

Spreadsheet 上での鋼管杭基礎の最適設計

An Optimal Design of Pile Foundation on a Spreadsheet

近田康夫*・岡林秀勝**・吉田進***・小堀為雄****

By Yasuo Chikata, Hidekatsu Okabayashi, Susumu Yoshida and Tameo Kobori

This paper presents a minimum cost design method for the steel pile foundation on a personal computer system. Mathematical optimizing techniques give a solution (set of values) as the point on one of the constraint boundaries. But it isn't a actual set of design values, because design variables takes discontinuous values. So, getting a set of optimal values for design directly, huge amount of calculations on all combinations of design variables are required. In this paper, an approach for getting optimal design values in steel pile foundation design by selective calculation on the combinations of design variables. The presented approach doesn't need mathematical optimizing techniques, but it requires some investigations on the design variables characteristics(parametric study). After the investigations on 4 design parameters, which are pile diameter, thickness, number of piles and pile vertical angle, the effective process to calculate on the combinations of design values is established on a spreadsheet.

1. はじめに

近年、パーソナルコンピュータの性能向上に伴って、様々な実務への利用が進んでおり、土木工学分野もその例外ではない。従来、積算業務等に使用されてきた spreadsheet と呼ばれるソフトウェアはその多くの機能の中でも逐次処理機能が、定形的な構造物設計における試行錯誤的な処理に適していることからその利用例も報告されている¹⁾²⁾³⁾。

一方、土木構造物の設計過程において、「最適化」は非常に重要な問題である。コンピュータ上で稼動する最適化プログラムも幾つか市販されているが、土木構造物設計への適用はその変数の多さや式の複雑さ、また、個人の最適化の尺度の違いなどによって解法を統一することは難しい。そのためコンピュータの発達した現在でも設計者が今までの経験をもとに試行錯誤で行っているのが現状である。

このような背景のもとで、本研究は spreadsheet の作業環境としての便利さに着目して、これをプラットフォームとして構造物設計における最適化問題への一つのアプローチを示すものである。最適化の対象としては Fig.1 に示すような橋脚の鋼管杭基礎を設定した。

なお、spreadsheet は世界的に最もよく知られている Lotus1-2-3TM を利用する。

2. 最適化手法

最適化問題には、線形計画法、非線形計画法など解法がいくつか提案され、その解法プログラムも存在する。しかし、構造物設計のような複雑な問題の最適化は、そのほとんどが非線形計画法によらなければならない。

* 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科 (〒920 石川県金沢市小立野 2-40-20)

** 金沢大学大学院 土木建設工学専攻 (同上)

*** 工修 北陸電力 KK(〒930 富山県富山市牛島町 15-1)

**** 工博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科 (〒920 石川県金沢市小立野 2-40-20)

線形計画法であれば容易にパーソナルコンピュータ上でも利用可能であるが非線形計画法ではその複雑な計算処理のためプログラムは巨大なものとなり、パーソナルコンピュータ上での利用は難しい。また、一般に設計用の規格材料の寸法をはじめとする設計値は離散的な数値である。このことを考慮した解法も提案されているが⁴⁾、spreadsheet 上での利用は難しい。そこで本研究では普通の線形、非線形計画法を利用した最適化ではなく、spreadsheet をプラットフォームとして、従来の試行錯誤的な求解の利用環境を失わずに列挙法を効率的に行うマクロ命令を記述することで簡易最適設計を行うことを試みる。

3. 設計変数について

対象とした杭基礎の最適設計を行うに当っては設計変数を定める必要がある。既存の研究では、杭径、杭本数、フーチング幅などを変数として最適化が行われていたが⁵⁾⁶⁾、与えられる外力条件の中の鉛直力は、フーチング幅 B の関数であるため定式化が困難となる。そこでフーチング幅 B を先に定め、杭径、杭本数に加え杭の肉厚、さらに斜杭における鉛直軸との角度を変数に定め最適設計を行う。

