

〔招待論文〕

構造形態決定過程における均質化法の応用について

CONCEPT DESIGN FOR STRUCTURAL TOPOLOGY USING THE HOMOGENIZATION METHOD

須田 清隆 * 内田 雅博 *
By Kiyotaka Suda and Masahiro Uchida

This paper describes the potentialities and effects of the application of the optimization method using the homogenization method to the structural design of the civil structure. In order to confirm the application effects, we analyzed the following three universal problems of the civil structural design, using conditions such as a volume ratio as parameters.

1) Structure problem 2) Soil structure problem 3) Soil problem

We have concluded it was ascertained that this application sufficiently gives the technological knowledges to a designer when he makes a decision during the concept design for structure topology.

1. まえがき

近年の建設業における施工技術進展の動向を顧みると、経済高度成長期には、労働力不足を克服しつつ工事施工能力を向上させることが至上命令であり、機械化の促進、工業製品の利用等ハードウェアを中心とする施工技術がめざましい進展をみた。しかし、オイル・ショックに端を発した経済社会混乱期には、資材調達、見積技術、リスク回避のための契約方式が最大の関心事となり、さらに社会的には環境保全、建設公害に対する配慮が重要視されるようになった。今後の経済安定成長期においては、ますます厳しさの度を増す社会的制約の下で、建設技術に対し効率化を伴う高品質化及び高度化への転換が要請される。特に、大型化、複雑化及び多機能化する土木・建築構造物の計画においては、コンピュータ等の新技術を活用した設計技術の整備及び充実が欠くべからざる要件となりつつある。

本論文では、設計における構造決定問題として、コンピュータや計算力学等の発達により、その適用が可能になりつつある均質化法による最適化設計に関して述べるものである。

土木分野における最適化設計の目的は、構造物の計画や施工にあたって施工性、経済性に対する最適値を求める事である。しかし、一般に多くの土木構造物は、その施工性や経済性に対する最適値を求めるにあたって、施工経費や維持経費及び施設の利用効率等が複雑に関連して、最適問題として単純にモデル化することを困難にしている。それゆえ、ここでは最適問題として取り扱う範囲を構造決定問題に狭めて、最適化手法の適用と可能性を考えている。

* ハザマ 技術本部 エンジニアリング第3部 (〒107 東京都港区北青山 2-5-8)

2. 最適化過程と構造設計

一般に、構造最適化の過程は、環境条件や立地条件を配慮しながら力学的バランスや材料的配置を決定する構造の形態決定過程と、構造形態が決定された後に具体的に部材の組み合わせを決定する構造の形状過程及び、構造形状が決定された後に各部材の寸法を決定する構造寸法決定過程がある。これらの過程と設計プロセスの関わりは、図-1に示すように形態決定が概念設計に、形状決定が構造設計に、寸法決定が断面設計に対応している。また、構造最適化の設計への適用としては、構造物の形状決定後の構造設計や断面設計等の詳細設計が多い。しかしながら、土質やコンクリート等の材料的不確実性や施工品質のバラツキや施工条件の複雑化のために実用面において課題が多いとされてきた。ここでは、従来の最適化設計の適用を設計の上流に範囲を広げて構造形態 (Topology) そのものを設計変数とした概念設計への適用について考えた。

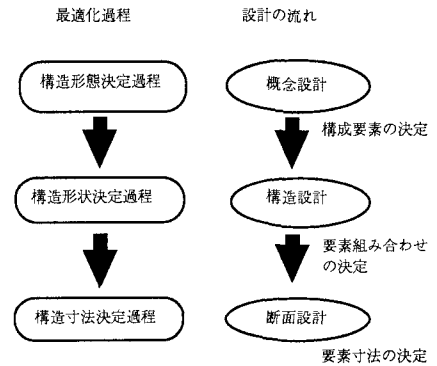


図-1 構造最適化過程概念図

3. 構造形態決定問題としての最適化手法の適用

概念設計で重要になるのは、与えられた条件に満足する構造の形態や形式を決定する事であるが、従来、この構造形態決定には過去の実績に習うところが多く、一連の設計作業のなかでは決して大きな時間的比率を占めていなかった。しかし、今日、急激な技術革新によって海洋構造物や大規模地下構造物等過去の経験では説明できないプロジェクトが社会要求として出現してきており、これらのプロジェクトを推進していく上で構造決定に多大の時間やコストを費やしているのが現状である。著者等は、この構造決定の手続きの効率化を目的に、構造の最適形態の推定を可能とする均質化法を採用した。

