

斜橋張用セミパラレルワイヤーケーブルの二次曲げについて

On Secondary Bending Stresses of Semi-parallel Wire Cables of Cable-Stayed Bridges

中村俊一* 高見伸一** 坂本良文***

By S. NAKAMURA, S. TAKAMI and Y. SAKAMOTO

Secondary bending stresses of semi-parallel wire cables, which are widely used as stays on cable-stayed bridges, are studied experimentally and analytically. It was found that the bending moment of inertia of semi-parallel wire cables is about half that of rigid cables. The device filled with epoxy resin is also studied to reduce the secondary bending stress, and is proved very effective. An analytical method is successfully developed to estimate this effectiveness.

1. まえがき

我が国においては吊橋および斜張橋用ケーブルとして高張力鋼線を平行に束ねた平行線ケーブルが広く用いられている。とくに、近年斜張橋用ケーブルとして、防食性能を向上させるために工場にてポリエチレン被覆されたFig. 1に示す平行線ケーブルが開発され^{1) 2)}、実橋にも多く採用されている。この種のケーブルは、取り扱いを容易にするために、平行線ケーブルと同一の引張強度および弾性係数を保持できる範囲で、素線には若干のよが入っているセミパラレルワイヤーケーブルである。

一般に、ケーブル部材はフレキシブルで引張張力のみ抵抗すると仮定されているが、ソケット部やケーブルバンド部では局所的な二次曲げが発生する。したがって斜張橋ケーブルが風により振動したり、活荷重によりケーブル定着部が変位した場合には、ケーブル端部に二次曲げ応力がくり返し発生し、疲労が問題になる可能性がある³⁾。平行線ケーブルの二次曲げに関してはWyatt⁴⁾、西村・新家・中村・土居^{5) 6)}や田中ら⁷⁾により多くの理論的、実験的研究がなされている。これらの研究によって、ケーブルの二次曲げ挙動はバンディングやラッピングによる素線相互間の拘束力に大きく支配されることがわかっているが、上述したセミパラレルワイヤーケーブルと吊橋用パラレルケーブルとは構造上および製作上の相違により拘束力に差異があると思われる。一方、セミパラレルワイヤーケーブルの二次曲げについては坂本ら⁸⁾による実験が報告されているのみであり、体系的な取扱いはこれまで成されていない。

* PhD 新日本製鐵(株)橋梁構造部ケーブル設計技術室 (〒100-71東京都千代田区大手町2-6-3)
 ** 新日本製鐵(株)橋梁構造部ケーブル設計技術室 (同 上)
 *** 新日本製鐵(株)橋梁構造部開発グループ (同 上)

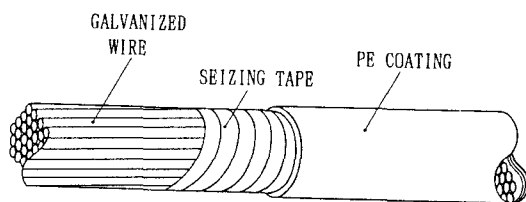


Fig.1 Semi-parallel Wire Cable

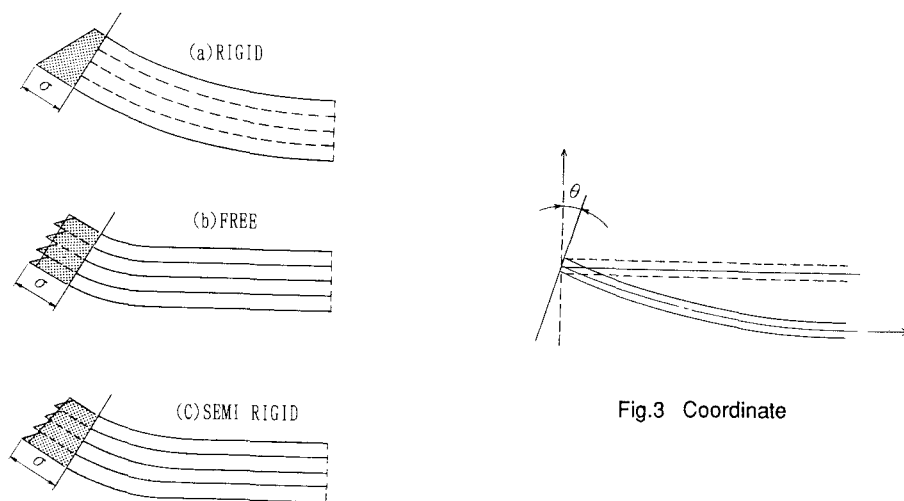


Fig.2 Bending Deformation

Fig.3 Coordinate

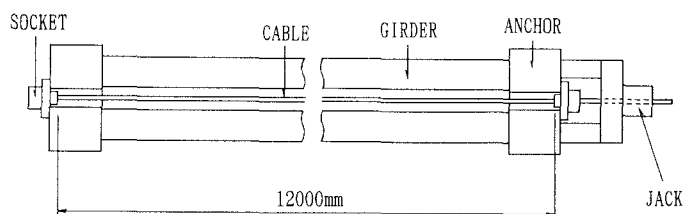


Fig.4 Experimental Facility (Plan)

