

支点沈下による中国古代木構造物の3次元非線形挙動の実測と解析

SURVEY AND 3 DIMENSIONAL NONLINEAR ANALYSIS OF A CHINESE ANCIENT WOODEN STRUCTURE WITH BASE SETTLEMENT

方 東平* 宮本 裕** 岩崎正二*** 出戸秀明**** 彦坂 熙*****

By FANG Dongping, Yutaka MIYAMOTO, Shoji IWASAKI,
Hideaki DETO and Hiroshi HIKOSAKA

The Front Tower over the North Gate of Xian City Wall, one of the national key preserved relics, was built in the 1370's during the Ming Dynasty in Chinese history.

A heavy rain caused the famous architecture to suffer serious base settlement. An emergency surveying and repairing project was undertaken. In order to deal with the base settlement of the valuable Chinese ancient wooden structure, a nonlinear method was developed to describe the behavior of joggle joints which were widely used in wooden structure. The method was adapted into a 3 dimensional FEM structural analysis program.

The numerical results by means of various joint models were compared with the observed results. It is shown that the method developed in this paper is more effective than other methods.

1. まえがき

西安の城壁は、明代の洪武三年から十一年（紀元1370-1378年）にかけて建てられたものであり、高さ12 m、総延長13.7 kmのものである。これが中国で現在保存されている構造物の中で最も有名な中世紀の防御壁であり、中国政府はこれを最初に国の重要文化物に指定している。

本論文の研究テーマである木構造物は、その城壁の北門の上に載っている箭楼（せんろう）（図-1）である。西安北門箭楼は土と煉瓦壁からなる城壁の上に位置し、長さ50.6 m、幅10.52 m、高さ18.14 mの偉容を誇っている。この巨大な構造物の特徴は図-2、図-3に示すように、縦12列、横3列に配置された直径0.55 mの36本の柱を中心とし多くの梁や垂木など6000以上の部材からなり、部材と部材の接合部が枅（ほぞ）や斗拱（ときょう）で結びつけられている点である。

西安市では、1983年8月から10月にかけて例年の二倍以上の降水量があった。排水設備が悪く城壁の中

*工修 西安交通大学講師 土木工学科 (中国西安市 710049)

**工博 岩手大学教授 工学部建設環境工学科 (〒020 盛岡市上田4丁目3-5)

***工博 岩手大学助手 工学部建設環境工学科 (〒020 盛岡市上田4丁目3-5)

**** 岩手大学助手 工学部建設環境工学科 (〒020 盛岡市上田4丁目3-5)

*****工博 九州大学教授 工学部土木工学科 (〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)

も穴が多いため城壁の破壊箇所が多く、箭樓の柱を支持する基盤（石）は大幅に沈下した。そのため柱も傾き、部材の杓に移動が生じるとともに、建物の壁にクラックが生じた。当時柱は毎日平均1mm（最大7mm/日）の速度で沈下し、壁のクラックも次第に大きくなり非常に危険な状態であったため、中国文物局により早急な修復が行われた。

その時、西安北門箭樓の支点沈下量と、柱の天端での変位を測定し、構造物の破損状況を調査した。本論文の数値計算では、支点沈下による変位が大きいことを考慮して実際の挙動と合うように、杓は非線形バネ要素にモデル化した。また、この力学モデルに対応する剛度変化による計算法とプログラムを開発し、その適用性を数値計算例により確認した。西安北門箭樓の3次元非線形解析に対しては、接合部を種々の連結モデルに仮定して解析を行ない、現場実測値と比較検討することにより、西安北門箭樓の接合部の特徴を明らかにした。