まず目的関数として最も経済的となる組み合わせ、つまり杭基礎総重量が最も小さいものを選び、制約条件として常時と地震時の杭軸方向と杭軸直角方向の応力度の安全性を満たすものを最適案として採択されるものとする。杭基礎設計において他に変位と杭断面応力の安全照査の制約条件があるが前の条件に比べ許容値を越える可能性は低いためこれらの照査は、得られた最適解からチェックする。以上の条件からこの最適設計は非線形計画問題の一つに定式化される。しかし定式化する過程においてこの設計は、3 元連立 1 次方程式の解が必要となる(変位法)。つまり定式化する段階で複雑な繰り返し計算をしなければならないということである。そこでこの設計では最適設計で利用されている最適化のアルゴリズムを使用するのは問題を複雑化すると思われるため使用しない。まず spreadsheet 上で杭基礎の最適設計を行うために次のような条件を設定する⁷⁾⁸⁾⁹⁾。

- (1) フーチングは、杭本数、杭形によらず一定で正方形とする。
- (2) 杭の配置は、Fig.2 に示す 8 通りを考える。
- (3) 斜杭は、フーチングの一番外周の杭のみとする。
- (4) 杭の設計地盤面から上の部分の杭軸方向の長さを 0 とする。
- (5) 杭とフーチングの結合部は剛体とする。
- (6) 斜杭の角度 θ は 0° 以上 20° 以下とする。
- (7) 断面寸法は JISA5525 に規格されているもののみにする。

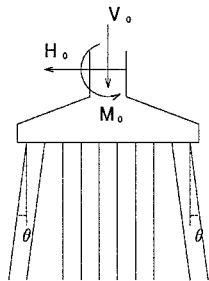


Fig.1 橋脚の杭基礎の形状

4. 目的関数について

土木設計に限らず最適設計において最も重要な意味を持つものは目的関数である。これは制約条件とは異なり設計者個々または設計部材の費用の変化等により一つの式に定式化するのは不可能である。本設計では、杭総重量を基本とした次式を目的関数 Q とした。

$$Q = n\rho_s A_p L \dots\dots\dots (1)$$

- n : 杭本数 (本)
- ρ_s : 杭の単位体積当たりの重量 (kgf/cm³)
- A_p : 一本の杭の純断面積 (cm²)
- L : 杭長 (cm)

施工費は一般に杭総重量に比例して大きくなるため、制約条件をすべて満足し、この式の値が最も小さくなる(最も安価になる)組み合わせが最終的に求める最適解であると言える。従って最適化として、最初に仮定した 8 通りの杭本数の各場合について最適解を算出してその中で、最も杭重量が小さいものが最終的に求める最適解である。

5. パラメトリックスタディ

最適設計のプロセスを決定するためにそれぞれの設計変数の変化が設計自体にどのような影響を与えているのか設計変数、設計条件を様々に変化させて調べる。

(1) 杭径 D について

現状の杭基礎設計において杭径の選定はなによりにもまして先に行われる。つまり杭径の違いによって設計自体が大きく変わってくるのである。しかし鋼管杭の杭径については JISA5525(鋼管杭) に代表的なものが示されていて、外径 318.5mm のものから 2500.0mm のものまで 26 種類が用意されている⁹⁾。そのため、この中から適切な杭径を選定することは非常に困難であり、設計者が経験により選びだすケースが多いのが現状である。