また、ケーブル端部に発生する二次曲げを低減する研究は田中ら⁷⁾により行なわれており、ソケット近傍に充填された樹脂が二次曲げ応力の低減に効果があることを見出している。ただし、田中らの方法はソケットからある程度離れた場所で弾性支持するものであが、著者らはソケットの近傍に低減装置を設けるものである。

本研究は、セミパラレルワイヤーケーブルの曲げ剛性の評価を解析的・実験的に行なうとともに、樹脂充填による二次曲げ応力の低減を定量的に把握するものである。

2. ソケット近傍のケーブル曲げ剛性の評価

(1) ケーブル曲げ剛性の基本式

ケーブルに曲げが作用したときのケーブル端部の曲げ変形と曲げ応力の分布をFig. 2に模式的に示す。

(a)は素線どうしが結合されており、あたかもひとつの剛な丸棒のように挙動する。(b)はこれとは対照的に、素線どうしの拘束がなく自由に滑る場合であり、各素線は独立した挙動を示す。この両者を比較すると、後述するようにケーブル端部に発生する最大曲げ応力度はほぼ等しいが、変形状は大きく異なり、(b)の場合の曲げ変形は端部に集中しており、曲率も小さい。(c)は(a)と(b)の中間的な性状を示しており、実際のケーブルはこのタイプであると予想される。

ケーブルの2次曲げモーメントに関する基本式はWyatt により

$$M = EI y'' = T y \quad (1)$$

で表われ、鉛直変位 y および二次曲げ応力 σ は次式となる。

$$y = \theta \sqrt{EI/T} \exp(-x\sqrt{T/EI}) \quad (2)$$

$$\sigma = D \theta \sqrt{ET/I} / 2 \exp(-x\sqrt{T/EI}) \quad (3)$$

ここで、 M : 二次曲げモーメント、 E : 素線の弾性係数、 T : 初期導入張力、 θ : 曲げ角度 (ラジアン)、 D : ケーブル径である。また、 x 、 y 軸はFig. 3に示すとうりである。式(3)を変形することにより完全な丸形ケーブルの最大曲げ応力は $2 \theta \sqrt{E\sigma_0}$ (σ_0 : 初期引張応力) となり、ケーブル径には無関係となる。したがってFig. 2の(a)(b)(c)ではケーブル端部の最大応力はあまり差がない。

セミパラレルワイヤーケーブルの二次曲げ挙動を、Fig. 2の(a)と(b)が合成されて(c)となると仮定し、(a)と(b)の影響度を示すパラメータ α 、 β を導入する。素線どうしが完全に結合された場合の y 方向変位 y_1 、および二次曲げ応力 σ_1 、素線どうしが自由に滑る場合の y 方向変位 y_2 および二次曲げ応力 σ_2 を以下のように仮定する。

$$y_1 = \alpha \theta \sqrt{EI_1/T} \exp(-x\sqrt{T/EI_1}) \quad (4)$$

$$\sigma_1 = \alpha D \theta \sqrt{ET/I_1} / 2 \exp(-x\sqrt{T/EI_1}) \quad (5)$$

$$y_2 = \beta \theta \sqrt{nEI_2/T} \exp(-x\sqrt{T/nEI_2}) \quad (6)$$

$$\sigma_2 = \beta d \theta \sqrt{ET/nI_2} / 2 \exp(-x\sqrt{T/nEI_2}) \quad (7)$$

ここで、 I_1 は素線どうしが剛結されたケーブルの断面二次モーメント、 I_2 は素線一本当たりの断面2次モーメント、 d は素線1本の径、 n は素線数である。したがって、合成されたケーブルの変位 y および応力 σ は、

$$y = y_1 + y_2 \quad (8)$$

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (9)$$

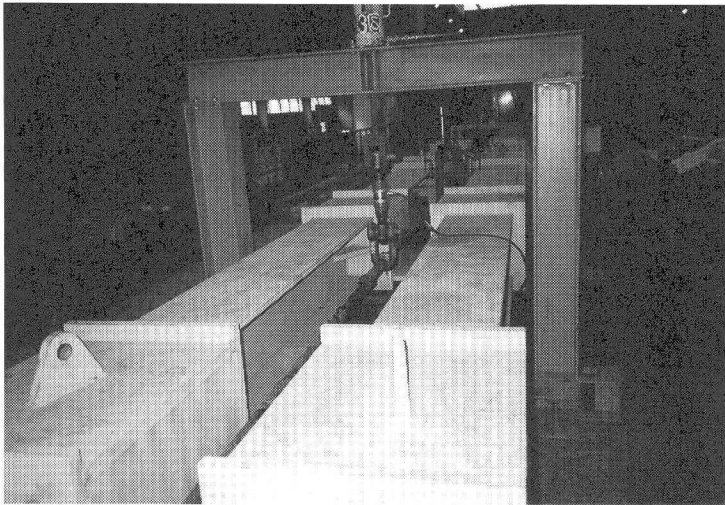
と仮定される。ケーブル端部の曲げ角度は θ であるので、パラメータ α 、 β に関しては、