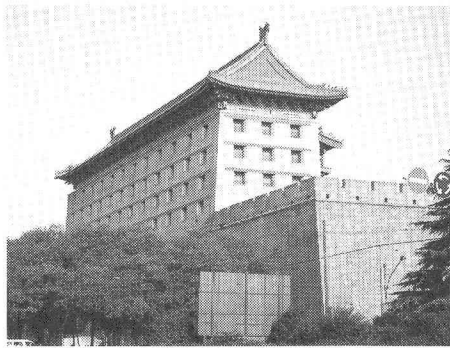


図-1 西安北門箭樓

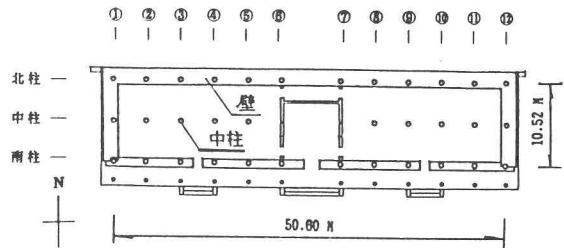


図-2 平面図

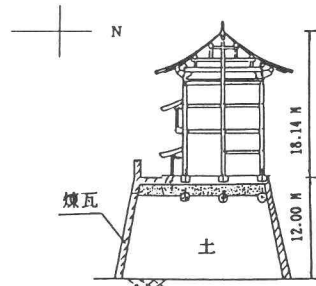


図-3 側面図

2. 現場調査及び実測

図-4は、沈下後に修復を始めたときの箭樓の様子である。屋根の大部分が破損して構造全体が傾いているのがわかる。図-5は、煉瓦と土が一部落ちている城壁の崩壊状況を示しており、その右上に箭樓が載っている様子が見られる。図-6は基盤（石）沈下の状態であり、沈下した空間に木材を入れて修復を行なった様子である。図-7は南柱を連結する杓が移動した状態である。

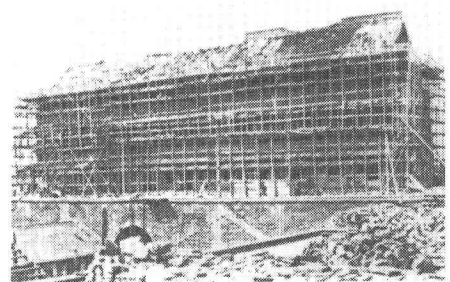


図-4 修復開始時の北門箭樓

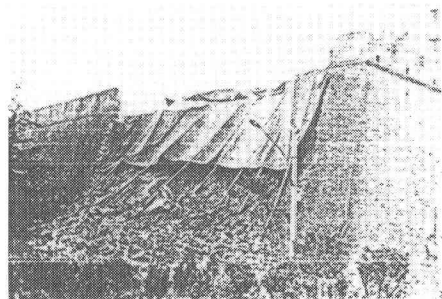
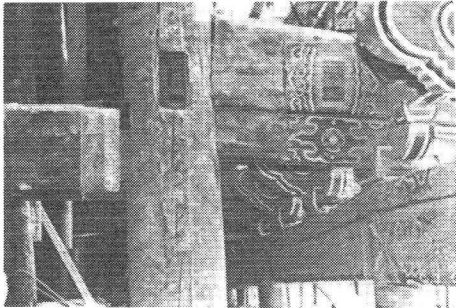
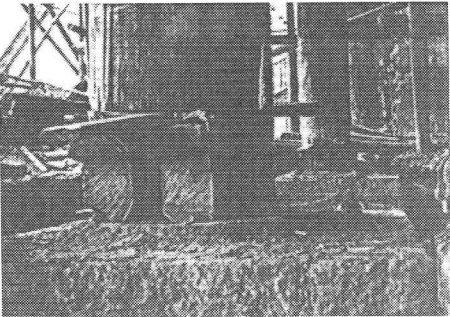
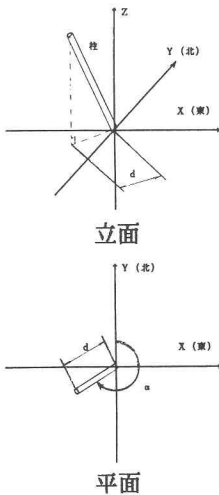


図-5 城壁の煉瓦と土の崩壊状況

表－１に西安北門箭樓の支点沈下量と、柱の天端での変位の現場実測の結果を示す。表中で値が未記入の欄は、測量できなかった。図－８に示すように、斜距 d は柱の天端の水平変位を表し、方位 α は北方向からの時計回りの角度を表している（図－８）。



図－７ 南柱を連結する杓の移動



図－８ 表－１の説明

表－１ 現場実測結果

柱		方位	斜距	沈下量
列	番号	$\alpha (^{\circ})$	$d (m)$	(m)
南 列	①	176°19'	0.345	-0.314
	②	204°21'	0.233	-0.324
	③	222°05'	0.084	-0.304
	④	206°17'	0.187	-0.250
	⑤	207°18'	0.137	-0.163
	⑥	188°38'	0.479	0.000
	⑦	187°26'	0.412	-0.005
	⑧	198°52'	0.417	-0.135
	⑨	193°39'	0.132	-0.128
	⑩	196°42'	0.167	-0.120
	⑪	104°31'	0.116	-0.098
	⑫	226°51'	0.107	-0.094
中 列	①			
	②	174°25'	0.526	-0.025
	③	183°19'	0.443	-0.003
	④	195°48'	0.258	+0.006
	⑤	208°54'	0.334	+0.005
	⑥			
	⑦			
	⑧	196°01'	0.385	-0.012
	⑨	204°30'	0.303	+0.005
	⑩	206°28'	0.203	-0.004
	⑪	215°01'	0.016	-0.014
	⑫			
北 列	①			
	②			-0.005
	③			-0.007
	④			-0.008
	⑤			0.000
	⑥			
	⑦			
	⑧			
	⑨			
	⑩			
	⑪			
	⑫			