ここで、杭径 D の変化によって設計にどのような影響を及ぼすのか調べるために次のような値を定義する。

$$H_1 = \frac{P_{H \max}}{H_a} \times 100 \dots\dots\dots (2)$$

$$N_1 = \frac{P_{N \max}}{R_a} \times 100 \dots\dots\dots (3)$$

$$H_2 = \frac{P_{H' \max}}{H'_a} \times 100 \dots\dots\dots (4)$$

$$N_2 = \frac{P_{N' \max}}{R'_a} \times 100 \dots\dots\dots (5)$$

$$H_3 = \frac{P_{H'' \max}}{H''_a} \times 100 \dots\dots\dots (6)$$

$$N_3 = \frac{P_{N'' \max}}{R''_a} \times 100 \dots\dots\dots (7)$$

- $P_{N \max}$: 常時の杭軸方向力の最大値 (tf)
- $P_{H \max}$: 常時の杭軸直角方向力の最大値 (tf)
- $P_{N' \max}$: 地震時の橋軸方向の杭軸方向最大値 (tf)
- $P_{H' \max}$: 地震時の橋軸方向の杭軸直角方向最大値 (tf)
- $P_{N'' \max}$: 地震時の橋軸直角方向の杭軸方向最大値 (tf)
- $P_{H'' \max}$: 地震時の橋軸直角方向の杭軸直角方向最大値 (tf)
- H_a : 常時の基準変位量から決まる杭軸直角方向力 (tf)
- R_a : 常時の杭頭における杭の軸方向許容押込み支持力 (tf)
- H'_a : 地震時の基準変位量から決まる杭軸直角方向力 (tf)
- R'_a : 地震時の杭頭における杭の軸方向許容押込み支持力 (tf)

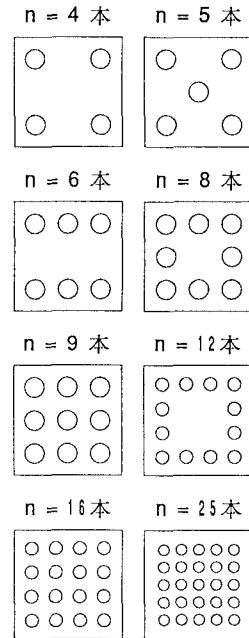


Fig.2 杭配置

つまり、 $H_1, N_1, H_2, N_2, H_3, N_3$ の値が全て 100(%) 以下の場合には、杭反力が一本の杭の許容応力度内であるということである。Fig.3 のデータをもとに杭径を変化させ算出した各値をグラフ出力したものを Fig.4 に示す。これからまず理解できることは H_1 を除く各値が杭径の変化によってどれも類似した変化をすることである。様々に設計外力を変化させた結果、地震時での外力としてのモーメントの大きい方向の杭軸直角方向についての値 (H_2 または H_3) が最大となることがわかった。

(2) D と 杭軸方向の許容応力度の関係について

ここでは、杭軸方向の許容支持力が杭径にどのような影響を与えているのかを調べる。 R_a は次式で表される。

$$R_a = \frac{1}{n} R_u \dots\dots\dots (8)$$

$$R_u = q_d A + U \sum l_i f_i \dots\dots\dots (9)$$

R_u : 杭頭における杭の軸方向許容押込み支持力 (tf)

n : 安全率

R_u : 地盤から決まる杭の極限支持力 (tf)

A : 杭先端面積 (m^2)

q_d : 杭先端で支持する単位面積当りの極限支持力度 (tf/m^2)

U : 杭の周長 (m)

l_i : 周面摩擦力を考慮する層の層厚 (m)

f_i : 周面摩擦力を考慮する層の最大周面摩擦度 (tf/m^2)

(7) 式, (8) 式より次式を得る.

$$R_a = \frac{1}{n} \{ q_d A + U \sum l_i f_i \} \dots\dots\dots (10)$$

上式を D を用いて書き改めると次式になる.

$$R_a = \frac{\pi q_d}{4n} D^2 + \frac{\pi \sum l_i f_i}{n} D \dots\dots\dots (11)$$

次に P_{Ni} は次式で表される.

$$\begin{aligned} P_{Ni} &= K_V \cdot \delta'_{yi} \\ &= K_V \{ \delta_x \cdot \sin \theta_i + (\delta_y + \alpha X_i) \cdot \cos \theta_i \} \dots\dots (12) \end{aligned}$$

δ_x : 杭群図心の x 軸方向変位 (m)

δ_y : 杭群図心の y 軸方向変位 (m)

α : i 番目の杭の杭頭の杭軸方向変位 (m)

δ'_{yi} : i 番目の杭の杭頭の杭軸方向変位 (m)

K_V : 杭頭に単位の軸方向力を生じさせる杭軸方向変位 (杭軸方向バネ定数)(tf/m)

X_i : i 番目の杭の杭頭の x 座標 (m)

θ_i : i 番目の杭の杭軸が鉛直軸となす角 ($^\circ$)

P_{ni} : i 番目の杭の杭頭の杭軸方向力 (tf)

上式より, R_a は, 杭径 D の 2 次関数であり, P_{Ni} は, 杭軸直角方向バネ定数をすべて含む杭径 D の複雑な関数であることが言える. D の変化によってどのように R_a と P_{Ni} が変化するかを調べる. まず Fig.3 のデータをもとにグラフ出力したものを Fig.5 に示す. R_a は杭径 D とともに大きく増加しているが, $P_{N \max}$ は多少の増分はあるものの R_a に比べほとんど変化していないことがわかる.

