

〔招待論文〕

限界状態近傍にある飽和土の弾塑性境界値問題の 実験・解析とその応用

Behaviour of Saturated Clay near/at Critical State

浅岡 順* 野田利弘**

By Akira ASAOKA and Toshihiro NODA

The behaviour of normally consolidated saturated clay before, at and after failure is investigated through triaxial experiments and through elasto-plastic consolidation deformation analysis. The experiments are carried out with undrained boundaries under axial strain-control condition. The analysis is done by the finite element computation employing the Cam Clay constitutive model. Both experiments and analyses show that considerable amount of migration of pore water should occur within a soil specimen during loading procedure, which yields both softening and hardening of soil skeleton after the soil reaches critical state. The softening is found due to swelling with the stress state over critical state condition, while the hardening, due to the drainage that occurs under the critical state. The set-up of undrained strength of clay after failure is also examined.

1. まえがき

飽和粘土の挙動は水～土骨格2相系の連成問題の解によって記述される。そしてこの連成問題には、本来独立なはずの土質力学上の3つの原理ないし法則が以下のようにお互いに関連し合って現れる。すなわち、

①応力は有効応力と間隙水圧に分かれ、有効応力が土骨格の変形・破壊を支配する（有効応力原理）。一方しかし、

②土骨格の硬化・軟化は土骨格の塑性的な体積変化が支配する。ところが、

③土骨格の体積変化は（水がほとんど非圧縮のため）骨格からの水の出入りによって決まり、水の出入りの刻々の量は水頭勾配、すなわち間隙水圧の場に支配される（ダルシー則、ここで「場」すなわち境界値問題を解きつつ、時間ステップをひとつ進めてふたたび①に戻る）。

これら①～③の連鎖は、粘土の力学を他と区別して特徴づけるものだが、本論文の目的は、もう一度これら①～③を、とくに限界状態近傍にある粘土マスについて、詳しく調べ直すことにある。

限界状態近傍を取上げる理由は、軟弱地盤の土質工学では粘土の破壊前の挙動¹⁾と並んで、粘土の「破壊後の挙動」も同じように重要であることによるのだが、以下、いくつか事例を挙げてこれを説明する。

図1はサンドコンパクションパイル(SCP)による軟弱地盤の改良を示している。サンドドレーンと見かけはよく似るが、工法原理はかなり異なる。サンドドレーンは、地盤全体の透水性の改良により、荷重経路は

* 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科 (〒464-01 名古屋市千種区不老町)

** 名古屋大学大学院生 工学部土木工学科 (〒464-01 名古屋市千種区不老町)

同じでも、地盤内の土エレメントの有効応力経路を改善し、すなわちせん断よりも圧縮を卓越させて²⁾、速く安全に地盤の支持力を増大させ残留沈下を少なくする工法である。砂などによる排水工の設置後、地表面にサーチャージ荷重をかけ地盤を圧密させる点が工法の中心となる。SCP工法は、大口径砂杭への応力集中を期待することがある点でサンドドレーンとまず異なるが、大口径砂杭打設に伴う周辺粘土地盤の大変位と破壊は明白で、周辺粘土は非排水的な破壊の後ふたたび地盤材料として蘇ってこなければならない。実際こうして蘇った粘土は、多くの場合、破壊前よりも強度が大きくなっている。サンドドレーンで言うサーチャージと圧密は、砂杭打設による地盤の破壊とその後の排水という形で、あらためてサーチャージを掛けるまでもなく、すでに最大効率的になされてしまっているのである。近年のように砂杭置換率の低い、いわゆる低置換SCPでは、このようにして破壊後に蘇った粘土の強度予測が重要な技術課題になっている。図2は低置換率(25%) SCPの砂杭打設の前後における杭間粘土の非排水強度を測定した事例であるが³⁾、地盤深部での改良効果(強度上昇)は、地表面でのサーチャージ盛土による圧密などでは到底説明できない高いレベルに達している。地盤深部の改良は、矢板前面壁の掘削、あるいは沈埋トンネルなどの軟弱地盤そのものの掘削に欠くことができないものである。

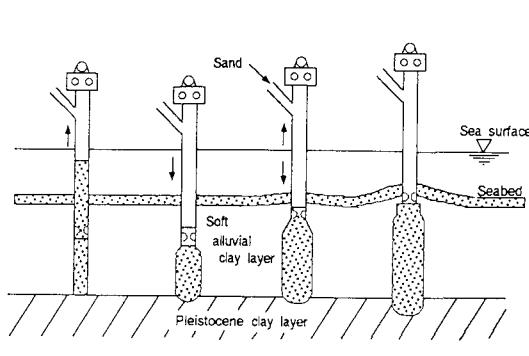


図1 サンドコンパクション工法

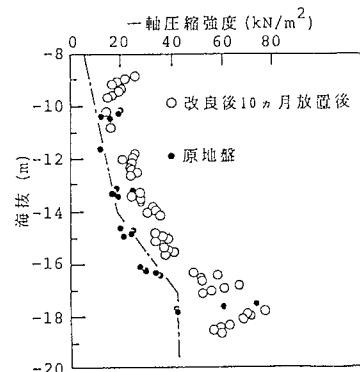


図2 SCP打設後の杭間粘土の強度上昇³⁾

地盤改良ではないが、粘性土中に打込まれた摩擦杭の "Set up" も旧くから土質力学的な解決が求められている問題⁴⁾である。何故摩擦杭の支持力が時間とともに増大するのか、その本質はSCPの問題ともよく似ている。ところが実際には、壊れている土の状態の計算やそれを初期値に取った弾塑性圧密の計算などは、まだ実務に応用できるほど操作的に行われているとは言えない。ある。

もちろん、一旦破壊した土がもとの土に比べて強度が小さくなってしまう問題も、たとえば「サンプリングによる粘土の乱れ」等としてよく知られている。自然堆積粘土の場合、より本質的には粘土粒子が作っている「骨格構造」の破壊を議論しなければならない。しかし鋼材で言うannealのように、単に土の状態を図3のA点からB点に移すだけであれば、構造が十分破壊されてしまった「練り返し粘土」を用いてでも、実験室の3軸試験機の供試体の中に、このような状態の変化を実現することができる。そして何故そうなるのかの物理的な理解は、やはり破壊状態(限界状態)にある粘土に関しての水～土骨格連成解析によって与えられる。

