

満足化トレードオフ法に基づく 離散的 2 目的最適塑性設計に関する基礎的考察

A STUDY ON DISCRETE TWO-OBJECTIVE OPTIMAL PLASTIC DESIGN
USING SATISFICING TRADE-OFF METHOD

三原徹治* 千々岩浩巳**

by Tetsuji MIHARA and Hiromi CHIJIWA

The purpose of this study is to discuss the fundamental properties of discrete multi-objective optimal structural design. The two-objective optimal plastic design which can be solved by the satisficing trade-off method is selected as the subjective design problem because its easiness to handle, and three types of optimality criteria for the discrete optimum solution are investigated. The enumeration method and the branch-and-bound method are used to find the discrete optimum design. Two frame structures are designed to discuss the design characteristics, numerically.

Key words : discrete two-objective optimal plastic design, satisficing trade-off method, enumeration method, branch-and-bound method

1. 緒 言

土木・建築構造物の解析・設計・施工における最適化技術への要求は、今後、その質・量とも拡大することが予想され、その推進要因のひとつとして離散値・離散関数を取扱う最適化手法の開発が挙げられる¹⁾。例えば、既製形鋼を使用する構造物の設計では設計変数値は一般的な規則性が認められない離散量となり、通常の連続変数を対象とする最適設計法の適用が困難である。このため、ランダムな初期設計から繰返し計算法により全応力設計を求める方法²⁾、近似の概念を導入することにより計算効率を向上させた列挙法に基づく最小重量設計法³⁾や分枝限定法⁴⁾を拡張した離散型非線形計画法による鋼管杭基礎の最小費用設計⁵⁾などの解法が提案され、それらの有効性の検証とともに離散的単一目的最適化問題の解特性が種々検討されている。

また、構造設計のプロセスは必ずしもあるひとつの目的関数の最適化に留まらず同時に複数の目的を最適化するものであり、その多目的性に着目した多目的最適構造設計に関する研究も近年多く行われている^{6), 7)}。しかしながら、それらの研究における設計変数は連続変数であり離散的に取扱っている例はほとんどなく、その最適性などに言及した研究も見当たらない。

* 工博 九州共立大学助教授 工学部土木工学科 (〒807 北九州市八幡西区自由ヶ丘1-8)

** アルファコンサルタント(株) 九州支社 (〒810 福岡市中央区天神4-5-20)

このような現況から設計変数を離散量とする多目的最適構造設計法の確立が期待される。本研究はそのための基礎的な検討を目的とし、離散解の最適性と一部解特性を検討の焦点とする。研究目的を達成するため、対象とする設計法は解の保証性が高く取扱い容易なことが必要であり、その離散最適解の探索には実績ある手法を用いることが望ましい。よって、本研究で対象とする設計法には満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法により単一目的線形計画問題（LP）に変換される2目的最適塑性設計⁷⁾を選ぶ。本設計問題の解（Pareto解）は安全性と経済性を示す2つの目的に関する満足度を均一化することにより得るものであり、解法の特徴を失わないよう、まず、離散解の最適性を判定する評価関数として $Z_{\min}$ 規準、 $\delta_{\min}$ 規準および $n_{\min}$ 規準と名付けた3つ最適性規準について検討する。次に、離散最適解探索手法として確実に最適解が得られる列挙法とLPに関して実績のある分枝限定法を用いた解法について説明する。最後に、両解法によって数値計算を行いその解特性分析を試みる。

なお、本研究では慣用の剛塑性理論にしたがい、分布荷重は等価な集中荷重に置換できるものとする。

2. 2目的最適塑性設計問題

本研究の目的から、対象とする多目的最適構造設計問題には初期値や最適計算上の計算パラメータの与え方が得られる解に影響する非線形計画問題より解の保証性が高い線形計画問題（LP）の方が適する。また、LPは取扱いも容易である。よって、本研究では満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法により単一目的線形計画問題に変換される2目的最適塑性設計⁷⁾を選んだ。その設計問題を式(1)に示す。

既知数： $C, F, N, R, a, Ws, Wa, \alpha S, \alpha A, X^L, X^U$

未知数： Q, X, W, α, Z

目的関数： $Z = \max(Z_W, Z_\alpha) \rightarrow \min.$ ----- (1a)

制約条件： $C^T Q - \alpha F = 0$ ----- (1b)

$N^T Q - R^T X \leq 0$ ----- (1c)

$W - (Wa - Ws) Z = a^T X - (Wa - Ws) Z \leq Ws$ ----- (1d)

$\alpha - (\alpha A - \alpha S) Z \geq \alpha S$ ----- (1e)

$X^L \leq X \leq X^U$ ----- (1f, g)

ただし、

$Z_W = (W - Ws) / (Wa - Ws), \quad Z_\alpha = (\alpha - \alpha S) / (\alpha A - \alpha S)$ ----- (2a, b)

崩壊荷重係数 α （安全性の評価指標）の最大化並びに構造重量 W （経済性評価指標）の最小化を同時に目的とする2目的最適塑性設計基本式に満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法を適用したLP問題である。すなわち、塑性解析の静的定理に基づいて内力 Q と外力 αF が常につりあうという平衡条件（式(1b)）、内力 Q がその塑性容量 $R^T X$ を越えないという降伏条件（式(1c)）、設計変数 X の上下限値制約（式(1f, g)）および理想点と希求水準値を用いて定義される各目的の満足度 Z_W, Z_α に関する制約（式(1c, d)）を満足したうえで、問題全体の満足度 Z を最小にする問題である。

