

積層複合ばりを伝播する応力波動とEnergy Flux分布の研究

STUDY ON STRESS WAVE PROPAGATION IN COMPOSITE LAMINATE BEAM AND
ITS ENERGY FLUX DISTRIBUTION三上修一*、大島俊之**、ロナルド クリッツ***、菅原 登****
Shuich MIKAMI, Toshiyuki OSHIMA, Ronald D. KRIZ, Noboru SUGAWARA

In order to obtain a physical interpretation of experimental data obtained in ultrasonic-acoustic measurements, we simulate the experiment by numerical calculation on a supercomputer. The composite we discuss here is a two dimensional rectangular beam which has one reinforcement layer located at middepth. The Finite Strip Method (FSM) is used to formulate the composite and modal analysis and Duhamel integral equation are also used to obtain its dynamic response for the impulsive incident wave. Making use of the Visualization Technique of Stress Wave Propagation(VTSWP) we obtain the animated simulation of stress wave propagation in a composite. The energy flux distribution in a composite laminate is also analyzed and effect of gradient distribution of interphase stiffness on the energy flux distribution is obtained.

1. まえがき

定量的非破壊評価 (Quantitative Nondistractive Evaluation: QNDE) において構造部材内部の欠陥などの検出や材料の力学的評価 (Nondestructive Characterization) のために超音波を用いた診断が広く行われている。¹⁾ この超音波による材料診断の精度は材料表面から入射される応力波動の伝播挙動の解析の精度に大きく依存しており、部材内部の小さな欠陥や微少な組織の変化を検出するためには入射波の特性や試験方法を適切に選定するとともに受信波の解析に対しても種々の工夫を必要としている。また部材中を伝播する超音波は欠陥や内包物によって応力波動としての反射や散乱が発生し、複雑に波動モードの変換が生ずる。したがって我々の目にみることでできない複雑な応力波動の伝播現象を理解し、解析する上で、Scientific Visual Analysis (SVA)²⁾ の応用は今日強力な武器となりつつある。

本研究ではこれらの可視化技術の一例として超音波パルスエコー法の実験を二次元的にモデル化して、複合材料中を伝播する応力波動がP波から出発してS波、Rayleigh波、補強材中のLamb波などを誘発しながら伝播する状況をVisual Simulationにより映像化した結果を用い、Workstationの画面上で数値実験した結果を示す。

*	北見工大助手	工学部開発工学科	(〒090 北海道北見市公園町165)
**	工博 北見工大教授	工学部開発工学科	(〒090 北海道北見市公園町165)
***	Ph.D バージニア工科大学教授	応用力学科	(Blacksburg, Virginia 24061, 米国)
****	北見工大助教授	工学部土木工学科	(〒090 北海道北見市公園町165)

一方コンクリート、岩石などの脆性材料中を伝播する応力波動は材料の内部摩擦（Internal Friction）による材料減衰（Material Damping）のため、振動振幅の減衰と位相遅れが顕著である。^{4), 5)} この内部減衰（Internal Damping）は一般に振幅依存性、周波数依存性などを有するが、超音波による材料評価の場合にはさらに温度依存性も無視することができない。また材料減衰のモデル化として粘弾性モデルを用いることが多いがこの粘弾性モデルの選択はあくまでも実用性を重視したものであり、理論的に決定されたものではない。また粒状体のように粒子相互の摩擦が存在する場合には応力歪構成則の非線形性は無視できないが、上記の脆性材料に対する超音波診断の場合も材料非線形性の影響は明かではない。材料診断の場合部材表面から入射された波動エネルギーの減衰はエネルギー保存則の観点からは逸散エネルギーとして取り扱われることが多いが、入射された波動エネルギー（Energy Flux）が材料中を伝播する過程でどのように減衰して行くかを解析することも上記の材料減衰のメカニズムを解き明かす上で欠かすことができない。本研究における動的応答解析においては別途⁴⁾ 実験で求めた周波数依存型の減衰定数を用いて解析し、積層複合長方形ばり中のEnergy Flux分布について検討する。また、このEnergy Flux分布に影響する傾斜機能を有するInterphase層の効果についても検討する。この傾斜機能を有するInterphase層では弾性定数が母材の弾性定数から連続的に増加させるもので補強材と母材の剥離防止のために設けられているものである。

