容曲げ応力度の低減率を導入しているが、わが国でもはりの横座屈に関する資料を蓄積して独自の設計規準を作成することが必要であると思われる。

アメリカおよびカナダの横座屈に関する設計規準は、Hooleyら⁵⁾の研究成果が基本となっている。Hooleyらは、集成材を使用した単純ばりと片持ばりの横座屈について、理論的および実験的研究を行い細長比と有

* 工博 秋田大学講師 鉱山学部土木環境工学科(〒010 秋田市手形学園町1-1)

** 工博 秋田大学教授 鉱山学部土木環境工学科(同 上)

効座屈長を提示しているが、座屈前の鉛直面内たわみの項で面内と面外曲げに対する集成材のヤング係数を等しいとし、曲げねじりの影響は考慮していない。Fowler⁶⁾は、NDSの設計基準に基づいていくつかの設計資料を示している。また、Zahnら^{7)・8)}は床構造や屋根における木材はりの横安定問題について報告している。山本ら⁹⁾は小断面の角材を用いて片持ばりの横座屈試験を行い、鋼構造のはりの設計で用いられている横座屈荷重を求める計算式が木質はりに適用できることを示し、細長比を定義しているが座屈前の鉛直面内たわみと曲げねじり剛性は考慮していない。辻野¹⁰⁾は有限要素法を用いて木材はりの横座屈解析を行い、横断面の設計限界条件について考察を行っている。玉置ら¹¹⁾は大断面集成材を用いて片持ばりの横座屈実験を行い、鋼はりの設計で用いられている弾性座屈理論に基づいて大断面集成材の座屈耐力を概ね評価できることを示している。また、フランジにLVL (Laminated Veneer Lumber)を用いウェブに合板を用いたI形はりの横座屈についても報告されている¹²⁾。

単純ばりの両端に等曲げモーメントを受ける集成材はりの横座屈については既に報告しているが¹³⁾、ここでは、両端に曲げモーメントを受けるはりにおいて一般的な荷重状態であるモーメント勾配を有する初期ねじれ等の初期不整のない木質はりを対象に、横座屈に関する固有値解析と、スギ集成材を用いて模型実験を行った。解析方法は仮想仕事の原理に増分理論を適用し、座屈直前の変形を考慮した不等曲げを受けるはりの横座屈荷重を求めた。

2. 解析方法

安定なつり合い状態 Q_n から同じ荷重状態で、 Q_n 状態と少しだけ異なった安定なつり合い状態 Q_{n+1} がある場合の、 Q_{n+1} 状態での仮想仕事の原理に、図-1の右手系直交座標系に対する直線部材の変位場¹⁴⁾とひずみを代入すると、座屈前と座屈後の変位支配方程式が得られる。ここで、座屈前の Q_n 状態で、部材軸線の面外変位(面内： $y-z$ 面)は零とし、 Q_{n+1} 状態での変位増分は十分小さく、増分の2次まで考慮する。

図-2のように、単純ばりの両端に不等曲げモーメント荷重 M と κM ($\kappa < 1$) が作用する場合、座屈前の支配方程式より座屈前の鉛直面内たわみは

$$v_{,0}'''' = - \frac{M_{x,0}}{E_x I_x} \quad (1)$$

ここで $v_{,0}$ は原点 o の y 方向の変位、上指標 0 は Q_n 状態、 $'$ は z に関する微分を表し、 $E_x I_x$ は x 軸まわりの曲げ剛性である。また

$$M_{x,0} = M \left\{ 1 - \frac{(1-\kappa)z}{L} \right\} \quad (2)$$

座屈後の変位支配方程式は

$$\{ E_y I_y (u_{,0}'' + v_{,0}'' \theta) \}'' + M_{x,0} \theta'' = 0 \quad (3)$$

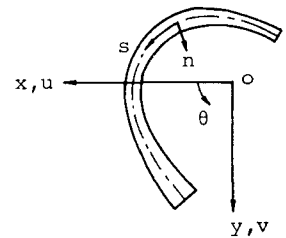


図-1 座標系

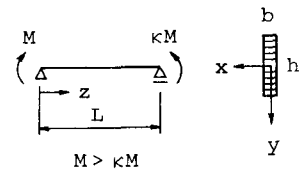


図-2

$$(E_w C_w \theta'')'' - G J_T \theta'' - \frac{M_x \circ^2 \theta}{E^* I^*} = 0 \quad (4)$$