$$y'_1(0) + y'_2(0) = \theta$$

により、

$$\beta = 1 - \alpha \quad (10)$$

なる関係がなりたつ。



Picture 1 View of Experimental Facility

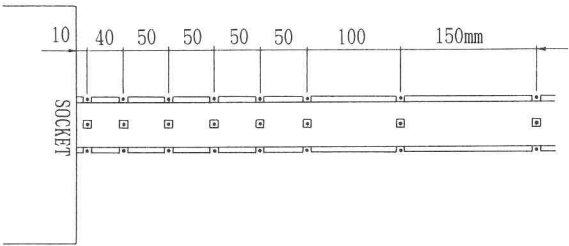


Fig.5 Position of Strain Gauges

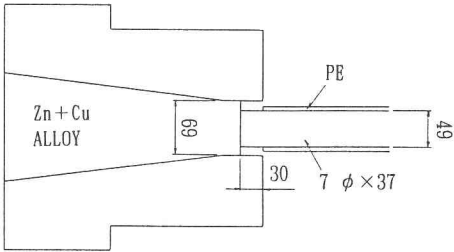


Fig.6 Socket Detail

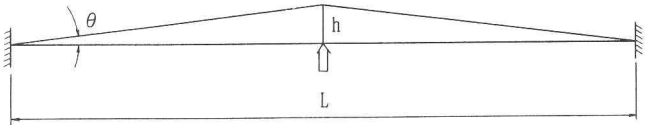


Fig.7 Definition of Bending Angle

2) 曲げ剛性の評価実験

セミパラレルワイヤーケーブルの曲げ応力の分布および曲げ剛性に注目した実験を行った。

Fig. 4 に実験装置の平面図を示す。供試体ケーブルは、二本のH鋼梁を連結した治具の端部にソケットをセットし、センターホールジャッキで張力を導入したうえで、ケーブルの中央点を上下に変位させて、ケーブルの素線のひずみ、鉛直変位、張力の変化を計測した。導入張力はケーブルの引張強度 T_u の10、20、30、40%とした。Picture 1 に実験装置の全体を示す。

ひずみゲージはケーブル外面のポリエチレン被覆を部分的にはぎ取り、素線の表面に貼付した。Fig. 5 に貼付位置を示す。なお、ゲージは一断面あたりストランドの上下左右の4本の素線に貼付した。本実験に用いた供試体ケーブルの諸元は以下である。

ケーブル構成 : $7\text{ mm } \phi \times 37\text{ 本}$

$D=49\text{ mm}$, $d=7\text{ mm}$, $I_1=17.620\text{ cm}^4$, $I_2=0.0118\text{ cm}^4$

供試体ケーブル端部をFig. 6 に示す。素線は7 mm径の亜鉛メッキ鋼線(引張強度 160 kgf/mm^2)であり、37本の素線にわずかなより(最大 3.5°)を入れてストランドにし、その上にPE(ポリエチレン)被覆を施したものである。素線の端末はほうき状にばらされ、亜鉛・銅合金を鑄込むことによりソケットに定着されている。通常の斜張橋用ケーブルのソケットには、疲労強度を増加させるために口元部にエポキシ樹脂が充填されているが、ここでは実験用の目的で亜鉛・銅合金のみの定着とした。合金層とケーブルの境界面はソケット前面より約30mmの位置である。なお、計算および測定には曲げ角度 θ はFig. 7 に示す記号を用いて、

$$\tan \theta = 2 h / L \quad (11)$$

で定義した。

3) 実験結果および考察

Fig. 8 に、ソケット前面に最も近い10mm位置の下側素線の最下点の曲げ応力と曲げ角度との関係を示す。導入張力にかかわらず、鉛直荷重の載荷時と除荷時でヒステリシス曲線を描くが、これは素線間の摩擦によりエネルギー損失が生じていることを示している。ただし、載荷時の曲げ角度と曲げ応力度は比例関係を示す。また、導入張力が低い場合は相対的に曲げ応力度がやや小さいこともわかる。

Fig. 9 (a)~(d)は、ケーブルが上下に 1° 曲げられたとき、ストランド内に配列された最上段の素線の最上点位置、および最下段の素線の最下点位置に発生した曲げ応力度を示している。図中で○は上方に曲げられたとき、△は下方に曲げられたときを示している。なお、この曲げ応力は測定されたひずみから、ケーブルが上下に変位されたため生じた付加引張りひずみを差し引いたものである。図中には、測定値に加え $\alpha = 1, 0.7, 0.5, 0.3, 0$ の場合の計算値も示してある。これらの計算値によれば、 α の値にかかわらず固定端での最大応力はほぼ等しいが、 α が小さい程固定端から離れるにつれ曲げ応力は急激に低下する。すなわち、剛性が低いほど曲げ応力の分布が局所的であることがわかる。

Fig. 9 (b)~(d)に示した $T = 0.2 T_u, 0.3 T_u, 0.4 T_u$ の測定値は $\alpha = 0.5$ の計算値にほぼ一致していることがわかる。ただし、Fig. 9 (a)に示した導入張力が低い $T = 0.1 T_u$ の場合は、曲げ応力の低下は他に比べ急激で $\alpha = 0.3$ に近い傾向を示しているが他のケースほど明確ではない。