均質化法によるトポロジー (Topology) 最適化手法は、任意性の高い手法である。この手法の特徴は、形状を扱いながらも、直接座標や寸法等を設計変数にするのではなく、ユニットセル内の孔のサイズ a と回転角 θ の寸法問題に帰着させている点にある。そのため、形状が不変であることから、有限要素による解の精度を保証し、最適化された解の保証も期待出来る。

(1) 均質化法 (Homogenization method) の理論

最適化問題における均質化法とは、設計対象の構造体がマクロ構造で、かつ、一定の周期構造で構成されている場合、周期の最小単位である構造体をもつ固有の特性を評価することにより、マクロ構造の乱れを類推する手法である。本論文ではこの定式化については、Suzuki, Kikuchiの手法に従っている。⁽¹⁾

<均質化法の定式化>

周期構造をもったマクロ構造の均質化された (平均的な) 弾性テンソルは式 (1) ように表現できる。

$$E_{ijkl}^H = \sum_{m,n=1}^N \int_Y \left(E_{ijkl} - E_{ijmn} \frac{\partial \chi_m^k}{\partial y_n} \right) dY \quad \text{式 (1)}$$

ここで、 χ^k は、周期の最小単位であるユニット・セルの挙動を表す特性関数で、次式を解くことにより決定できる。

$$\begin{aligned} \sum_{i,j,m,n=1}^N \int_Y E_{ijmn} \frac{\partial \chi_m^k}{\partial y_m} \frac{\partial v_i}{\partial y_j} dY \\ = \sum_{i,j=1}^N \int_Y E_{ijkl} \frac{\partial v_i}{\partial y_j} dY \quad \forall v \in V_Y \end{aligned} \quad \text{式 (2)}$$

ここで、 N は空間次元の数、 v は仮想変位である。 Y はユニット・セルを表す領域を示している。

この方法により、図 - 2 に示すような矩形の穴が無数に空いた多孔質体の均質化された弾性テンソルが計算できる。マクロ構造を有限要素分割したときに、要素ごとに孔のサイズをコントロールして変化させても、均質化された弾性テンソルが計算できるので、通常の応力解析法が適用できる。⁽²⁾

(2) 構造レイアウトの最適化

図 - 2 の様に、設計領域に無数に穴の空いた多孔質体と仮定して、この多孔質体の各部分の孔のサイズを制御して構造体を作ることを試みる。その時の多孔質体を構成するユニット・セルは図 - 3 のようになる。

まず、領域を有限要素分割すると、要素毎に孔のサイズを示す a_i と、強さの方向を示す主軸の回転角 θ が設計変数として定義できる。ここで、使える材料の量を決定し、これを制約条件とする。目的関数として構造全体の平均コンプライアンス $\int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} \cdot d\Omega$ を選ぶ。

最適化式は、式 (3) に示すとうりである。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \quad \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} \rho f_i u_i d\Omega + \sum_{i=1}^N \int_{\Gamma} t_i u_i d\Gamma \\ & \text{s.t.} \quad \int_{\Omega} \rho d\Omega \leq \Omega_s \end{aligned}$$

式 (3)

N は空間の次元数、 ρ は材料の間隙率、 $\mathbf{f}$ は Ω に働く物体力、 $\mathbf{t}$ は境界 Γ 上の分布力、 Ω_s は使用できる材料の上限値を示す。 $\mathbf{u}$ は釣合方程式の解であり、次の仮想仕事の原理の式を満たす。

$$\sum_{i,j,k,l=1}^N \int_{\Omega} E_{ijkl}(x) \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\Omega = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} \rho f_i u_i d\Omega + \sum_{i=1}^N \int_{\Gamma} t_i u_i d\Gamma \quad \text{式 (4)}$$

また、平均コンプライアンスは最小化されたポテンシャル・エネルギーの 2 倍であることから、式 (3) は以下のように簡略化できる。

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} \quad \text{Minimize} \quad \Pi(\mathbf{u}, \mathbf{a}, \theta) \\ & \quad \mathbf{a}, \theta \quad \mathbf{u} \\ & \text{s.t.} \quad \int_{\Omega} \rho(\mathbf{a}) d\Omega \leq \Omega_s \end{aligned} \quad \text{式 (5)}$$