ここで u_x は原点 o の x 方向の変位、 θ は断面のねじり角、上指標 $\circ$ を付さない量は Q_n 状態から Q_{n+1} 状態への増分量、 $E_y I_y$ は y 軸まわりの曲げ剛性、 $G J_T$ はねじり剛性、 $E_w C_w$ は曲げねじり剛性であり、長方形断面の場合 $J_T = b^3 h^3 / 3$ 、 $C_w = b^3 h^3 / 144$ である (図-2 参照)。また

$$E^* I^* = \frac{E_x E_y I_x I_y}{E_x I_x - E_y I_y} \quad (5)$$

横ねじりに対してねじり角を次式により仮定する。

$$\theta = a \sin \frac{\pi z}{L} \quad (6)$$

ここで a は未定係数である。固有値問題の近似解法として Galerkin の方法を用いると、式 (6) の近似関数を代入した式 (4) と $\sin(\pi z/L)$ が直交する条件より

$$\int_0^L \left\{ (E_w C_w \theta'')'' - G J_T \theta'' - \frac{M_x \circ^2 \theta}{E^* I^*} \right\} \sin \frac{\pi z}{L} dz = 0 \quad (7)$$

が成立する。式 (7) の積分計算を実行し、 a の係数が零より M の 2 次式が得られ、次の座屈モーメントが求まる。

$$M = \beta \frac{\pi}{L} \sqrt{E^* I^* G J_T \left(1 + \frac{E_w C_w \pi^2}{G J_T L^2} \right)} \quad (8)$$

ここで

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{0.2827 \kappa^2 + 0.4347 \kappa + 0.2827}} \quad (9)$$

であり、Djalaly¹⁵⁾ が示したそり自由の単純支持はりに対する式と β は一致する。式 (9) で $\kappa = 1$ のとき $\beta = 1$ となり、式 (8) は等曲げモーメントが作用するときのはりの横座屈モーメント (換算モーメント) になることより、 β は換算モーメントに対する不等曲げを受ける場合の換算係数を表す。また、式 (8) で $\beta = 1$ 、 $E_x = E_y$ とし、曲げねじり剛性を無視すると Hooley ら⁵⁾ が用いた座屈モーメントと一致する。

式 (9) は式 (6) の座屈モードを表す級数項の 1 項だけを用いて得られたものであるが、級数項の第 2 項以上を採用して求めた Salvadori¹⁶⁾ と、単純支持とそり拘束の中間支持条件に対して提案された Djalaly¹⁵⁾ の近似式と比較すると図-3 のようになり、ここで示した式 (9) は $\kappa \geq 0$ の荷重状態に対しては実用上十分なものと考えられる。

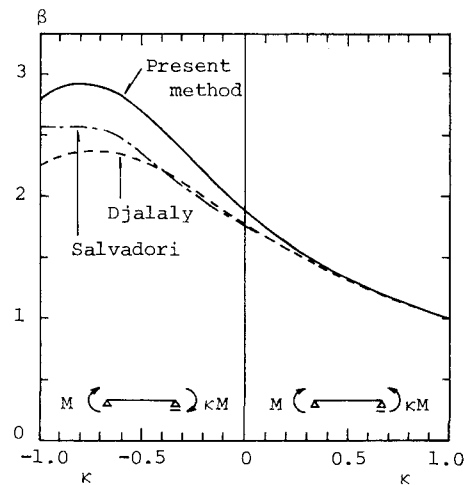


図-3 κ と β の関係

3. 模型実験

(1) 実験方法

模型実験で用いた試験体は基本断面が3 x 24cmの長方形断面で、2 cm厚の秋田杉のひき板12枚をレゾルシノール樹脂接着剤で接着積層した集成材である。図-4に示すように長さ5 mの試験体を単純支持し、H形鋼を介して電動ジャッキで集成材の支点からの張出部aに2点同時載荷させ不等曲げモーメント荷重($\kappa = 0.5$)とした。支間Lは4 mと3 mとし、5本の試験体を用いて10ケースの実験を行った。試験体の諸量を表-1に示しているが、実測の結果初期ねじれと水平曲がりの初期不整はほとんど見られなかった。図-4に示すように、載荷部と支点部は半円柱の鋼と鋼板を用いてめり込みを防止し、支点上でも半円柱の鋼を用いてねじりを拘束している。実験測定量は、支間中央における垂直変位、水平変位、支点部の支点変位および直ひずみであり、ダイヤルゲージと箔ひずみゲージを用いて測定を行った。水平変位の測定位置は、断面の重心軸と重心軸から上下9 cmの3箇所とし、水平変位よりねじり角を求めた。