この実験結果は比較的小さいサイズのケーブルのものであり、太径ケーブルの場合について同一の傾向になるかどうか調べる必要がある。Fig. 10は坂本ら⁸⁾が行った $\phi 7 \times 139$ ($D=92\text{ mm}$, $I_1=251.9\text{ cm}^4$)の実験結果を、Fig. 9 と同一手法で整理したものである。導入張力は $0.3 T_u$ である。本図から、太径ケーブルの場合も α は 0.5 程度であることがわかり、ケーブルのサイズはソケット近傍の曲げ剛性にはあまり影響を及ぼさないと考えられる。しかし、太径ケーブルに関してはデータが不足しているため、今後さらに太径ケーブルの実験を実施し、検討を続ける必要がある。

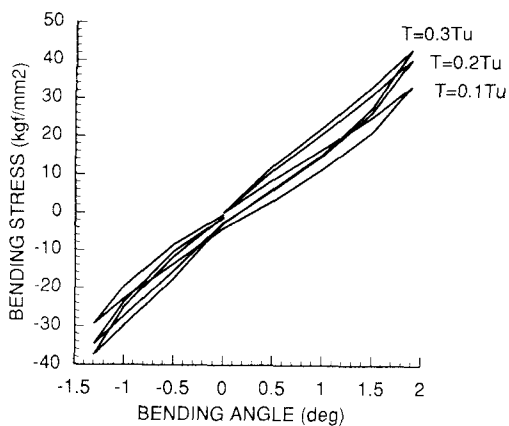


Fig.8 Hysteresis bending curve of a 7φx37 cable

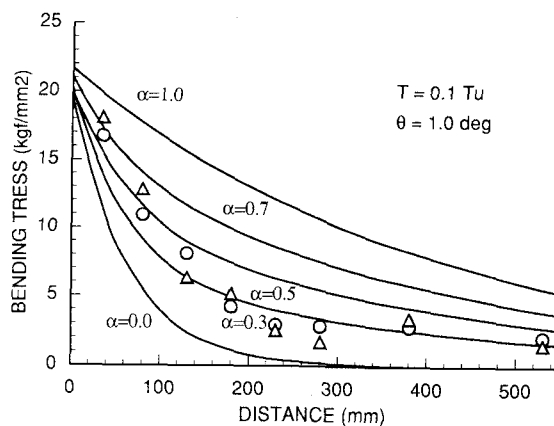


Fig.9(a) Distribution of bending stresses of a 7φx37 cable

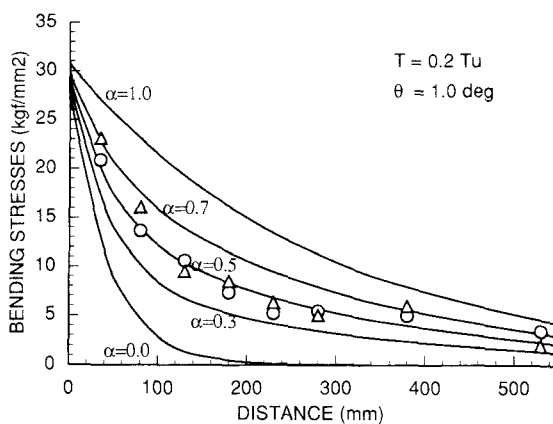


Fig.9(b) Distribution of bending stresses of a 7φx37 cable

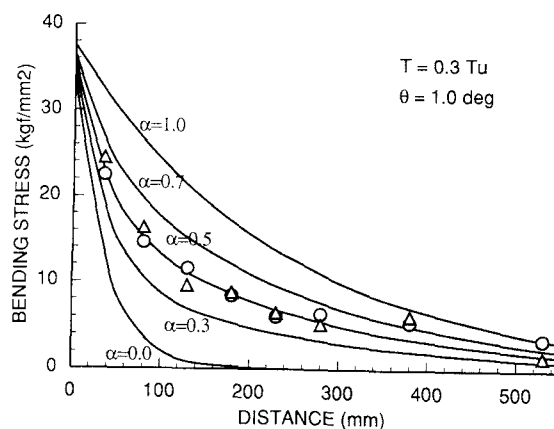


Fig.9(c) Distribution of bending stresses of a 7φx37 cable

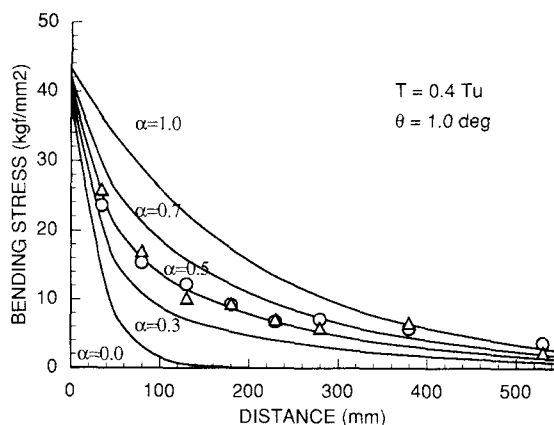


Fig.9(d) Distribution of bending stresses of a 7φx37 cable

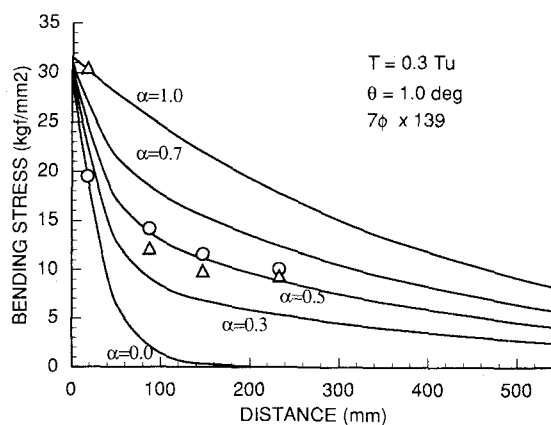


Fig.10 Distribution of bending stresses of a 7φx139 cable

坂本ら⁸⁾は長さ6mの $\phi 7 \times 139$ 本ケーブルを用い、中央の集中荷重によるケーブル長全体の変位曲線と有限変形解析による計算値を比較し、ケーブルの曲げ剛性は完全結合状態ケーブルの30%程度としている。素線が自由に動く場合の影響は固定端のごく近傍に限られているため、ケーブル一般部では坂本らの結論は $\alpha=0.3$ と解釈できる。これは本研究での結果である $\alpha=0.5$ と差があるが、坂本らの値はケーブル全体の平均的な値であるのに対し、本研究ではケーブル端部のみに注目した局所的な値であることによると考えられる。

3. 樹脂充填による二次曲げ低減効果

(1) 樹脂を用いた低減装置

