

吊床版橋の面内・面外固有振動特性の近似解

APPROXIMATE SOLUTIONS FOR NATURAL FREQUENCIES AND MODES OF STRESS RIBBON BRIDGES

比江島慎二*・藤野陽三**

By Shinji HIEJIMA and Yozo FUJINO

Explicit formulas for natural frequencies of in-plane and out-of-plane modes in stress ribbon bridges are derived by energy method. The formulation takes into account the effect of sag of the cables; the concrete slab is treated as a straight beam in the in-plane motion while as a curved beam in the out-of-plane motion. The validity of these formulas is examined through comparison with FEM solutions and measured values in two bridges. It is shown that stiffness of the stress ribbon bridges is contributed mainly by the concrete slab rather than the cables.

1. まえがき

吊橋構造は、座屈の心配がないため材料の特性を十分に生かした大スパンの極めて薄い構造体が可能となる。吊床版橋は、吊り天井として多く建物に利用されているこの構造形式を橋梁に適用したもので、ほぼ水平に張り渡した多数のケーブルを薄いコンクリート床版で巻いた帯状の橋梁である。すなわち、普通の吊橋において、背の高い主塔を省き、ケーブルと補剛桁を一体化にした構造と考えることができる。したがって、材料的にきわめて経済的であるとともに、床版コンクリートがケーブルの錆を防ぐため、維持作業がほとんど不要となる¹⁾。さらに、構造のシンプル性からくる景観性、施工の簡便さ等の優位性を有する。

最近、このような利点のある吊床版橋の建設が盛んになってきている。スパンは長大化する傾向にあり、日本においても100mを越えるスパン長のものも建設されている。

ところで、吊床版橋は、その構造形式ゆえにきわめて可とう性で、歩行者による動的応答、場合によっては加えて自動車走行あるいは風による動的応答²⁾が設計上の大きなポイントの一つになる。すなわち、吊床版橋の動特性を知ることが重要となる。

吊床版橋の動特性は、三次元骨組構造解析により厳密に把握することが可能であり、事実その動的設計にあたって用いられている。しかし、三次元骨組構造解析では質量や剛性、サグ、ケーブル本数といったパラメータが固有振動数に及ぼす効果、それらの対応関係が陽な形では把握できない。また、パラメーターを変えたときに、その都度インプットデータを入れ直さなければならない等の欠点も有する。ケーブル理論によ

* 工修 東京大学大学院 土木工学専攻 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)

** Ph.D 東京大学教授 工学部土木工学科 (同上)

る面内振動数の近似解を用いる場合もあるが、コンクリート床版の剛性が考慮されておらず、その精度は低い。また、水田らによりアーチ系橋梁の解析理論を適用する手法³⁾が提案されているが、面内振動のみを対象とし、解は陽な形で得られていない。

吊床版橋の動特性は前述のように3次元骨組構造解析により求めることができる。ここで求める陽な解は、固定化したモード関数を用いて得られる近似的な解ではあるが、動特性がどのパラメータにより支配されるのかを知り、その対応関係を物理的に理解するために有効と考えている。

そこで本研究では、ケーブルについてはケーブル理論を適用し、コンクリート床版については、面内振動に対しては圧縮と曲げを受ける梁、面外振動に対しては曲がり梁としてとらえ、エネルギー法を適用して、面内、面外モードの固有振動数の近似式を陽な形で求め、固有振動数に及ぼす各パラメータの影響を明らかにすることを試みる。

なお、力学的エネルギーを算定するにあたり、次の仮定を設ける。

- ・ケーブルの断面積は等しく、吊床版橋の断面内で軸対称に配置されている（図-1）。
- ・ケーブルに加えられる静的張力はすべて等しい。
- ・ケーブルのサグは小さい。
- ・面内、面外の低次振動を対象としており、軸方向変位は十分小さいとする。
- ・コンクリート床版のプレストレスは無視する。
- ・コンクリート床版はスパン方向に等断面である。
- ・支点を結ぶ軸方向に勾配は存在せず、水平である。
- ・変位は微小、すなわち線形の範囲で行う。

以下の定式化に用いる記号を表-1に示す。座標系は図-1に示すように、支点を結ぶ軸方向を x 軸とし、水平、鉛直方向をそれぞれ y 軸、 z 軸とする。また、 x, y, z 軸方向の変位および x 軸回りの回転をそれぞれ u, v, w および θ で表す。