3. 接合部のモデル化

杓という木構造物の接合部は、中国や日本など東方文化圏の中で古くから使用されてきた特別な構造形式と思われる。杓の局部の形式は、種々存在するが、力学の面から考えると直杓と斜杓の二種類に分けられる。直杓は図-9のように四角形の形状をしているが、斜杓は図-10のように台形の形状となっている。斜杓の接合部は、梁の引張力と圧縮力の両方を受け持てる構造となっているが、直杓の場合は、引張力は非常に小さく、摩擦力までしか受け持つことができない。本論文の西安北門箭楼では全部直杓が使われている。

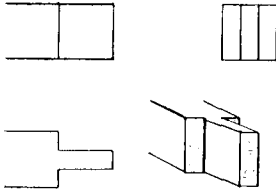


図-9 直杓

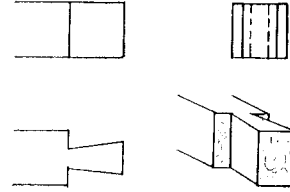


図-10 斜杓

木構造の杓は、しばしば半剛結接合部と呼ばれる。杓が移動する時に杓に作用する軸力は軸方向の変位との間に非線形性をもつので、杓を有する梁を弾塑性梁のように取り扱うことが合理的と思われる。ここでいう塑性とは材料の降伏を意味する言葉ではなく、引張力が摩擦力より大きくなった時に杓が移動し、梁の軸力と杓-杓穴の相対変位との関係が非線形になることを表したものである。図-11は本研究に用いる杓の力学モデルを杓の接合部の軸力 F と相対変位 ΔX の関係で表したものである。 ΔX が ΔX_0 より大きくなった場合に、軸力が F_0 の状態をずっと保つような杓のモデル化は、著者が文献^{(1)~(3)}で行なっている。

図-12は、その間の関係を説明したものである。軸力が摩擦力 F_0 より小さい時は、杓の変位も弾性限界 ΔX_0 より小さい。軸力が摩擦力 F_0 より大きくなる時は、杓の移動が生じ、変位が大きくなるに従い軸力は小さくなる。さらに変位が $\Delta X_0 + \Delta X_b$ より大きくなれば、杓穴は抜け落ちて力の作用はなくなる。その時は、梁が存在しないものと考えることができる。以上述べた本論文の杓の軸力-

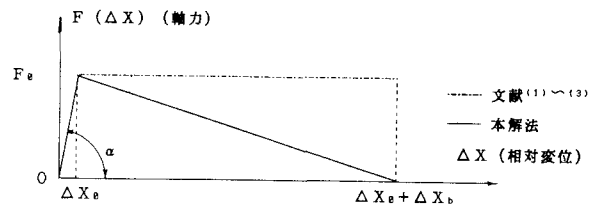


図-11 杓の軸力-相対変位関係

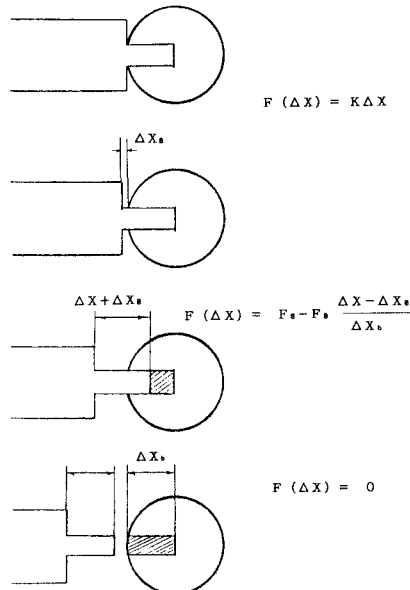


図-12 杓と杓穴の相対変位

相対変位関係を式で表せば次のようになる。

$$F(\Delta X) = \begin{cases} K\Delta X & , \Delta X \leq \Delta X_0 \\ F_0 - F_0 \frac{\Delta X - \Delta X_0}{\Delta X_b} & , \Delta X_0 < \Delta X \leq \Delta X_0 + \Delta X_b \\ 0 & , \Delta X > \Delta X_0 + \Delta X_b \end{cases} \quad (1)$$

ここに、

F_0 : 柄と柄穴の間の摩擦力

α : $\tan \alpha = K$, 柄のX軸方向の剛度

ΔX : 柄と柄穴の間の相対変位

ΔX_0 : F_0 を受ける時の柄の弾性変形, $\Delta X_0 = F_0 / \tan \alpha$

ΔX_b : 柄の長さ

F_0 の値は、次式により算定する。

$$F_0 = \beta \mu_0 W \quad (2)$$

ここに、

W : 柄が受ける梁の半分の重量。

μ_0 : 木材面相互間の静止摩擦係数を表わし、木材相互の繊維方向で値が異なる⁽⁴⁾。

β : 補正係数。柄と柄穴の連結では、図-9において一つの面(下面)でなく三つの面(下面と側面)と接着することもあると思われる。また、接着している表面の状態も柄により違うことがあるので、その種々の摩擦力に与える影響がすべて β に含まれる。