坂本ら⁸⁾は、ソケット近傍に樹脂を充填することにより二次曲げ応力度を低減できることを示しているが、ここでは低減効果を定量的に把握することを目的とした実験および解析を行った。Fig. 11に本研究に用いた低減装置を示す。ソケット前面に筒形の金具をボルト締めし、ケーブル表面と金具の間に樹脂を充填した。Picture 2にケーブルに装着された低減装置を示す。筒の部分の板厚は10mm(材質S45C)である。なお、ソケット本体はFig. 6に示したものと同一である。

(2) 二次曲げ低減実験

充填した樹脂はエポキシ樹脂を基本とし、添加物により3種類の弾性係数の供試体を作成した。また、低減装置の長さ L_1 は100mmと200mmの2種類とした。これらの供試体の一覧をTable 1に示した。なお、 E_A および E_B はPEおよび樹脂の弾性係数である。曲げ実験は前章と同一の治具、同一の方法によった。ただし、導入張力は $0.3T_u$ (T_u :引張強度)で一定とした。

Table 1 二次曲げ低減実験供試体一覧

No.	L (mm)	D (mm)	t_A (mm)	t_B (mm)	E_A (kgf/mm ²)	E_B (kgf/mm ²)	k (kgf/mm ²)
S 0 -100	100	49	7.5	17.5	1,200	1,600	270
S 0 -200	200	49	7.5	17.5	1,200	1,600	270
S 1 -100	100	49	7.5	17.5	1,200	1,300	230
S 1 -200	200	49	7.5	17.5	1,200	1,300	230
S 3 -100	100	49	7.5	17.5	1,200	460	100
S 3 -200	200	49	7.5	17.5	1,200	460	100

Fig. 12(a)(b)はケーブルを上 1° 変位させた場合の下側素線の曲げ応力度である。(a)は $L_1 = 100$ mmの場合であるが、弾性係数の小さいS3はソケット前面で応力が最大であり遠ざかるにつれ応力は減少する。一方、弾性係数の大きいS1は、ソケット前面から50mmの位置で最大となっている。S0はソケット前面から10mmの位置のデータが欠如しているが、S1と同様の傾向を示している。本図には、低減装置が無い場合の計算値($\alpha=0.5$)も示してあるが、低減装置の効果は著しく、最大応力度は半分程度になる。

Fig. 12(b)は $L_1 = 200$ mmの場合である。弾性係数の低いS3はピークがソケット前面から150mmの位置にあるが、S0およびS1は200mmの位置にある。本図の場合も、低減装置の効果が大きいことが理解される。

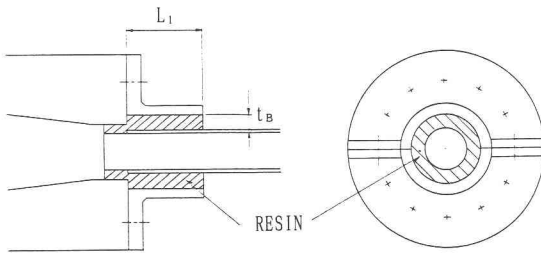
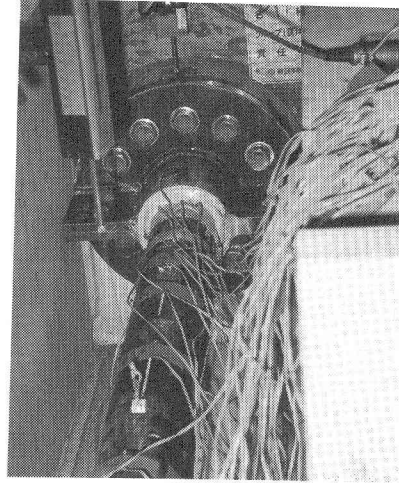