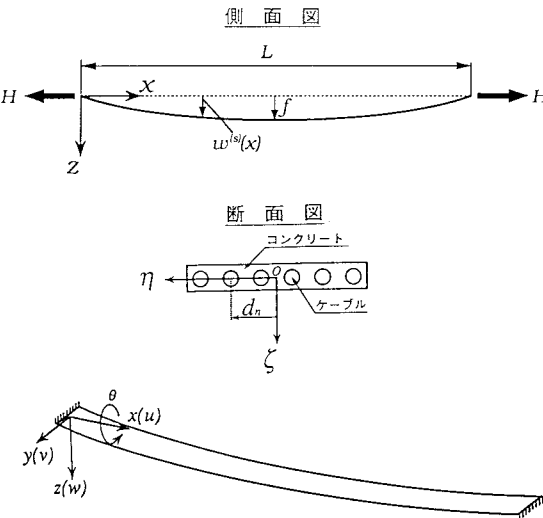


図-1 座標系

表-1 記号の説明

記号	意 味
L	スパン長
f	サグ（スパン中央の静的たわみ）
R	吊床版橋の静的形状の曲率半径($=L^2/(8f)$)
H	静的水平力の合計($=mgL^2/(8f)$)
$I_y(I_z)$	$y(z)$ 軸まわりの断面二次モーメント
J	ねじり定数
m	床版の単位長さ当り質量
Θ	床版の単位長さ当り極慣性
E_c	コンクリート弾性係数
G_c	コンクリートせん断弾性係数
A_c	コンクリート断面積
ρ_c	コンクリート密度
E_s	鋼ケーブル弾性係数
A_s	鋼ケーブル断面積（1本当り）
N	鋼ケーブル本数
d_n	n 本目鋼ケーブルの断面図心からの距離
ρ_s	鋼ケーブル密度
g	重力加速度

2. ひずみエネルギー

ケーブルのひずみエネルギー V_s とコンクリート床版の面内変形および面外変形によるひずみエネルギー V_{ci}, V_{co} を以下のように求める。

2.1 ケーブルのひずみエネルギー V_s

N 本のケーブルのうち床版断面図心から n 本目のケーブルの変位は、梁理論における平面保持及び断面不変の仮定により次のように表される。

$$\begin{cases} u_n = -d_n(v_o)_x \\ v_n = v_o \\ w_n = w_o + d_n \theta \end{cases} \quad (1)$$

ただし、 v_o, w_o はそれぞれ床版断面図心の y, z 軸方向の変位を表し、 d_n は n 本目ケーブルの床版断面図心からの距離を表す。なお、 $(\)_x, (\)_{xx}$ は x (支点を結ぶ軸方向座標) による 1 階、2 階微分を表す。

ここで、吊床版橋の静的つりあい状態の形状を $w^{(s)}(x)$ とおくと、 n 本目のケーブルの直ひずみ-変位関係式は

$$\varepsilon_{s,n} = (u_n)_x + (w^{(s)})_x (w_n)_x \quad (2)$$

式(1)を式(2)に代入すると

$$\varepsilon_{s,n} = -d_n(v_o)_{xx} + (w^{(s)})_x ((w_o)_x + d_n(\theta)_x) \quad (3)$$

吊床版橋の軸方向振動の固有振動数は面内、面外の固有振動数それぞれと十分離れており、面内、面外振動時の軸方向慣性力は小さく、したがって、動的な軸方向ひずみはスパンにわたってほぼ一定と見なすことができる。この軸方向動ひずみは、式(3)のひずみをスパン方向に平均化することにより求めることができる。すなわち

$$\bar{\varepsilon}_{s,n}(t) = \frac{1}{L} \int_0^L \varepsilon_{s,n} dx = \frac{1}{L} \int_0^L [(w^{(s)})_x (w_o)_x + d_n ((w^{(s)})_x (\theta)_x - (v_o)_{xx})] dx \quad (4)$$

これを用いて、振動時のつりあい位置からのケーブル1本あたりひずみエネルギーの増分は、次の様に表される。

$$V_{s,n} = \frac{1}{2} E_s A_s L \bar{\varepsilon}_{s,n}^2 + \frac{1}{2} \frac{H}{N} \int_0^L [(u_n)_x^2 + (v_n)_x^2 + (w_n)_x^2] dx \quad (5)$$

式(5)の右辺第二項は、吊床版橋の静的水平力によるひずみエネルギーの増分を表す。したがって、ケーブルの全ひずみエネルギーのつりあい位置からの増分は、ケーブルが軸対称に配置されていることを考慮して総和することにより次のようになる。

$$\begin{aligned} V_s &= \sum_{n=1}^N V_{s,n} \\ &= \frac{1}{2} E_s A_s L \left(\sum_{n=1}^N \bar{\varepsilon}_{s,n}^2 \right) + \frac{1}{2} H \int_0^L \left[(v_o)_x^2 + (w_o)_x^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N d_n^2 \right) ((v_o)_{xx}^2 + (\theta)_x^2) \right] dx \end{aligned} \quad (6)$$