2. 解析理論

2. 1 有限帯板法による基礎式の誘導

図1に示すような母材、補強層、Interphase層からなる支間 l 、高さ h 、板厚 b の長方形ばりに入射波が図のように作用する。ここでInterphase層は母材から補強層の弾性係数に漸近するように変化する層である。本論文ではこのモデルを有限帯板要素法（FSM）を用いて定式化する。二次元の長方形要素に関する方程式はHookeの法則による応力と歪の関係を用い、重み関数を考慮したGalerkin法を適用すると、2階線形連立偏微分方程式が得られる。これに、 x 軸方向に有限Fourier変換をほどこし、 y 軸方向変位の直線変化を仮定する。

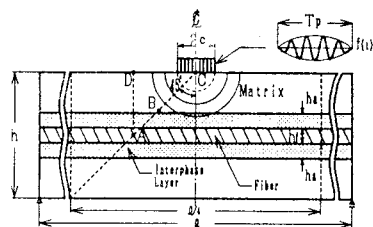


図1 衝撃入射を受ける積層複合ばり

$$\int_A L_1 \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) dA = 0 \quad (1)$$

$$\int_A L_2 \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) dA = 0 \quad (2)$$

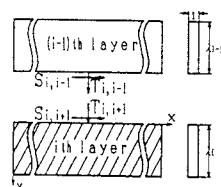


図2 帯板要素

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \cos Mx \cdot f_1(y), \cos Mx \cdot f_2(y) \\ L_2 &= \sin Mx \cdot f_1(y), \sin Mx \cdot f_2(y) \\ M &= \frac{m\pi}{l}, f_1(y) = 1 - \frac{y}{h}, f_2(y) = \frac{y}{h} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで、 L_1 、 L_2 は試験関数、 A は要素面積とする。
次に変位 u 、 v を次のように仮定する。

$$u(x,y;t) = \sum_{m=1}^{\infty} \{U_i^m(t)f_1(y) + U_{i+1}^m(t)f_2(y)\} \cos mx \quad (4)$$

$$v(x,y;t) = \sum_{m=1}^{\infty} \{V_i^m(t)f_1(y) + V_{i+1}^m(t)f_2(y)\} \sin mx \quad (5)$$

応力歪関係式は図3に示す3要素粘弾性構成式を用いた。

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (1 + \kappa_e \frac{\partial}{\partial t}) (\epsilon_x^v + \nu \epsilon_y^v) \quad (6)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (1 + \kappa_e \frac{\partial}{\partial t}) (\epsilon_y^v + \nu \epsilon_x^v) \quad (7)$$

$$\tau_{xy} = G (1 + \kappa_g \frac{\partial}{\partial t}) \gamma_{xy} \quad (8)$$

$$\kappa_e = \frac{\eta_1}{E} \left(\frac{E}{E_1} + 1 \right), \quad \kappa_g = \frac{\eta_2}{G} \left(\frac{G}{G_1} + 1 \right) \quad (9)$$

$$\epsilon_x^v = \epsilon_x^a + \epsilon_x^b, \quad \epsilon_y^v = \epsilon_y^a + \epsilon_y^b, \quad \gamma_{xy}^v = \gamma_{xy}^a + \gamma_{xy}^b \quad (10)$$

$$\epsilon_x^a = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y^a = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy}^a = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (11)$$

ここで、(6)、(7)、(8)式を(1)、(2)式に代入し、部分積分を行うと次のような節点変位と節点力に関する方程式を得る。

$$[K^n] \{\delta_m\} + [C^n] \{\delta_m'\} + [M] \{\delta_m''\} = \{F_m\} \quad (12)$$