R_a と $P_{N \max}$ の計算に影響する全てのパラメータについて, 物理的に可能である範囲内で様々に入力データを変化させてもグラフの形状は変わらなかった. これより以下のことがいえる.

(1) データをさまざまに変えたすべての場合において, R_a と $P_{N \max}$ の値は変化するが, 描かれるグラフの形状は, それぞれほぼ同じである.

データリスト

D	(cm)	E	2100000 (kgf/cm^2)
t	1 (cm)	q_d	750 (tf/m^2)
θ	0 ($^\circ$)	$\sum l_i$	100 (m)
n	8	フーチング幅B	1800 (cm)
K_V	20170 (tf/m)	杭長L	2900 (cm)
k	0.6 (kgf/cm^3)		

	方向	H ₀	V ₀	M ₀
常時	橋軸	0	1000	0
地震時	橋軸	200	800	700
	橋軸直角	200	800	800

Fig.3 データ

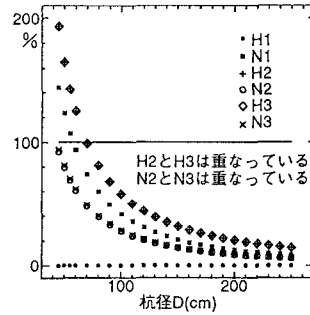


Fig.4 杭径と許容値の関係

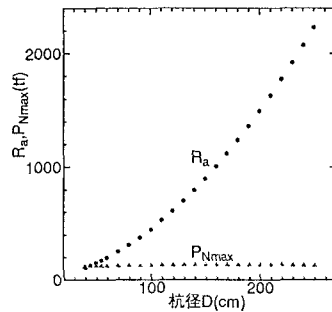


Fig.5 杭径と作用力の変化

(2) R_a の値は杭径の大きさに伴って大きく変化し、杭径の適切な選択は、経済性の点から非常に重要である。
 (3) $P_{N \max}$ の値は杭径の大きさに伴って、多少の増分が見られるものの R_a の増分に比べるとほとんど変化していない。

杭基礎設計の制約条件の1つである杭軸直角方向の照査を以下に示す。

$$P_N \leq R_a \dots\dots\dots (13)$$

P_N : 杭頭の杭軸方向力 (tf)
 R_a : 杭頭における軸方向許容押込み支持力 (tf)

前述したように、 R_a は杭径 D の2次関数であるが、 P_N は、杭径 D の複雑な関数である。そのため、この不等式を解くことは非常に困難であり、また杭径 D 自体が離散的であるため、数学的に解を算出することは、必ずしも能率的であるとは言えない。また、前述の (1), (2), (3) の特徴から、杭径 D の複雑な関数である P_N について言えることは D の変化にあまり影響を受けず、ほぼ一定であるということである。つまり、上式において左辺の値を定数として処理しても、なんら問題はないのである。左辺の値については、断面を最少にする変数の組み合わせとして杭径 D を 40.0cm、斜杭の角度 θ を 20 度、肉厚 t を 0.6cm の時の P_N の値を採用することにする。そこで最適化の過程として杭径 D の決定は、右边を D の関数のままにして、左辺には上の数値を与えてやり、 D を求めるといった手順をとる。

(3) 肉厚 t について

橋脚の杭基礎に使われる杭は、鋼管杭の肉厚については、それぞれの杭径に最高 18 種類の規格品がある。しかし、現在の鋼管杭の杭基礎の設計において、肉厚の重要性や他の変数に与える影響は、あまり設計段階において考慮されていない。

ここでは、Fig.6 に示すデータをもとに肉厚 t について考察する。データから、肉厚 t の変化による H_1 から N_3 までの値をグラフ化したものを Fig.7 に示す。グラフより、肉厚の変化が大きく影響するのは、 H_2 と H_3 であり、その他の要因は、ほとんど肉厚の変化に左右されないことがわかる。このことは、様々に外力条件を変化させた場合でも同様であった。