なお、面内振動では $v_o = \theta = 0$ であり、面外振動では $w_o = 0$ である。

2.2 コンクリート床版の面内変形によるひずみエネルギー V_{ci}

これには、ケーブルの場合と同様な定式化を用いることにより求められるが、静的水平力が無いことと曲げ剛性の影響を考慮することにより次の様になる。

$$V_{ci} = \frac{1}{2} E_c A_c L \bar{\varepsilon}_c^2 + \frac{1}{2} E_c I_y \int_0^L (w_o)_{xx}^2 dx \quad (7)$$

ただし、 $\bar{\varepsilon}_c$ は軸方向（ x 方向）直ひずみの平均値であり、次のように表される。

$$\bar{\varepsilon}_c(t) = \frac{1}{L} \int_0^L \varepsilon_c dx = \frac{1}{L} \int_0^L ((w^{(s)})_x (w_o)_x) dx \quad (8)$$

2.3 コンクリート床版の面外変形によるひずみエネルギー V_{co}

この場合、吊床版橋は曲率半径 R をもつ曲がり梁であると考える。

曲がり梁⁴⁾の曲げモーメント M 及びねじりモーメント T_r は次のように表される。

$$\begin{cases} M = E_c I_z \left((v_o)_{xx} - \frac{1}{R} \theta \right) \\ T_r = G_c J \left((\theta)_x + \frac{1}{R} (v_o)_x \right) \end{cases} \quad (9)$$

したがって、コンクリート床版の面外変形によるひずみエネルギー V_{co} は

$$\begin{aligned} V_{co} &= \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{M^2}{E_c I_z} + \frac{T_r^2}{G_c J} \right) dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L \left[E_c I_z \left((v_o)_{xx}^2 + \frac{1}{R^2} \theta^2 - \frac{2}{R} (v_o)_{xx} \theta \right) + G_c J \left((\theta)_x^2 + \frac{1}{R^2} (v_o)_x^2 + \frac{2}{R} (v_o)_x (\theta)_x \right) \right] dx \end{aligned} \quad (10)$$

部分積分し、境界条件 $v_o(0)=0, v_o(L)=0$ を用いると

$$V_{co} = \frac{1}{2} \int_0^L \left[E_c I_z \left((v_o)_{xx}^2 + \frac{1}{R^2} \theta^2 + \frac{2}{R} (v_o)_x (\theta)_x \right) + G_c J \left((\theta)_x^2 + \frac{1}{R^2} (v_o)_x^2 + \frac{2}{R} (v_o)_x (\theta)_x \right) \right] dx \quad (11)$$

3. 運動エネルギー

吊床版橋の運動エネルギーは次のように表せる。

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \left[m(\dot{v}_o^2 + \dot{w}_o^2) + \theta \dot{\theta}^2 + \theta_z (\dot{v}_o)_x^2 + \theta_y (\dot{w}_o)_x^2 \right] dx \quad (12)$$

ただし、

$$\theta_z = \rho_c I_z + \rho_s A_s \left(\sum_{n=1}^N d_n^2 \right), \quad \theta_y = \rho_c I_y, \quad \theta = \theta_z + \theta_y$$

なお、面内振動では $v_o = \theta = 0$ であり、面外振動では $w_o = 0$ である。

4. モード形および初期形状

吊床版橋の端部は剛結に近いことを考慮して、（面内、面外） s 次振動（ $s=1,2,3\cdots$ ）のモード形を区間ごとに分けて次のように仮定する。

$$\psi_s(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2s\pi}{L} x \right) & \left(0 \leq x \leq \frac{L}{2s} \right) \\ \sin \frac{s\pi}{L} x & \left(\frac{L}{2s} \leq x \leq \frac{2s-1}{2s} L \right) \\ \frac{1}{2} (-1)^{s+1} \left(1 - \cos \frac{2s\pi}{L} x \right) & \left(\frac{2s-1}{2s} L \leq x \leq L \right) \end{cases} \quad (13)$$

($s = 1, 2, 3, \dots$)

上式において、 $s=1, 3, 5, \dots$ は対称モードを表し、 $s=2, 4, 6, \dots$ は逆対称モードを表す。

また、式(2)等における鉛直面内初期形状 $w^{(s)}(x)$ は、放物線形状であると仮定して次のように表せる。

$$w^{(s)}(x) = 4f \left(\frac{x}{L} \right) \left(1 - \frac{x}{L} \right) \quad (14)$$