ここで、設計変数 X を連続量と仮定すれば式(1)は従来の連続的問題であり、 X の上下限値制約（式(1f, g)）の代わりに離散値データを与えると離散の問題となる。

ここに、 Q は内力ベクトル、 X は設計変数ベクトル、 W は構造重量関数（ $= a^T X$, a は重量換算ベクトル）、 α は崩壊荷重係数、 C は適合マトリックス、 F は基準となる外力ベクトル、 N は降伏面における単位法線マトリックス、 R は塑性容量の1次微係数マトリックス（ $R^T X$ は塑性容量ベクトル）、 X^U, X^L はそれぞれ設計変数ベクトル X の上・下限値ベクトル、 Z_W, Z_α はそれぞれ構造重量 W および崩壊荷重係数 α に関する満足度であり、上付添字Tは転置を、下付添字A, Sはそれぞれ希求水準および理想点を示す。

設計変数を連続量とし、かつ、設計変数の上下限値制約がinactiveとなるように式(1f, g)の X^L （ X^U ）に

十分小さな（大きな）値を設定し、任意の理想点および希求水準値を与えて式(1)を解くと連続最適解が得られる。連続最適解では経済性および安全性の満足度が均一化され各満足度の値は一致し⁷⁾、連続最適解を上付添字Cで示すと、その関係は次式のように表される。

$$Z^c = Z^w = Z^{\alpha^c} \text{-----} (3)$$

3. 最適性評価関数の検討

単一目的設計問題の場合、設計変数が離散的か連続的に関わらずその最適性判定は設計問題の目的関数値により行うことができる。例えば、最小重量設計では諸制約条件を満足し、かつ、構造重量を最小にする解が最適解であり、最適性を判定するための評価関数（最適性評価関数）が離散的問題と連続的問題とで異なることはなく、また、それ以外のケースを考えることもできない。このような考え方を本研究の対象設計問題（式(1)）を離散的に取扱う場合に適用すると、式(1a)をそのまま最適性評価関数とすればよい。この最適性規準を $Z_{\min}$ 規準と呼ぶこととする。

従来の離散的単一目的問題の最適性規準の延長線上に位置する $Z_{\min}$ 規準に対し、 $\delta_{\min}$ 規準および $n_{\min}$ 規準と名付けた最適性規準を設定する。満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法は多目的問題の各目的の満足度を均一化することによりPareto解を求める手法であることから、離散的な場合にも各満足度の均一性によって最適性を判断することにより設計問題の離散性および多目的性をより明確にする解を得ることを可能にする最適性規準である。具体的には、離散解の経済性と安全性の満足度の均一性を示す量として $\delta_{\min}$ 規準では両満足度の差を、 $n_{\min}$ 規準では離散解と連続最適解の満足度との距離の2乗を算定する。すなわち、先述したように任意の理想点および希求水準値を与えたときの式(1)の連続最適解は経済性および安全性の満足度 Z^w 、 Z^{α^c} が一致する解として得られる。一方、同じ理想点および希求水準値に対してある離散解 X^d の満足度は式(2)から以下のように算定される。

$$Z^w^d = (a^T X^d - Ws) / (WA - Ws) \text{-----} (4a)$$

$$Z^{\alpha^d} = (\alpha^d - \alpha s) / (\alpha A - \alpha s) \text{-----} (4b)$$

ただし、

$$\alpha^d = \{\max \alpha \mid C^T Q - \alpha F = 0, N^T Q \leq R^T X^d\} \text{-----} (5)$$

ここに、式(5)は平衡条件と降伏条件を満足する荷重係数 α の最大値として離散解 X^d の塑性崩壊荷重係数 α^d が算定できることを示しており、LPにより解くことができる。従って、離散解 X^d の安全性と経済性に関する満足度の差 δ は式(6)のように、離散解の満足度と連続最適解のそれとの距離の2乗 n は式(3)を考慮して式(7)のように、それぞれ表される。いずれの規準においても満足度の均一性を示す値が最も小さい離散解を離散最適解と評価する。

$$\delta = |Z^w^d - Z^{\alpha^d}| \text{-----} (6)$$

$$n = (Z^w^c - Z^w^d)^2 + (Z^{\alpha^c} - Z^{\alpha^d})^2 = (Z^c - Z^w^d)^2 + (Z^c - Z^{\alpha^d})^2 \text{-----} (7)$$

最適連続解と一致する離散解が存在する場合には以上3つの最適性規準のいずれを用いてもその離散解が最適離散解となる。しかし、そうでない場合の方が一般的であり、各最適性規準の相違について調べる必要がある。本研究では以下のように数値的な比較・検討を行った。

