

**鋼部材の繰り返しひねじり実験と
二曲面モデルによる数値シミュレーション**

A CYCLIC TORSION TEST OF STRUCTURAL STEEL MEMBER AND TWO-SURFACE MODEL SIMULATION

水野英二・沈 赤・宇佐美勉***

By Eiji MIZUNO, Chi SHEN, and Tsutomu USAMI

Recently, the authors developed a uniaxial cyclic two-surface model based on uniaxial cyclic experimental data on structural steels SS400, SM490, and SM570, and extended to a generalized cyclic two-surface model under general cyclic loadings. In order to reconfirm the efficiency of the authors' two-surface model in the multi-dimensional stress state from the experimental and numerical viewpoints, the cyclic torsion test of structural thin-walled steel member subjected to several kinds of constant compression forces has been performed, using the MTS810 machine (Material Test System) with 25 tonf loading capacity, which is mainly used for tension/compression test.

In the present paper, firstly the detail of experimental system on torsion test is explained, and experimental procedures, types of loading conditions are mentioned. Secondly, the experimental results are compared with the predictions by the authors' two-surface model of which the values of model parameters are still the same as those from the uniaxial cyclic experimental data. It has been found that the two-surface model can give a better agreement even with the experimental data in biaxial stress state.

1. 緒言

構造物および構造部材の耐震性能の評価を行うため、近年、構造部材の繰り返し載荷実験およびスーパー・コンピュータを用いた数値シミュレーション解析が盛んに行われる傾向にある。有限要素法などの数値解析手法を用いて、繰り返し荷重を受ける構造物の解析を行う場合、繰り返し載荷状態での構造材料の弾塑性性状が解析結果に対して大きく影響を及ぼすため、的確な構成モデルの開発・選択が重要となる。

繰り返し応力を受ける金属材料の応力-ひずみ関係の研究では、現在までに、多くの構成モデルが提案されてきている。一次元および二次元応力状態（せん断力-直応力空間）での素材の繰り返し実験データを用いてモデルの妥当性を検討している研究は、アルミニウム合金、ステンレス鋼などの金属材料に対しては多くあるものの¹⁾、鋼材料に対してはあまり多くない。そのほとんどが一軸繰り返し状態における鋼素材の実

* Ph. D. 名古屋大学・助教授 工学部土木工学科 (〒464 名古屋市千種区不老町)
 ** 工修 名古屋大学大学院土木工学専攻(博士課程後期課程) (〒464 名古屋市千種区不老町)
 *** D. Sc. 工博 名古屋大学・教授 工学部土木工学科 (〒464 名古屋市千種区不老町)

験データより構成モデルの妥当性を検討しているのみである^{2), 3), 4), 5)}。1975年, Popov・Pettersson⁶⁾は多曲面モデルを開発するにあたり, 鋼素材の一軸繰り返し実験および二軸繰り返し実験(繰り返し引張圧縮・ねじり実験)を行った。その後, Tseng・Lee⁷⁾, Chang・Lee⁸⁾, McDowell⁹⁾は Dafalias・Popov の二曲面モデル²⁾を, また Sugiura ら¹⁰⁾は Endochronic model を修正するにあたり, 同様の実験を行った。

筆者らは, 機械構造用鋼材S20C(降伏棚なし)および一般構造用鋼材SS400(降伏棚有り), SM490(降伏棚有り), SM570(降伏棚なし)の一軸引張・圧縮繰り返し実験結果を基に, 代表的な繰り返し弾塑性モデルであるDafalias・Popovの二曲面モデル²⁾を検討・修正することにより, 一般応力状態下での鋼材の繰り返し挙動を精度良く表現することができる二曲面塑性モデルの開発を試みてきている^{11), 12), 13), 14)}。しかし, 各種構成モデルに固有なパラメーターを同定するに足りる, 一軸さらには二軸繰り返し応力状態での構造用鋼材に関する一連の実験データの蓄積が現在まで少ないため, 多軸応力状態での構成モデルの適応性を一般的に検証することは容易ではなかった。

本論文では, 筆者らによる提案モデルの多軸繰り返し応力状態での有効性を実験的に確認するために行つた, JIS G3466-1988一般構造用角形鋼管(50x50x3.2 mm)の繰り返しひねり・圧縮実験についての概要を述べるとともに, 引張・圧縮試験用のMTS810試験機(最大容量25 tonf)を用いて行う, 新しいねじり実験装置についても詳細な説明を行っている。また, 繰り返し純ねじり実験および一定軸圧縮力($P=0.2, 0.4, 0.6, 0.8 P_y$; P_y は断面の降伏軸力)の下での繰り返しひねり実験を行い, 筆者らの二曲面塑性モデルの有効性を二軸応力空間で吟味している。

2. ねじり実験装置の概要

鋼素材のねじり実験としては, Popov・Pettersson⁶⁾, Tseng・Lee⁷⁾, Chang・Lee⁸⁾, Sugiura ら¹⁰⁾がねじり/引張+ねじり式MTS材料試験機を用いて, また鋼材のねじり実験としては, Komatsu・Sakimoto¹⁵⁾が円管および箱形断面部材を対象に, さらに Shakir-Khalil¹⁶⁾が角鋼管を対象にそれぞれ独自のねじり実験装置を用いて行っている。中井ら¹⁷⁾は曲げとねじり荷重とを同時に載荷できる実験装置を開発して, 補剛材付き箱形断面部材の曲げねじり実験を行っている。

本研究では, これまで筆者らが鋼素材の繰り返し一軸実験に用いたMTS810試験機(最大容量25 tonf)を, 一定軸圧縮力を受ける薄肉正方形角形部材の繰り返しひねり実験に応用することを考えた。図-1は実験の概略で, 供試体にねじりモーメントを与える鉛直力はMTS試験機で, 軸圧縮力はセンターホールジャッキで与えている。以下では, 実験装置について詳細な説明を行う。

(1) ねじりモーメントの伝達システム

図-2には, MTS試験機を用いたねじり実験システムの概要図(正面図)を示す。まず, MTS試験機のシリンダー部(試験機下部)に剛な支持台(A)をねじで完全固定し, さらにその支持台の上にねじりモーメントを受ける長さ ℓ_1 の供試体(B)をセットする。さらに, 供試体の一端から供試体軸に垂直に剛な部材(C)を張り出し(供試体重心より距離 ℓ_1 の位置まで), さらにこの先端とMTS試験機のロードセル(試験機上部)とを長さ ℓ_2 を有する剛な部材(D)で連結する。供試体Bと支持台との支持条件, また供試体Bと剛な部材Cとの接続方法については(2)で後述する。供試体のねじり変形に伴い生ずる部材Cと部材Dの剛体変位に