ここで、

$$\Pi(\mathbf{u}, \mathbf{a}, \theta) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} E_{ijkl}(\mathbf{a}, \theta) \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\Omega - \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} \rho f_i u_i d\Omega - \sum_{i=1}^N \int_{\Gamma} t_i u_i d\Gamma \quad \text{式 (6)}$$

式 (5) を解くために、ラグランジュの未定乗数 Λ を導入してラグランジアン L を定義する。

$$L(\mathbf{a}, \theta, \mathbf{u}, \Lambda) = \Pi(\mathbf{a}, \theta, \mathbf{u}) - \Lambda \left(\int_{\Omega} \rho(\mathbf{a}) d\Omega - \Omega_s \right) \quad \text{式 (7)}$$

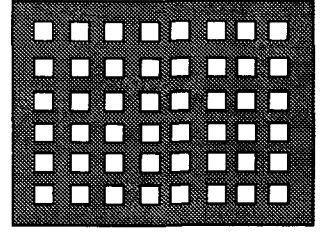


図 - 2 均質化法要素概念図

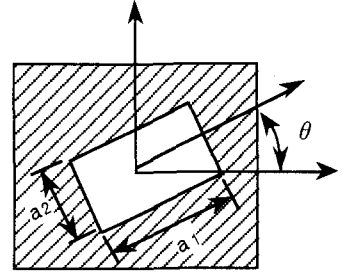


図 - 3 ユニット・セル概略図

最適化条件式は、

$$\frac{\partial L}{\partial a_i} \delta a_i = 0, \frac{\partial L}{\partial \theta_i} \delta \theta_i = 0, \frac{\partial L}{\partial u} \delta u = 0 \quad \text{式 (8)}$$

$$\Lambda \left(\int_{\Omega} \rho(a) d\Omega - \Omega_s \right) = 0, \Lambda \geq 0, \int_{\Omega} \rho(a) d\Omega - \Omega_s \leq 0$$

であるから、まず釣り合い式 $\frac{\partial L}{\partial u} \delta u = 0$ を有限要素法で解き、(この時、各要素で均質化された弾性テンソル $E_{ijkl}(a, \theta)$ を用いる) その解 u を用いて、最適規準法で設計変数 a_i, θ とラグランジュの未定乗数 Λ を更新する。設計変数が各要素で更新される(孔のサイズが変わる)ので、次のステップで新たにすべての要素の均質化された弾性テンソルを計算する。このステップを収束するまで繰り返し、各要素で最終的に決った孔のサイズ(a_i)を0～1に正規化して、構造体として必要な材料の密度として評価する。