まず、 $\delta_{\min}$ 規準と他の規準とを比較する。表-1は、後述する数値計算例に用いた2層3スパンラーメン（図-7）の列挙法による設計計算結果から $Ws=0.0$ 、 $WA=1200.0$ 、 $\alpha s=10.0$ 、 $\alpha A=3.4$ としたときの連続最適解およびその近傍の15個の離散解について満足度関数値 Z^w 、 Z^{α} （ Z^w 、 Z^{α} のうち大きい値の方に網かけ）および式(6)、(7)を用いて算定した δ 、 n 値を示す。表-1に示すように、 $Z_{\min}$ 規準による最適性順位は⑮、⑩、⑭、⑥、⑪…、 $\delta_{\min}$ 規準では⑩、⑧、⑮、⑪、⑭…、 $n_{\min}$ 規準では⑭、⑮、⑩、⑥、⑪…の最適性順位を与えることができる（本来、最適解を求める場合に最適性の順位は特別な意味を持たないが、ここでは

3つの最適性規準の相違を明らかにするためあえて順位付けを行った)。各規準による離散解の最適性順位が違ふことから、各規準が有する意味が本質的に異なっていることが理解される。特に、 $\delta_{\min}$ 規準では⑧が高い最適性順位を持ち、他の2つの規準による評価と異なる傾向を示している。

表-1に示す最適連続解と各離散解を満足度座標上に展開すると図-1が得られる。

図-1中の○数字は表-1の離散解番号に対応しており、右上がりの直線は $ZW = Z\alpha$ 、すなわち、満足度が均一な関係を示す直線（等満足度線）である。図-1から⑧の満足度は高い均一度を有するが、⑭や⑮などの離散解の満足度と比較して非常に大きな値であり、連続最適解との隔たりが大きいことがわかり、このような離散解に対して高い最適性順位を与える $\delta_{\min}$ 規準は最適性規準として好ましくないと判断できる。

次に、図-1, 2から $Z_{\min}$ 規準と $n_{\min}$ 規準とを比較する。ここに、図-2は $WS=0.0$, $WA=1200.0$, $\alpha S=10.0$, $\alpha A=2.1$ の場合の連続最適解とその近傍の離散解を満足度空間に展開したものである。図-1, 2から、離散解の満足度 ZW^d , $Z\alpha^d$ がともに連続最適解の満足度 Z^c より小さい領域（図中、斜線を付した部分）には離散解は存在しないが、 ZW^d , $Z\alpha^d$ のいずれかが Z^c より小さい離散解は多数存在することがわかる。これが、 $Z_{\min}$ 規準と $n_{\min}$ 規準とで最適と判定される離散解が異なる場合があることの理由であるが、その程度は個々のケースにより異なる。図-2の $Z_{\min}$ 規準による離散最適解と $n_{\min}$ 規準による離散最適解は大きく異なるが、図-1の離散解⑭

（ $n_{\min}$ 規準による離散最適解）と⑮（ $Z_{\min}$ 規準による離散最適解）には決定的な差が認められない。つまり、 $Z_{\min}$ 規準は満足度の均一化を直接の目標としていないため、その離散最適解の満足度は図-1の⑮のように等満足度線近傍に位置することもあるが、図-2に示すように両満足度間に大きなアンバランスがある場合も多い。しかし、 $n_{\min}$ 規準による離散最適解の満足度は設定する理想点や希求水準値に関わらず連続最適解の満足度近傍にあり ZW^d , $Z\alpha^d$ 間のアンバランスも小さいことが、図-1, 2に示す場合も含めたパラメトリックな

表-1 最適性規準の検討のための数値データ

	ZW	$Z\alpha$	δ	n	最適性順位		
					$Z_{\min}$	$\delta_{\min}$	$n_{\min}$
連続最適解	1.33140	1.33140	—	—			
①	1.35404	1.33247	.02157	5.137×10^{-4}			
②	1.31164	1.33737	.02573	4.261×10^{-4}			
③	1.35008	1.33325	.01683	3.524×10^{-4}			
④	1.31560	1.34394	.02834	4.069×10^{-4}			
⑤	1.34152	1.33296	.00856	1.048×10^{-4}			
⑥	1.33000	1.33651	.00651	2.807×10^{-5}	4		4
⑦	1.32808	1.34242	.01434	1.325×10^{-4}			
⑧	1.34332	1.34394	.00062	2.993×10^{-4}		2	
⑨	1.35468	1.33528	.01940	5.570×10^{-4}			
⑩	1.33448	1.33408	.00040	1.667×10^{-5}	2	1	3
⑪	1.33704	1.33561	.00143	4.953×10^{-5}	5	4	5
⑫	1.34200	1.33155	.01045	1.124×10^{-4}			
⑬	1.35080	1.33225	.01855	3.771×10^{-4}			
⑭	1.33452	1.33260	.00192	1.117×10^{-5}	3	5	1
⑮	1.33352	1.33437	.00085	1.332×10^{-5}	1	3	2

$WS=0.0$, $WA=1200.0$, $\alpha S=10.0$, $\alpha A=3.4$

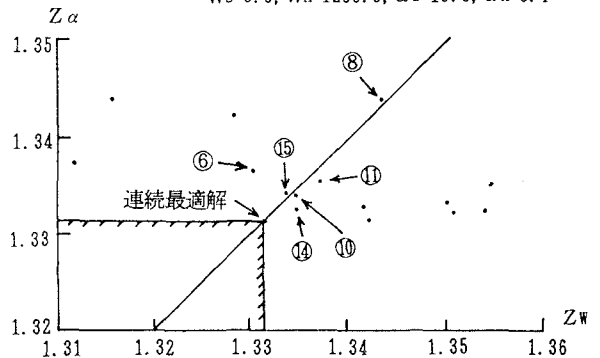


図-1 満足度空間における連続最適解と離散解 ($\alpha A=3.4$)