ここで、

$$\{\delta_m\} = \{U_i^m, V_i^m, U_{i+1}^m, V_{i+1}^m\}^T \quad (13)$$

$$\{F_m\} = \{T_{i,i+1}^m, S_{i,i+1}^m, T_{i+1,i}^m, S_{i+1,i}^m\}^T \quad (14)$$

また、 $'$ は時間に関する微分を意味する。

次にはり全体を構成する全ての要素について式(12)の重ね合わせを行うと、複合長方形ばりの動的応答に関する式が次のように得られる。

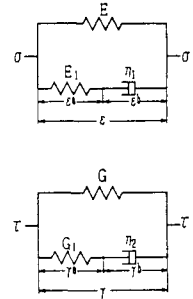


図3 3要素粘弾性モデル

$$[K] \{\delta_{st}\} + [C] \{\dot{\delta}_{st}\} + [M] \{\ddot{\delta}_{st}\} = \{F_{st}\} \quad (15)$$

ここで、 $[K]$ = 剛性マトリックス、 $[C]$ = 減衰マトリックス、 $[M]$ = 質量マトリックス、 $\{\delta_{st}\}$ = 変位ベクトル、 $\{F_{st}\}$ = 外力ベクトルをあらわす。

式(15)に関してモード解析とDuhamel積分を用い、波動応答関数が求められる。本論文では固有振動数の異なるモードの間の連成の影響と固有値計算における減衰の影響は無視している。つまり、複合長方形ばりの動的応答は1自由度系方程式として得られる。このとき変位と速度の初期条件は次のようになる。

$$\phi_r(0) = 0, \quad \phi_r'(0) = v_0 = \frac{F \Delta t}{m_r} \quad (16)$$

ここで、 v_0 = 振動子の初期速度（外力 F 、外力の継続時間 Δt 、振動子の質量 m_r によって決まる）である。そこで、衝撃応答は次式のようになる。

$$\{\delta_{st}(t)\} = [U] \{\phi(t)\} \quad (17)$$

ここで $[U] = 2n \times 2n$ のサイズの固有ベクトルマトリックスである。

$$\phi_r(t) = \int_0^t P_r(t-\tau) \xi_r(t-\tau) d\tau \quad (18)$$

ここで $r = 1, 2, \dots, 2n$ 、 n = 全要素数、単位衝撃力による変位の衝撃応答関数はつぎのようにあらわされる。

$$\xi_r(t) = e^{-h_r \omega_r t} \sin \omega_d t \quad (19)$$

$$\omega_d = \omega_r \sqrt{1 - h_r^2}, \quad (20)$$

$$P_r(t) = \{U\}^T \{F_{st}(t)\}. \quad (21)$$

本論文で減衰定数 h_r は周波数依存形とし、次の式で表される。

$$h_r = \frac{b\omega_r}{\omega_r^2 + a} \quad (22)$$

ここで、 a 、 b は実験により与えられる定数である。⁴⁾

3. 動的応答解析

ここでは図1に示すような高さ方向の中央に補強層のある両端で単純支持された複合長方形ばりについて

解析を行う。入射荷重は支間中央上縁に有限の幅で衝撃荷重として作用し、入射荷重は実際の超音波試験よりえられた入射波をモデル化して用いた。

$$f(t) = \begin{cases} F_0 \sin 2\pi f_a t \sin 2\pi f_c t & 0 \leq t \leq T_p \\ 0 & t > T_p \end{cases} \quad (23)$$