ここで、 f はサグである。

5. 支配方程式

それぞれの変位を一般化座標 q_v 、 q_w 、 q_θ 及びモード形 $\psi_s(x)$ を用いて次のように仮定する。

$$\begin{cases} v_o(x, t) = q_v(t) \cdot \psi_s(x) \\ w_o(x, t) = q_w(t) \cdot \psi_s(x) \\ \theta(x, t) = q_\theta(t) \cdot \psi_s(x) \end{cases} \quad (15)$$

式(13)～式(15)を先の力学的エネルギーの式に代入し、ラグランジュの方程式を用いることにより、 s 次振動における3つの支配方程式が得られる。すなわち、

$$\begin{aligned} & \left(\frac{4s-1}{8s} mL + \frac{s^2 \pi^2}{2L} \Theta_y \right) \ddot{q}_w + \\ & + \left\{ \frac{1+(-1)^{s+1}}{2} \frac{16f^2}{s^2 L^3} (E_c A_c + N E_s A_s) + \frac{s^2 \pi^2}{2L} \left(s(s+3) \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 E_c I_y + H \right) \right\} q_w = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{4s-1}{8s} mL + \frac{s^2 \pi^2}{2L} \Theta_z \right) \ddot{q}_v + \frac{s^2 \pi^2}{2L} \left\{ s(s+3) \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \left(E_c I_z + \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N d_n^2 \right) H \right) + \frac{64f^2}{L^4} G_c J + H \right\} q_v + \\ & + \frac{4s^2 \pi^2 f}{L^3} (E_c I_z + G_c J) q_\theta = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \frac{4s-1}{8s} \Theta L \ddot{q}_\theta + \\ & + \left\{ \frac{s^2 \pi^2}{2L} \left(G_c J + \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N d_n^2 \right) H \right) + \frac{4s-1}{s} \frac{8f^2}{L^3} E_c I_z + \frac{1+(-1)^{s+1}}{2} \frac{16f^2}{s^2 L^3} \left(\sum_{n=1}^N d_n^2 \right) E_s A_s \right\} q_\theta \\ & + \frac{4s^2 \pi^2 f}{L^3} (E_c I_z + G_c J) q_v = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

6. 固有振動数

定式化から、そしてまた、式(16)～式(18)からも分かるように、鉛直（面内）振動は、面外振動である水平及びねじれ振動と連成しない。一方、水平振動とねじれ振動は互いに連成する。この連成は式(11)における水平変位とねじれ変位の積の項に起因している。式(16)～式(18)より、 s 次固有振動数算定式が次のように求まる。

（鉛直振動）

$$f_w = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{ww}}{M_w}} \quad (19)$$

ただし、

$$M_w = \frac{4s-1}{8s} mL + \frac{s^2 \pi^2}{2L} \Theta_y \quad (20)$$

$$K_{ww} = \frac{1+(-1)^{s+1}}{2} \frac{16f^2}{s^2 L^3} (E_c A_c + N E_s A_s) + \frac{s^2 \pi^2}{2L} \left(s(s+3) \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 E_c I_y + H \right) \quad (21)$$

（水平－ねじれ連成振動）

$$f_{v,\theta} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\frac{K_{vv}}{M_v} + \frac{K_{\theta\theta}}{M_\theta} \pm \sqrt{\left(\frac{K_{vv}}{M_v} - \frac{K_{\theta\theta}}{M_\theta} \right)^2 + \frac{4K_{v\theta}^2}{M_v M_\theta}} \right]} \quad (22)$$

ただし、

$$M_v = \frac{4s-1}{8s} mL + \frac{s^2 \pi^2}{2L} \Theta_z, \quad M_\theta = \frac{4s-1}{8s} \Theta L \quad (23a,b)$$

$$K_{vv} = \frac{s^2 \pi^2}{2L} \left\{ s(s+3) \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \left(E_c I_z + \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N d_n^2 \right) H \right) + \frac{64f^2}{L^4} G_c J + H \right\} \quad (24)$$

$$K_{\theta\theta} = \frac{s^2 \pi^2}{2L} \left(G_c J + \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N d_n^2 \right) H \right) + \frac{4s-1}{s} \frac{8f^2}{L^3} E_c I_z + \frac{1+(-1)^{s+1}}{2} \frac{16f^2}{s^2 L^3} \left(\sum_{n=1}^N d_n^2 \right) E_s A_s \quad (25)$$

$$K_{v\theta} = K_{\theta v} = \frac{4s^2 \pi^2 f}{L^3} (E_c I_z + G_c J) \quad (26)$$