(2) ヤング係数の測定

集成材の積層面が荷重方向と直交する場合の繊維方向のヤング係数 E_x は、単純ばりの両端に等曲げモーメント荷

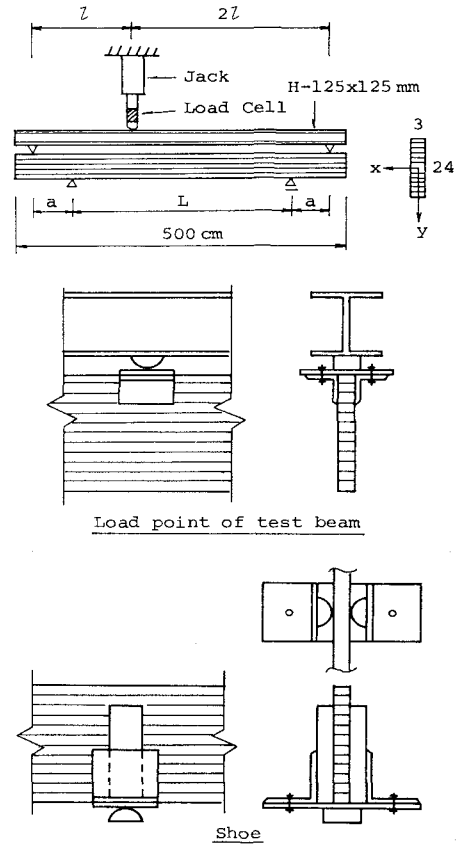


図-4 載荷方法及び支点部

表-1 断面諸量と座屈モーメント

Case	L (cm)	a (cm)	I_x (cm^4)	I_y (cm^4)	J_T (cm^4)	C_w (cm^6)	E_x (kg/cm^2)	E_y (kg/cm^2)	G (kg/cm^2)	M_{ex} (kgcm)	Mcal (kgcm)	$\frac{M_{ex}}{Mcal}$
1	400	40	3621	56.32	225	2770	95654	88778	7025	30800	29604	1.040
2	400	40	3734	56.40	226	2838	112255	99540	7452	33400	32332	1.033
3	400	40	3634	56.19	225	2771	105606	95875	7346	35840	31361	1.143
4	400	40	3727	56.20	225	2827	113326	99267	6283	30520	29578	1.032
5	400	40	3620	55.90	224	2755	111517	96372	7475	31893	31583	1.010
6	300	59	3621	56.32	225	2770	90726	89175	7025	44781	39721	1.127
7	300	59	3734	56.40	226	2838	109249	100741	7452	46079	43560	1.058
8	300	59	3634	56.19	225	2771	107161	95340	7346	45017	41860	1.075
9	300	59	3727	56.20	225	2827	113100	98448	6283	38763	39467	0.982
10	300	59	3620	55.90	224	2755	103184	94930	7475	50917	41965	1.213
Mean			3667	56.20	225	2792	106178	95847	7116			1.071

重を作用させて支間中央のたわみを求め、支間中央における垂直変位の式より求めた¹³⁾。等曲げモーメント荷重故にはりのせん断力は零となり、表-1に示した E_x は真のヤング係数となっている。

集成材の積層面が荷重方向と平行する場合の繊維方向のヤング係数 E_y は、支間を4 m、3 mとし、支間中央に集中荷重を作用させて支間中央の変位を測定し、曲げによる変位の式を用いて求めた。ここで、支間と桁高の比 $L/h = 200/3 = 66.7 > 18$ ¹⁷⁾で、変位に及ぼすせん断変形の影響は0.3%程度であり、せん断力の影響を考慮せずに E_y を求めた。表-1より E_x/E_y は平均で1.11であり、特級のスギ集成材に対する1.13¹⁾とほぼ等しい値である。なお、それに関するヤング係数 E_w は E_x と E_y の相乗平均と仮定し $E_w = \sqrt{E_x \cdot E_y}$ とした。