4. 剛度変化による計算法

4.1 計算方法

非線形構造解析を行なう時、柄モデルの影響が接合部バネ要素⁽⁵⁾に表われる。本論文で用いる3次元バネ要素は図-13のようなメカニズムを仮定しているが柄の接合部の状態を表わしたものであり要素には長さが無いものとする。バネ要素の剛性マトリックスは次式で表わされる。

$$\begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{zi} \\ M_{xi} \\ M_{yi} \\ M_{zi} \\ F_{xj} \\ F_{yj} \\ F_{zj} \\ M_{xj} \\ M_{yj} \\ M_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x & & & -K_x & & & & & & & & \\ & K_y & & & -K_y & & & & & & & \\ & & K_z & & & -K_z & & & & & & \\ & & & K_{\theta x} & & & -K_{\theta x} & & & & & \\ & 0 & & & K_{\theta y} & & 0 & & -K_{\theta y} & & & \\ & & & & & K_{\theta z} & & & & -K_{\theta z} & & \\ -K_x & & & & & & K_x & & & & & \\ & -K_y & & & 0 & & & K_y & & & 0 & \\ & & -K_z & & & & & & K_z & & & \\ & & & -K_{\theta x} & & & & & & K_{\theta x} & & \\ 0 & & & & -K_{\theta y} & & 0 & & & & K_{\theta y} & \\ & & & & & -K_{\theta z} & & & & & & K_{\theta z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{xi} \\ \delta_{yi} \\ \delta_{zi} \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \\ \delta_{xj} \\ \delta_{yj} \\ \delta_{zj} \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

剛度変化とは、バネ要素における各局所座標方向のバネ定数の変化を意味する。木構造の中に多数の柄がある場合の計算方法は、図-14を使って次のように説明することができる。符号については、以下のようを表す。

i : 繰り返し回数 ($i=1,2,\dots,L_1$)、 j : バネ要素の要素番号 ($j=1,2,\dots,L_2$)

k : 荷重 (支点沈下) を加える回数 ($k=1,2,\dots,L_3$)、 ε : 精度制御係数

F'_{kji} : 第 k 回目の沈下におけるバネ要素 j の第 i 回目の繰り返し時の軸力

K_{kji} : 第 k 回目の沈下におけるバネ要素 j の第 i 回目の繰り返し時の剛度

$F_{\theta j}$: バネ要素 j に対応する杓と杓穴の間の摩擦力

(A) 外力ベクトル (支点沈下による外力) と剛性マトリックスの作成

支点沈下前の全体の剛性方程式を次式で表す。

$$[K] \{X\} = \{W\} \quad (4)$$

ここに、

$\{X\}$: 構造物の節点変位ベクトル

$\{W\}$: 構造物の自重を表す外力ベクトル

$[K]$: 全体剛性マトリックス

第 h 自由度のみの変位が x_h 沈下した場合を考えると、第 k 回目の沈下量は

$$x_{hk} = x_h \times \frac{k}{L_3}$$

と表すことができるので、式 (4) は式 (5) ように変形される⁽⁶⁾。

$$[K'] \{X\} = \{W'\} - \{P\} \quad (5)$$

ここで、

$$\{P\} = \{k_{1h}x_{hk}, k_{2h}x_{hk}, \dots, x_{hk}, \dots, k_{nh}x_{hk}\}^T$$

k_{ij} は $[K]$ の i 行 j 列要素を表す。

$[K']$ は $[K]$ の h 行と h 列の要素をすべて 0 にし、 h 行 h 列要素を 1 にしたものである。

$\{W'\}$ は $\{W\}$ の h 行要素を 0 としたものである。

(B) 剛性マトリックスの変化

方程式 (5) を解いて、第 k 回目の沈下時のバネ要素 (杓) j の局所座標の X 軸方向変位を求める。その値を ΔX_{kji} とすると、第 i 回目の繰り返し時の軸力 F'_{kji} は次式より求められる。

$$F'_{kji} = K_{kji} \Delta X_{kji} \quad (6)$$

前述したように、第 j バネ要素の摩擦力 $F(\Delta X_{kji})$ と軸力 F'_{kji} を比較する。すなわち、

$F'_{kji} \leq F(\Delta X_{kji})$ の場合は、 $K_{kji+1} = K_{kji}$

$F'_{kji} > F(\Delta X_{kji})$ の場合は、

$$K_{kji+1} = K_{kji} \frac{F(\Delta X_{kji})}{F'_{kji}} = \frac{K_{kji} (F_{\theta j} - F_{\theta j} \frac{\Delta X_{kji} - \Delta X_{\theta j}}{\Delta X_{bj}})}{F'_{kji}}$$