(3) 均質化法の計算フロー

均質化法の計算手順は、基本的に図-4に示すようにミクロ構造とマクロ構造の2段階で有限要素法の定式化に従って解かれている。

第1段階では、ミクロ構造を表現しているユニットセルの挙動を評価する特性関数を計算した上で、マクロ構造上の点での均質化された弾性テンソルを計算する。

第2段階では、第1ステップで計算した弾性テンソルを用いてマクロ構造 Ω に対して平面歪(応力)問題として評価する。

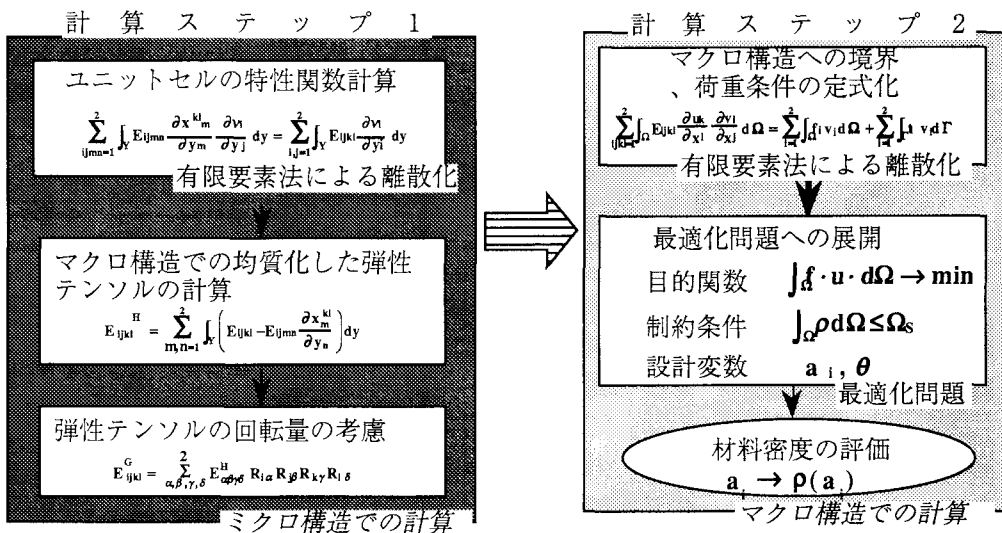


図-4 均質化法計算手順フロー図

4. 土木構造物への形状最適化設計の適用事例

適用事例としては、土木構造物としては一般的な設計問題である【構造問題】・【地盤-構造問題】・【地盤問題】について検討した。構造問題としては、シールドトンネル特殊構造部の構造決定を、地盤-構造問題としては、半地下構造になる換気塔の基礎形式決定を、地盤問題としては、逐次掘削による基礎地盤の補強構造決定を当てはめている。

(1) シールドトンネル特殊構造部の形状決定

1) 設計概要

地下鉄の駅舎部をシールド工法によって施工する際、2本の双設シールドトンネルの開口部を特殊セグメントで結合して駅舎部の空間確保の必要があった。その際、特殊施工部セグメントの形状は、想定される荷重条件に対して構造的安定を満足する必要がある。以上の条件を満足する最適な構造形状を求めるために形状最適化手法を適用した。

2) 設計条件

解析対象となるシールドトンネルは、図-5に示すような、半径3.1mの双設トンネルで、その中心間隔は6.6mである。そして、図に示すような6.6m×10.0mの範囲を設計領域として設定し、その中で最適な構造形状を求めるための解析を行う。荷重条件としては、鉛直方向の土被り圧および水平方向の土圧・水圧を考慮して図-7のような状態をモデル化した。

3) 解析結果

Step-1として、荷重条件以外の制約を与えずに形状最適化解析を行った結果、図-8に示すようにシールドトンネル開口部を2本の柱で支えるような構造形状を得た(Case1)。しかし、この構造では、駅舎部の設置空間のみならず線路部分の建築空間が確保できなく、Step-2として、図-6に示すように、駅舎中央部の中柱を形状最適化解析の対象としない固定領域として再検討した。その結果、図-9に示すようにシールドトンネル開口部を、固定境界である中柱を中心にしてその左右に1本ずつの3本の柱で支持する構造が得られた。図-9の解析結果は、構造体として使用する領域を、設計領域の50%(Case2-1)として解析を行ったものである。構造体として使用する領域を

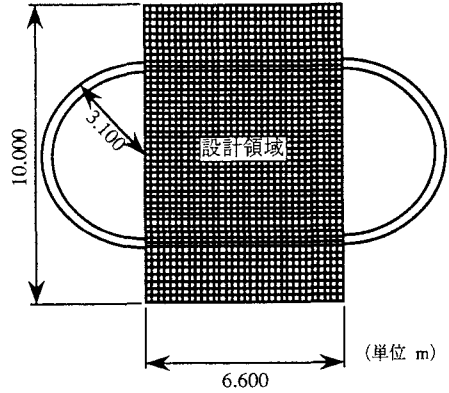


図-5 モデル図 (Case1)

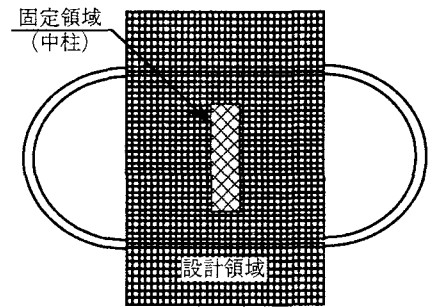


図-6 モデル図 (Case2)