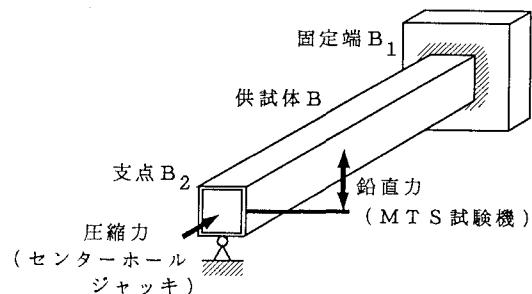


図-1 圧縮力およびねじりモーメントを受ける角型鋼管の概要

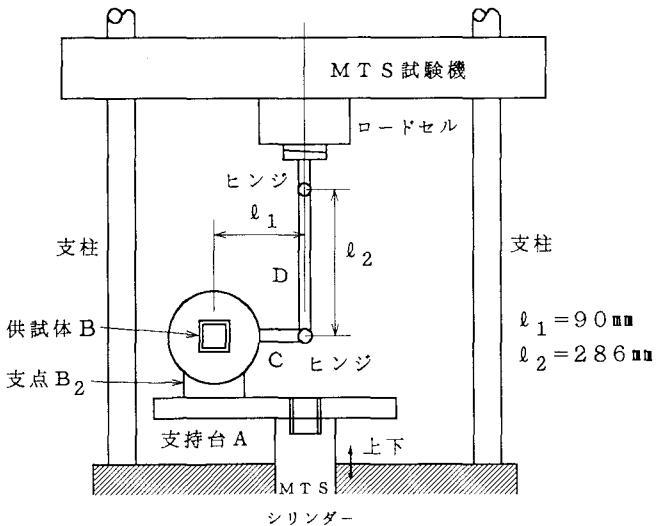


図-2 ねじり実験装置

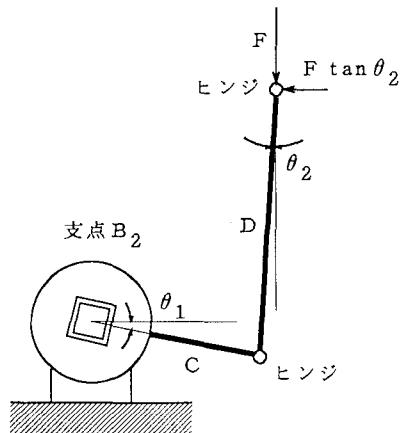


図-3 ねじりモーメントの伝達

に対する適合性より、部材Dの両端はそれぞれヒンジとしてある。

MTS試験機のシリンダーを上下させることにより、供試体が θ_1 だけねじられた場合のねじりモーメントの伝達システムの概略を図-3に示す。ここで、 θ_2 は部材Dの鉛直線に対する回転角度である。部材Dの上部にはロードセルからの出力(鉛直力) F が作用し、この結果、部材Dには軸力 $F/\cos\theta_2$ が生じ、供試体にはねじりモーメント T 、鉛直力 F および水平力 $F \tan\theta_2$ が作用することになる。ここで注意すべきことは、供試体にはねじりモーメントによるねじり変形のみ生じ、鉛直力および水平力による供試体の曲げ変形などは生じないようにする必要がある。この点に関しては、以下の(2)で説明する。ねじりモーメント T は次式のように表現できる。

$$T = F \cdot l_1 - F \tan\theta_2 \cdot (l_2 \cos\theta_2 - l_1 \sin\theta_1) \approx F \cdot l_1 \quad (1)$$

なお、角度 θ_1 と θ_2 とは適合条件より、 $l_1 = l_1 \cos\theta_1 + l_2 \sin\theta_2$ という関係があるため、実験データとして供試体のねじり角度 θ_1 を測定しておけば、式(1)の第2式よりねじりモーメント T は算定することができる。本実験では、 l_2 の方が l_1 よりも長く($l_2 = 285 \text{ mm}$, $l_1 = 90 \text{ mm}$)、供試体のねじり角度 θ_1 は最大 10° であるので、ねじりモーメント T は $F \cdot l_1$ として近似でき、また水平力はほとんど無視することができます。

(2) 供試体の支持条件および鉛直載荷位置

図-4に供試体の支持条件およびMTS試験機からの鉛直力 F の作用位置についての概要を示す。供試体の一端 B_1 (図中左)は供試体軸回りのねじり変形に対して完全拘束、さらに供試体軸方向変位に対しては自由であり、一方、供試体の他端 B_2 は、ペアリングが埋め込んであるころがり軸受けユニット(軸受け内径80mm)を用いて、ねじり変形に対しては自由、軸方向変位に対しては完全拘束してある。

鉛直力 F によって供試体内にねじりモーメント以外に曲げモーメントおよびせん断力が発生しないように、鉛直力は軸受けのペアリング線上(図中b-b)に作用させるのが理想的である。しかし、これは物理的に不可能であるため図-4に示すように、ペアリング線上より左右に a だけ離れた位置に、図-2に示したような剛な部材Cを張り出し、それぞれに鉛直力 $\frac{1}{2}F$ を作用させた。支持部 B_1 および B_2 点の左右 a にあたる供試体内

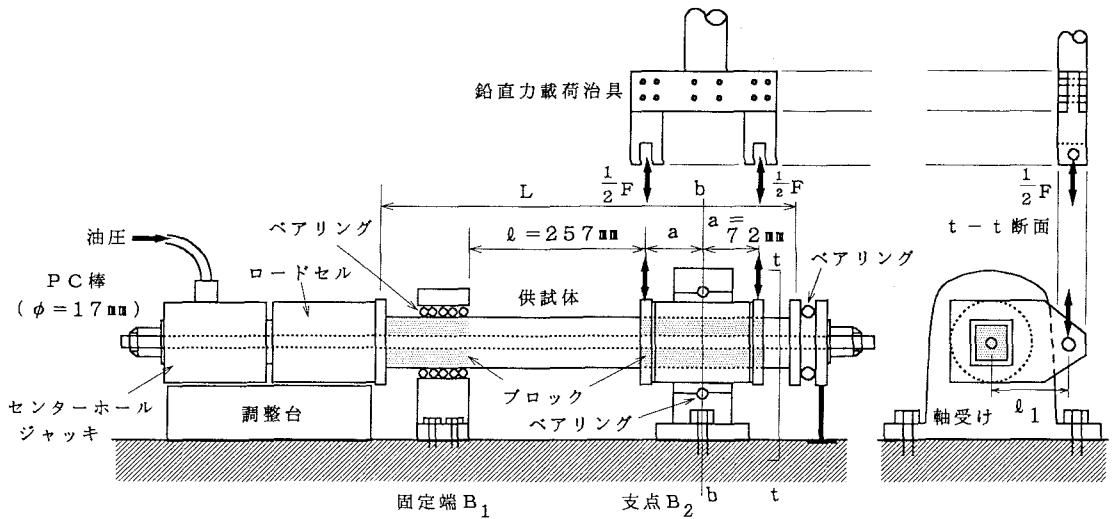


図-4 供試体の載荷条件および載荷位置

には供試体の変形を防止するため鋼製のブロックを入れた。なお、下記(3)で説明するように、供試体に圧縮力を加えるために必要なPC鋼棒が通ることができるような穴をブロックに開けてある。