ここで、サグ f と水平張力 H には $H = mgL^2/(8f)$ の関係がある（表－１）。

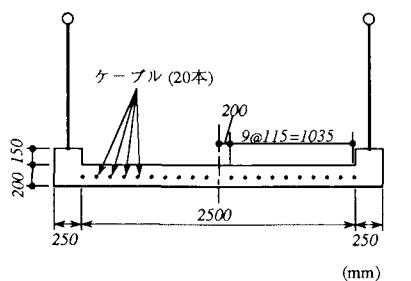
なお、式(20), (23a)における第２項は、第１項に比べ実質的に無視できるほど小さい。

7. 数値解析例

7.1 固有振動数

得られた固有振動数算定式(19)～(26)の精度を実橋測定値、FEM解析値との比較を通じ検証する。

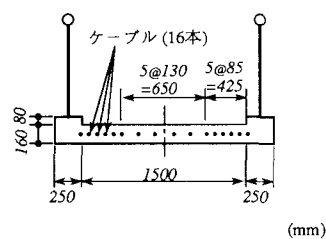
対象とした橋は、図－２、図－３に示してある烏山城C. C. 歩道橋（スパン63m, 栃木県）及びひぐらし



スパン $L = 63$ m 水平力 $H = 598.3$ tf
サグ $f = 1.7$ m

要素剛性 $E_c A_c = 2.34 \times 10^6$ tf
 $E_c I_y = 1.46 \times 10^4$ tf m²
 $E_c I_x = 2.07 \times 10^6$ tf m²
 $G_c J = 1.20 \times 10^4$ tf m²
 $E_s A_s = 7.68 \times 10^3$ tf

図-2 烏山城 C. C. 歩道橋



スパン $L = 63$ m 水平力 $H = 297.2$ tf
サグ $f = 1.7$ m

要素剛性 $E_c A_c = 1.28 \times 10^6$ tf
 $E_c I_y = 4.38 \times 10^3$ tf m²
 $E_c I_x = 4.84 \times 10^5$ tf m²
 $G_c J = 4.21 \times 10^3$ tf m²
 $E_s A_s = 7.47 \times 10^3$ tf

図-3 ひぐらし橋

橋（スパン63m, 愛媛県）である。両橋とも端部において床版厚が若干増大しているが、本方法（近似解）においてはこれを無視している。また、両橋ともスパン、サグは同じ量であるが、烏山城 C. C. 歩道橋の方が、ひぐらし橋に比べ、コンクリート床版の幅が広く、重量が多くなっている。

固有振動数の比較を表-2、表-3に示す。有限要素解においては、コンクリート床版は梁要素、ケーブルは張力を考えた棒要素としており、端部における床版厚の変化も考慮している。

表-2、表-3の結果より、本法解（近似解）は有限要素解及び実測値⁵⁾に比較的近い値を示していることが分かる。ただし、鉛直対称1次、2次モードにおいて多少、本法解の精度は劣る。この原因として、式(13)で仮定したモード形状とFEMにおけるこれらのモードのモード形状とが、あまり良い精度では一致していないことがまず挙げられる（図-4）。一般に、サグ比(f/L)が大きくなると、FEMにおける鉛直対称モード形状はしだいに1段階高次の鉛直対称モード形状に遷移し、式(13)で仮定したモード形状の精度は悪くなる。サグ比がさらに大きくなると、式(19)の算定式から得られる鉛直対称1次($s=1$)固有振動数値が、それより値が大きいはずの鉛直対称2次($s=3$)固有振動数値を越えてしまうといった物理的な矛盾が生じ、事実上式(19)が適用できなくなる。式(19)によれば、鉛直対称1次および2次固有振動数が等しくなる

表-2 固有振動数の比較（烏山城）

振動モード	本方法	有限要素法	実測値
鉛直たわみ			
対 称 1 次	1.63Hz	1.56Hz	1.50Hz
" 2 次	1.98	2.25	2.17
" 3 次	4.04	4.21	4.29
逆対称 1 次	1.15	1.25	1.22
" 2 次	2.88	3.04	3.08
" 3 次	5.38	5.48	5.67
ねじり-水平連成			
連 成 1 次	2.39Hz	2.46Hz	2.54Hz
" 2 次	3.43	3.46	3.31

表-3 固有振動数の比較（ひぐらし）

振動モード	本方法	有限要素法	実測値
鉛直たわみ			
対 称 1 次	1.72Hz	1.49Hz	1.53Hz
" 2 次	1.78	2.13	2.22
" 3 次	3.43	3.49	3.76
逆対称 1 次	1.06	1.05	1.18
" 2 次	2.50	2.51	2.80
" 3 次	4.49	4.55	5.00
ねじり-水平連成			
連 成 1 次	1.90Hz	1.92Hz	1.95Hz
" 2 次	3.56	3.42	3.54