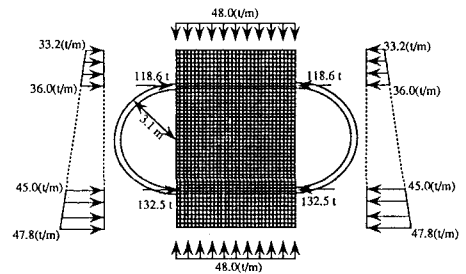


図-7 荷重条件

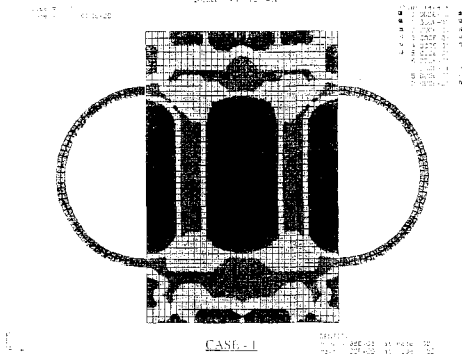
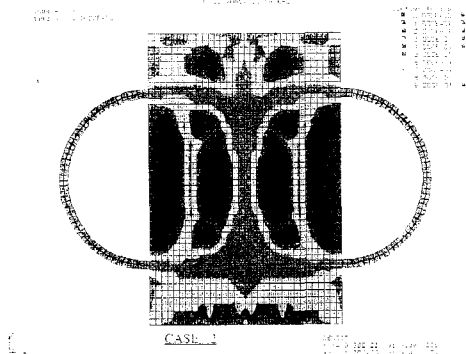


図-8 解析結果 (Case1)



構造体として使用する領域50%
図-9 解析結果 (Case2-1)

さらに少なくして設計領域の30% (Case2-2) とした場合の最適構造形状は、図-10に示すような結果となった。この結果は、シールドトンネル開口部には、駅舎部中柱に取り付けられたV字型の特殊セグメントによる支持構造が求められた。

(2) 立坑基礎の支持構造形式の選定

1) 設計概要

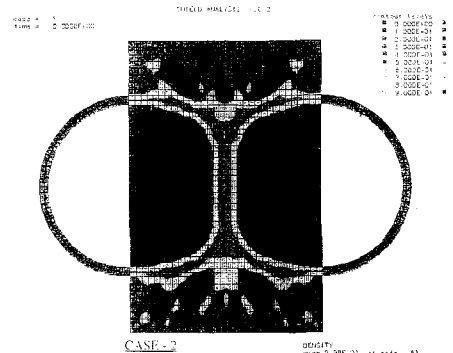
軟弱地盤上にシールド発進立坑を建設する場合、施工時および完成時それぞれの場合の荷重に対して安定となるようにその支持構造形式を選定する必要がある。支持構造形式の検討時には、立坑に作用する荷重の評価を行うが、その荷重の種類は多く、組み合わせも複雑である。このような荷重条件を考慮して支持構造形式を選定するには、多大の時間を要する。ここでは、発進立坑の支持構造形式を、形状最適化解析によって推定した。

2) 設計条件

構造条件としては、図-11に示すように、幅4.5m、深さ2.5mの立坑が、厚さ約6.5mの軟弱地盤上に設置される。地盤条件としては、軟弱層の下の基盤はトンネル発進方向に徐々に浅くなっている。一方、荷重条件は、鉛直方向に立坑の自重、浮力、水平方向に土圧、水圧およびトンネル軸方向に発生する軸力を考慮する。図-12に荷重モデルを示す。

3) 解析結果

形状最適化解析による結果を、図-13に示す。同じ荷重条件のもとで、構造体として使用する領域を設計領域の50%~10%として解析を行った。構造体として使用する領域を減らしていくに従って、地盤改良から杭基礎をイメージできる形状が出現し、構造体として使用する領域を10%とした場合には、斜杭のような形状が得られた。



構造体として使用する領域30%
図-10 解析結果 (Case2-2)