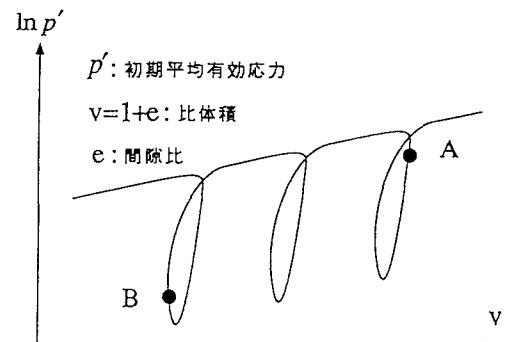


図3 粘土の圧縮と硬化($v \sim \ln p'$ 関係)

本論文は、内容が練り返し粘土の実験とカムクレイモデルを用いた計算に限定されていて、このため取上げた話題に比べてなされる議論はすこぶる端緒的である。しかしこのような限定によって、限界状態の意味が、骨格構造の破壊の理解⁵⁾を伴わずに済むので、随分見やすいものになる。したがって、かえって議論は、「破壊後の挙動も土質力学の重要な話題」であることを強調する目的に対してだけは、より直截的な役割を果たすかも知れない。

2. 水～土骨格連成解析の支配方程式

(1) 力のつり合い式

構成式が増分型で与えられるため、力のつり合い式も速度型で書く必要が生じる。ここでは、矢富ら⁶⁾の定式化に従い、つぎのように書く。ただし、自重（物体力）を除く。

$$\left(\int_V \operatorname{div} T dV \right) = \int_V \operatorname{div} \dot{S}_t dV = 0 \quad (1)$$

ここに、 T は全（コーシー）応力テンソル（引張を正とする）であり、 \dot{S}_t は、

$$\dot{S}_t = \dot{T} + (\operatorname{tr} D)T - TL^T \quad (2)$$

で定義される全公称応力速度である⁶⁾。また、 L は土骨格の速度勾配テンソル（下式（6））で、 D は L の対称成分（ストレッチングテンソル）である。

(2) 有効応力

土全体に作用する全応力を土骨格が受けもつ応力（有効応力）と間隙水圧とに分ける。

$$T = T' - u I \quad (3)$$

ここに、 T' は有効応力テンソル（引張を正とする）、 u は間隙水圧、 I は等方テンソルである。

(3) 土骨格の構成式

有効応力の速度としてGreen-Naghdiの速度 $\overset{\circ}{T}'$ ⁷⁾、次式を用いる。

$$\overset{\circ}{T}' = \overset{\circ}{T}' + T' \Omega - \Omega T', \quad \Omega = \overset{\circ}{R} R^T \quad (4)$$

ここに、 R は変形勾配 F を極分解したときの回転。構成式は $\overset{\circ}{T}'$ と D との線形関係で与える（増分線形則）。

$$\overset{\circ}{T}' = L [D] \quad (5)$$

(4) 適合条件式

D の6成分間の制約条件式の代りに、ここでは単に速度勾配テンソル L の定義のみを示す。

$$L = \operatorname{grad} \mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \quad (6)$$

ここに、 \mathbf{v} は土骨格の変位速度ベクトル、 \mathbf{x} は空間表示の位置。

(5) 水～土骨格連成式

式（3）により場の未知数が1つ増えるが、つぎの2式を連立させてこれを補う。

①混合体の連続条件式： 每時の土骨格の圧縮・膨張量は毎時の土骨格に出入りする水の量に等しいとして次式を得る。

$$\left(\int_v dv \right) = \int_v \text{tr}D dv = - \int_a \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n} da \quad (7)$$

ここに、 \mathbf{v}' は平均的な水の流速ベクトルで、 \mathbf{n} は境界に立てた単位法線ベクトル。

②ダルシー則： この平均的な流速 \mathbf{v}' はダルシー則から決まる。すなわち、

$$\mathbf{v}' = -k \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial \mathbf{x}} \quad (8)$$

ここに、 k は透水係数、 h は全水頭、 γ_w は水の単位体積重量である。式(8)第2式で u は、静水圧を差し引いた過剰水圧となる。式(3)の u と同じ記号を用いるがこの論文では混乱は生じない。また、 \mathbf{v}' が土骨格と水の相対速度であり k がスカラーであるため、式(8)は客観性を有している。

(6) 境界条件

以下の計算では変位速度境界条件で行ない、反力としての荷重を求めていく。

(7) 有限要素法の適用

①力のつり合い式の弱形式： 式(1)の第2式を弱形式化した後、有効応力、式(3)と客観性のある応力速度、式(4)を用いると、有効応力および間隙水圧で表された力のつり合い式の弱形式は次式となる。

$$\begin{aligned} & \int_v \left\{ T' \cdot \delta D + (\text{tr}D)T' \cdot \delta D - T'L^T \cdot \delta L - u(\text{tr}D)(\text{tr}\delta D) + uL^T \cdot \delta L \right\} dv - \int_v \dot{u}(\text{tr}\delta D) dv \\ &= \int_a \dot{s}_t \cdot \delta v da - \int_v (\Omega T' - T'\Omega) \cdot \delta D dv \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、 \dot{s}_t ($= \dot{S}_t \mathbf{n}$)、 \mathbf{n} は境界に立てた外向き単位法線ベクトル) は公称表面力速度であり、 δv 、 δL 、 δD はそれぞれ、境界条件を満足するような仮想的な変位速度とそれから得られる仮想的速度勾配テンソルとストレッチングテンソルである。左辺第一項が土骨格の剛性マトリクスを作ることになる。応力速度に現れる付加項は右辺に移して等価な節点力として処理した。

②水～土骨格連成式の有限要素モデル： 式(7)に式(8)を代入して得られる、Christian・田村⁸⁾の物理モデルを図4に示すように拡張した。要素中心に過剰水圧を代表させるモデルある。なお、これとは別に、連続式の弱形式を考えて有限要素の各節点に水圧を割り当てる定式化も可能だが、透水係数が小さく載荷速度が大きい場合の間隙水圧の計算が不安定になることがあるのを避ける目的でここでは採用しなかった。

①、②の有限要素法による計算においては、要素には4節点アイソパラメトリック要素を、時間軸には後退差分を用い、変位ステップごとにBマトリックスを更新するとともに、 T' 、 u 、 Ω に関する非線形項は各ステップでイタラティブに収束させた。