Fig.11 Bending Stress Reduction Device



Picture 2 Reduction Device

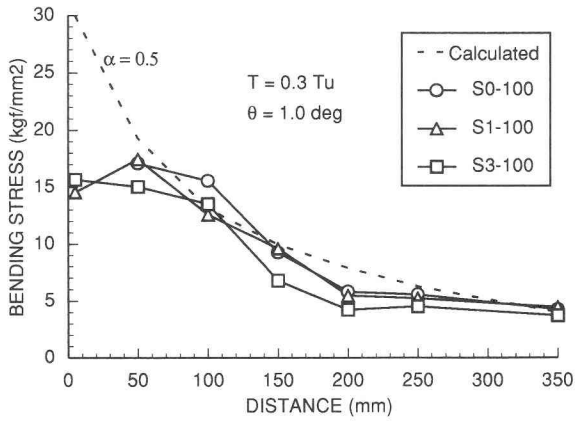


Fig.12(a) Distribution of bending stresses of a 7φx37 cable with stress reduction device

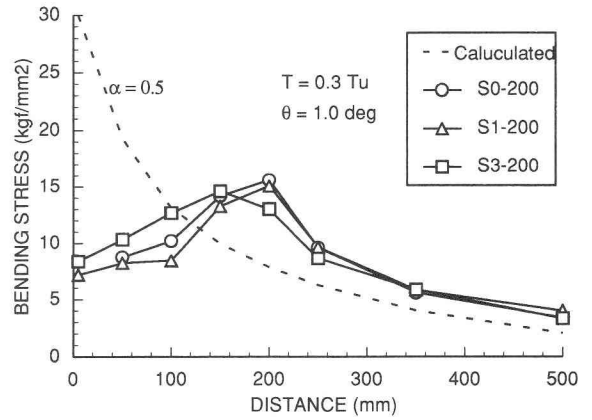


Fig.12(b) Distribution of bending stresses of a 7φx37 cable with stress reduction device

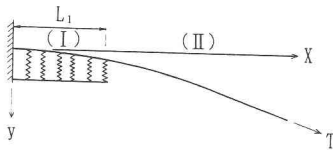


Fig.13 Analytical Model

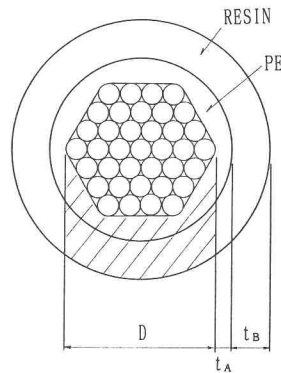


Fig.14 Cross Section of Cable

(3) 二次曲げ応力の低減効果の算定

二次曲げ応力の低減効果を解析的に算定するために、Fig. 13に示す簡易モデルを想定した。すなわち、充填された樹脂による変位抑制効果を弾性バネに置換し、軸方向張力が作用している弾性支承上の片持ち梁と考えた。弾性支持された領域Ⅰの基本式は、

$$E I'''' - T y'' + k y = 0 \quad (12)$$

となる。ここで、 $y = e^{\lambda x}$ を上式に代入すると λ の4次方程式が得られる。

$$R = T^2 - 4 k E I \quad (13)$$

で定義される R の正負により式(12)の解が異なる。

$R \geq 0$ の場合、

$$y = A_1 e^{\lambda_1 x} + A_2 e^{-\lambda_1 x} + A_3 e^{\lambda_2 x} + A_4 e^{-\lambda_2 x} \quad (14)$$

$$\lambda_1 = \sqrt{(T + \sqrt{R}) / 2 E I}, \quad \lambda_2 = \sqrt{(T - \sqrt{R}) / 2 E I}$$

$R < 0$ の場合

$$y = e^{\lambda_1 x} (A_1 \cos \lambda_2 x + A_2 \sin \lambda_2 x) + e^{-\lambda_1 x} (A_3 \cos \lambda_2 x + A_4 \sin \lambda_2 x) \quad (15)$$

$$\lambda_1 = \sqrt{(\sqrt{4 k E I + T}) / 4 E I}, \quad \lambda_2 = \sqrt{(\sqrt{4 k E I - T}) / 4 E I}$$

領域Ⅱの基本式は

$$E I y_{II}''' - T y_{II}'' = 0 \quad (16)$$

であり、これを $y'(\infty) = -\theta$ なる境界条件を考慮して解くと、

$$y_{II} = A_5 e^{-\lambda_3 x} + \theta x + A_6 \quad (17)$$

となる。ただし、 $\lambda_3 = \sqrt{T / E I}$ である。係数 $A_1 \sim A_6$ は、

$$\begin{aligned} y_I(0) &= 0, & y_I'(0) &= 0 \\ y_I(L_1) &= y_{II}(0), & y_I'(L_1) &= y_{II}'(0) \\ y_I''(L_1) &= y_{II}''(0), & y_I'''(L_1) &= y_{II}'''(0) \end{aligned} \quad (18)$$