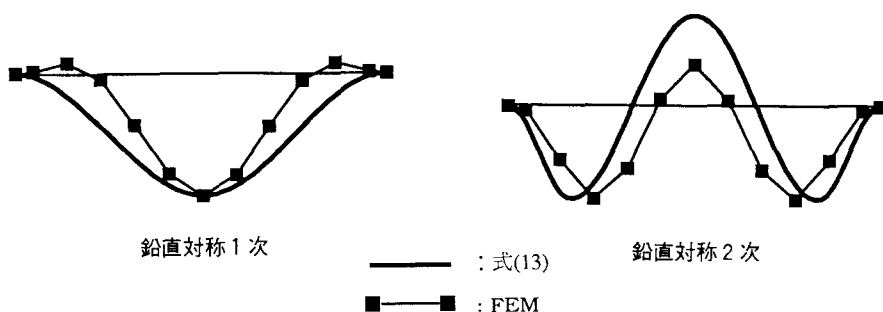


図-4 モード形状の比較（烏山城）

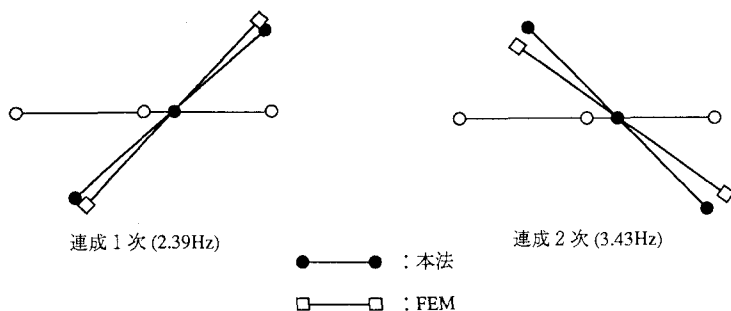


図-5 ねじり-水平連成のモード変位（スパン中央）

サグ比（限界サグ比）は、サグ比以外のパラメータを一定として求めると、烏山城C. C. 歩道橋の場合0.032、ひぐらし橋の場合0.028である。したがって、今回の両橋のサグ比（1.7/63=0.027）は限界サグ比以下ではあるが、ひぐらし橋（表-3）の場合は限界サグ比に非常に近いため、鉛直対称1次と2次の本法解はかなり近接し、有限要素解との誤差も大きい。また、後述するように、低次の鉛直対称モード固有振動数に対してはコンクリート伸び剛性（ $E_c A_c$ ）が大きく関与しており、式(21)中のコンクリート伸び剛性項の定式化の際における近似誤差（直ひずみをスパン方向に平均化、端部における床版厚増大を無視等）が、鉛直対称1次および2次固有振動数において本法解の精度が劣る原因となっている可能性もある。

なお、鉛直振動に関しては、単一ケーブルのそれに見られる⁶⁾と同様に、サグの影響により、逆対称1次の固有振動数が対称1次の固有振動数よりも小さくなっているのが確かめられる。

また、面外振動である水平振動とねじれ振動が連成するため、腹が1つ（ $s=1$ ）の振動の場合について位相の異なる2つのモードが存在するが、このときのスパン中央のモード変位（水平とねじれの相対変位）を烏山城C. C. 歩道橋について有限要素法のと比較したのが図-5である。これも比較的有限要素解に近い。

7.2 構造剛性の内訳

吊床版橋の鉛直たわみ剛性 K_{ww} 、水平たわみ剛性 K_{vv} 、ねじれ剛性 $K_{\theta\theta}$ は式(21)および式(24)～(26)に表されるように、コンクリート伸び剛性（ $E_c A_c$ ）、コンクリート曲げ剛性（ $E_c I_y$, $E_c I_z$ ）、コンクリートねじれ剛性（ $G_c J$ ）、ケーブル伸び剛性（ $E_s A_s$ ）、ケーブル張力（ H ）といった要素剛性から構成されている。そこで、式(21)および式(24)～(26)で表わされる構造剛性 K_{ww} 、 K_{vv} 、 $K_{\theta\theta}$ に占める各要素剛性に関する項の構成比率を烏山城C. C. 歩道橋の場合について示したのが図-6～図-8である。

(1) 鉛直たわみ剛性

図-6 (a) によると鉛直対称1次モードにおいては、鉛直たわみ剛性 (K_{ww}) のおよそ8割をコンクリート伸び剛性 ($E_c A_c$) 項が占めており、コンクリート曲げ剛性 ($E_c I_y$) 項およびケーブルによる剛性 ($E_s A_s, H$) 項の占める割合はわずかであることが分かる。ところが、式(21)に示すように、次数 s の増加とともに $E_c A_c$ 項の係数は $1/s^2$ のオーダーで小さくなり、逆に $E_c I_y$ 項の係数は s^4 、 H 項の係数は s^2 のオーダーで大きくなる。したがって、対称2次モードでは図に示すようにコンクリート伸び剛性 ($E_c A_c$) 項の影響は急激に小さくなり、多くはコンクリート曲げ剛性 ($E_c I_y$) 項とケーブル張力 (H) 項で受け持たれるようになる。さらに高次のモードになると、 K_{ww} のほとんどをコンクリート曲げ剛性 ($E_c I_y$) 項が占めるようになる。これは対称1次モードではアーチ効果が卓越しているのに対し、高次の対称モードになると梁としての性質が強くなることを示している。