つまり鋼管杭の肉厚は地震時における杭軸直角方向の応力大きさに非常に影響を与える要因である。このことは、肉厚の変化によって杭軸直角方向バネ定数 (K_1 から K_4) がそれぞれ他の要素に比べて大きいオーダーで変化するためであると思われる。

データリスト

D	70 (cm)	E	2100000 (kgf/cm ²)
t	(cm)	q _d	750 (tf/m ²)
θ	0 (°)	$\Sigma I I$	100 (tf)
n	8 (本)	フーチング幅B	1800 (cm)
K _v	20170 (tf/m)	杭長L	2900 (cm)
k	0.6 (kgf/cm ³)		

	方向	H ₀	V ₀	M ₀
常時	橋軸	0	1000	0
地震時	橋軸	200	800	700
	橋軸直角	200	800	800

(11)

Fig.6 データ

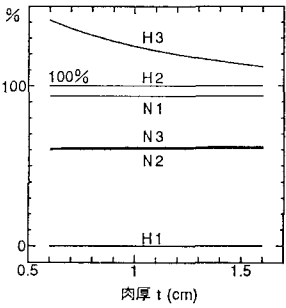


Fig.7 肉厚の変化

(4) 斜杭の角度 θ について

前項の肉厚 t と同様に設計段階で、あまり慎重に決定されていないものに斜杭の角度 θ がある。ここでは、 θ の変化によって H_1 から N_3 までの各値がどのように変化するか、Fig.8 に示すデータをもとに考察する。

Fig.8 のデータをもとにグラフ出力したものを、Fig.9 に示す。この結果より、 H_1 から N_3 までの各値において、最適な θ の値は、それぞれ異なる。また、データを変化させるごとにグラフが様々に変化するため、最適な θ を算定するための定式化は、困難と考えられる。よってここでは杭径の選択後、 0° から 20° まで 1° ごとに計算を行い、最適な θ を決定するものとする。

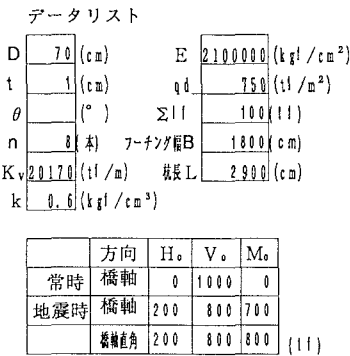


Fig.8 データ

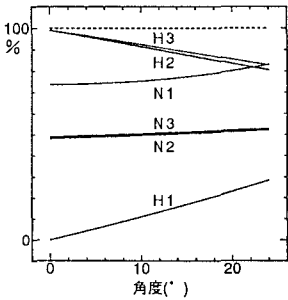


Fig.9 角度の変化

(5) t と θ との関係

前述したように、肉厚 t と 斜杭の角度 θ それぞれについて考察を行った。ここでは、 t と θ の関係と最適化について考察することにする。まず、前出の Fig.10 を基本として、 θ の変化によってどのようにグラフが変化するか調べる。Fig.11 から Fig.14 より θ の値を大きくするに従って H_2 と H_3 の値が許容値内へと下がっていくことが分かる。このことは θ が、 0° から 20° までの範囲では、他の条件を変化させた場合においても同様であった。また、肉厚 t と角度 θ が大きくなると、杭軸直角方向についての制約 (H の各値) が緩くなる。ここで t と θ のうち後で述べる目的関数の中で変数となるのは t のみであるため最適化の段階で θ の値は関係ないと言える。したがって最適な t の値を決定するにあたり、 θ の値をあらかじめ決定しておくことが必要であると言える。

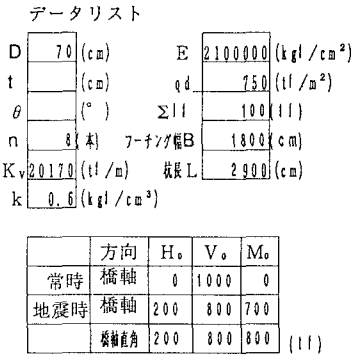


Fig.10 データ

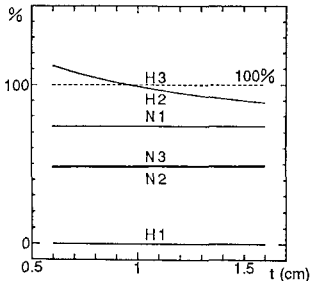


Fig.11 t の変化 ($\theta = 0^\circ$)