なる境界条件から導かれる6元一次方程式から決定できる。なお、実際の計算では前章で説明した素線どうしが剛結されているものと、素線どうしが自由に滑る状態の組み合わせしており、パラメーター α を使って考慮している。

樹脂およびPE層のバネ定数 k はFig. 14に示すように素線部の幅分、しかも圧縮側のみ考慮して次式とした。

$$k^{-1} = k_A^{-1} + k_B^{-1} \quad (19)$$

なお、

$$k_A = E_A D / t_A, \quad k_B = E_B D / t_B \quad (20)$$

である。

Fig. 15(a)～(d)に測定値と計算値の比較を示す。(a)と(b)に示された $L_1 = 100\text{mm}$ のS0とS3では、測定値が計算値をやや下回っているが両者の傾向は良く一致している。測定値がやや低くなる理由として、素線がわずかによられているためひずみゲージがケーブルの最縁端に貼付されていなかった、あるいは充填された樹脂の弾性係数の推定に誤差があった等の可能性が考えられる。(c)と(d)は $L_1 = 200\text{mm}$ のS0とS3を示しているが、ソケット前面から100mmの区間において測定値と計算値に差が見られる。これは、低減装置が長くなり装置そのものが変形したためと考えられる。

Fig. 16は $L_1 = 100\text{mm}$ について計算により充填樹脂の弾性係数の影響を検討したものである。これによれば、弾性係数が高くなるほど曲げ応力度のピークがソケット前面から金具先端に向っていく傾向、