(3) せん断弾性係数の測定

木材のせん断弾性係数 G は、アメリカ材料学会(ASTM)¹⁸⁾によると、ねじり試験か曲げ試験を行うことにより求めることができ、ここでは曲げ試験を行って G を求めた¹³⁾。6本の試験体に対する G を表-1に示しているが、 E_y/G の平均値は13.5でスギ集成材に対する計算規準値¹⁾の15より10%小さな値となっている。

(4) 横座屈実験結果

図-5は、支間3 mで支点からの張出部 $a = 59$ cmの点に2点集中荷重を作用させ不等曲げモーメント荷重としたときの、ケース9桁の荷重 P と支間中央における重心の水平変位 u および垂直変位 v との関係を示したものである。図中の実線は垂直変位の弾性解析値である。図より、横座屈荷重 $P_{cr} = 593$ kgにH形鋼と載荷器具の重量64 kgを加算すると座屈モーメント M_{ex} は $657 \text{ kg} \times 59 \text{ cm} = 38763 \text{ kgcm}$ となり、表-1に示すように式(8)から得られる値39467 kgcmとほぼ同じ値である。なお、荷重-変位曲線から座屈荷重を求める方法として、山本ら⁹⁾と同様に、荷重 P と水平変位の二乗の関係曲線より座屈荷重を決定した。

図-6は、ケース5桁の荷重 P と支間中央におけるねじり角 θ の関係を示したものであり、図-5に示した $P-u$ 曲線とほぼ等しい傾向を示している。図より、座屈前は面外変位がほとんど生じないが、ある限

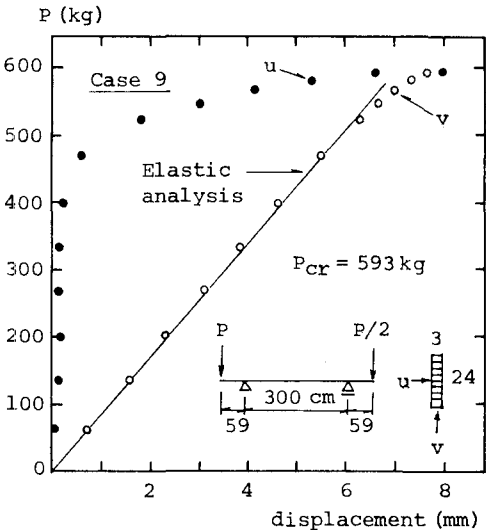


図-5 荷重-変位関係

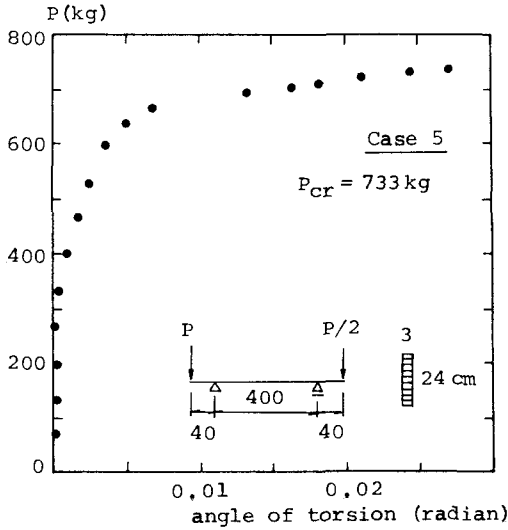


図-6 荷重-ねじり角関係

界を越えると水平方向の変位が生じ、わずかな荷重の増加に対しても水平方向へ大きく変形しねじり角が大きくなるのがわかる。

図-7は、ケース8桁の荷重 P と支間中央における直ひずみの関係を示したものである。図中の実線は弾性解析値である。図より、図中の上縁部3の直ひずみは、荷重がある限界に達するまではほぼ直線関係の引張ひずみとなっているが、その限界を越えると、水平方向へのねじりを伴う曲げによって圧縮ひずみが卓越するのがわかる。