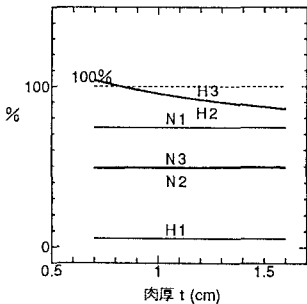


Fig.12 t の変化 ($\theta = 5^\circ$)

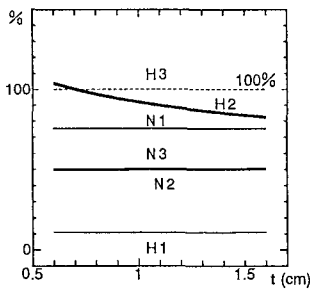


Fig.13 t の変化 ($\theta = 10^\circ$)

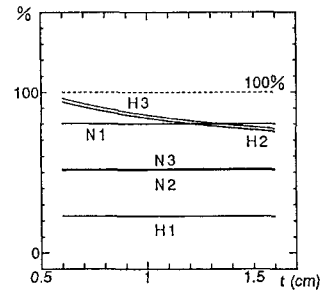


Fig.14 t の変化 ($\theta = 20^\circ$)

6. 杭基礎設計における最適設計のプロセス

パラメトリックスタディをもとに設計全体の最適化プロセスを決定するために、前章の各項で得られた設計変数の特徴と手順を以下に述べる。

- (a) 制約条件 $P_N \leq R_a$ において 杭頭における杭の軸方向許容押込み支持力 R_a は、杭径 D に大きく影響するが、杭頭の杭軸方向力 P_{Nmax} はほとんど影響しない。この性質から P_N に適当な値を与えてやりこの不等式を杭径 D の 2 次方程式に定式化し最適な D を決定する。
- (b) 0° から 20° までの θ のうち最適な角度 (H_1 から N_3 までの値の最大値が最も小さい値をとる角度) の算定式を定式化するのは困難であるので、すべての角度について調べ、最も安全な角度を採用する。 t の決定も θ と同様、規定されている t すべてについて調べ、最も安全かつ経済的な肉厚 (H_1 から N_3 までの値の最大値が 100 以下で、なおかつ最も小さい値をとる肉厚) を採用する。
- (c) ここで、(a) と (b) について目的関数の式から明らかに t の変化よりも D の変化の方が大きいオーダーであるため最適化の手順として t よりも D の方を先に決定する。

以上のことから、設計全体の最適化プロセスを以下に示すような流れに設定する。

1. 各杭本数について最適化を進めるためにまず杭本数 ($n=4$ 本) を仮定する。
 2. 初期値として最小断面となる $D = 40\text{cm}$, $\theta = 20^\circ$, $t = 0.6\text{cm}$ を与え P_N を算出。 (P'_N)
 3. $P'_N \leq R_a$ より最適 (最小) な D を決定。不等式がすべての場合において成立しなければ、(1) に戻り杭本数を大きくする。
 4. 最適な (H_1 から N_3 までの値の最大値が最も小さい値をとる) 角度 θ を決定する。ここで、 $P_H \leq H_a$ の成立を確認する。成立しない場合は、(3) に戻り、杭径を大きくする。
 5. 最適な (H_1 から N_3 までの値の最大値が 100 以下であり最も最小の) t を決定する。
 6. 応力度、変位量のチェック。許容値を越える場合は、(3) に戻り、 D を大きくする。
 7. 各杭配置ごとの最適値の中で最小なものを選ぶ、このときの n, D, t, θ が求める最適設計値である。
- 以上のように、鋼管杭の杭基礎について最適設計のプロセスがモデル化することができた。