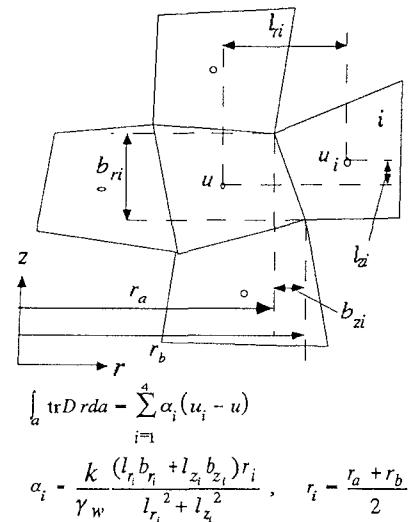


図4 要素間の水の流れの計算

3. カムクレイモデル

(1) モデルの背景

Henkelは、練り返し後等方圧密されたWeald clayについて、一連の3軸圧縮・伸張試験を非排水および排水条件で行い、 $p' \sim q$ 座標系に描かれた等含水比線がお互いに交わらないことを見出した⁹⁾。ここに、 $p' = -\text{tr}T'/3$, $q = \sqrt{3S \cdot S/2}$, $S = T' - p'I$ である。彼の実験は、排水および非排水の両経路でなされていることが重要で、これは $p' \sim q \sim w$ (含水比) が一意的関係にあることを示唆する。粘土の体積変化が、初めと終わりの応力状態だけで決まり、途中の応力経路には依らないことを示した最初の系統的実験として良く知られている。体積変化を弾性的な部分と塑性的な部分とに分けて考えると、弾性成分はもちろん、初めと終わりの応力状態だけで決まり、途中の応力経路に依存しない。したがって、引き算をすれば、塑的な体積変化が応力経路によらず初めと終わりの応力状態だけで記述できることになる。この式は、塑性論に基づけば降伏関数と硬化則のように理解しうる。

同じ頃、上に述べた体積変化の総量は、 p' の変化による分（「圧密」成分）と「応力比」 q/p' の変化による分（ダイレタンシー成分）の和で記述できることを柴田らのグループが系統的な実験を通じて示しており、具体的な式示も得ていた^{10, 11)}。ところが、体積変化の総量の弾性成分は等方弾性として p' の変化で表せば、引き算で得られると上に述べた降伏関数が、実はすでに日本で具体的に求まっていたことになる。後年、太田は関連流れ則を仮定して、この降伏関数から弾塑性構成式を導いた¹²⁾。

一方、Cambridge大学の人々は、土のせん断試験におけるTaylorの「エネルギー補正式」に着想を得て、これを新たに塑性流れ則と解釈し直し、その積分を通じて降伏関数に至っていた^{13, 14)}。このときの積分定数をHenkelの実験などを下敷きに解釈すれば、上に述べたと同様の降伏関数が得られる。実際、これから得られる構成式（カムクレイモデル^{13, 14)}）は後年太田らが導いた構成式と細部に至るまで一致している。

(2) 構成式

以上に述べたモデルの背景に沿いつつ、しかし計算の便宜も考慮して、ここではカムクレイモデルの降伏関数 F としてつきのスカラー値等方関数を用いる。

$$\begin{aligned} F &= f(q, p', p'_0) + \int_0^t \text{tr}D^P dt \\ &= MD \ln \frac{p'}{p'_0} + D \frac{q}{p'} + \int_0^t \text{tr}D^P dt = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

ここに、 D^P は D の塑性成分 ($D = D^e + D^P$ 、 D^e は弾性部分) で、 $-\int_0^t \text{tr}D^P dt$ が塑性履歴を表している。この表現は矢富らが文献6) で最初に用いたものである。上に述べた「塑的な体積変化」は、とりあえずここでは「対数ひずみ」的に取り入れているが、通常の実験で経験する程度の圧縮ないし膨張の量ではこれで重大な齟齬を来たさない。応力パラメータ p' , q はすでに上で述べた。また式中の M は限界状態線（後述）の傾き、 D はダイレタンシー係数で、これら定数は粘土の圧縮指数 $\tilde{\lambda}$ と膨潤指数 $\tilde{\kappa}$ とはつきの関係がある。

$$D = \frac{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}}{M(1 + e_0)} \quad (11)$$

また、 e_0 , p'_0 は初期等方圧密状態にある飽和粘土の間隙比および平均有効応力である。

$D^e \sim T'$ には増分フック則

$$D^e = E^{-1} \overset{\circ}{T'} \quad (12)$$

D^P には関連流れ則

$$D^P = \lambda \frac{\partial f}{\partial T'} \quad (\lambda > 0) \quad (13)$$

を仮定する。ここに、 λ は塑性乗数、 E は $\ln p'$ とともに硬くなる弾性係数テンソルである。乗数 λ については式 (10) の物質時間微分をとって式 (13) から $\text{tr} D^P$ を計算することにより、つきのような応力速度 $\overset{\circ}{T'}$ による表現が得られる。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \overset{\circ}{T'}}{-\text{tr}(\frac{\partial f}{\partial T'})} \quad (14)$$

さて、式 (12) の逆関係を取るために、あらためて λ のストッピング D による表現

$$\Lambda (= \lambda) = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED}{-\text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} + \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot E \frac{\partial f}{\partial T'}} \quad (> 0) \quad (15)$$

を作れば、カムクレイモデルの構成式は、本論文では次式で計算される（具体的式示は省略）。

$$\overset{\circ}{T'} = ED - \Lambda E \frac{\partial f}{\partial T'} \quad (16)$$

(3) 負荷基準と限界状態

Λ (式 (15)) の正負が負荷・除荷の基準を与える。すなわち、

$$\left. \begin{array}{ll} \Lambda > 0 & \cdots \text{硬化、中立負荷または軟化状態} \\ \Lambda < 0 & \cdots \text{除荷（ないし弾性）状態。} \end{array} \right\} \quad (17)$$

ところが、カムクレイモデルの降伏関数、式 (10) のときには、式 (15) Λ の分母は常に正であることが別途示される¹⁵⁾。したがって、負荷基準の物理的イメージは、 Λ の分子の正負から直接得られることになる。すなわち、土骨格のストレッチング D を弾性構成式で説明する仮想的な応力 ED の方向が降伏関数 f の外向き法線方向 $\frac{\partial f}{\partial T'}$ と 90° 以内にあるときが負荷となる。これは文献16), 17)での発見的な記述とも一致する。