供試体に生ずる曲げモーメントおよびせん断力の大きさを調べるために、供試体断面の曲げ剛性をEI、ブロックを入れた部分の曲げ剛性をnEIとして、鉛直力およびねじりモーメントを受ける供試体を図-5(a)に示すような、はり構造系としてモデル化した。ここでは、上記(1)で説明したように、水平力 $F \tan \theta_2$ は無視する。この場合、弾性変形を仮定すれば、供試体に生ずるねじりモーメント T、曲げモーメント M、せん断力 Q はそれぞれ図-5(b), (c), (d)のようになる。供試体内 ℓ 部分に作用するねじりモーメント T は $F \cdot \ell_1$ と一定となり、またせん断力 Q_1 は

$$Q_1 = \frac{\xi^3}{4[n(1 + 3\xi + 3\xi^2) + \xi^3]} \cdot F \quad (2)$$

で一定となる。また、この区間の曲げモーメントは線形分布し、B₁点で

$$M_1 = \frac{\xi^2 (1 + \xi)}{2[n(1 + 3\xi + 3\xi^2) + \xi^3]} \cdot \frac{1}{2} F a \quad (3)$$

さらに、B₃点で

$$M_3 = \frac{\xi^3}{2[n(1 + 3\xi + 3\xi^2) + \xi^3]} \cdot \frac{1}{2} F a \quad (4)$$

となる。ここで、 $\xi = a/\ell$ 、 $\frac{1}{2} F a$ は支点 B₂での曲げモーメントである。それゆえ、曲げモーメント M_1 および M_3 の大きさは a/ℓ 比が小さく、n 値が大きいほど、小さくなることが分かる。例えば、本実験では、 $a/\ell = 0.28$ 、 $n \approx 10$ であるので、

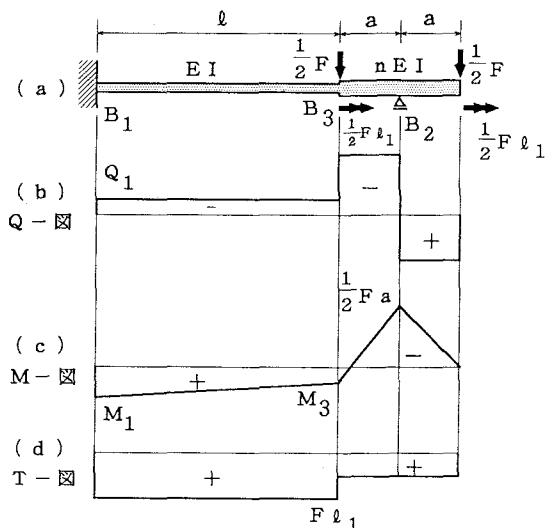


図-5 供試体の断面力

曲げモーメント M_1 および M_3 の大きさは支点 B_2 でのモーメント ($\frac{1}{2}F_a$) に比べて、それぞれ 0.24%, 0.05% と非常に小さくなり、またせん断力も鉛直力 F に対して 0.03% と小さく、区間 B_1-B_3 では純ねじりに近い状態になる。

(3) 圧縮力の伝達システム

供試体にはねじりモーメントの他に一定軸圧縮力を P を作用させる。ロードセル（外径 70 mm, 長さ 90 mm）、センターホールジャッキ（最大容量 12 tonf）および油圧ポンプ（最大容量 100 tonf）を用いて長さ L の供試体に圧縮力を P を作用させる装置の概要（図-4 参照）を説明する。供試体を支持台に上記（2）の要領でセットした後、供試体に PC 鋼棒（径 = 17 mm）を通す。さらに、PC 鋼棒の一端（図中右）には二枚の鋼板間に円形状にベアリングを埋め込んだものを通してこれをナットで PC 鋼棒と固定し、さらに他端（図中左）にはロードセルとセンターホールジャッキとを通した後に、PC 鋼棒とセンターホールジャッキとの間をナットにて固定した。センターホールジャッキと油圧ポンプとを連結し、所定の油圧で PC 鋼棒を引張ることにより、その反力として供試体断面には圧縮力を加えることができる。ここで、右端の鋼板間に円形ベアリングを用いることにより、供試体のねじり変形に伴い PC 鋼棒がねじり変形を受けないようにしてある。

写真-1 に、供試体および工具を MTS 試験機に取り付けた様子を示す。

3. ねじり実験の概要

(1) 供試体

本実験では、二軸応力状態での鋼材の応力-ひずみ関係を得ることが第一の目的であるため、供試体全体が一様にねじり変形を受け、鋼材のねじり実験が素材のねじり実験に近い状態となるような供試体（断面）を用いる必要がある。そのため、本実験では、図-6 のような薄肉正方形角形鋼管（公称断面積 5.727 cm²）を用いることにした。

軸圧縮力を加えた場合、供試体内に座屈が発生しないように、図-5 に示した供試体の有効長さ ℓ を 257 mm（細長比 = 13.6）とした。

本実験で採用した鋼管 STKR400 は四辺周方向にかなりの塑性変形を受けかつ軸方向に溶接処理のため残留応力も存在している。それゆえ、塑性変形を受けた鋼管材料を処女材料の状態に戻すため、供試体に熱処理（完全焼きなまし）を行った。完全焼きなましのプロセスとしては、真空炉を用いて、まず材料の組成が初期化（オーステナイト化）する温度（炭素量 0.2% で 摂氏 850 度 C）よりも多少高めの温度（摂氏 860 度 C）で 30 分間保持し、その後炉内徐冷を行った。ここでは、12 本の供試体（長さ 550 mm）に完全焼きなまし処理を施した。このような処理により、降伏棚を有する鋼部材が作られた。完全焼きなまし処理後の供試体断面（図-