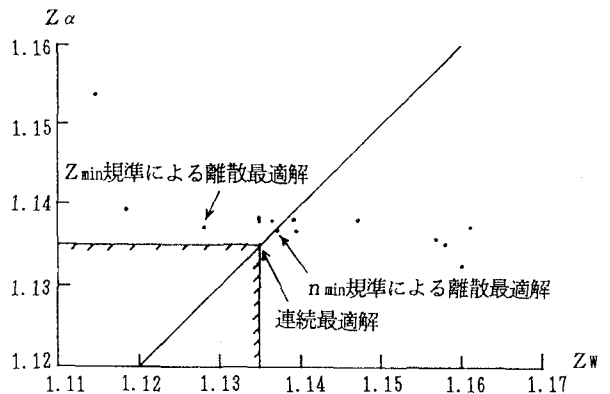


図-2 満足度空間における連続最適解と離散解 ($\alpha A=2.1$)

計算結果から認められた。満足化トレードオフ法のスカラ化手法が満足度の均一化を図る解法であることを考慮すると、満足度に大きなアンバランスのある離散解を最適と判定する可能性のある $Z_{\min}$ 規準より常に等満足度線近傍に最適離散解を求める $n_{\min}$ 規準の方が適していると判断される。

以上のことから、本研究における離散解の最適性評価には式(7)に示した $n_{\min}$ 規準を採用する。

4. 離散最適解探索手法

(1) 列挙法による探索法

列挙法によって離散最適解を求める手法は、まず、与えられた離散値データのある組合せに対して構造重量を算定し、式(5)による塑性解析結果から崩壊荷重係数を求め、式(4)、(7)を用いて各満足度と n 値を算出する。この一連の計算をすべての組合せについて行う。次に、それらの中から最も n 値を小さくする離散値データの組合せを離散最適解と判定する。このような列挙法によれば非常に大きな計算量を必要とするが、確実に離散最適解が得られる。

(2) 分枝限定法に基づく探索法

分枝限定法は与えられた離散値データを用いて連続的最適化問題（基礎式）における変数の上下限値制約の設定を変えることにより変数の離散化を図るとともに、得られた評価関数値により解の改良の可能性を判断しながら分枝を繰返し、結果的に離散最適解を得る手法である。一般に、基礎式の目的関数と評価関数は同一式であり離散的LP問題への適応性が高い⁴⁾。本研究においては、離散解の最適性評価に $n_{\min}$ 規準を採用するため、分枝限定法の考え方に基づき式(1)を基礎式とし式(7)を評価関数に選ぶことにより図-3に示すような探索法アルゴリズムが得られる。

なお、本法では計算を効率化するため連続最適解の設計変数値を最も近い離散値データで置換した離散解に対する構造重量と崩壊荷重係数を算定し、評価関数の初期値 n^* とした。

5. 数値計算例による特性分析

(1) 計算例1：1層2スパンラーメン

比較的簡単な構造を対象として離散最適解の特性を基礎的に検討するため、図-4に示す1層2スパンラ

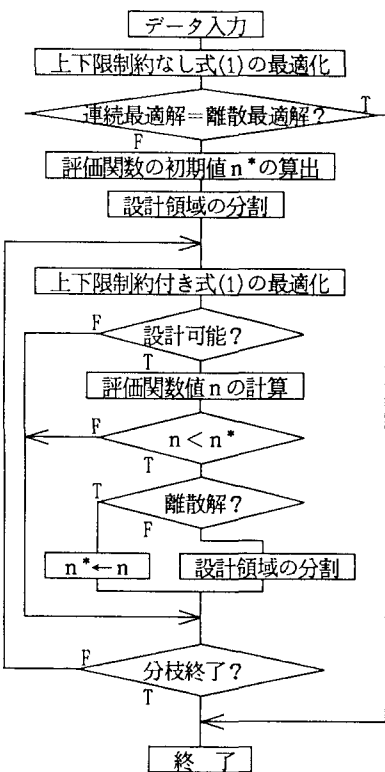


図-3 分枝限定法による探索法フローチャート

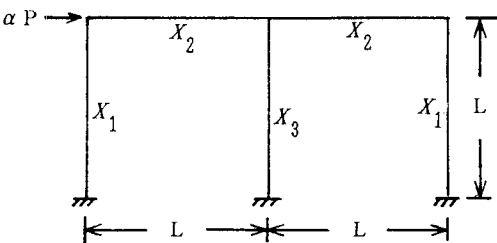


図-4 計算例1：構造・載荷形式

表-2 離散値データ (tf・m)					
No.	全塑性モーメント	No.	全塑性モーメント	No.	全塑性モーメント
1	2.102	12	11.400	23	24.960
2	2.448	13	12.600	24	27.120
3	3.696	14	13.008	25	30.720
4	3.768	15	13.392	26	31.920
5	3.768	16	13.560	27	33.840
6	5.016	17	17.184	28	34.800
7	5.904	18	19.320	29	36.000
8	7.416	19	20.616	30	36.720
9	7.656	20	20.832	31	38.640
10	8.784	21	23.040		
11	8.856	22	24.480		