この負荷状態をさらに詳しく調べるために、式 (14) の λ に戻る。カムクレイモデルの降伏関数、式 (10) のもとで λ (の特に分母) は次式で書かれる。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot T'}{\frac{D}{p'^2} (M p' - q)} \quad (18)$$

この分母の正負は $p' \sim q$ 座標での限界状態線 $q = M p'$ の上下で符号が逆転する。したがって、負荷状態 ($\Delta = \lambda > 0$) では分子も $q = M p'$ の上下で同じように符号が逆転しなければならない。つまり、

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot T' > 0 \cdots q = M p' \text{ の下側で硬化} \\ \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot T' < 0 \cdots q = M p' \text{ の上側で軟化} \end{array} \right\} (19)$$

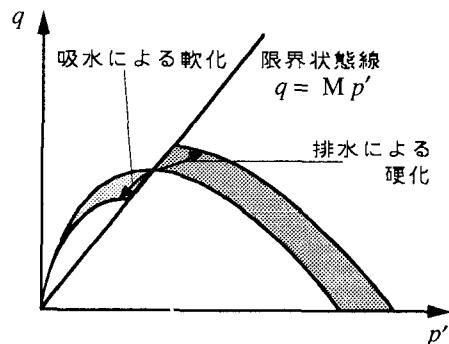


図 5 限界状態線と硬化・軟化

ところが、あらためて入の表式、式 (14) を見れば分母の量は $\lambda > 0$ のもとで式 (13) から $-tr D^p$ に比例している。すなわち、限界状態線の上側では吸水により軟化が、下側では排水により硬化が生じることになる。 $q = M p'$ がちょうどその限界線なのである。これを図 5 に示した。限界状態の上側で塑性不安定（軟化）が生じること自体は文献14) 中で述べられている事柄と同じ。

ところで、限界状態あるいはその近傍にある土が吸水するか排水するかはその土エレメントを囲む周辺の場での過剰水圧の分布が決める（ダルシー則）。この意味で粘土の硬化・軟化はエレメントの構成則に加え、間隙水圧の勾配が支配することがわかる。しかしながら、仮に間隙水圧場が勾配をもっていても、透水係数が無限小であるなど、その土エレメントに水の出入りが許されないときには、限界状態線上にある土はそのままその点にとどまりつづけ、ストレッチング D は不定のままである。そして、この土エレメントに生じる「ひずみ」はその土エレメントを囲む幾何的拘束条件によってだけ決まることになる（完全非排水状態）¹⁸⁾。以上のように、場合によって様々な水～土骨格連成の模様は、計算例も挙げつつ次章以下で調べられる。

4. 非排水 3 軸圧縮試験

上下端に摩擦のある剛なペデスタルを介し、側圧一定のもとで、変位制御（軸変位速度一定）の非排水三軸圧縮試験を考える。載荷がきわめて遅いときには、境界非排水でも供試体内で十分に間隙水の移動（マイグレーション）が起こり、供試体内に吸水域と排水域が生じて比体積 ($1 + e$, e : 間隙比) は不均質に分布する。このとき間隙水圧は一様な分布に近づく。他方、載荷がきわめて速いときには、水の移動はなく比体積は一様だが間隙水圧が供試体内で不均質に分布する。遅くも速くもない中間の状態をうまく選べば、供試体は比体積についても間隙水圧についても不均質なまま推移する。このようにして非排水 3 軸試験は（軸変位速度や側圧など、境界条件が明確な）「境界値問題」になっている。

(1) 部分マイグレーション試験

最初に、中間の状態の試験の様子を、計算によって調べる。用いたパラメータは表 1 に一括して示す。供試体は最初直徑 35mm、高さ 80mm でこれを側圧 3 kgf/cm² で等方圧密したのち、境界非排水にして、軸変位速度 0.003%/min で圧縮してゆく。図 6、図 7 に供試体の土エレメントの典型的な様子を示す。これらの図中の縦軸、横軸その他の記号の説明は表 2 に与えた。また、供試体 4 分の 1 断面図には○を用いてエレメントの位置を示している。

表 1 材料定数

圧縮指数	$\lambda = 0.11$
膨潤指数	$\kappa = 0.04$
限界状態定数 M	= 1.42
初期間隙比 e_0	= 0.90
初期平均有効応力 p'_0	= 3.0kgf/cm ²
透水係数 k	$= 3.7 \times 10^{-8}$ cm/sec

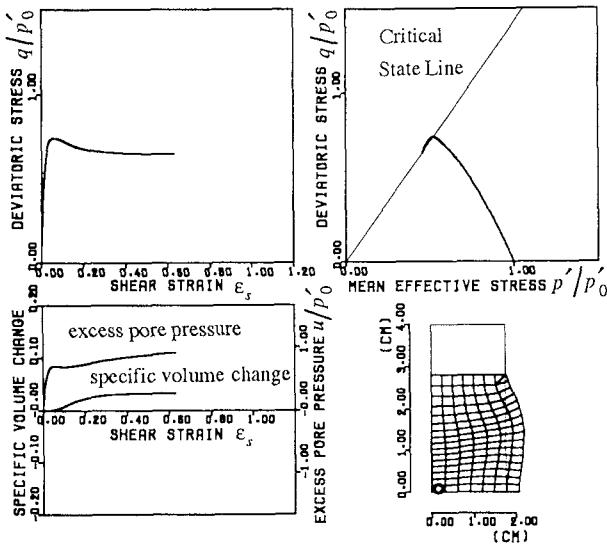


図 6 部分マイグレーション下での土エレメントの挙動 1

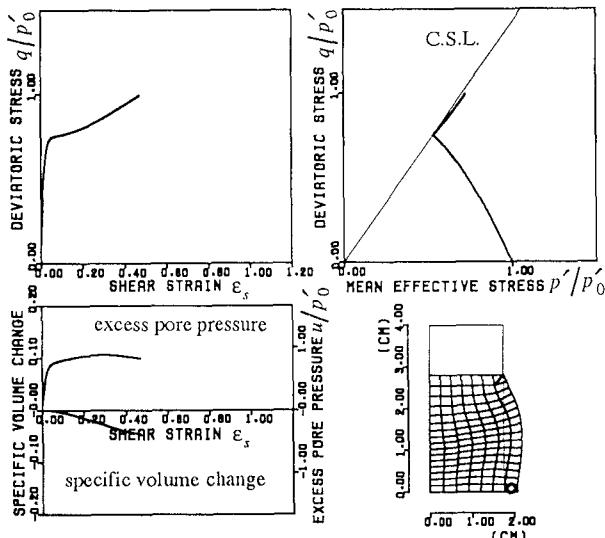


図 7 部分マイグレーション下での土エレメントの挙動 2

表 2 記号等の説明

Mean effective stress :

$$p'/p'_0, p' = -\text{tr}T'/3.$$

(初期平均有効応力 p'_0 で正規化している)