上式は、式 (6) により次のように書き換えられる。

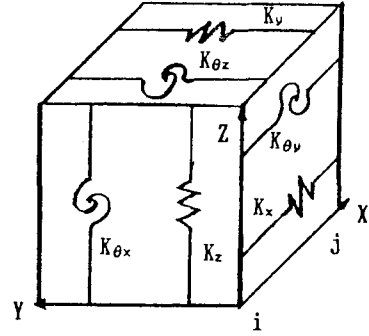


図-13 3次元バネ要素

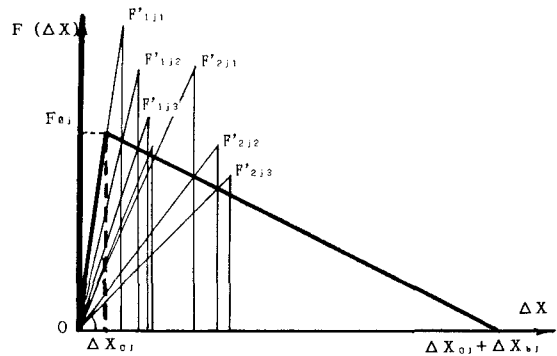


図-14 計算ステップ

$$K_{kji+1} = \frac{F_{0j}}{\Delta X_{kji}} \cdot \frac{\Delta X_{bj} - \Delta X_{kji} + \Delta X_{0j}}{\Delta X_{bj}} \quad (7)$$

$\Delta X_{kji} > \Delta X_{0j} + \Delta X_{bj}$ の場合は、 $K_{kji+1} = 0$ 。

変化させた剛度 K_{kji+1} を、全体の剛性マトリックスに入れ直して、もう一度計算する。

以上述べた関係は軸方向の剛度だけでなくバネ要素の剛性マトリックスのすべての要素（曲げ剛度も含む）について成り立つものとする。その理由は、杓の移動が生じた場合には接合部全体が柔らかくなるので軸方向の剛度のみが小さくなるでなく曲げ剛度も小さくなると考えたためである。

以上の手順を、次式の収束条件が満たされるまで繰り返す。

$$\left| F'_{kji} - F_{0j} \right| \frac{\Delta X_{bj} - \Delta X_{kji} + \Delta X_{0j}}{\Delta X_{bj}} \leq \epsilon \quad (j=1, 2, \dots, L_2) \quad (8)$$

(C) 次に、第 $k+1$ 回目の荷重（支点沈下）を加える。

$$x_{hk+1} = x_h \times \frac{k+1}{L_3}$$

以上の手順を繰り返して、支点沈下が x_h になると計算を終了する。

流れ図は図-15に示すようになる。

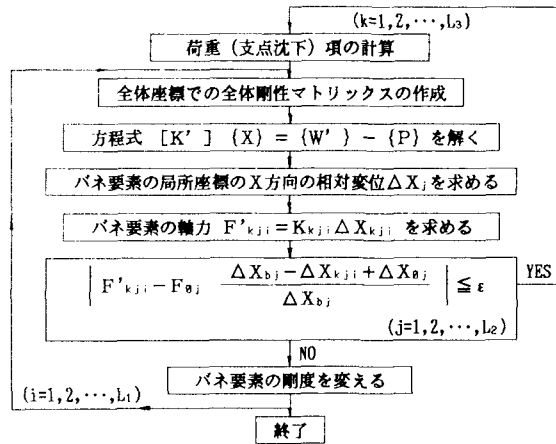


図-15 剛度変化による計算法の流れ図

4.2 計算例

図-16のような2層平面ラーメンを例に取り上げ、バネ要素を部材接合部の4個所で設置し、節点10で2mの沈下がある場合の非線形構造解析を行なった。ここで、数値計算に用いた値は以下のとおりである。

$$\beta = 1.5, \quad \mu_0 = 0.54, \quad W = 4.9 \times 10^5 \text{ kgf}, \quad F_0 = 3.97 \times 10^5 \text{ kgf}, \quad K_0 = 5.0 \times 10^8 \text{ kgf/m}, \\ \Delta X_b = 1.0 \text{ m}, \quad \Delta X_0 = F_0 / K \text{ m}, \quad E = 3.0 \times 10^8 \text{ kgf/m}^2, \quad I = 1.0 \times 10^7 \text{ m}^4$$

図-17と図-18は、それぞれバネ要素①と②の相対変位と軸力の関係を表した曲線である。バネ要素③と④については、それぞれ②、①と同じような挙動を示す。支点沈下を五回に分けて加えたので、各回の