逆対称モード(図-6 (b)) になると、コンクリートとケーブル双方の伸び剛性項がなくなるため、鉛直たわみ剛性はコンクリート曲げ剛性 ($E_c I_y$) 項とケーブル張力 (H) による剛性項で受け持たれるようになる。また、対称モードの場合と同様にコンクリート曲げ剛性項の割合が、次数の増加とともに大きくなる。

一般に、吊床版橋のコンクリート床版は非常に薄いため、その鉛直方向の曲げ剛性 ($E_c I_y$) の影響は小さいと思われがちであるが、ここにみられるように鉛直逆対称モードや高次の鉛直対称モードにおいてはその影響は大きい。

(2) 水平たわみ剛性

水平たわみ剛性 (K_{vv}) においては、図-7に示すように、対称、逆対称両モードともその大部分がコンクリート曲げ剛性 ($E_c I_z$) 項で構成されており、ケーブル張力 (H) による剛性項の影響がほんのわずかみられるものの、次数の増加とともにその影響もほとんど無くなる。また、コンクリートねじれ剛性 ($G_c J$) 項に至っては、無視し得るほど小さい。

(3) ねじれ剛性

ねじれ剛性 ($K_{\theta\theta}$) における主構成要素は、図-8に示すように、コンクリートねじれ剛性 ($G_c J$) 項であ

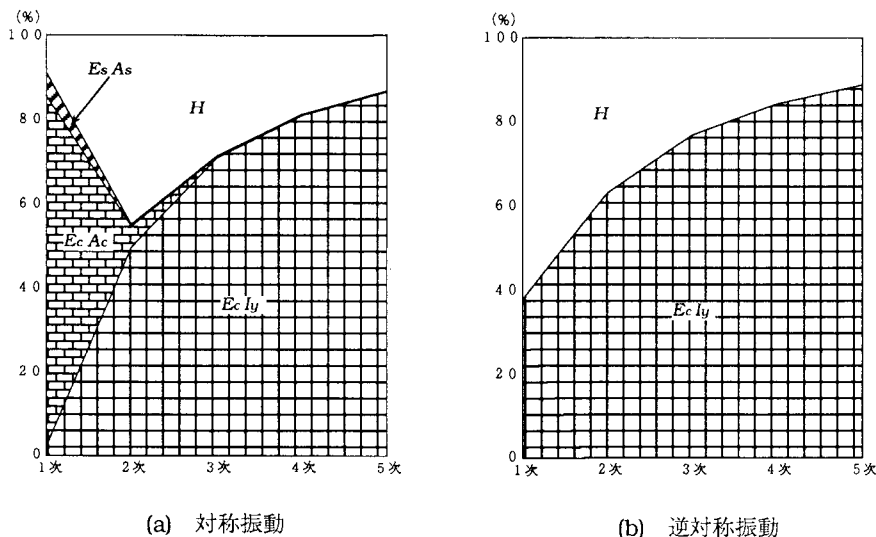
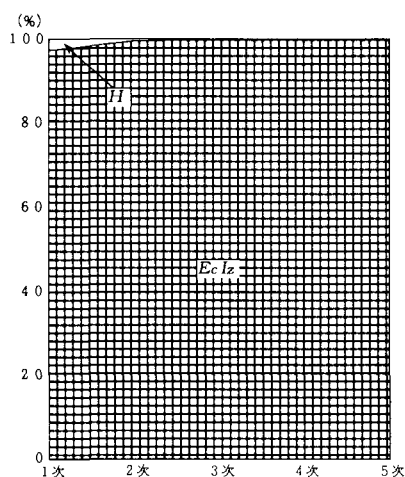
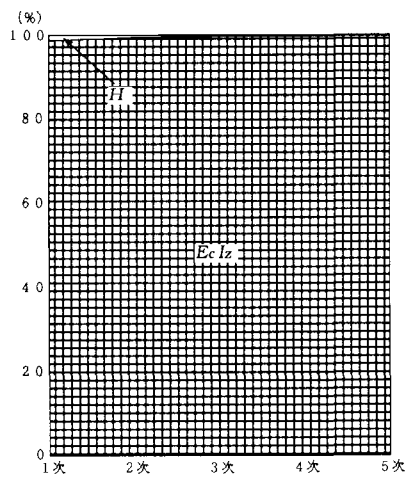