表-3 計算例1: α_A ~最適解関係

	連 続 最 適 解					離 散 最 適 解										
						列 挙 法					分 枝 限 定 法					
αA	X_1	X_2	X_3	α	W	X_1	X_2	X_3	α	W	X_1	X_2	X_3	α	W	N_n
0.2	6.637	6.637	13.274	1.327	159.29	7.656	5.904	12.600	1.288	158.88	7.656	5.904	12.600	1.288	158.88	33
0.4	6.757	6.757	13.514	1.351	162.16	7.656	5.904	13.392	1.308	162.05	7.656	5.904	13.560	1.312	162.72	33
0.6	6.881	6.881	13.761	1.376	165.14	7.656	7.416	11.400	1.324	166.18	7.656	7.416	11.400	1.322	166.18	33
0.8	7.009	7.009	14.019	1.402	168.22	7.416	7.416	12.600	1.372	169.06	7.416	7.416	12.600	1.359	169.06	15
1.0	7.143	7.143	14.286	1.429	171.43	7.416	7.416	13.392	1.411	172.22	7.416	7.416	13.392	1.389	172.22	17
1.2	7.282	7.282	14.563	1.456	174.76	7.656	7.416	13.560	1.432	174.82	7.656	7.416	13.560	1.432	174.82	43
1.4	7.426	7.426	14.851	1.485	178.22	5.904	5.904	20.832	1.406	177.79	7.656	7.656	13.560	1.444	176.74	29
1.6	7.576	7.576	15.152	1.515	181.82	8.856	7.416	13.008	1.464	182.21	8.856	7.416	13.008	1.464	182.21	43
1.8	7.732	7.732	15.464	1.546	185.57	8.784	7.656	13.560	1.500	185.76	8.856	7.656	13.560	1.504	186.34	29
2.0	7.895	7.895	15.789	1.579	189.47	7.416	7.656	17.184	1.554	189.31	7.656	7.416	17.184	1.554	189.31	51
2.2	8.065	8.065	16.129	1.613	193.55	8.784	8.784	13.392	1.548	194.11	8.784	8.784	13.560	1.556	194.78	29
2.4	8.242	8.242	16.484	1.648	197.80	7.416	7.656	19.320	1.607	197.86	7.656	7.416	19.320	1.607	197.86	43
2.6	8.427	8.427	16.854	1.685	202.25	7.416	7.416	20.832	1.633	201.98	7.656	7.416	20.616	1.640	203.04	47
2.8	8.621	8.621	17.241	1.724	206.90	7.416	8.784	19.320	1.664	206.88	7.416	8.856	19.320	1.667	207.46	31
3.0	8.824	8.824	17.647	1.765	211.76	8.856	8.856	17.184	1.745	210.43	8.856	8.856	17.184	1.745	210.43	37
3.2	9.036	9.036	18.072	1.807	216.87	8.784	8.784	19.320	1.801	217.82	8.784	8.784	19.320	1.771	217.82	31
3.4	9.259	9.259	18.519	1.852	222.22	8.784	8.784	20.616	1.833	223.01	8.784	8.784	20.616	1.823	223.01	31
3.6	9.494	9.494	18.987	1.899	227.85	11.400	8.784	17.184	1.868	230.21	11.400	8.784	17.184	1.815	230.21	19
3.8	9.740	9.740	19.481	1.948	233.77	8.856	8.856	23.040	1.904	233.86	8.856	8.856	23.040	1.904	233.86	25
4.0	10.000	10.000	20.000	2.000	240.00	8.784	8.784	24.960	1.942	240.38	8.856	8.856	24.480	1.940	239.62	25

単位: W: tf・m², X_i (i=1..3): tf・m

メン ($P=10.0\text{tf}$, $L=4.0\text{m}$) の数値計算を行った。用いた離散値データを表-2に示す⁸⁾。

計算結果の一例として、 $W_s=0.0$, $W_A=180.0$, $\alpha_s=10.0$ に固定し α_A を0.2刻みで変化させた場合の連続最適解および列挙法・分枝限定法による離散最適解の変化を表-3に示す。表-3最右欄の N_n は分枝限定法の計算に要した全節点数を示し、数値の網かけは列挙法と分枝限定法とによる最適解が異なるケース、すなわち、分枝限定法では離散最適解が得られなかったケースを示す（ただし、 $\alpha_A=2.0$, 2.2 の場合には離散最適解が2種類存在し、列挙法と分枝限定法とで異なる最適解が得られている）。

まず、連続最適解と列挙法による離散最適解の比較から次のような相違点を挙げることができる。

- [1] 連続最適解の設計値は一定の比 ($2X_1=2X_2=X_3$) であるが、離散最適解ではそのような傾向は認められない。
- [2] 連続最適解の場合も離散最適解においても α_A を大きくするとW値は増加傾向を示すが、両者に比例関係が認められる連続最適解に対し、離散最適解ではそのような関係が認められない。
- [3] 離散最適解の崩壊荷重係数 α の値は常に連続最適解のそれより小さいが、構造重量Wについては一定の関係が認められない。