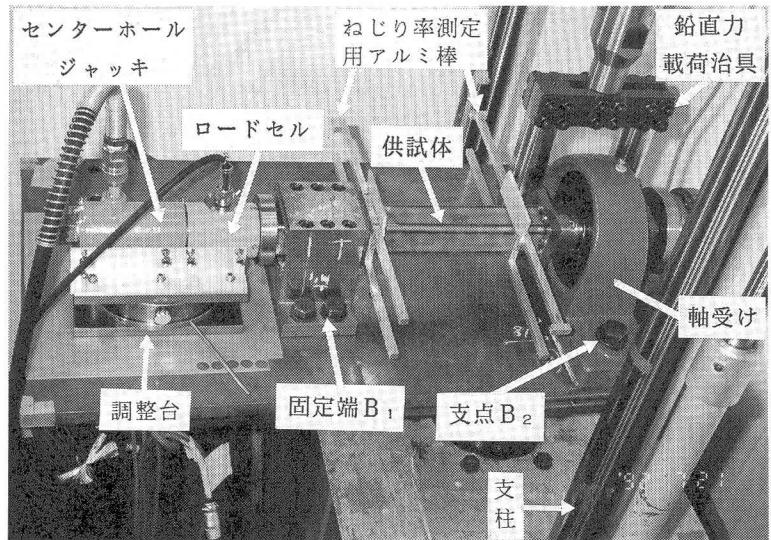


写真-1 ねじり実験装置の概要

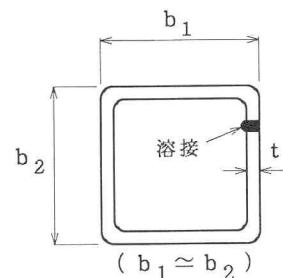


図-6 供試体断面

6 参照) の実測寸法 ($b_1 \times b_2 \times t$) を表-1に示す。

(2) ねじり変形の測定

2 節で説明したように、まず供試体を図-2 の支持台に固定し、さらにMTS試験機のロードセルにヒンジ棒D(図-2 参照)を取り付けた後、MTS試験機を作動させ試験機のシリンダーを上下に調整することにより供試体に取り付けた部材Cとロードセルに取り付けた部材Dとを連結し、これを初期状態(荷重ゼロ)とした。この状態より試験機のシリンダーを上下させ(およそ $\pm 40\text{ mm}$ の範囲)、ストローク制御によりねじり実験を行い、ねじり変形を測定した。

ねじり率 ϕ を算定するため、図-7に示すように長さ ℓ_a (=380mm)のアルミ角棒(10×10mm)二本を供試体の有効区間 ℓ 内に ℓ_b (=205mm)の間隔で供試体軸に直角に取付け、それぞれの先端に50mm変位計(精度1/100mm)をセットし、四箇所の鉛直変位を測定した。ねじり率 ϕ は次式のように求めることができる。

$$\phi = [(V_1 - V_2) / \ell_a - (V_3 - V_4) / \ell_a] / \ell_b \quad (5)$$

ここで、 V_1 、 V_2 は支点B₂における鉛直変位量であり、 V_3 、 V_4 は支点B₁側の鉛直変位量である。

二本のアルミ棒間の供試体軸方向の距離の変化 U を測定することにより平均的な軸ひずみを測定した。また、ロゼットゲージを供試体の中央部の上下フランジ面に一枚づつ貼ることにより、供試体内部の応力状態が二軸応力状態(すなわち、軸応力とせん断応力状態)となっているかチェックするための補助データとした。

(3) ねじりモーメント T - せん断応力 τ 関係およびねじり率 ϕ - せん断ひずみ γ 関係

ねじり変形が微小であると仮定して、薄肉閉断面のねじりモーメント T とせん断応力 τ およびねじり率 ϕ とせん断ひずみ γ との関係は次式で表現される¹⁸⁾。

$$\tau = \frac{1}{2t(b-t)^2} T \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{(b-t)}{2} \phi \quad (7)$$

ここで、 b および t はそれぞれ角形鋼管断面の総幅(=高さ)および板厚である。

(4) ねじり実験の種類と載荷経路

本実験の種類は、以下のようである。

- ① 繰り返し純ねじり実験(4体)
- ② 各種一定軸圧縮力($P = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 P_y$)の下での繰り返しひじり実験(8体)

表-1には、各供試体に対するねじり実験の種類とねじり経路を示す。全断面降伏軸力 P_y は後述のように短柱実験によって求めた。

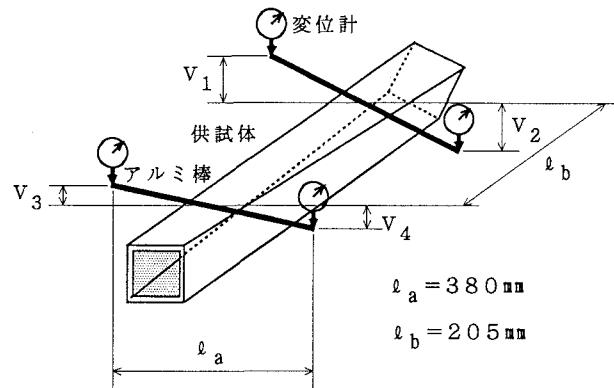


図-7 ねじり率の測定

表1 ねじり実験内容

鋼材	供試体	実測寸法(mm)	種類(軸力)	ねじり経路(数値はねじり率($\gamma/\text{ラジアン} \times 10^{-4}/\text{cm}$))
STKR400 (焼き なまし)	T-1	50.0x50.2x3.03	① (0 P_y)	42.99, -41.49, 57.30, -48.64, 53.21, -45.39, 47.23, -40.09, 46.01
	T-2	50.0x50.1x3.08	① (0 P_y)	65.97, -73.62, 62.54, -52.37, 55.89, -52.33, 26.37
	T-3	50.1x50.2x3.05	① (0 P_y)	114.15, -13.31, 65.88, 8.57, 88.52, -84.83
	T-4	49.9x50.0x3.00	② (0.2 P_y)	104.75, -94.7, 52.96, -46.71, 74.88
	T-5	50.0x50.1x2.97	③ (0.4 P_y)	106.88, -86.46, 48.27, -45.60, 81.52
	T-6	50.1x50.1x2.96	④ (0.6 P_y)	12.03, -12.51, 29.51, -5.35, 61.59, -31.43, 75.26
	T-7	50.1x50.1x3.05	② (0.6 P_y)	8.42, -5.34, 18.42, 0.56, 35.81, 2.39, 69.94, 29.42, 96.92, 51.12, 97.07
	T-8	50.1x50.1x3.06	② (0.6 P_y)	13.75, -5.31, 27.50, -27.15, 38.81, -58.21, 86.69, -88.39, 88.66
	T-9	50.1x50.1x3.04	② (0.8 P_y)	14.62, -5.03, 33.73, -31.01, 54.85, -71.49
	T-10	50.1x50.1x3.06	① (0 P_y)	16.71, -8.58, 42.84, -39.31, 70.39, -75.25, 104.13
	T-11	50.1x50.2x3.04	② (0.2 P_y)	17.57, -10.53, 41.32, -42.33, 82.91, -79.92, 92.16
	T-12	50.1x50.1x3.05	② (0.2 P_y)	16.29, -6.94, 40.64, 5.44, 77.68, 28.15, 103.28

NOTE: $P_y = 13 \text{ tonf}$ (短柱実験より).