繰り返し回数を L_1 で表した。ここで、杓と杓穴の相対変位 ΔX が杓の長さ ΔX_0 より非常に小さいので図-11に示す杓モデルの下降斜線の部分が直線ようになった。

最後に補正係数 β を変えて同じモデルを計算した結果は、図-19に示すように β （すなわち F_0 ）が増加すると水平変位（節点7）が小さくなることわかった。

図-16に示すような例は、いま研究している構造物の側面図に、より近い形をしているので、その結果は実際の構造物の挙動に近いものと考えられる。

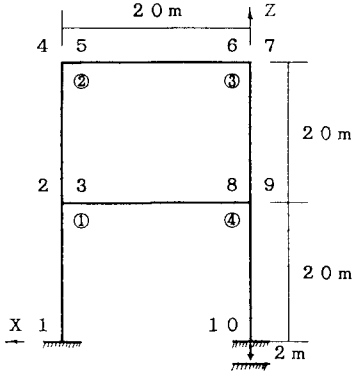


図-16 支点沈下を受ける2層平面ラーメン

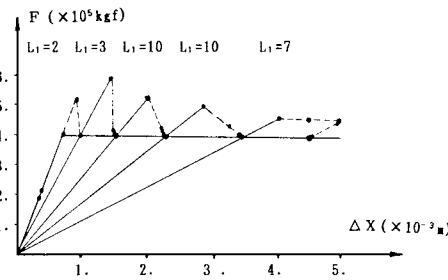


図-17 バネ要素①の軸力と相対変位の関係曲線

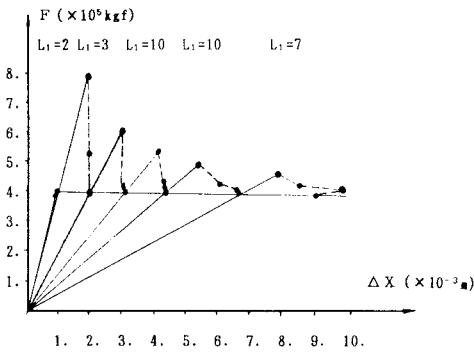


図-18 バネ要素②の軸力と相対変位の関係曲線

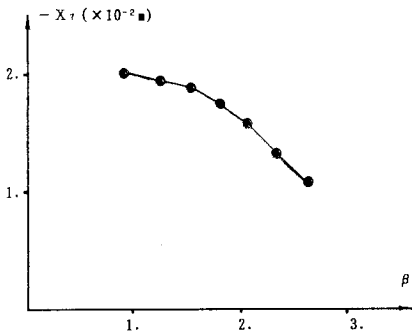


図-19 βと節点7の水平変位の関係曲線

5. 3次元非線形解析

5.1 計算モデル及び流れ図

西安北門箭樓は、図-2に示すように中心での南北方向の軸に対して対称性を有するが、支点の沈下量は西側の方が大きくなっている。表-1と図-2により対称軸をはさむ6号柱と7号柱の変位がほとんど同じなので、計算モデルとしては文献⁽⁵⁾の場合と同じように構造物の西側の半分（図-21）を取り上げ計算を行なった。図-2に示すように、北列の柱は壁の中に位置するが、柱と壁の間には縫（ほう、通気口）があるので、微小変形の場合は、壁の影響は考えなくてもよい。しかし、本論文のような支点沈下の場合は、構造物の変位が大きいため壁の影響が無視できない。そこで、壁の中に設置した柱と基盤（石）の連

結を剛結として、壁の拘束効果を近似的に考慮することにした。従って壁の剛性は要素剛性としては考慮していない。

また、対称面の境界節点では、東側の構造物の影響を考えてX方向の変位のみを拘束した。実測できなかった場所の沈下量は0とした。木材のヤング係数は $E=8.473 \cdot 10^4 \text{ kgf/cm}^2$ を用いた。本構造物にはいろいろな大きさの部材が用いられているが、計算モデルでは表-2に示す7種類を用いた。

非線形構造解析の計算手順は、以下に示す流れ図(図-20)で表すことができる⁽⁷⁾。

表-2 部材のデータ

	使用 箇所	A_x (m^2)	I_x (m^4)	I_y (m^4)	I_z (m^4)
I	梁	0.0365	0.01029	0.0480	0.0046
II	梁	0.1230	0.00210	0.0017	0.0009
III	梁	0.3327	0.00953	0.0288	0.0043
IV	屋根	0.3075	0.03720	0.0186	0.0186
V	柱	0.2376	0.00898	0.0044	0.0044
VI	屋根	0.8019	0.09802	0.0490	0.0490
VII	屋根	0.1493	0.03260	0.0163	0.0163