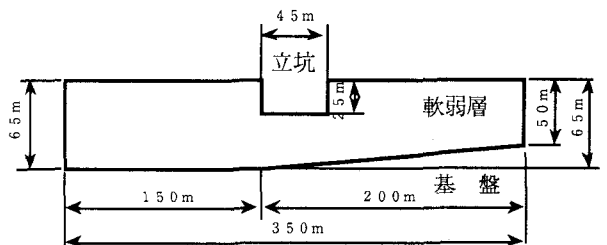


図-11 モデル図

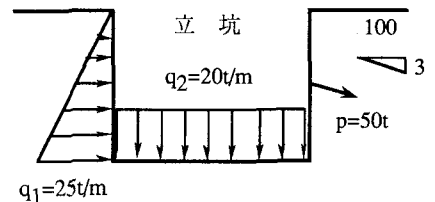


図-12 荷重条件

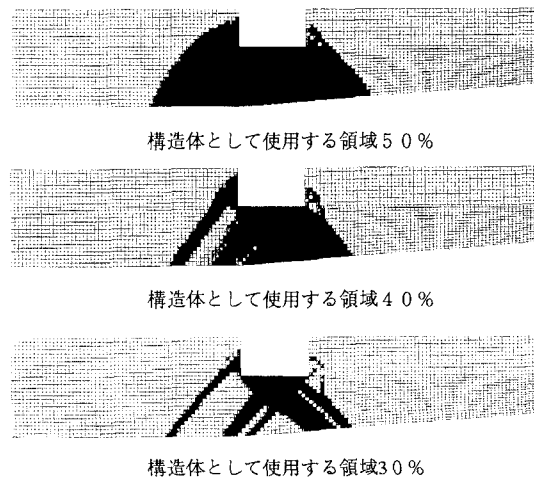


図-13 解析結果

(3) 逐次掘削による基礎地盤の補強構造決定

1) 設計概要

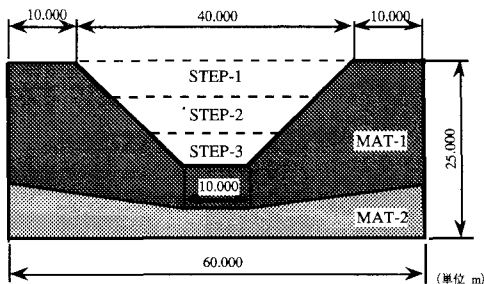
地盤構造物の安定性を評価する場合、その施工段階における応力状態も考慮する必要がある。一般に施工段階の地盤構造は不安定であり、多くの場合、補強構造などにより構造物の安定化を図る。従来の設計では、各施工段階において、その荷重状態や構造形態を評価して、補強構造を決定している。ここでは、全施工段階を通して効果的な構造形態を求めることを目的として、全施工段階を考慮した補強対策工の検討を形状最適化解析によって行った。

2) 設計条件

図-14に示すような3段階で地盤を掘削するモデルを用いた。地盤は軟らかい上層部と硬い下層部の2層構造でモデル化した。荷重条件としては、掘削に伴って掘削解放面には掘削相当応力を作用させる。解析手順として、まず、1次掘削、2次掘削、3次掘削それぞれの場合における地盤応力解析を行い、各要素ごとに全ステップを通して最大となる応力度を求める。そして、求められた最大応力度を用いて材料の最適配置を行う。この一連の流れを収束するまで繰り返すことによって、全ステップを通して最適な補強構造を得る。

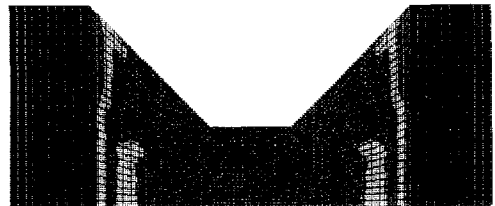
3) 解析結果

解析の結果、構造体として使用する領域が大きいときには、掘削底盤付近全体を補強するような構造が得られているが、もっとその領域を小さくしていくとアンカー状の構造が現れてくる。



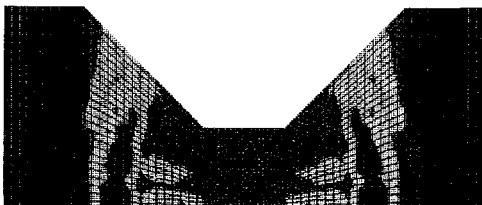
	$E(t/m^2)$	ν
MAT-1	3000	0.4
MAT-2	15000	0.3