7. 杭基礎最適設計 spreadsheet

決定した最適化プロセスを実際に spreadsheet 上で行った。これにより最適な n, D, θ, t を自動的に求めることができる。Fig.16 にそのデータ入力画面と計算結果画面を示す。データ入力画面に適切なデータが入力されると spreadsheet が最適解を自動的に算出する。また、この最適解の算出に約 3 分間を要した。本研究で定めたアルゴリズムを使わずに spreadsheet 上で変数のすべての組合せについて計算を行った場合 (いわゆる列挙法) には約 30 分間を要し (NEC PC9801RA21+NDP), 両者の解は一致した。様々なデータの設定に対しても検討を行った結果、ここで作成したマクロ処理による求解スピードの向上が確認された。

8. 結論

本研究ではパーソナルコンピュータで稼動する spreadsheet 上での土木構造物の最適設計の可能性を検討してみた。spreadsheet の作業環境を失わないために、一般的な最適化のアルゴリズムを採用せず列挙法を効率化するマクロ命令を記述することで、求解アルゴリズムを構築した。求解アルゴリズムを構築する過程は、設計変数間の関係をはじめとする、設計における支配的なパラメータを抽出する作業に他ならなかった。

このようなソフトウェアの支援により、鋼管杭基礎に対する安全かつ経済的な設計の一つの目安となる基礎的資料を与えることができ、現場の設計者にとって極めて有用であると考えられる。

本研究では、杭基礎の最適設計において、基準変数として一般的な D, t, n と、新たに杭傾斜角 θ を加えたわけであるが、 θ はパラメトリックスタディの結果によれば、最適設計の過程で非常に重要なパラメータであり、今後、新たに重要視する必要があると思われる。

また、実際にプログラム自体が正しく実行されているのかを検証する意味で、spreadsheet 上で、今回基準変数として設定した4つの設計変数の、可能であるすべての組み合わせについて計算を行った結果、最適解は一致した。このことにより最適化の過程で設定したいくつかの仮定は、妥当であると言える。

最後にこのような最適化がパーソナルコンピュータ上で行えたことにより、今までの施工現場から遠く離れた設計所内の設計から施工現場の先端にまで及ぶ、より現実的な設計が可能となったと言える。

参考文献

- 1) M.E.Neis, J.M.Wigham, V.V.Neis: MacroSpreadsheet Programing Applied to well drawdown, Jour.of Computing in Civil Engineering, ASCE, Vol.2, No2, pp.121-135, 1988-4.
- 2) William.J.Orvis: 科学技術計算のためのロータス [1-2-3] 活用編, 啓学出版, 1990.
- 3) 近田康夫, 城戸隆良, 小堀為雄: 活荷重合成桁橋設計へのスプレッドシートの適用について, 金沢大学工学部紀要, Vol.2, No2, 1989.
- 4) 杉本博之, 山本洋敬: 骨組構造物の離散的全応力設計に関する数値実験的研究, 構造工学論文集, 1992.
- 5) 田中孝昌, 石川信隆, 田蔵 隆, 香月 智: 橋脚の鋼管杭基礎の最適設計に関する一考察, 構造工学論文集, 1988.
- 6) 田中孝昌, 石川信隆, 田蔵 隆, 香月 智: 鋼管杭基礎の最適杭本数の決定に関する一考察, 土木学会論文集, 1989.
- 7) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 共通, 下部構造編, 1990.
- 8) 日本道路協会: 杭基礎設計便覧, 1984.
- 9) 岡原美知夫, 高木章次, 五十嵐功, 川上圭二, 前田良刀, 藤田宏一: 杭・ケーソンおよび鋼管矢板基礎の設計計算例, 山海堂, 1991.

(1992年9月21日受付)

データリスト

K_v	20170	(tf/m)	杭長 L	1900	(cm)
k	0.6	(kgf/cm ³)	フーチング幅 B	600	(cm)
E	2100000	(kgf/cm ²)			
q_d	750	(tf/m ²)			
ΣI	100	(tf)			

	方向	H_o	V_o	M_o
常時	橋軸	0	840	0
地震時	橋軸	150	730	650
	橋軸直角	150	730	750

最適な杭の形状

D	90	cm
t	0.8	cm
θ	7	度
n	4	本
Q	153900	千円

Fig.15 杭基礎最適設計 spreadsheet