ただし T_p は入射荷重の継続時間である。数値解析に用いた値を次に示す。

$$\begin{aligned} E_m &= 30 \text{ GPa}, E_f = 210 \text{ GPa}, \nu = 0.17, \nu_f = 0.30, \rho = 0.2347 \text{ g/cm}^3, \rho_f = 0.801 \text{ g/cm}^3, \\ g &= 320 \text{ cm}, h = 40 \text{ cm}, h_f = 4 \text{ cm}, 2c = 6 \text{ cm}, M = 80, n = 100, T_p = 50 \mu\text{s}, \\ f_a &= 10 \text{ KHz}, f_c = 80 \text{ KHz}, \Delta t = 2 \mu\text{s}, F_0 = 1, a = 13935, b = 15.52 \end{aligned}$$

支間中央上縁に作用した衝撃入射波は過渡応答の応力波としてははりの中に直ちに伝わり、はりの境界からの反射波が徐々に到達する過程ではり全体の振動モードに移行する。実際の変位応答の結果は垂直変位と軸方向変位として得られ、また応力は変位の数値微分によって得られる。

応力波動エネルギーの伝達に関するInterphase層の影響を解析するためには図4に示すようなModel II、Model IIIの場合の複合材の数値計算モデルについて検討を行う。Model IIはInterphase領域がない。Model IIIは母材から補強材までの全段階の剛性分布の勾配を持ちそしてInterphase層の厚さは補強層と同じでありこの領域は同じ大きさの10の有限帯板要素に分割されている。Interphase層の剛性は次の式によって滑らかに変化させている。

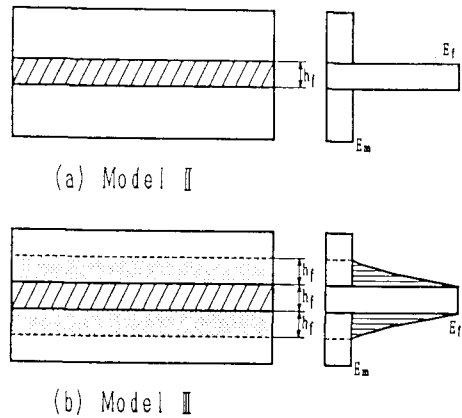


図4 Interphase層モデル

$$E(\beta_f) = E_f \exp [-\alpha h_f (1 - \beta_f)] \quad (24)$$

ここで、 $0 \leq \beta_f = y_f / h_f \leq 1$, $E_f = 210 \text{ GPa}$, $\alpha = 48.648$, $E(0) = E_m$, $E(1) = E_f$, y_f はInterphase層の母材、補強材間の境界面からの距離である。

数値計算は時間について $2 \mu\text{s}$ の時間ステップで $300 \mu\text{s}$ まで行った。数値実験のための画像用データははりの中央部の 200×100 の正方形に分割された格子点について作成された。この格子点のメッシュの面積ははり全体の1/4に相当し $80 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$ の大きさで支間中央に対して対称にはり中央部に位置している。

4 波動エネルギー伝播解析とEnergy Flux分布^{6) 8)}

4.1 解析理論

波動エネルギー密度 e は運動エネルギー密度 T と歪ポテンシャルエネルギー密度 W の和として次式で与えられる。

$$e = T + W \quad (25)$$

また適当な表面Sで囲まれる体積をVとすれば全エネルギーEは

$$E = \int_V (T + W) dV \quad (26)$$

あるいは

$$E = \int_V \left(\frac{1}{2} \rho u_i'^2 + \frac{1}{2} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} \right) dV \quad (27)$$

と表すことができる。さらにエネルギーの変化率 dE/dt は弾性定数 C_{ijkl} を用いて

$$\frac{dE}{dt} = \int_V [C_{ijkl} u_{kl} u_i'] dV = \int_S (C_{ijkl} u_{kl} u_i') dS_j \quad (28)$$

ただし、Christoffelの式より次式を用いている。

$$\sigma_{ij,j} = \rho u_i'' \quad , \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl} u_{kl} \quad (29)$$