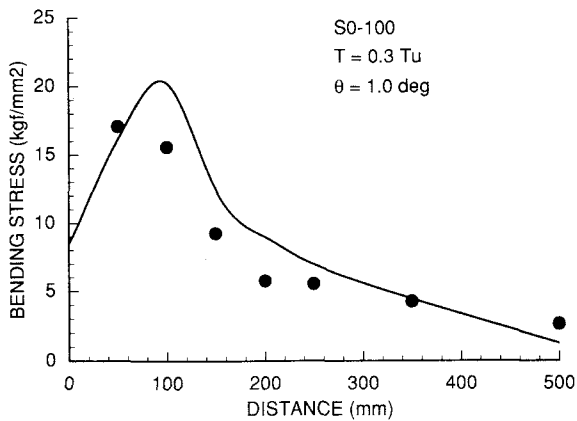


Fig.15(a) Comparison of calculated values and experimental data

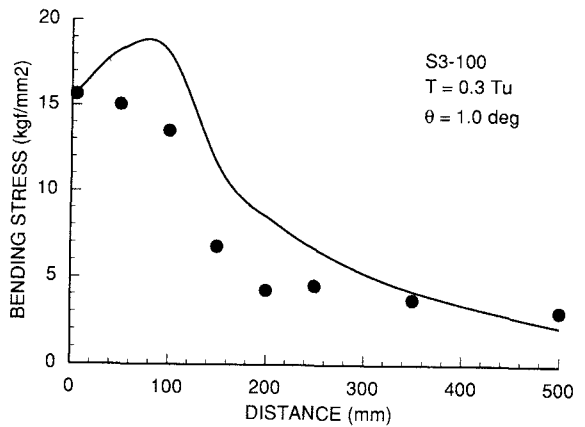


Fig.15(b) Comparison of calculated values and experimental data

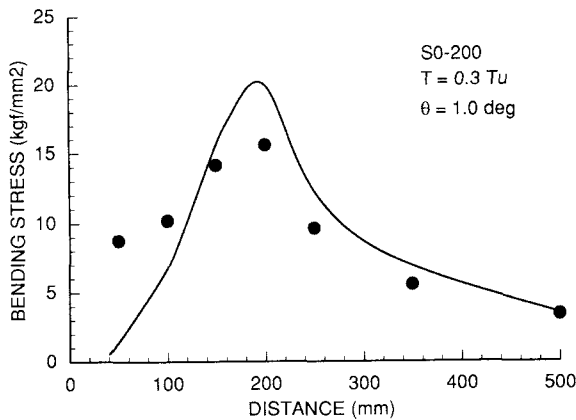


Fig.15(c) Comparison of calculated values and experimental data

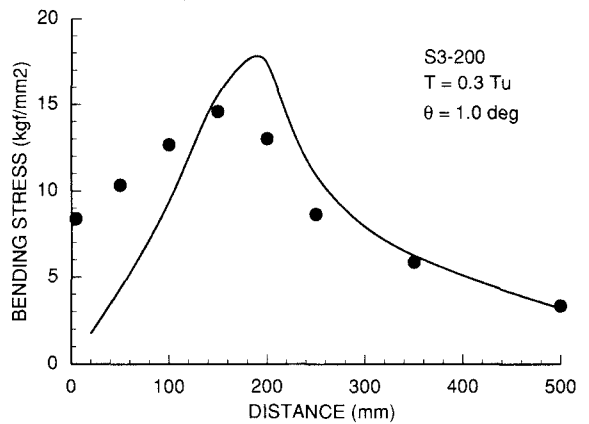


Fig.15(d) Comparison of calculated values and experimental data

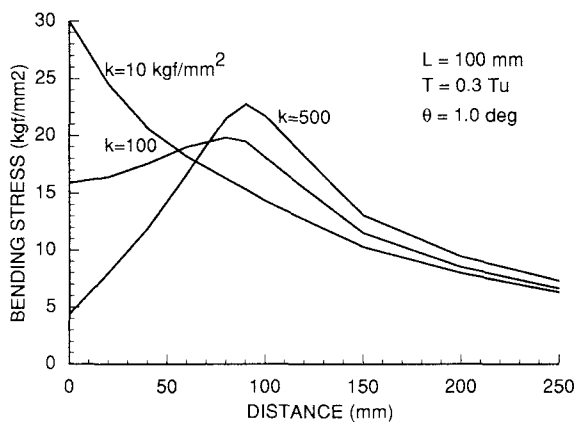


Fig.16 Effect of spring constants of filled resin

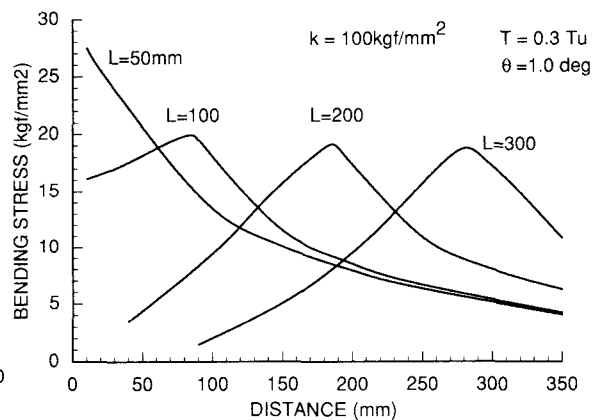


Fig.17 Effect of length of stress reduction apparatus

および $k = 100 \text{ kgf/mm}^2$ で低減効果が大きいことがわかる。Fig. 17は $k = 100 \text{ kgf/mm}^2$ について計算により L_1 の影響を検討したものであるが、 $L_1 = 50 \text{ mm}$ 程度では低減効果は小さく、 $L_1 = 100 \text{ mm}$ 以上であれば曲げ応力度の最大値は同程度であることがわかる。Fig. 16および17の検討は低減効果の算定の一例であり、種々のケーブル径や導入張力についても本論文で提案した計算式を用いれば容易に低減効果を算定でき、最適な低減装置の設計に役立つと考える。

4. 結 論

斜張橋用セミパラレルワイヤーケーブルに関して、端末部のケーブルの曲げ性状を理論的・解析的に研究した。主な結論を以下に示す。

- (1) ケーブル端部の曲げ剛性は、素線どうしが完全に結合された状態と、素線どうしが自由に滑る状態の中間的な挙動をする。この挙動を表わすために完全結合状態の度合を示すパラメータ α を導入した。ケーブルの導入張力が引張強度の20%以上では α は一定になり約 0.5となる。
- (2) エポキシ系樹脂を充填した二次曲げ低減装置の効果を実験により調べた。樹脂の弾性係数や低減装置の長さにより効果の程度に差はあるが、適切な条件を設定すればかなりの低減効果がある。さらに、この低減効果を算定する簡易式を提案し、実験値と比較した。計算値と実験値は比較的良く一致し、この算定式を用いれば種々のサイズや導入張力のケーブルに対して有効な低減装置が設計できることを示した。

昨今、斜張橋用ケーブルや吊橋ハンガーの活荷重や振動の影響による二次曲げ疲労が検討課題になっている。本研究がこれらの課題の参考になれば幸いである。最後に本論文をまとめるにあたって助言をいただいた藤野陽三教授（東京大学）、長井正嗣助教授（長岡技術科学大学）および査読者の方に謝辞を表します。

参考文献

- 1) 俵矢他：斜張橋用ケーブルNEW-PWSの開発とその実用化、製鉄研究、332号、1989年1月。
- 2) 俵矢他：斜張橋用ケーブルNEW-PWSの力学的諸特性、製鉄研究、324号、1987年1月。
- 3) Nakamura and Hosokawa: A study on the fatigue design of parallel wire strands on cable-stayed bridges, Proc. of JSCE No. 410/I-12, 1989.10.
- 4) Wyatt, T.A.: Secondary Stress in Parallel Wire Suspension Cable, ASCE, ST7, 1960.
- 5) 西村、新家、中村、土居：吊橋架設途中における平行線ケーブルの変形と二次応力解析、土木学会論文報告集No.260、1977.4.
- 6) 中村、新家、西村：ワイヤラッピングされた、吊橋平行線ケーブルの二次応力解析、土木学会論文報告集No.288、1979.8.
- 7) 田中他：平行線ケーブルの2次曲げ応力に関する研究、構造工学論文集、Vol. 35A、1989年3月。
- 8) 坂本他：斜張橋用プレ防食型ケーブルの二次応力および曲げ疲労強度に関する検討、土木学会論文集、No.446、I-19、1992年4月。

(1992年9月21日受付)