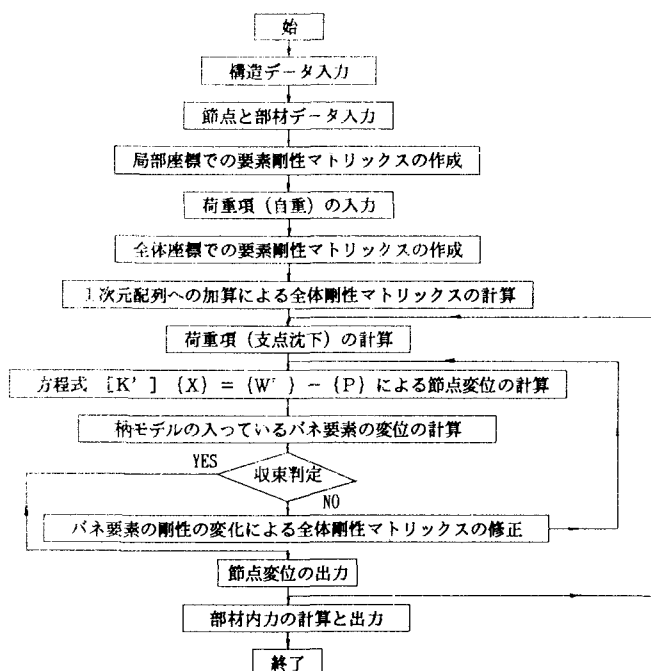


図-20 流れ図

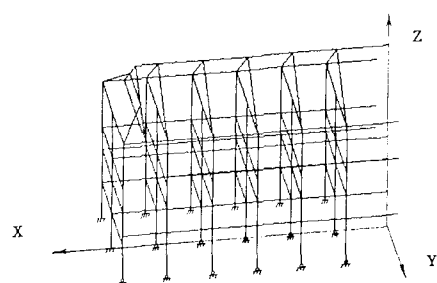
5.2 計算結果及び考察

前述のモデルと計算方法によって西安北門箭楼の3次元非線形構造解析を行なった。支点沈下を5回に分けて計算を行なった。図-21の(a)(b)(c)は、それぞれ構造物の柱が沈下する前の全体図、平面図(X-Y面)、側面図(Y-Z面)である。非線形枠モデルとの比較のため、接合部を通常の3次元ヒンジあるいは剛結とした場合の線形解析も行なった。また3号柱の測定の斜距が特に小さいのは、構造

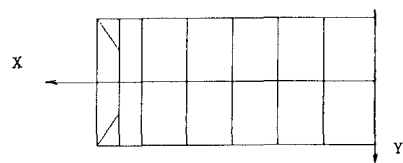
物のその部分が他と異なる特性を持っているためと思われるので3号柱を含む平面ラーメンの接合部を、ヒンジとして（桷-ヒンジモデル）非線形解析を行なった。図-22は、図-23に示すような桷-ヒンジモデルにより計算を行った際の支点沈下終了時の構造物の変形状態をQuick Basicによる描画プログラム⁽⁸⁾を用いて表したものである。実測値が得られている節点について斜距を図-24のように整理して比較検討を行なう。接合部をすべて桷モデルとした場合、計算値は一部実測値と合うが3号柱と6号柱では実測値との差がかなり大きくなった。桷-ヒンジモデルを用いた場合の計算結果は、6号柱の斜距が実測値より小さく出ているが、その他の値は実測値とよく合った。その理由は3号柱を含む平面ラーメンの接合部が他の接合部より回転しやすいものと考え、ヒンジモデルを用いたためである。

また、接合部をヒンジとした解析結果は、変位が極めて小さく実測結果と合わなかった。接合部をすべて剛結とした解析結果は、ヒンジより大きな値を示し、南列6号柱を除いて実測値と合致した。ところで、南列6号柱の沈下が生じていないのかかわらず天端の実測変位が非常に大きいのは、東側の構造物の影響と思われる。西安北門箭楼は、各接合部が木材の腐食などのためにそれぞれ異なる特性を持っていると思われ、また、600年の長い歴史の中では地震などの原因により今回の支点沈下以前に何らかの節点変位が既に生じていたとも考えられる。また、実測できなかった場所の沈下と変位もあるかもしれない。

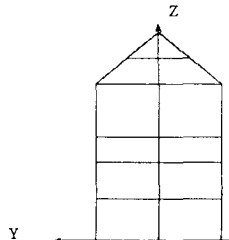
以上の結果より、今回の西安北門箭楼の支点沈下解析の場合には、他の接合部モデルより桷-ヒンジモデルを用いた非線形構造解析による方が実際の状態により近い結果が得られるものと思われる。



(a) 全体図

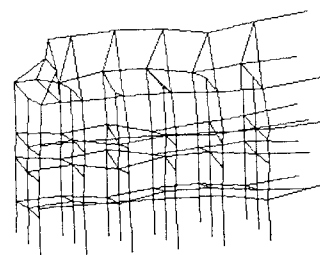


(b) 平面図 (X-Y面)