10ケースの実験ともに弾性状態で座屈が生じており、表-1に実験値と計算値の比較を示している。表より実験値と式(8)から得られる弾性座屈理論値との比は0.98~1.21の範囲で良い対応を示しており、弾性状態において不等曲げを受ける集成材はりの横座屈耐力は式(8)ではほぼ評価できると思われる。なお、実験値が理論値よりやや上まわっているが、図-4で示した試験装置では載荷部の横方向への移動が拘束されるため、その影響が現れていると考えられる。

木構造計算規準¹⁾によると、断面寸法と支間で曲げ材の横座屈細長比 C_k が与えられ、 C_k の値によって横座屈が生じないはり、非弾性域で横座屈するはりとは弾性域で横座屈するはりに分類される。10ケースの実験結果について、実験値と式(8)から得られる計算値の比 M_{ex}/M_{cal} と C_k の関係を図-8に示す。図よりここで用いた試験体の場合、全て弾性域で横座屈するはりとなっており、計算値と実験値の適合性が高いことがわかる。図中の C_k は横座屈係数で、 $C_k=0.8\sqrt{E_y/f_{bx}}$ で与えられ、 f_{bx} は x 軸に関する許容曲げ応力度である。特級のスギ集成材に対する $E_y=80000\text{kg/cm}^2$ と $f_{bx}=135\text{kg/cm}^2$ を用いると $C_k=19$ となる。

座屈モーメントに及ぼす座屈前の鉛直面内たわみの影響は、式(8)で E^*I^* を E_yI_y に置き換えることにより評価でき、等曲げモーメント荷重を受けるはりの場合¹³⁾と同様に、この影響を考慮した場合と無視した場合の座屈モーメントの比は E_yI_y/E_xI_x で支配され、 E_yI_y/E_xI_x が大きくなるとその影響も大きくなるが、鉛直面内たわみの影響が大きく現れるのは非弾性域で横座屈するはりの範囲であり、弾性域で横座屈するはりに対してはその影響は無視できる程度となっている。また、鉛直面内たわみの項でヤング係数の差の影響は無視できる程度である。さらに、座屈モーメントに及ぼす曲げねじり剛性の影響は、長方形断面の場合 h/L で支配され、支間が短く高さが大きい程その影響も大きくなるが、ここで用いた試験体の支間と断面寸法に対し座屈荷重に及ぼす曲げねじりの影響

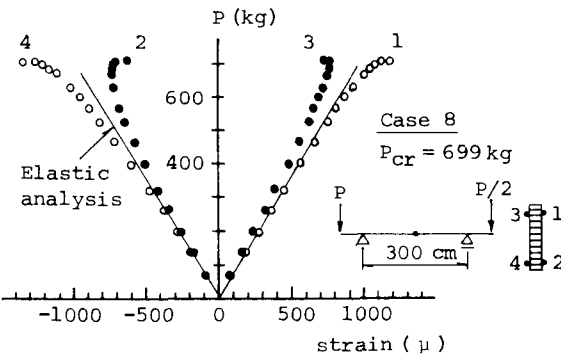


図-7 荷重-直ひずみ関係

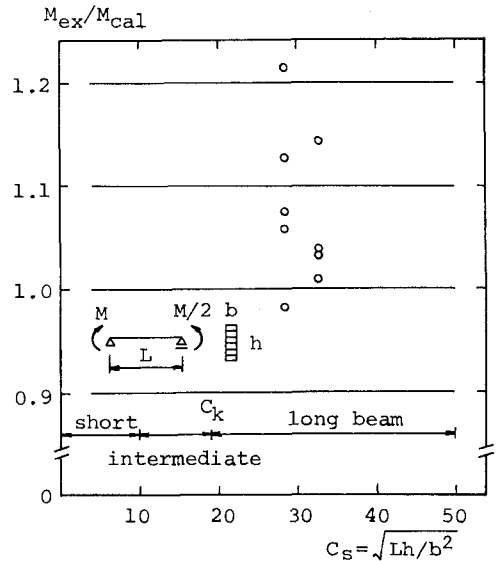


図-8 M_{ex}/M_{cal} と細長比の関係

は最大で2%、鉛直面内たわみの影響も1%と小さくこれらを見捨てても実験値を評価できる結果となっている。

4. あとがき

不等曲げを受ける木質はりの横座屈解析を行い、座屈前の鉛直面内たわみの影響を考慮できる横座屈モーメントを求めた。集成材をはりとした場合、面内曲げと面外曲げに対するヤング係数が異なり、この影響も考慮できる表示式となっている。ここで、座屈モーメントに含まれる換算係数 β は、級数項の第1項だけを用いて得られたものであるが、はりの両端に作用するモーメントの比 κ が $0 \leq \kappa < 1$ の荷重状態に対しては実用上十分なものと思われる。