このように離散最適解は連続最適解とはかなり異なる傾向を有し、離散化に伴い最適化計算がより重要であることがわかる。

次に、列挙法と分枝限定法の計算効率と得られる解について検討する。ある α_A 値について列挙法の対象は $31^8=29,791$ 組の組合せであり、各組合せについてLPを1回適用して塑性解析を行う。これに対して分枝限定法の計算に要した全節点数 N_n は最小15~最大51であり、各節点でLPを1回適用して式(1)を解く。例えば、 $\alpha_A=0.8$ のときの分枝限定法による離散最適解探索過程を示す分枝図を図-5に示すが、節点1では式(1f, g)の設計変数の上限値を離散値データの最大値より大きな40.0, 下限値を0.0にそれぞれ設定し式(1)をLPで解くと、解(7.009, 7.009, 14.019), 構造重量 $W=168.22$, 崩壊荷重係数 $\alpha=1.402$ 、すなわち、連続最適解が得られる。この解が離散解ではないため X_1 に関する上下限値制約を離散値データを基に設定し直し、節点2, 3への分枝を行う。このとき連続最適解を最も近い離散値データに置換した離散解の評価関数値 $n=1.1572 \times 10^{-2}$ を式(5)により別途求め、評価関数値の初期値 n^* として用いる（節点1に併記する）。以下、同様に離散解が得られるかあるいは既に得られた離散解の評価関数値より大きい評価関数値を与える連続解が得られ分枝停止が判断されるまで分枝を繰返す。節点8, 13, 15で離散解が得られ、それらの評価関数値

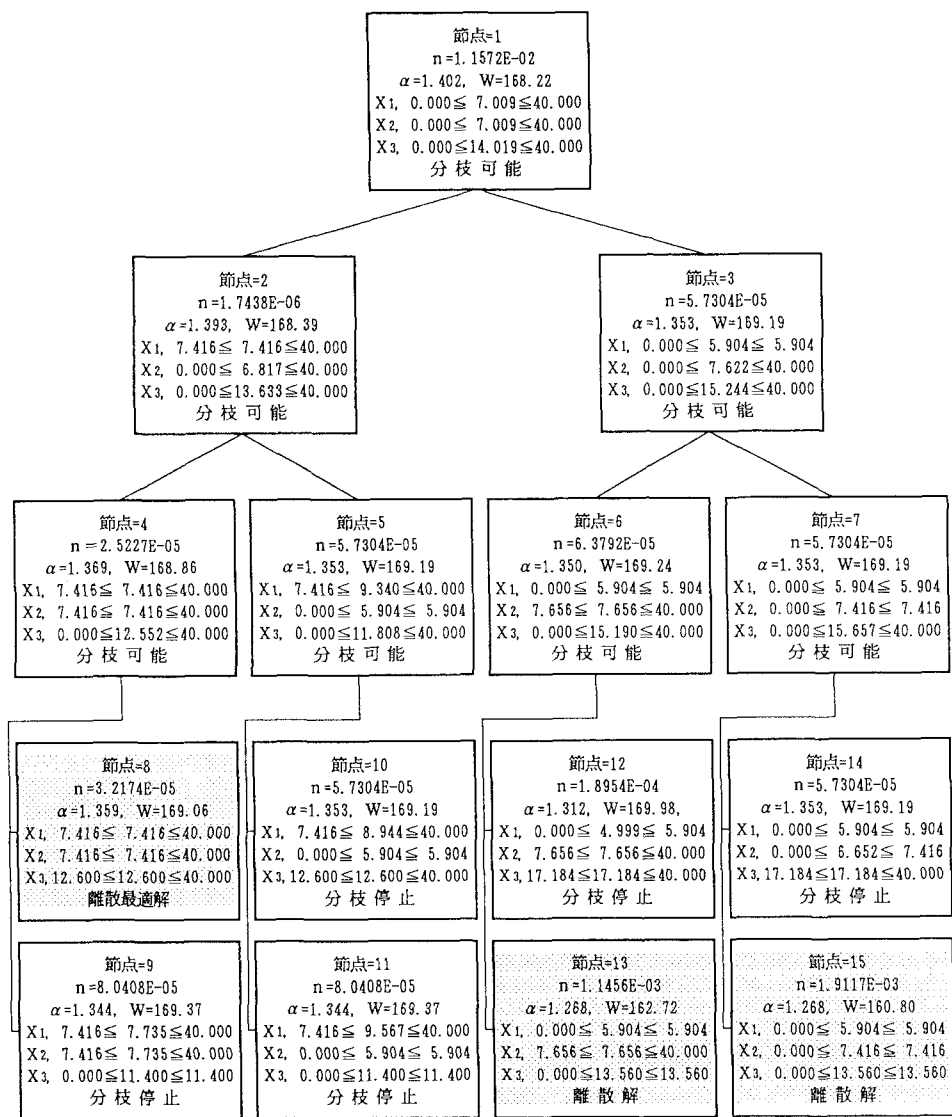


図-5 計算例1：分枝限定法による分枝図 ($\alpha A=0.8$, 網かけは離散解が得られた節点を示す)