(5) 載荷方法

供試体および治具をMTS試験機に取り付けた後の軸圧縮力およびねじりモーメントの載荷方法は以下のようである。

- (a) 油圧ポンプおよびセンターホールジャッキにより供試体に所定の軸圧縮力を加える。この場合、図-4に示すセンターホールジャッキ台を上下および左右方向にネジにより微調整し、供試体断面に軸力が均等に作用するようにした。このため、支点B1付近の供試体の上下および左右4箇所に弾性ゲージを貼ってひずみの均等状態を検討した。
- (b) ストローク制御によりMTS試験機のシリンダーを上下させ、供試体にねじりモーメントを作用させる。載荷速度はねじり率 $\phi = 4 \times 10^{-4} \text{ ラジアン}/\text{cm}/\text{min}$ (せん断ひずみ $\gamma = 1 \times 10^{-3} \text{ mm/mm}/\text{min}$) 程度とした。
- (c) ねじりモーメントを増加(または減少)させるとき、軸圧縮力が多少変動する場合には、油圧ポンプを調整することにより軸力を所定の大きさにする。また、降伏棚でのひずみの変動が大きい場合には、ひずみが落ち着くまである程度時間をおく。
- (d) ひずみが一定の値に十分落ち着いた後、変位およびひずみなどを測定し、これらデータをPCコンピュータによって取り込む。
- (e) 上記(b)から(d)の操作を繰り返し、実験を行う。

4. 二曲面モデルの概要

Dafalias・Popovによる二曲面モデル²⁾は、塑性状態における材料の塑性係数 H^P を定義することに帰着する。この場合、弾性域から塑性域へと移行する時点の応力点と境界曲面との距離 δ_{in} 、現応力点と境界曲面との距離 δ 、形状パラメータ h 、さらに定常塑性係数 E_B^P を用いることにより塑性係数 H^P を決定している。

現在までに報告した筆者らの二曲面モデル¹¹⁾⁻¹⁴⁾は、この基本的な考え方を変えることなく、降伏棚を有する鋼材の一般応力状態での繰り返し挙動をも予測できるように、SS400、SM490およびSM570鋼材の一軸引張・圧縮繰り返し実験データを基に、2、3の修正を行ったものである。モデルの詳細については、文献11)～14)を参照されたい。

(1) 二次元応力状態における構成式

以下に、二次元応力状態(垂直応力 σ - せん断力 τ)での筆者らの二曲面モデルの概要を述べるとともに、

応力-ひずみ関係式を誘導する。前論文¹⁴⁾では、降伏曲面はvon Misesの降伏曲面を用いたが、ここでは、Trescaの降伏曲面も用いることができるよう修正している。

(a) 降伏曲面(負荷曲面) f

$$f = (\sigma - \alpha_1)^2 + \Lambda(\tau - \alpha_2)^2 - \kappa^2 = 0 \quad (8)$$

ここで、 σ : 垂直応力、 τ : せん断応力、 α_1, α_2 : 降伏曲面の中心点、 κ : 降伏曲面の大きさである。特別な場合として、 $\Lambda = 3$ ではvon Misesの降伏曲面、さらに $\Lambda = 4$ ではTrescaの降伏曲面となる。

(b) 境界曲面 F

$$F = (\sigma - \beta_1)^2 + \Lambda(\tau - \beta_2)^2 - \bar{\kappa}^2 = 0 \quad (9)$$

ここで、 β_1, β_2 : 境界曲面の中心点、 $\bar{\kappa}$: 境界曲面の大きさである。

(c) 相当応力および相当塑性ひずみ増分

式(8)の降伏関数に対応する相当応力 σ_e は

$$\sigma_e = \sqrt{(\sigma - \alpha_1)^2 + \Lambda(\tau - \alpha_2)^2} \quad (10)$$

と表現できる。さらに、Tresca および von Mises 基準にかかわらず次式の相当塑性ひずみ増分を用いる。

$$d\bar{\epsilon}_p = \sqrt{2/3 \cdot d\epsilon_{ij}^p d\epsilon_{ij}^{pT}} = \sqrt{(d\epsilon_p^p)^2 + (d\gamma_p^p)^2/3} \quad (11)$$

ここで、 $d\epsilon_p^p, d\gamma_p^p$ はそれぞれ軸方向塑性ひずみ増分、せん断ひずみ増分である。

(d) 流れ則

塑性ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}^p$ は関連流れ則（降伏曲面 f の法線方向に生ずる）に従う。すなわち、

$$d\epsilon_p^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad ; \quad d\gamma_p^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \tau} \quad (12)$$

ここで、 $d\lambda$ は非負のスカラー量である。

(e) 移動硬化則

塑性ひずみの進展とともに降伏曲面 f および境界曲面 F は、交差することなく大きさを変え、かつ移動する。図-8に示すように、降伏曲面 f の中心 O_y はMrozの移動硬化則¹⁹⁾に従いベクトル $A \bar{A}$ に平行に移動する。一方、境界曲面 F の中心 O_b は降伏曲面 f （現応力点）の法線ベクトルに平行に移動する（詳細は文献(14)参照）。

(f) 応力-ひずみ関係式

変形は微小であり、それに伴うひずみ増分 $d\epsilon_{ij}$ は弾性部分と塑性部分とに分解できると仮定する。さらに、弾性領域では材料は線形等方弾性体であるとして、弾塑性域での応力-ひずみ増分関係式は次式で表現できる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma \\ d\tau \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon - d\epsilon_p^p \\ d\gamma - d\gamma_p^p \end{Bmatrix} \quad (13)$$