図-6 鉛直たわみ剛性 K_{ww}

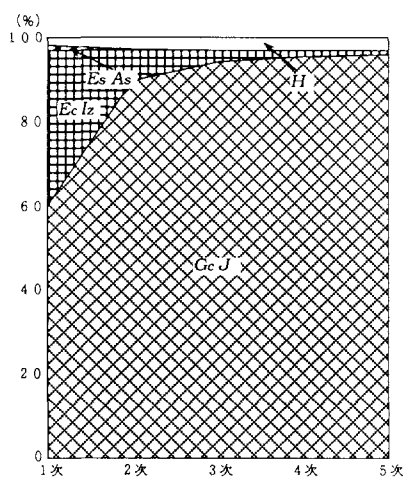


(a) 対称振動

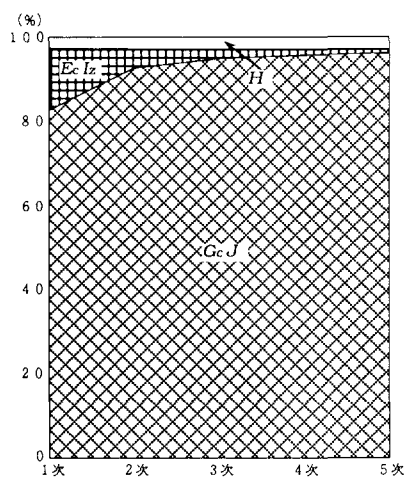


(b) 逆対称振動

図-7 水平たわみ剛性 K_{vv}



(a) 対称振動



(b) 逆対称振動

図-8 ねじれ剛性 $K_{\theta\theta}$

るが、低次モードにおいてはコンクリート曲げ剛性 ($EcIz$) 項も大きな割合を占める。また、ねじれ対称モードにはケーブル伸び剛性 ($EsAs$) 項がわずかながら存在するが、ねじれ逆対称モードではゼロである。

なお、鉛直たわみ剛性、水平たわみ剛性及びねじれ剛性におけるこれらの傾向は、烏山城 C. C. 歩道橋に比べ重量が比較的小さいひぐらし橋の解析においても同様の結果を確認しており、他の吊床版橋についても一般性を持つものと考えられる。

9. まとめ

今回の研究の成果をまとめると次のようになる。

(1) エネルギー法を適用することにより、鋼ケーブル、コンクリートの剛性を考慮して、吊床版橋の面内、面外固有振動数算定式を陽な形で求めた。

(2) サグがあるため、水平振動とねじれ振動は互いに連成することが確かめられた。

(3) 烏山城 C. C. 歩道橋とひぐらし橋での実測値、有限要素法による値との比較により、得られた固有振動数算定式がほぼ妥当であることが確かめられた。ただし、鉛直対称 1 次および 2 次固有振動数に対してはさほど良好な精度は得られなかった。

(4) 吊床版橋の鉛直たわみ剛性、水平たわみ剛性及びねじれ剛性の多くはコンクリートに関する要素剛性で受け持たれており、このことはコンクリート床版がただ単にケーブルを保護するためのものではなく、吊床版橋全体の構造剛性に大きく寄与していることを示している。さらに言えば、吊床版橋の動特性（固有振動数）をコントロールする場合、ケーブルの水平張力 H ではなく、コンクリートの断面形状を変えることも一つの方法であることを示している。

なお、本研究にあたって、貴重な御助言を頂いたオリエンタル建設（株）の角本 氏、住友建設（株）の錦 氏に深く謝意を表します。また、長岡技術科学大学の長井正嗣助教授には草稿に目を通していただき、有益なコメントを頂いた。

参考文献

- 1) 村上良丸他：歩行者用吊り床版橋の模型実験（上），橋梁と基礎，No. 12, pp. 26～32, 1982.
- 2) 岩本政巳他：吊床版橋の耐風安定性について，土木学会第45回年次学術講演会概要集第1部，pp. 928～929, 1990.
- 3) 水田洋司他：吊床版橋の鉛直固有振動数の解析法について，構造工学論文集，Vol. 38A, pp. 755～763, 1992.
- 4) 土木学会編：構造力学公式集，pp. 194～205, 1986.
- 5) 梶川，津村，角本：P C 吊床版歩道橋の振動とその使用性，構造工学論文集，Vol. 36A, pp. 685～695, 1990.
- 6) Irvine : Cable Structures, MIT Press, pp. 96, 1981.

(1992年9月21日受付)