式(28)の右辺の () 内の項

$$E_j = - (C_{ijkl} u_{kl} u_i') = - \sigma_{ij} u_i' \quad (30)$$

は S を通って体積 V内に流入する波動エネルギーのベクトル成分を表わしておりEnergy Flux (エネルギー一流束) と言われている。すなわち波動の進行方向に対してこの物理量はエネルギーの伝播方向を意味することになる。一般に補強繊維を有する複合材料の場合には波動の伝播方向とエネルギーの伝播方向は異なるものとなる。また式(30)の負号は表面Sから流入する量をプラス、流出する量をマイナスと定義しているからである。

数値計算では図5に示すような水平および鉛直なFlux Gate A,Bをそれぞれ設定しこのゲートを通して流れるEnergy Fluxを対象として、はり内部のEnergy Flux分布を解析する。計算ではEnergy Fluxを $1.2 \mu s$ 毎に時間平均した結果を用いている。数値実験は図6に示すような解析画面をWorkstationに構築して行なった。この画面は右上から操作メニュー表示、Flux Gate A、Bを通過するEnergy Flux表示、ゲート位置設定、時間平均エネルギー表示、波動伝播状況表示の各ウィンドウによって構成される。数値実験はゲート位置設定画面でマウス操作によってFlux Gateの位置、幅を決め実験を開始し、波動の伝播状況とEnergy Fluxの応答を逐次追跡しながら再生、一時停止、逆転再生の機能を利用して波動の伝播状況の解析を行う。

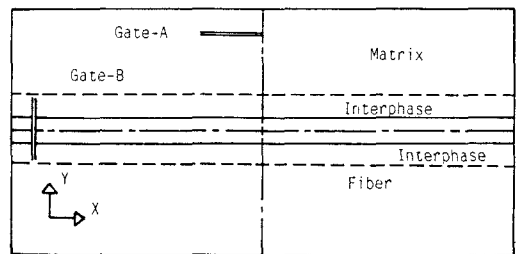


図5 Flux Gate の設定例

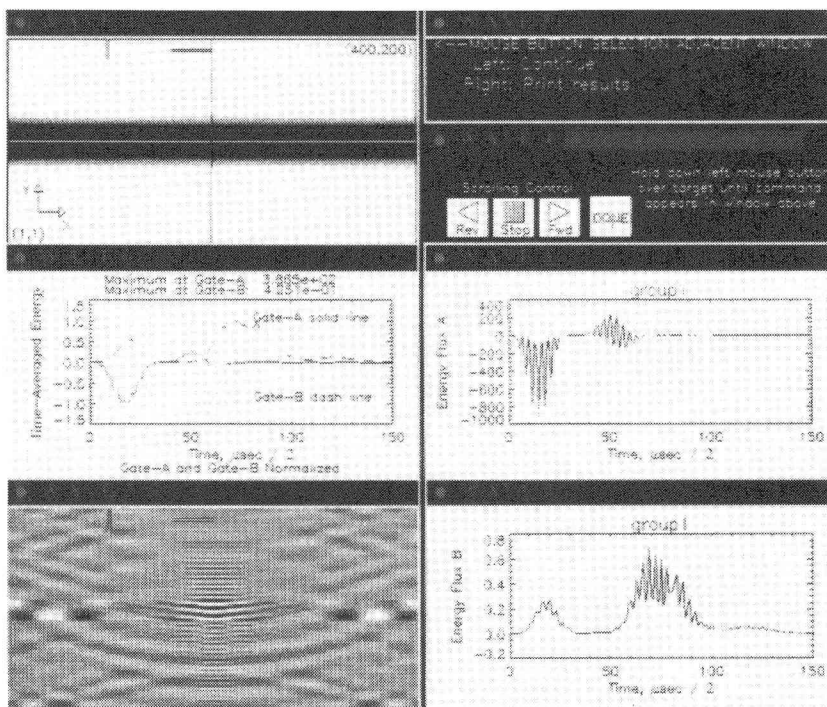


図6 数値実験画面例

4.2 数値解析結果

(1) はり表面を伝播するEnergy Flux

図7にはゲートBの位置をはり表面の支間中央(0mmの位置)から60mm~390mmと離れる方向へ移動したときのゲートBのEnergy Flux E_B とゲートAのFlux E_A の比 E_B/E_A の変化を示している。図中破線はInterphase層がない場合(ModelII)、実線はInterphase層がある場合(ModelIII)の結果である。また、図7の結果は各ゲートのEnergy Fluxの最大値をプロットしている。支間中央の入射点から遠ざかるにつれてEnergy Fluxが減少していく状況が判る。またInterphase層の有無による差はこの場合小さい。