Deviatoric stress :

$$q/p'_0, q = \sqrt{3S \cdot S}/2$$

$$S = T' - p'I.$$

(p'_0 で正規化している)

Excess pore pressure :

$$u/p'_0.$$

(p'_0 で正規化している)

Specific volume :

$$v = 1 + e.$$

$$= v_0(1 - \det F)$$

e : 間隙比

 v_0 : 初期比体積 F : 変形勾配テンソル

Shear strain :

$$\epsilon_s = \sqrt{2e' \cdot e'/3},$$

$$e' = e - \text{tr}e/3 \cdot I,$$

$$e = (I - B^{-1})/2,$$

$$B = FF^T.$$

限界状態線の上側、下側で軟化、硬化が起こっているのは前に述べた通り。その結果、供試体の中のわずかな位置の違いで、発揮している強度 q に大きな差が生じていることが分かる。間隙水圧と比体積の推移は図 6、7 の左下の図に示すが、その上の図と見比べると吸水による軟化、排水による硬化が見てとれる。

図8には供試体が初期高さの83%まで圧縮されたときの比体積の供試体内での分布を示している。中野らは練り返し川崎粘土を用いて、部分マイグレーション下での非排水3軸圧縮試験を行っている¹⁵⁾。図6～図8はそのシミュレーションでもあるのだが、図8に対応する実験での、比体積の測定結果を図9に示す。なお、図8が供試体4分の1断面を示しているのに対し、図9は供試体全断面を示しているので注意する。

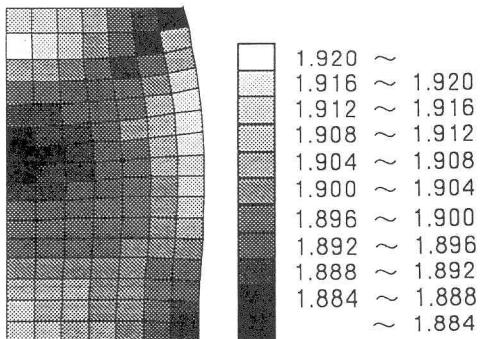


図8 比体積の測定結果（計算）

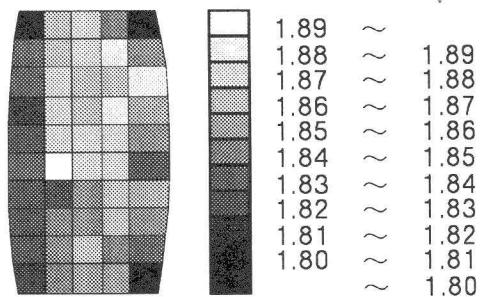


図9 比体積の測定結果（実験、川崎粘土）¹⁵⁾

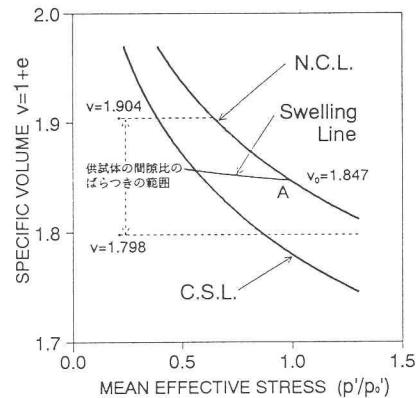


図10 $v \sim p'$ 関係

図10は図9のデータを v （比体積）～ p' 図上に整理したものである。図中のA点は初期状態だがこのA点からの弾性除荷だけでは達しえない比体積にまで供試体の一部が膨潤していることがわかる。図3の現象が起こっているがこの理由はもちろん、図5に示したように限界状態線を越えた上での吸水軟化による。

（2）完全マイグレーション試験

つぎに、より完全に間隙水の移動が起こるように、少し透水係数を大きくして $k = 1.1 \times 10^{-7} \text{ cm/sec}$ で計算を行う。これはより遅い速度での3軸試験を近似するものである。典型的な計算結果を図11、12に示す。

間隙水の完全な移動にともない、間隙水圧の上昇は場所的には一様になるが比体積は図の中央下のようにエレメントごとに不均質になる。図7で硬化していたものが図12では軟化するなど、透水係数の違いはエレメントの有効応力経路を著しく変化させている。この違いは供試体全体の変形形状の違いにも表われる。マイグレーションの度合いが進行するほど、供試体形状は中央部がくびれた「ひょうたん」形状から中央部が膨らんだ「ビヤ樽」形状へと変化するが、これは実験によってもはっきりと確認されている¹⁵⁾。

図11、12の右端には塑性乗数入の分子、分母と入の値そのものを示した。 $\lambda > 0$ （負荷）のもとで、軟化から硬化に転ずる様子が、これら分子分母の符号の変化からも見て取れる。なお図は省略するが供試体端部ペデスタル中央直下の、ほぼ45°円錐クサビ内では、エレメントは最初負荷状態にあったものが大変位後にやがて除荷・弾性域にはいる。これは透水係数の大小によらず同じように観測される。