秋田杉集成材を使用し、単純ばりの両端に不等曲げモーメント荷重を作用させて模型実験を行った。5本の試験体を用いた10ケースの実験結果は弾性座屈理論値と良い対応を示しており、ここで示した理論値で弾性状態における集成材はりの横座屈耐力をほぼ評価できることが認められた。模型実験で用いた試験体の場合、座屈荷重に及ぼす鉛直面内たわみの影響は1%、曲げねじりの影響も2%と小さくこれらを見捨てても実験値を評価できる結果となっている。座屈モーメントに及ぼす曲げねじり剛性の影響は、長方形断面の場合支間が短く高さが大きい程その影響が大きくなり、また、非弾性域で横座屈するはりの場合鉛直面内たわみの影響を見捨てできなくなるが、これらについては今後の課題としたい。

参考文献

- 1) 日本建築学会：木構造計算規準・同解説，1988.
- 2) American Association of State Highway and Transportation Officials：Standard Specifications for Highway Bridges, 13th edition, 1983.
- 3) National Forest Products Association：National Design Specification for Wood Construction, Washington, D.C., 1986.
- 4) Ontario Ministry of Transportation and Communications：Ontario Highway Bridge Design Code, Downsview, Ontario, Canada, 1983.
- 5) Hooley, R.F. and Madsen, B.：Lateral Stability of Glued Laminated Beams, Jour. of the Struct. Division, ASCE, Vol.90, No.ST3, pp.201-218, 1964.
- 6) Fowler, D.W.：Design of laterally unsupported timber beams, Jour. of the Struct. Division, ASCE, Vol.97, No.ST3, pp.881-889, 1971.
- 7) Jenkinson, P.M. and Zahn, J.J.：Lateral Stability of Beam and Deck Structure, Jour. of the Struct. Division, ASCE, Vol.98, No.ST3, pp.599-609, 1972.
- 8) Zahn, J.J.：Lateral Stability of Wood Beam-and-Deck Systems, Jour. of the Struct. Division, ASCE, Vol.99, No.ST7, pp.1391-1408, 1973.
- 9) 山本宏・松本勝彦：木質梁の横安定性について（第1報），北海道林産試験場研究報告，第62号，pp.1-29, 1974.
- 10) 辻野哲司：木質材料の応力と変形解析，岩手大学教育学部研究年報，第41巻，pp.77-132, 1982.
- 11) 玉置昌孝・小野徹郎・緑川光正・井戸田秀樹：木質大断面集成材の横座屈に関する実験的研究 その2，日本建築学会大会学術講演梗概集，pp.173-174, 1990.
- 12) Tokuda, M. and Miyakoshi, M.：Lateral Buckling Strength of I-Beams Made of LVL Flanges, Proc. of the 1990 International Timber Engrg. Conf., Tokyo, Japan, Vol.2, pp.464-469, 1990.

- 13) 長谷部薫・薄木征三：集成木材はりの横座屈解析と実験，構造工学論文集，Vol.38A，pp.963-970，1992.
- 14) 西野文雄・倉方慶夫・長谷川彰夫・奥村敏恵：軸力と曲げおよびねじりを受ける薄肉断面部材，土木学会論文報告集，第225号，pp.1-15，1974.
- 15) Djalaly, H. : Calcul de la Résistance Ultime au Déversement, Construction Métallique, No.1, pp.58-77, 1974.
- 16) Salvadori, M. G. : Lateral Buckling of Eccentrically Loaded I-Columns, Proc. ASCE, EM1, pp.607, 1955.
- 17) 日本合板検査会：構造用大断面集成材の日本農林規格，1987.
- 18) American Society for Testing and Materials : Standard Methods of Static Tests of Timbers in Structural Sizes, D198, 1984.

(1992年9月21日受付)