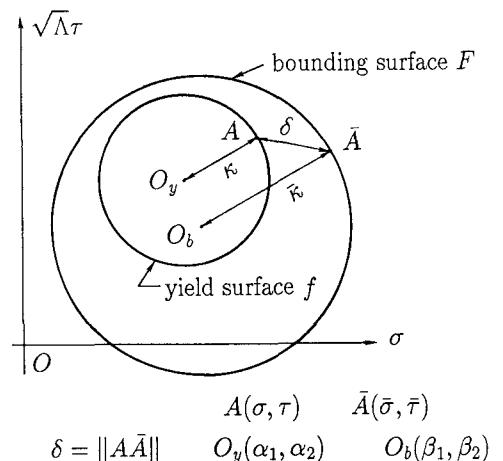


図-8 二曲面モデル

ここで、E: ヤング係数、G: せん断定数である。さらに、式(8), (11), (12)より、次式が得られる。

$$d\lambda = d\bar{\varepsilon}^p / (2Y_1) \quad (14)$$

ここで、 $Y_1 = \sqrt{(\sigma - \alpha_1)^2 + \Lambda^2(\tau - \alpha_2)^2/3}$ である。それゆえ、式(13)は

$$\begin{Bmatrix} d\sigma \\ d\tau \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon \\ d\gamma \end{Bmatrix} - \frac{d\bar{\varepsilon}^p}{Y_1} \begin{Bmatrix} E(\sigma - \alpha_1) \\ G\Lambda(\tau - \alpha_2) \end{Bmatrix} \quad (15)$$

となる。また、塑性係数 H^p の定義、 $H^p = d\sigma_e/d\bar{\varepsilon}^p$ より、 $d\bar{\varepsilon}^p$ は

$$d\bar{\varepsilon}^p = \frac{Y_1}{Y_2} [E(\sigma - \alpha_1)d\varepsilon + G\Lambda(\tau - \alpha_2)d\gamma] \quad (16)$$

と表現される。ここで、 $Y_2 = H^p Y_1 \sigma_e + E(\sigma - \alpha_1)^2 + G\Lambda^2(\tau - \alpha_2)^2$ 。これを式(15)に代入して、

$$\begin{Bmatrix} d\sigma \\ d\tau \end{Bmatrix} = ([D_e] - [D_p]) \begin{Bmatrix} d\varepsilon \\ d\gamma \end{Bmatrix} \quad (17)$$

ここに、

$$[D_e] = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[D_p] = -\frac{1}{Y_2} \begin{bmatrix} E^2(\sigma - \alpha_1)^2 & EG\Lambda(\sigma - \alpha_1)(\tau - \alpha_2) \\ EG\Lambda(\sigma - \alpha_1)(\tau - \alpha_2) & G^2\Lambda^2(\tau - \alpha_2)^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

式(17)が求める構成式であり、次節では、この式から求められた予測と実験結果の比較を示す。

5. 実験および数値計算結果

(1) 材料定数およびモデルパラメータ

完全焼きなまし後の部材から切り出した6本のJIS 5号引張試験片から得られた材料定数の平均値を表-2に示す。材料はSS400材の規格と同一であるが、SS400材の材料定数と比較すると、焼きなましを行うことにより強度が多少小さくなり、降伏棚の長さが長くなっているようである。

また、供試体の全断面降伏軸力 P_y を定めるため短柱（長さ=100 mm）実験を実施した。求められた値は $P_y = 13.0$ tonfである。

さらに、本数値計算で用いたモデルパラメータの値は、測定したヤング係数Eおよび降伏応力 σ_y を基に、文献14)に示すSS400鋼材に対するモデルパラメータの値より決定した。これらの値を表-3に示す。

表-2 材料定数

ヤング係数 $E(\text{kgf/cm}^2)$	泊アツン比 ν	降伏応力 $\sigma_y(\text{kgf/cm}^2)$	降伏棚の 長さ(%)	塑性ひずみ硬化係数 $E_{st}^p(\text{kgf/cm}^2)$	引張強度 $\sigma_u(\text{kgf/cm}^2)$	伸び率 (%)
2.02×10^6	0.28	2.3×10^3	1.7	5.03×10^4	3.85×10^3	46

表-3 モデルパラメータ¹⁴⁾

弾性域の減少	a	-0.505	b	2.17
	c	14.4	α	0.191
形状関数	e	5.83×10^2	f (kgf/cm ²)	6.06×10^5
降伏棚の減少	M	-0.37		
	E_{θ}^P (kgf/cm ²)	1.81×10^4	β (cm ⁰ /kgf)	1.2×10^{-3}
境界曲面	κ_{θ} (kgf/cm ²)	2.64×10^3	ζ	7.63×10^2

(2) 純ねじり状態の検討

供試体が純ねじり状態にあるか検討するため、一例として、供試体T-1の上下フランジ面に貼ったロゼットゲージより測定したせん断ひずみ γ と供試体軸方向のひずみ ε との関係を図-9に示す。ここでは、ねじりにより塑性に入った状態（降伏棚開始点）から除荷状態になるまでの関係を示してある。横軸はねじり率 ϕ を、縦軸は軸ひずみとせん断ひずみの比、 ε/γ を示す。ただし、 ε および γ の下添字 u 、 l はそれぞれ供試体の上面、下面を示す。図から分かるように、上下フランジ両面での軸ひずみ ε はせん断ひずみ γ に対して0.04以下であり、ほぼ純ねじり状態になっていることが分かる。

(3) 垂直応力-せん断応力空間での初期降伏曲線

各種一定圧縮力の下でのねじり実験結果から、初期降伏点を垂直応力-せん断応力空間にプロットしたものを図-10に示す。図中、引張降伏応力 σ_y (2,300 kgf/cm²)を一致させたvon Misesの降伏基準およびTrescaの降伏基準を参考として曲線で示してある。これらより分かるように引張試験より求めた引張降伏応力 σ_y (2,300 kgf/cm²)と軸圧縮力が作用しない純ねじり実験の降伏棚でのねじりモーメントから式(6)を用いて求めたせん断降伏応力 τ_y (1,155 kgf/cm²)との関係はvon Mises材料の関係、すなわち、 $\sigma_y = \sqrt{3}\tau_y$ の関係になっておらず、むしろTresca材料の関係、 $\sigma_y = 2\tau_y$ になっている。また、

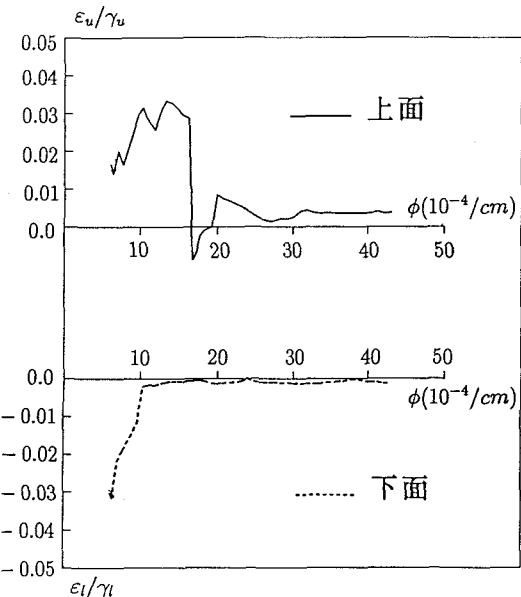
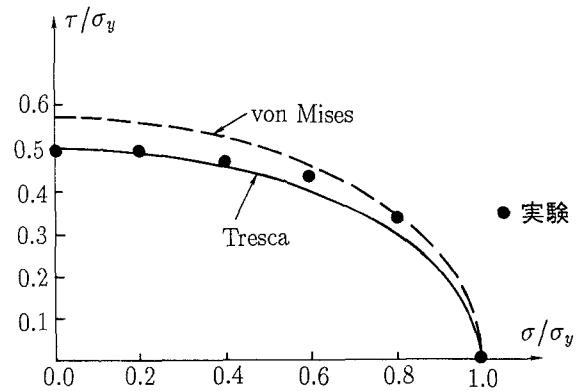
図-9 $\varepsilon - \gamma$ 関係 (供試体 T-1)