次にはり表面から入射された入射波は材料減衰による減衰を生じながら伝播し、また補強材位置において最初の反射を生じてはり表面にもどってくる。したがってはり表面で計測される波形としては入射波部分がかなり大きな振幅となり反射波部分に比較して卓越する。したがって反射波の特性を解析してInterphase層の効果を検討する場合にははり表面で計測される波形のうち、入射波部分を除いたそれ以降の波形で解析する手法が考えられる。したがって本研究ではこの入射波部分を除いた解析手法を解析2と呼び、入射波を含む応答初期からの波形で解析する手法を解析1と呼ぶことにする。図8にはこの解析の手法を用いて図7と同様の解析を行なった結果を示している。この結果によればModelIIの場合の反射波のEnergy Fluxの方がModelIIIのそれに比較してどの程度大きいかを測定点の位置とともに知ることができる。また図9には同様に解析1の場合のEnergy Fluxの最大値 E_{B1} と解析2の場合のEnergy Fluxの最大値 E_{B2} の比 E_{B1}/E_{B2} を示している。これによれば測定点が100~300mmの範囲では E_{B1}/E_{B2} の値はあまり差はないが、その前後で差が大きくなっている。支間中央付近でModelIIIの場合の E_{B1}/E_{B2} が大きくなっているのは図8で述べた反射波のエネルギーがModelIIの場合に比べて小さくなっているためである。また入射点から遠く離れると逆にModelIIIの場合より大きくなるため差が大きくなっている。

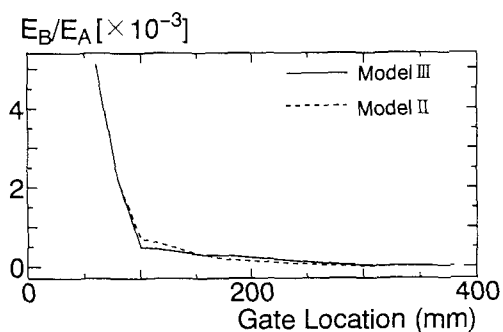


図7 はり表面のEnergy Flux分布 (解析1)

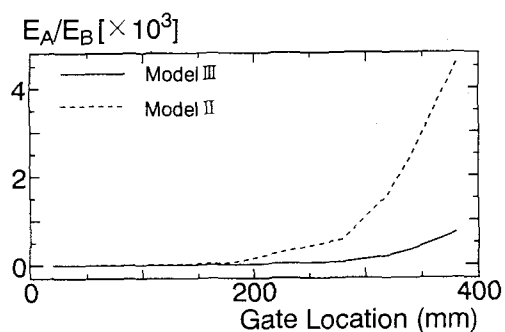


図8 はり表面のEnergy Flux分布 (解析2)