図-14 モデル図



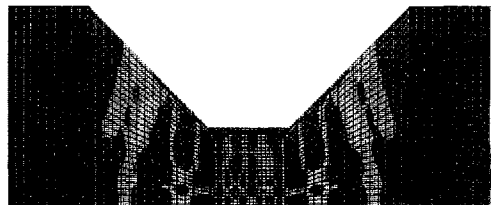
構造体として使用する領域50%

図-15 解析結果



構造体として使用する領域30%

図-16 解析結果



構造体として使用する領域10%

図-17 解析結果

5. 考察

今回、確認した三つの土木設計事例は、土木分野においては構造物と地盤が関係する問題であり、内容的には非常に一般性の高い事例であるといえる。各事例から得た知見を以下にまとめる。モデル化等の事前評価においては、構造と荷重の3次元性に対する評価方法、荷重状態による境界問題の評価方法、地盤を構成する不均質性・異方性を有している地質材料などの評価方法に関して設計者への依存度が高かった。事後評価においても、設計変数がユニット・セルの矩形孔のサイズや回転角であるので、現実の物理的な概念と直接に結び付かないことや、計算結果が、必ずしも定量的でなく、定性的に捉える必要があることなどから、設計者への依存度が高かった。このことは、設計者の質によって、計算結果の評価法が大きく異なる事を意味している。又、均質化法による解析手法においては、最適規準法や制約条件における課題もある。課題の一つとしては、設計対象に対して設計領域を大きめに設定するため、その領域に配したメッシュの設計変数への割り付けで、設計変数量が一般に多くなる点である。従って、通常の数値計画法の適用には、設計変数の数が多くなるので、最適規準法に拠らざるを得なく、次のような計算上の問題も存在する。

- 1) 設計変数の数が多いので、計算機のCPU負荷が非常に大きい。
- 2) 最適規準法は、実際に計算するアルゴリズムが多く存在するが、これらは必ずしも収束が保証されていない。問題の種類によっては、計算解の収束性が悪い事や収束しない事もあり得る。
- 3) 制約条件として全設計空間における体積比率を設定しているが、この条件が形態の最適化に対してどのような意味を有しているか明確ではない。特に、体積比率を小さくすると解の収束性が悪くなったり、結果自体に説明が出来ない状況が発生している。

以上の問題を考慮して、今後、概念設計の指標として均質化法を活用・展開していく上で、評価技術に関しては評価法等の標準化・基準化により設計者に対する知的依存度を低くする事と利用技術に関しては計算機も含んだシステムの利用環境の整備を図る必要があると考える。

6. まとめ

従来、形態の最適化問題は、設計問題としてアプローチのしにくい問題と考えられていた。そのため、個々の設計問題に対しては、最適化問題としての特徴を十分に配慮した発見的アプローチとしての適用にならざるえなかった。それに対して、均質化法は、設計者にとって一般性の高い汎用的なアプローチが可能なることから個々の設計問題に依存した解法を考える必要がなく、その利用方法を容易にしている点と、均質化法で計算された結果について、設計者各自の解釈が加えることによって良好な効果が得られる点が特色であると言える。今後、均質化法による最適化設計を実務により効果的に展開していくには、この手法が定性的な性格が強いことを考えて、概念設計への指標となる評価方法として確立する必要がある。また、図-18に示すように均質化法に、画像処理や画像認識技術により構造量の自動算定を可能にすれば、応力制限での形状最適化法を組み込んだ設計の統合化が図れ、構造物のデザイン評価に対する利用効果も期待できる。

最後に、本論文に用いた解析結果は、均質化法の解析コードOPTISHAPE（株）くいと）に一部機能追加を図り使用したことを加筆する。

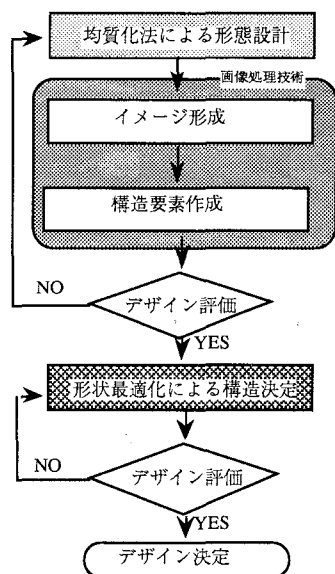


図-18 形状最適化設計フロー図

参考文献

- (1) K.Suzuki,N.Kikuchi;Shape and Topology Optimization Using the Homogenization Method, Comp.Meth. Appl.Mech.Eng.93(1991),pp291-318
- (2) J.M.Guedes;Nonlinear Computational Models for Composite Materials using Homogenization,P&D dissertation, Univ.of Michigan,1990.
- (3) 鈴木 克幸、菊池 昇、大坪 英臣；マイクロストラクチャーを用いた平板の最適化形レイアウト設計、造船学会春期講演会論文集、1992
- (4) 鈴木 克幸、菊池 昇；均質化法による形状レイアウト最適化手法、構造設計における最適化システム技術委員会（第12回定例会議資料）、1992

(1992年9月21日受付)