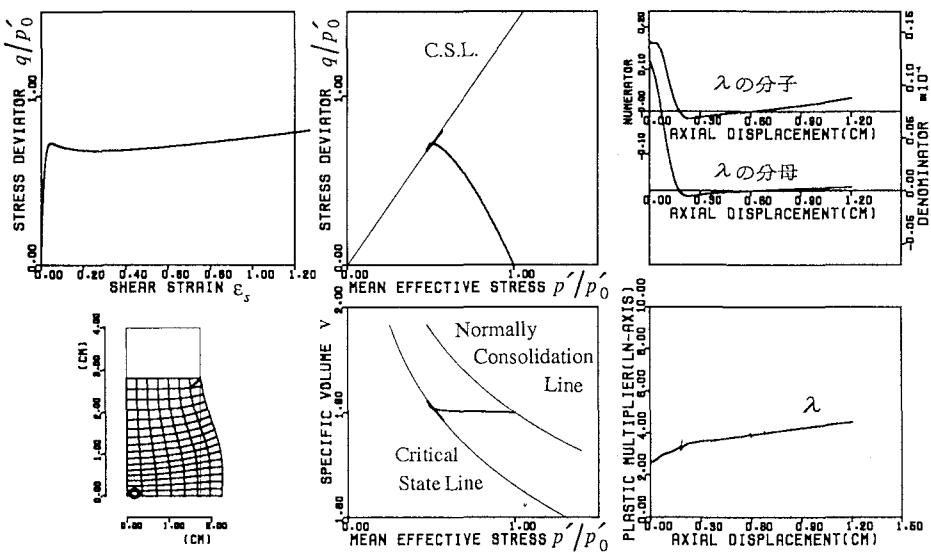


図 1-1 完全マイグレーション下での土エレメントの挙動 1

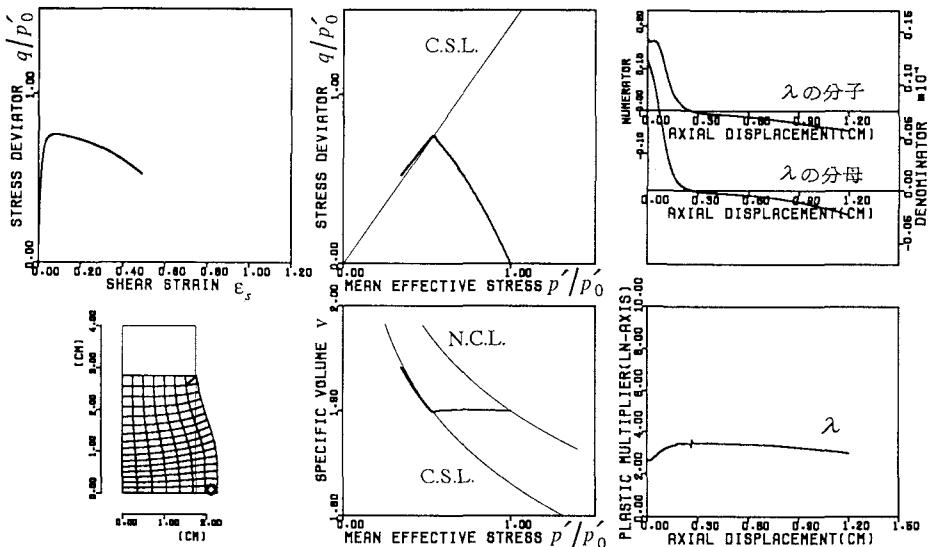


図 1-2 完全マイグレーション下での土エレメントの挙動 2

土質力学では昔から、非排水せん断試験はできるだけ遅い載荷速度で行なうことになっている¹⁹⁾。供試体端部でしか測定されない間隙水圧が供試体全体を代表するものであってほしいからだが、このときには、供試体全体を一つの土エレメントとみなして（見掛けの）有効応力経路を描くことができる。図13にこれを示した。ところがこの図から、たとえば限界状態線を引いても「変相角」を求めて、それはほとんど意味がない。供試体の幾何形状変化による誤差以外に、供試体そのものが全く均質ではなくなるからである。これを図14に示す。この図は初期供試体高さの70%まで圧縮したときの比体積の分布を示すものだが、場所によって比体積で0.2ものばらつきを示し、これは強度 q に換算して倍・半分ほどのばらつきにも相当する。

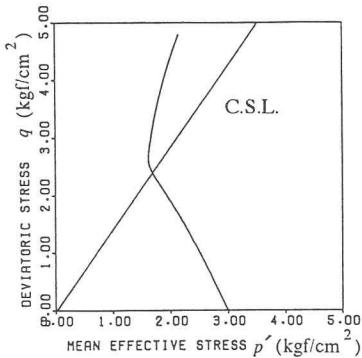


図13 供試全体の応力パス

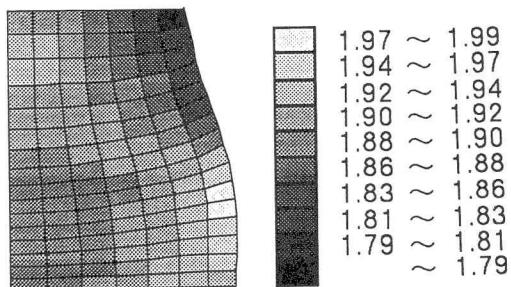


図14 比体積分布（4分の1供試体）

(3) 完全非排水試験

つぎに透水係数を十分小さくして間隙水の移動が全く起こらない、つまりエレメントワイズにも非排水となる条件で計算をする。結果の一部を図15に示す。非排水経路を経て限界状態に達した土は、応力状態が一定で応力増分がないまま、変位速度境界条件に応じて「ひずみ」がどんどん進行する。

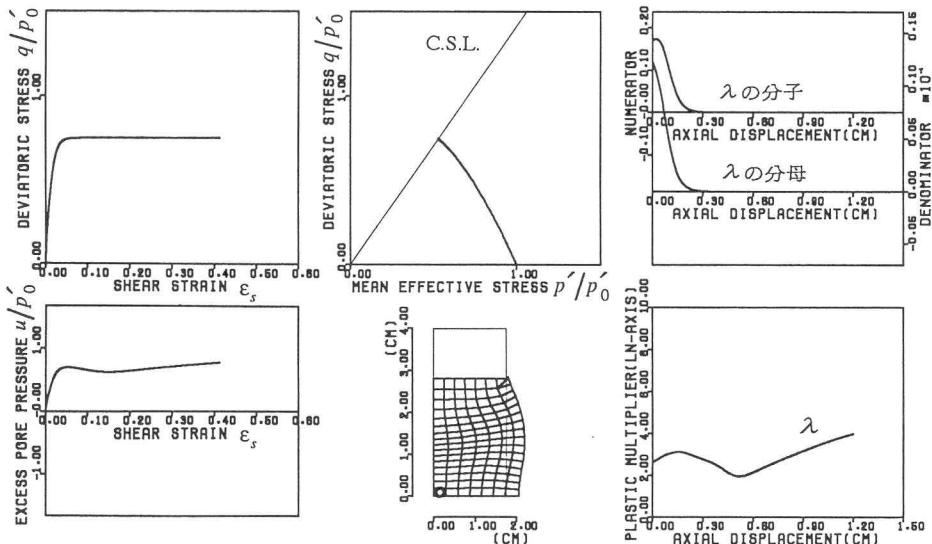


図15 完全非排水条件下での土エレメントの挙動

図16はこのときの間隙水圧分布を示している。図14と比べると波を打った千鳥状に分布しているのが分かる。間隙水圧のこのように複雑な分布はそのまま透水力の複雑な分布を意味し、土骨格にかかる荷重状況をきわめて複雑なものにしている。(1)で述べた部分マイグレーションでもこれは同じ。飽和土の場合、仮に「荷重」を制御したつもりでも、骨格から見ればほとんど制御されていないことが多いのである。