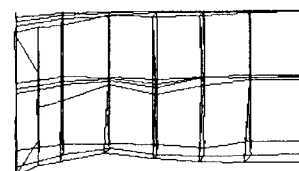


(c) 立面図 (Y-Z面)

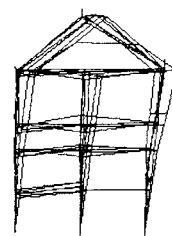
図-21 支点沈下が発生する前の構造物



(a) 全体図



(b) 平面図 (X-Y面)



(c) 立面図 (Y-Z面)

図-22 荷重（支点沈下）終了時の構造物の変位

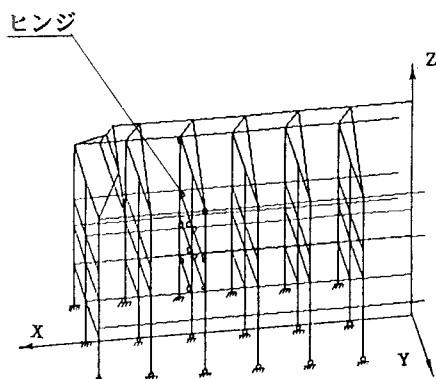


図-23 柵-ヒンジモデル

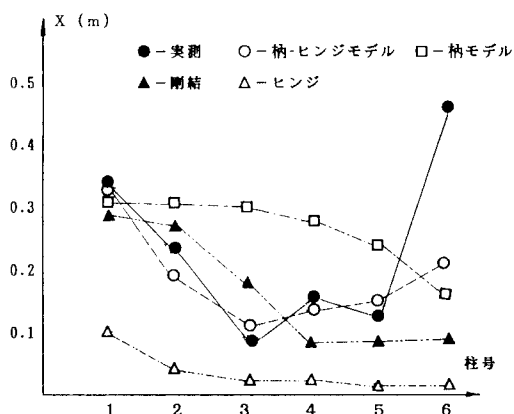


図-24 南柱の頂上部の斜距の比較

6. 結論

本論文では、西安北門箭樓の支点沈下問題を取り上げた。支点の沈下量と柱の天端での変位を測定し、構造物の破損状況を調査した。本論文で取り扱う古代木構造の支点沈下の現場実測例は、非常に少なく貴重な例と思われる。柵のモデル化について、支点沈下による変位が大きいことを考慮して柵を非線形パネ要素にモデル化した。また、この力学モデルに対応する剛度変化による計算法を開発し、その適用性を数値計算例により確認した。最後に、接合部を種々の連結モデルに仮定して3次元支点沈下非線形構造解析を行なった。その結果を現場実測値と比較検討することにより、西安北門箭樓の接合部の特徴を明らかにすることができた。

本論文の研究の手法と成果は、今後の木構造物の研究に対して参考になるものと思われる。また、社会学、歴史学及び考古学の面から考えても、この種の木構造物の非線形力学特性が初めて解明されたことは、意義あることと思われる。

本論文では、主に変位について解析を行ったが応力についての検討は今後の課題としたい。

謝辞

本論文の作成にあたり、秋田大学薄木征三教授、西安交通大学俞茂宏教授、中国航空航天部210研究所劉曉東工程師の協力を得たことを付記し、ここに感謝の意を表する。

参考文献

1. Yu Maohong, Fang Dongping and Liu Xiaodong: Settlement and Full Scale Dynamic Studies of An Ancient Wood Structure, Proceedings of the International Conference on Case Histories in Structural Failures, 1989.3, Singapore
2. FANG Dongping : Studies on Elasto-plastic Properties, Dynamics and Earthquake Resistance of Wood Structures, Master's thesis, Xian Jiaotong Univ., 1988.4
3. 俞茂宏、方東平、劉曉東：国家重点保護文物北門箭樓搶險工程研究報告之一：基礎不均勻沈陷險情分析、西安交通大学科学技術報告、88-292、1988.8

4. 木材工業ハンドブック編集委員会：木材工業ハンドブック，丸善株式会社，1982
5. 方 東平他：中国古代木構造物の動的及び耐震特性について、構造工学論文集 Vol.38A, 1992.3
6. O.C.Zienkiewicz: The Finite Element Method (3rd Edition), McGraw-Hill, 1977
7. F.W.Beaufait, W.H.Rowan, Jr., P.G.Hoadley and R.M.Hackett: Computer Methods of Structural Analysis, Prentice-Hall, 1970
8. 佐々木真一他：立体骨組構造物の応力図画像表示のパソコンプログラム、土木学会第16回土木情報システムシンポジウム講演集、1991.11

(1992年9月21日受付)