図-10 垂直応力-せん断応力空間での初期降伏点

垂直応力が零から $0.4\sigma_y$ まではTrescaの降伏曲線に、さらに垂直応力が $0.6\sigma_y$ 以上ではvon Misesの降伏曲線に良く一致することが分かる。

通常の圧延材料であれば初期降伏基準はvon Misesの基準に従うと考えられるが、焼きなましされた材料では、Trescaの基準に従うことが多いと言われている²⁰⁾。

(4) 実験結果と数値計算結果との比較および考察

上述したように、完全焼きなまし材料の初期降伏曲面はTresca型降伏曲面およびvon Mises型降伏曲面の中間的なものとなっており、実際には、それら両者の特徴を含んだ降伏曲面を用いて数値計算を行う必要がある。しかし、簡便的な手段として、純ねじり実験、軸圧縮力 $P = 0.2, 0.4 P_y$ が作用するねじり実験に対する数値計算では、初期降伏曲線が良く一致することからTresca型の降伏曲面を用いた。また、軸圧縮力 $P = 0.6, 0.8 P_y$ が作用するねじり実験に対する数値計算では、von Mises型の降伏曲面を用いた。実験結果とモデルによる予測結果との比較例を図-11～16に示す。図中、実験値は実線で、予測は破線で示してある。

図-11～15にはそれぞれ純ねじり実験(T-3, T-10)および軸力 $P = 0.2 P_y, 0.6 P_y, 0.8 P_y$ が作用する場合のねじり実験結果(T-4, T-8, T-9)とモデルによる予測結果との比較を示す。縦軸はねじりモーメント T を、横軸はねじり率 ϕ を示す。さらに、図-16には軸力 $P = 0.6 P_y$ が作用する場合(T-8)のねじりモーメント T -軸ひずみ ε 関係の比較結果を示す。ここで示した軸ひずみ ε は、3節(2)で説明した平均軸ひずみ量(アルミ棒間の供試体軸方向の距離 U をアルミ棒間距離 l_b で除したもの)である。以下に、実験結果に対するモデル予測結果の考察を示す。

(a) 供試体T-3の純ねじり実験では、2サイクル目以降のねじり率の範囲が1サイクル目のねじり率 ϕ の変動範囲($114 \times 10^{-4} \sim -13 \times 10^{-4}$ ラジアン/cm)以内で変化している。このためモデルでは、境界曲面の大きさが1回目のねじりサイクルで最大となり、2回目以降では境界曲面の大きさは更新されない。それゆえ、モデル予測では、ねじりモーメント T は1サイクル目における値を越えることはなくなる。実験結果と比較して、モデルは全体的に良好な予測を行っている。供試体T-4のねじり実験(軸力 = $0.2 P_y$)についても同様の傾向が見られる。

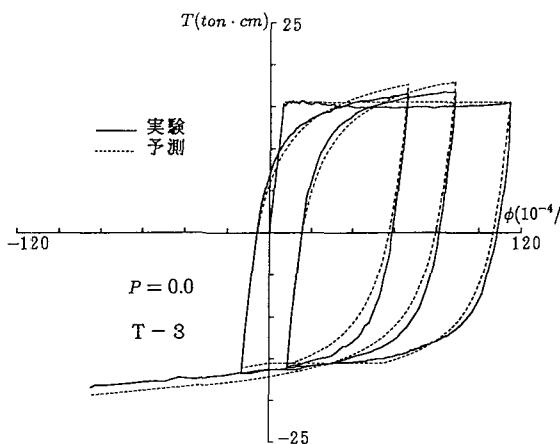


図-11 T - ϕ 曲線 (T-3 ; P = 0)

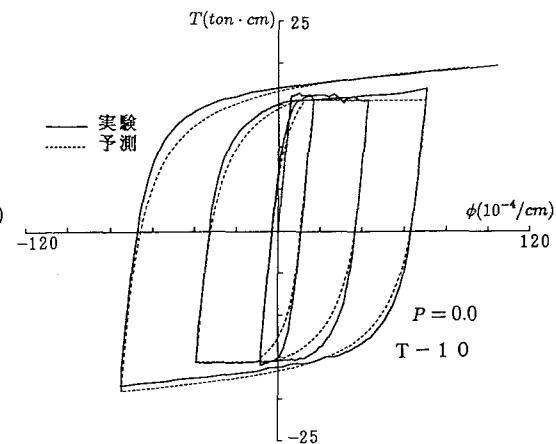


図-12 T - ϕ 曲線 (T-10 ; P = 0)

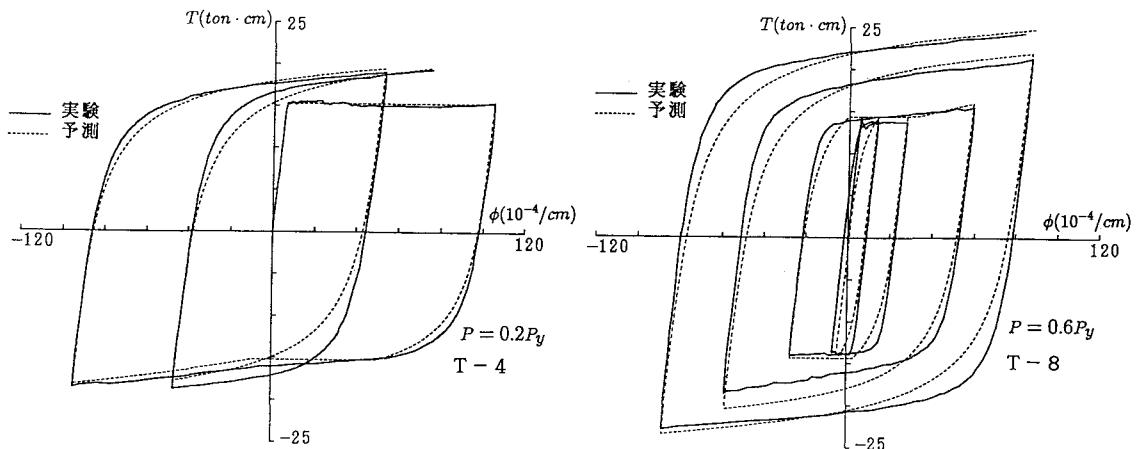


図-13 T - ϕ 曲線 (T-4 ; P = 0.2 P_y)