の比較から節点8の離散解を最適と判定している。LPの適用回数は $15+1=16$ 回であり、列挙法に比較して分枝限定法の計算が極めて効率的であることがわかる。しかし、一部の場合に分枝限定法による解が真の離散最適解（列挙法による離散最適解）とわずかに一致しないことがある。これは、図-3に示す探索法アルゴリズムがある節点における設計空間内で基礎式の目的関数を最小にする設計点と最適性評価関数を最小にする設計点が一致するという仮定のうえに展開されているためと考えられる。

図-6に崩壊荷重係数 α ～構造重量 W 関係を示す。連続最適解の場合、Pareto解集合となり右上がりの直線関係として得られる⁷⁾。これに対して表-3に示した列挙法による計算結果を含め、 αA を0.1刻みに0.1～4.0とした場合 ($W_S=0.0$, $W_A=180.0$, $\alpha S=10.0$) および W_A を1.0刻みに150.0～250.0とした場合 ($W_S=0.0$, $\alpha S=10.0$, $\alpha A=1.9$) の列挙法による離散最適解をプロットすると全体として右上がりの傾向を有するが、

規則性を認めることは困難である。連続的問題ではPareto解集合の線形性を利用して最適化計算を行うことなくトレードオフ計算が可能であるが⁷⁾、離散的問題ではトレードオフを行う場合に逐一、離散的最適化問題を解かなければならないことがわかる。

(2)計算例2：2層3スパンラーメン

計算例1で用いたような比較的簡単な構造・载荷形式より設計変数や荷重の数が増加した場合の計算効率などを検討するため、図-7に示す2層3スパンラーメンを対象として表-2に示す離散値データを用いて数値計算を行った。ただし、図-7において、 $H_1=L_1=5\text{m}$, $H_2=L_2=4\text{m}$, $L_3=3\text{m}$, $P_1=8\text{tf}$, $P_2=10\text{tf}$, $V_1=V_4=5\text{tf}$, $V_2=V_5=4\text{tf}$, $V_3=V_6=3\text{tf}$ の諸値を

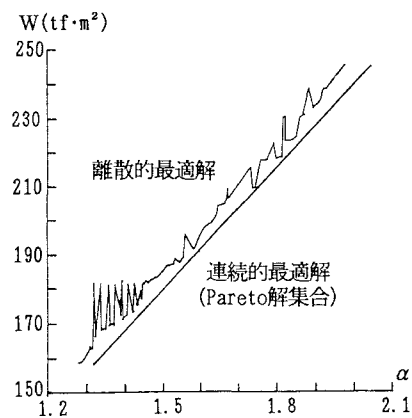


図-6 計算例1：崩壊荷重係数 α ～構造重量W関係

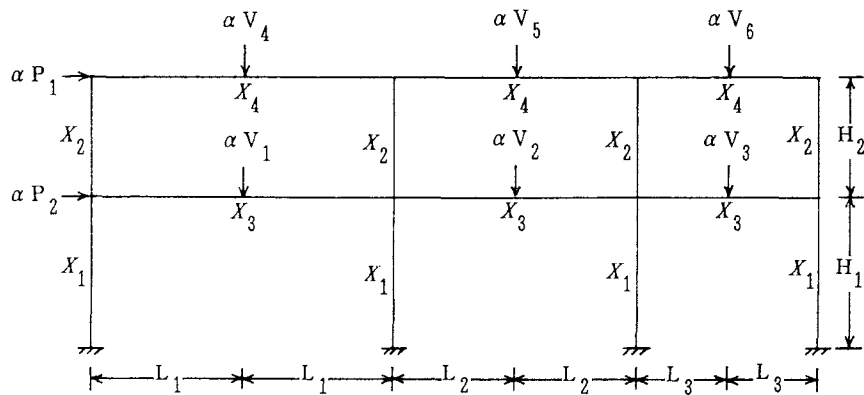


図-7 計算例2：構造・载荷形式

表-4 計算例2： αA ～最適解関係

αA	離散最適解						分枝限定法						Nn
	X_1	X_2	X_3	X_4	α	W	X_1	X_2	X_3	X_4	α	W	
2.0	23.040	13.008	19.320	11.400	1.010	1344.77	23.040	13.008	19.320	11.400	1.010	1344.77	105
2.1	20.616	17.184	19.320	11.400	1.017	1363.10	23.040	12.600	19.320	12.600	1.016	1364.64	91
2.2	24.480	13.392	19.320	11.400	1.043	1379.71	24.480	13.392	19.320	11.400	1.032	1379.71	59
2.3	24.480	12.600	19.320	12.600	1.048	1393.44	24.960	13.560	19.320	11.400	1.055	1392.00	75
2.4	24.960	13.008	19.320	12.600	1.063	1409.57	24.960	13.008	19.320	12.600	1.063	1409.57	109
2.5	24.960	13.560	19.320	13.008	1.075	1427.38	24.960	13.560	19.320	13.008	1.075	1427.38	77
2.6	24.960	13.392	20.616	12.600	1.085	1444.22	24.960	13.392	20.616	12.600	1.085	1444.22	75
2.7	27.120	13.560	19.320	12.600	1.098	1461.60	27.120	13.560	19.320	12.600	1.098	1461.60	57
2.8	27.120	13.392	19.320	13.560	1.109	1480.03	27.120	13.392	19.320	13.560	1.109	1480.03	77
2.9	24.480	17.184	20.832	12.600	1.127	1500.05	24.480	17.184	20.832	12.600	1.125	1500.05	79
3.0	24.480	17.184	20.832	13.392	1.137	1517.47	24.960	17.184	20.832	13.008	1.138	1518.62	95
3.1	24.480	19.320	20.616	13.008	1.140	1538.45	24.480	19.320	20.832	12.600	1.138	1534.22	143
3.2	24.960	17.184	23.040	12.600	1.165	1558.22	24.960	17.184	23.040	12.600	1.165	1558.22	65
3.3	24.960	17.184	23.040	13.392	1.175	1575.65	24.960	17.184	23.040	13.560	1.177	1579.34	73
3.4	27.120	17.184	23.040	12.600	1.205	1601.42	27.120	17.184	23.040	12.600	1.192	1601.42	97
3.5	27.120	17.184	23.040	13.392	1.217	1618.85	27.120	17.184	23.040	13.392	1.217	1618.85	61