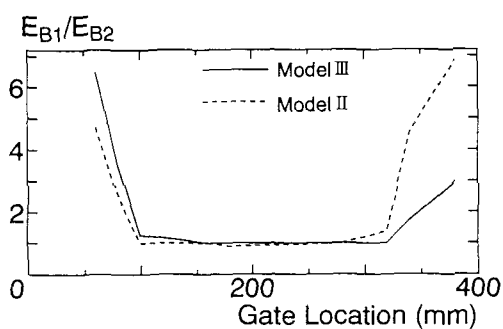


図9 Interphase層によるEnergy Fluxの影響

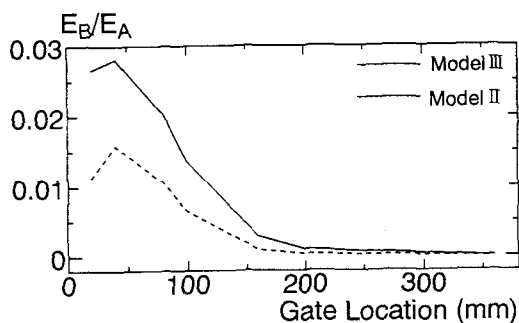


図10 補強材のEnergy Flux分布

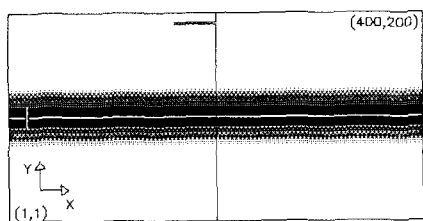


図10 補強材層のGate設定例

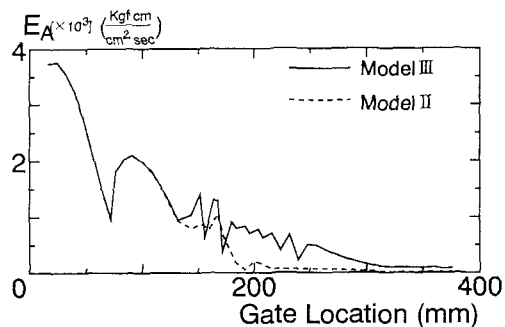


図12 入射点直下のEnergy Flux分布

(2) 補強材を伝播するEnergy Flux

はり上縁中央から入射された波動エネルギーのうち一部は補強材から反射するとともに一部は補強材中を伝播し、残りは補強材を透過して下縁に到達する。またこの補強材中へ進入する波動エネルギーの割合は入射波の波長と補強材の厚さの比やInterphase層の構造などによって変化する。⁷⁾ここでは図11のように補強層中のゲートBを支間中央から移動した場合、Energy Flux比 E_B/E_A がどのように減少していくかを調べた結果を図10に示している。解析法は解析1の場合である。この結果から ModelIIIの場合の方が入射点に近い位置で大きくなっているとともに離れるにつれて小さくなる状況がわかる。

(3) 入射点直下のEnergy Fluxの変化

図12は入射波が作用するはり中央において、上縁から下縁方向へゲートAを移動した場合の E_A の変化を示している。これにより測定点が入射点から遠ざかるにつれて波動エネルギーが逸散、減衰していく状況がわかる。

(4) はり下縁でのEnergy Flux

前述したようにInterphase層がない ModelII の場合の方がModelIIIに比較して補強材からの波動エネルギーの反射が大きい。したがって補強材を透過するエネルギーは逆に小さいものとなる。図13にはゲートBをはり下縁に設定し、移動させた場合に両ModelのFlux比 E_B/E_A がどのように変化するかを示したものである。この結果からもModelIIIの場合のエネルギー透過率が大きいことが判かる。

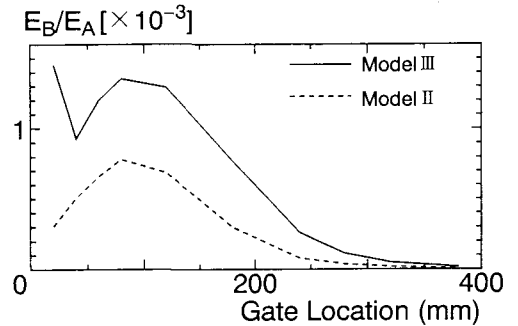


図13 はり下縁のEnergy Flux分布

(5) ゲート幅に関する検討

Energy Fluxの分布を検討する場合、ゲート幅を短くとりすぎると着目点近傍での平均エネルギーを正しく得ることができない。したがって入射荷重の幅(図1に示す荷重幅: $2c$)に対して適切なゲート幅を決定する必要がある。ここでゲートAを通過する平均Energy Flux (E_A)とゲート幅 (W_A)の積はゲートを通過する単位時間総エネルギーとなる。ここで E_A の最大値に対する単位時間総エネルギー $H_{A,W}$ は次のようになる。