図17には供試体全体としての荷重～変位関係を示した。この図で荷重とは、供試体をエレメントと見たいわゆる「軸差応力」であり、内力としての間隙水圧が相殺された全応力タームのものである。この図で見られるように、幾何学的な非線形性は本論文の計算では、大変位下での荷重の右上がり曲線（ほとんど直線）にだけ表われている。荷重不安定は起こっていない。

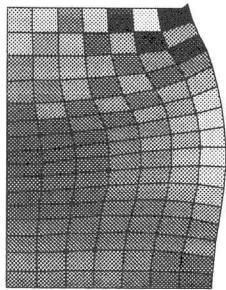


図 16 間隙水圧分布（完全非排水、4 分の 1 供試体）

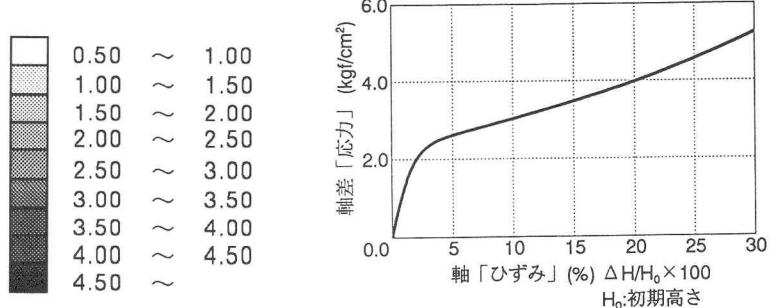


図 17 供試体全体の荷重～変位関係

5. "Set up" 問題の実験と解析

非排水的に破壊した粘土が、過剰水圧の消散によって再び地盤材料として蘇ってくる問題を、ここでは 3 軸試験機による実験と解析で調べることにする。杭などで "Set up" と呼ばれたりしている問題である。

実験の手順は図 18 中に示した。この図は練り返し川崎粘土の実験結果だが、図で A 点から B 点までは非排水 3 軸圧縮試験、B 点から C 点までは軸変位を固定して排水コックを開放する過剰水圧の消散過程、C 点から D 点までは再び排水コックを閉じた 2 度目の非排水 3 軸圧縮試験である。非排水せん断は十分に遅い速度でなされ完全なマイグレーションが起こっている。それで供試体全体として見掛けの有効応力経路が描けるが、これを図 19 に示した。ただし B 点から C 点までの圧密過程では供試体をエレメントとは見なしえず、実験からでは、たとえ近似的にせよ、応力経路は描けない。

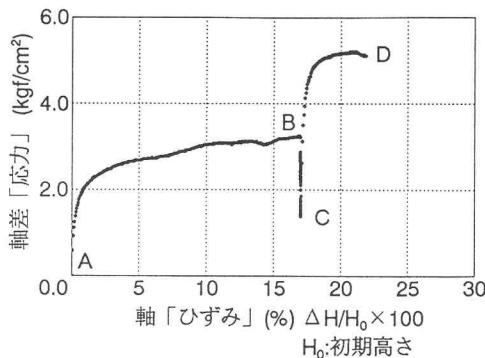


図 18 荷重～変位関係

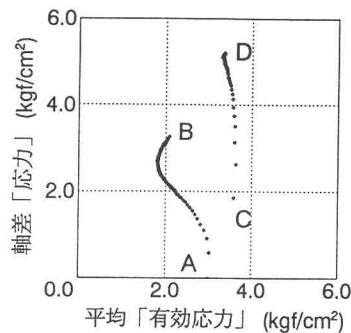


図 19 応力パス

圧密過程の様子は計算で調べられる。同じ「完全マイグレーション」条件で行なった計算の供試体中央部の挙動を図 20、21 に示す。1 回目の非排水載荷は図 11、12 と同様だが、供試体の軸ひずみが 17% に達したところで軸変位を止め排水させる。この排水の間はせん断応力 q のリラクゼーションが生じ、両エレメントとも除荷、弾性域に入りながら圧縮が始まっている（除荷による圧密！）。しかしやがて応力経路は再度降伏曲面に達し、応力比 q/p' は依然低下しながらも降伏曲面を押し広げて粘土を硬化させていく。

2 度目の非排水せん断では軟化・硬化の程度が著しく、強度のばらつきは 1 度目よりさらに大きくなる。これは先に挙げた現場実測の事例（図 2）でも認められる。非排水的な破壊の後、圧密によって再度蘇ってきた粘土は、全体として（平均の）強度は上がりつつも、強度の不均質性も同じように高まっていることは古くから経験的に知られていた²⁰⁾。