単位; W:tf・m², X_i (i=1..4):tf・m

設定した。

表-4は表-3と同様に、 $W_S=0.0$ 、 $W_A=1200.0$ 、 $\alpha_S=10.0$ に固定し、 α_A を0.1刻みに2.0～3.5としたときの列挙法および分枝限定法による離散最適解を示す。網かけは表-3と同様に列挙法と分枝限定法とによる最適解が異なるケースを示すが、その差異は非常に小さいことが認められる。例えば、 $\alpha_A=2.1$ のときの離散解は「3. 最適性評価関数の検討」で数値データとして図-2に示されているが、列挙法と分枝限定法とによる最適解は「 $n_{\min}$ 規準による離散最適解」として同一の点で表されている。ただし、分枝限定法の計算に要した全節点数 N_n 値は、設計変数の増加が影響し計算例1に比較して大幅に増加している。列挙法で対象とする離散値データの組合せも923,521組と増大しているため計算効率は向上しているが、本例程度の構造であっても最適離散解を得るためには大きな計算量を必要とする。真の離散最適解を求め、トレードオフを容易にするためさらに合理的で効率的な解法の開発が必要であると思われる。

6. 結 言

本研究は、設計変数を離散量とする多目的最適構造設計における最適性と解特性を基礎的に検討することを目的とし、2目的最適塑性設計を満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法によって解く場合について離散解の最適性評価関数の検討、離散解探索手法として列挙法および分枝限定法の適用、数値計算による解特性分析を試みたものであり、得られた成果・知見は以下のようにまとめることができる。

- (1)満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法を用いた2目的最適塑性設計の離散解の最適性評価関数として $Z_{\min}$ 規準、 $\delta_{\min}$ 規準および $n_{\min}$ 規準を提案し、本設計問題の場合、離散最適解が常に等満足度線近傍に得られる $n_{\min}$ 規準が適していると判断された。
- (2)分枝限定法に基づく本設計問題の離散最適解探索アルゴリズムを開発することができた。
- (3)離散最適解は連続最適解とはかなり異なる傾向を有し、離散化に伴い最適化計算がより重要であることがわかった。
- (4)列挙法に比較して分枝限定法の計算は極めて効率的であるが、一部の場合に分枝限定法による解が真の離散最適解（列挙法による離散最適解）とわずかに一致しないことが認められた。
- (5)ただし、分枝限定法の計算量は構造規模が大きくなると大幅に増加する。真の離散最適解を求め、トレードオフを容易にするためさらに合理的で効率的な解法の開発が必要であると思われる。

謝 辞

本研究を行うにあたり、数値計算には九州共立大学情報処理センターのご助力を、図表等の整理には九州共立大学工学部土木工学科学生中土徹、永松熙慶両君の労を、それぞれ得た。記して厚く謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 土木学会構造工学委員会構造システム最適化小委員会：構造システム最適化の現状と将来，土木学会論文集，第450号/I-20，pp. 1～12，1992. 7.
- 2) 杉本博之，山本洋敏：骨組構造物の離散的全応力設計に関する数値実験的研究，構造工学論文集，Vol. 38A，pp. 457～466，1992. 3.
- 3) 杉本博之：近似の概念を利用したトラス構造物の離散的最適設計法に関する研究，土木学会論文集，第432号/I-16，pp. 79～88，1991. 7.
- 4) 茨木俊秀：組合せ最適化 分枝限定法を中心として，産業図書，1983. 7.
- 5) 石川信隆，千々岩浩巳，田中孝昌，香月智：離散型非線形計画法による鋼管杭基礎の最適設計，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第12巻，pp. 115～120，1988. 7.

- 6) 亀廻井寿明, 杉本博之, 中山弘隆: 構造最適設計のための改良型満足化トレードオフ法に関する研究, 土木学会論文集, 第441号/ I -18, pp. 117~126, 1992. 1.
- 7) 三原徹治, 千々岩浩巳, 中山弘隆: 骨組構造の塑性設計における多目的最適化に関する一考察, 構造工学論文集, Vol. 38A, pp. 477~486, 1992. 3.
- 8) 川崎製鉄(株): H型鋼構造設計便覧, 1983. 1.

(1992年9月30日受付)