$$H_{A,W} = E_{Amax} W_A$$

これをゲート幅の変化に対する単位時間総エネルギーの変化を比較するために次式のようなエネルギーの比 R_A を定義し、その計算結果を図14に示した。

$$R_A = H_{A,W} / H_{A,200}$$

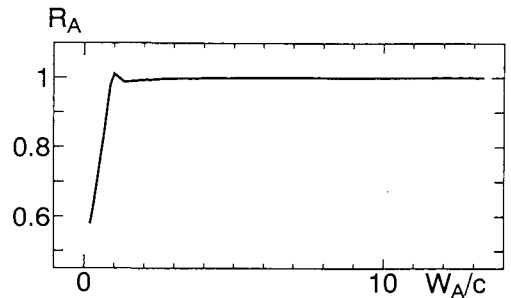


図14 ゲート幅とEnergy Fluxの関係

ここで $H_{a,200}$ は最大ゲート幅 ($W_a=200$) での単位時間総エネルギーである。

図14の横軸はゲート幅 W_a と荷重幅 c の比を表す。この図から単位時間総エネルギーはゲート幅が入射荷重幅より大きければほぼ一定となることがわかる。

5. 結論

積層複合長方形ばり中を伝播する応力波動をシミュレートし、可視化技術によりWorkstation上で数値実験を行い、Energy Flux分布やInterphase層の効果などについて検討し次のような結論を得た。

(1) 入射点側のはり上縁に沿って伝播する波動のEnergy Flux分布として入射点から離れるにしたがってどのように減少するかが明かとなった。またこの分布に及ぼすInterphase層の影響は小さい。

(2) 補強材中に設定したゲートを入射点から離れるように移動してEnergy Flux分布を調べた結果Interphase層の効果によってModelⅢの場合の方が大きなEnergy Fluxとなっている。

(3) 入射点直下において水平ゲートを鉛直方向に移動することによってEnergy Fluxの分布性状が明かとなった。

(4) はり下縁におけるゲートを通過するEnergy FluxはModelⅢの方が大きく、Interphase層の効果により波動エネルギーをよく伝達していることがわかる。

参考文献

- 1) R.O.Thompson and D.E.Chimenti: Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Vol.1(1982)~Vol.10(1991).
- 2) R.D.Kriz, O.H.Griffin, Jr.: Visualization Practicum: Sun World, Vol.4, No.8, 1991.
- 3) Y.K.Cheung: Finite Strip Method in Structural Analysis, Pergamon Press, 1976.
- 4) T.Oshima, S.Mikami, S.G.Nomachi: Analysis of Stress Wave Propagation in Composite Rectangular Beam in the Case of Ultrasonic Pulse Method. Proc. of Japan Society of Civil Engineers, No.416/I-13, 1990.
- 5) H.Kolsky: Stress Waves in Solids, Dover Publications, 1963.
- 6) B.Auld: Acoustic Fields and Waves in Solids, Krieger Pub., Second ed., 1990.
- 7) T.Oshima, R.D.Kriz, S.G.Nomachi: Simulation and Visualization of Stress Wave Propagation in Composite Laminate with Interphase Layer, Nondestructive Testing and Evaluation, Gordon and Breach Science Pub., 1992.
- 8) R.D.Kriz, T.Oshima, S.G.Nomachi: Scanning Acoustic Microscope Simulation For Determining Interphase Structure, IUTAM Symposium on Local Mechanics Concepts for Composite Material Systems, Virginia Tech, U.S.A., Oct, 28-31, 1991.

(1992年9月21日受付)