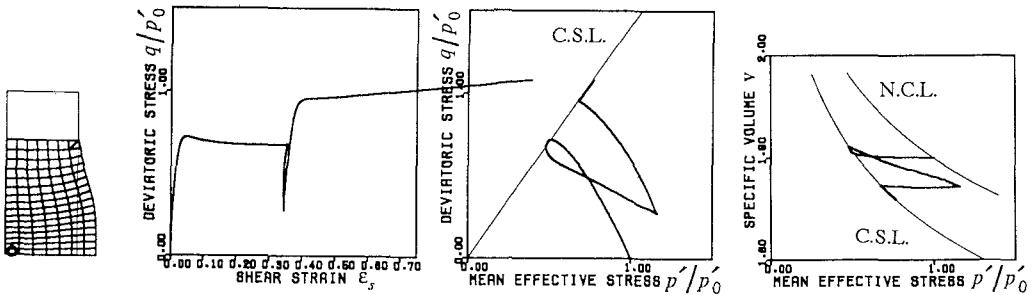


図 20 土エレメントの挙動 1

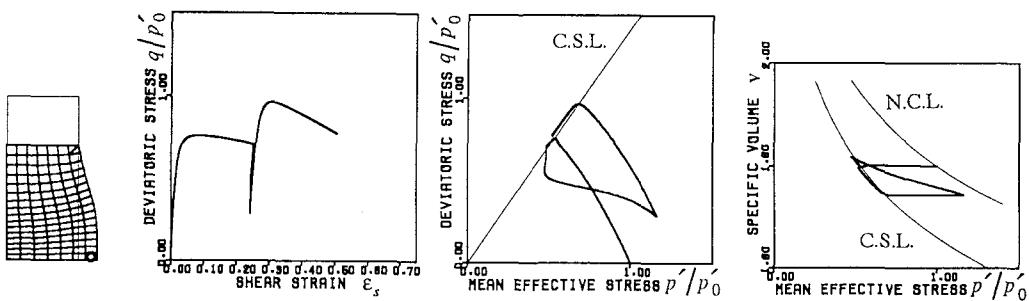


図 21 土エレメントの挙動 2

6. まとめ

飽和粘土の水～土骨格 2 相系としての連成挙動を、練返し川崎粘土の非排水 3 軸圧縮試験データとカムクレイモデルによる計算を用いて、特に限界状態近傍に焦点をあてて調べた。境界非排水・一様な軸変位速度という極めて単純な境界条件のもとでも、粘土中には間隙水圧分布と比体積分布の両方の、極めて複雑な不均質性が発展する。限界状態に達した後は、この不均質性はさらに、硬化域・軟化域・除荷域をひとつの供試体の中に生じさせてしまい、その結果 3 軸試験といえども、いかなる意味でも「エレメント試験」足りえないことが分かった。限界状態モデルが硬化・軟化両対応であることは構成式からでも見てとることができ
る²¹⁾。しかし粘土の複雑さは、この構成式を水～土骨格 2 相系の境界値問題の中で実際に働かせてみて、はじめて実際に確かめることができる。まえがきでも述べたように、粘土の「破壊後の挙動」の理解は土質工学のより進んだ実務の中で欠くことができない。本論文の話題が、一層多くの研究者・技術者に取上げられるることを希望している。以下に、本文中に触れることができなかった事項を付記する。

- ①いわゆる「微小ひずみ」解析は、本論文ではまったく機能しなかった。限界状態に達して以降特に著しい。「ひずみ」と変位のあいだで重大な齟齬を来たし、増分構成式がたとえ機能しても、全体の結果は $q \sim p'$, $v \sim p'$ 図上でまったく理解できなくなってしまう。
- ②応力速度には、この論文で取上げたもの以外に、Cauchy stress の Jaumann rate、Kirchhoff stress の Jaumann rate も用いたがこの論文の計算に関する限りほとんど差がなかった。
- ③図 16 の間隙水圧分布は、圧密を介さない水～土骨格連成の剛塑性有限要素法によるものと大差なく、この意味で、「非排水圧密」計算に独特の誤差は少ないと判断した。

参考文献

- 1) Atkinson, J. H. and Bransby P. L.: Behaviour of soils before failure, Chap. 13, The Mechanics of Soils, McGRAW-HILL, 1978.
- 2) 浅岡 顯, 中野正樹, 松尾 稔:観測的方法における透水係数の推定を組込んだプレロード工の設計, 土木学会論文集, 投稿中.
- 3) 岡田靖夫, 柳生忠彦, 幸田勇二:低置換サンドコンパクション工法による改良地盤の現地破壊実験, 土と基礎, Vol. 37, No. 8, pp. 57-62, 1989年.
- 4) Randolph, M. F. and Wroth C. P.: An analytical solution for the consolidation around a driven pile, Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., Vol. 3, pp. 217-229, 1979.
- 5) 石原研而:Thirty-third Rankine Lecture, Géotechnique, 草稿, 1993.
- 6) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, Soils and Foundations, Vol. 29, No. 3, pp. 41-53, 1989.
- 7) Green, A. E. and Naghdi, P. M.: A general theory of an elastic-plastic continuum, Arch. Ratl. Mech. Anal., Vol. 18, pp. 251-281, 1965.
- 8) 赤井浩一, 田村 武:弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文集, 第269号, pp. 95-104, 1978.
- 9) Henkel, D. J.: The shear strength of saturated remoulded clay, Proceedings of Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils at Boulder, Colorado, pp. 533-540, 1960.
- 10) 柴田 徹, 松尾 稔:粘土のダイラタンシーについて, 材料試験協会, 第11回レオロジー討論会, 講演概要集, pp. 50-56, 1962年.
- 11) 柴田 徹:正規圧密粘土の体積変化について, 京大防災年報, 6号, pp. 128-134, 1963年.
- 12) 太田秀樹:Analysis of deformation of soils based on the theory of plasticity and its application to settlement of embankments, 京大学位論文, 1974年.
- 13) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A.: Yielding of clays in state wetter than critical, Géotechnique, Vol. 13, pp. 211-240, 1963.
- 14) Schofield, A. N. and Wroth C. P.: Critical State Soil Mechanics, McGRAW-HILL, 1968.
- 15) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda T.: Behaviour of remoulded saturated clay at critical state, Soils and Foundations, under contribution.
- 16) Hashiguchi, K.: Subloading surface model in unconventional plasticity, Int. J. Solids Structures, Vol. 25, pp. 917-945, 1989.
- 17) Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L.: The Finite Element Method, Vol. 2, 4th ed., McGRAW-HILL, 1991.
- 18) Asaoka, A. and Kodaka, T.: Seepage failure experiments and their analyses of loose and medium dense sands, Soils and Foundations, Vol. 32, No. 3, pp. 117-129, 1992.
- 19) Bishop, A. W. and Henkel, D. J.: The Triaxial Test, Edward Arnold, London, 1962.
- 20) Matsuo M. and Asaoka A.: Statistical model identification of undrained strength of saturated clays, Proc. 9th ICSMEE Specialty Session No. 6, pp. 1-39, 1977.
- 21) 西村直志:土木工学ハンドブック I , 土木学会, 技報堂出版, 1989年.

(1993年1月16日受付)