図-14 T - ϕ 曲線 (T-8 ; P = 0.6 P_y)

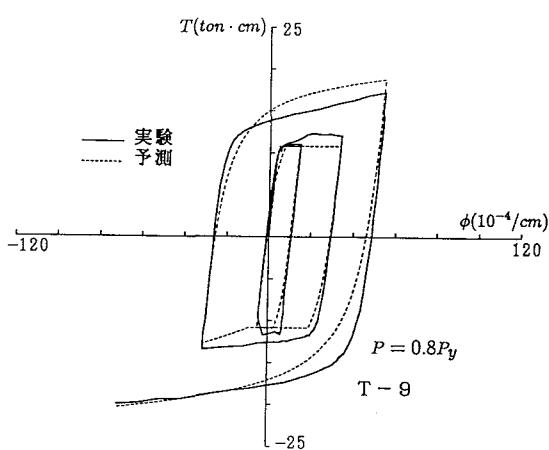


図-15 T - ϕ 曲線 (T-9 ; P = 0.8 P_y)

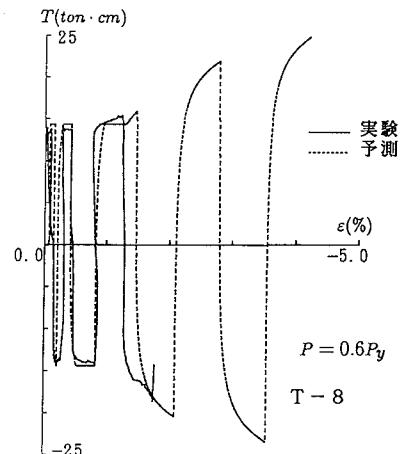


図-16 T - ε 曲線 (T-8 ; P = 0.6 P_y)

- (b) 供試体T-10の純ねじり実験、供試体T-8のねじり実験（軸力 = $0.6P_y$ ），供試体T-9のねじり実験（軸力 = $0.8P_y$ ）では、ねじり率の変動範囲が1サイクル毎に徐々に大きくなっていく。降伏棚が消失するまでねじりモーメントの増加はないが、それ以降はひずみ硬化によりねじりモーメントが増大する傾向にある。この傾向は軸力が大きいほど強いようである。
- (c) 供試体T-8のT - ε 曲線（図-16）より分かるように、一定軸力の下でも繰り返しひじり履歴により軸ひずみ ε が圧縮方向に増大してゆく。軸ひずみの増加率は一定軸力が大きいほど大きくなる。軸ひずみの変動状態をモデルは良く予測している。

これら実験値との比較より分かるように、曲線の曲がり方など細かい所で実験値と予測の間には差が見られるものの、用いた材料が焼きなまし材であり、モデルパラメータの値がSS400の圧延のままの材料から得られたものであることなどを考えると、本モデルは実験挙動を良く追従していると考えられる。

6. 結論

本論文では、著者らが一軸引張・圧縮繰り返し実験データを考察することにより開発した弾塑性二曲面モデルの有効性を二次元応力状態で検討するため、一軸引張・圧縮繰り返し実験用MTS810試験機を用いた、新しいねじり実験装置を試作した。このねじり実験装置により一定軸圧縮力を受ける薄肉正方形角形鋼管の繰り返しひずり実験を行い、筆者らの二曲面モデル検討のためのデータを求めた。本研究結果をまとめると以下のようにある。

- (1) 本ねじり実験装置を用いることにより、MTS試験機の鉛直力をねじりモーメントに変換し、供試体内をほぼ純ねじり状態にすることができた。また、センターホールジャッキを用いて軸圧縮力を載荷し、一定軸力の下での繰り返しひずり実験が可能になった。
- (2) 降伏棚での繰り返しひずり実験を行うにあたり、供試体(STKR400鋼管)に完全焼きなまし処理を施し残留応力除去をした。この結果、垂直応力-せん断応力空間での焼きなまし材料の初期降伏曲線は垂直応力が小さいときにはTrescaの降伏基準に、一方、垂直応力が大きいときにはvon Misesの降伏基準に従っていることが分かった。
- (3) このため二次元応力空間での二曲面モデルの構成式を誘導するに際して、降伏曲面および境界曲面の関数形はvon MisesおよびTresca両タイプを用いることができるようになった。
- (4) 二曲面モデルによるねじり実験数値シミュレーションでは従来より筆者らが行っている一般構造用鋼材(SS400)の一軸引張・圧縮繰り返し実験データより同定したモデルパラメータを用いた。この結果、二曲面モデルは一定軸圧縮力を受ける鋼部材(完全焼きなまし部材)の繰り返しひずり挙動を精度良く予測することができることを確認した。

謝辞：実験装置の開発に際し、名古屋大学土木工学科第一講座織田博孝助手から有益な助言を頂いた。また、実験装置製作にあたっては、名古屋大学実験実習工場の高橋末雄技官および立花一志技官に大変お世話になった。さらに、実験では名古屋大学土木工学科第一講座の博士課程の学生の鈴木森晶君および4年生佐藤正弘君に協力して顶いた。ここに、感謝の意を表する。なお、本研究は、土木学会・鋼構造委員会・新技術小委員会・耐震設計ワーキンググループ(主査 宇佐美 勉)からの研究費の補助を受けた。

参考文献

- 1) Ohno, N. : Recent Topics in Constitutive Modeling of Cyclic Plasticity and Viscoplasticity, Appl. Mech. Rev., Vol.43, No.11, pp.283-295, Nov., 1990.
- 2) Dafalias, Y.F. and Popov, E.P. : A Model of Nonlinear Hardening Materials for Complex Loading, Acta Mech., pp.173-192, 1975.
- 3) Cofie, N.G. and Krawinkler, H. : Uniaxial Cyclic Stress-Strain Behavior of Structural Steel, Journal of Engineering Mechanics, Proc. ASCE, Vol.111, No.9, pp.1105-1120, Sept., 1985.
- 4) 藤本盛久、橋本篤秀、中込忠男、山田文富：構造用鋼材の多軸応力状態における繰り返し応力-ひずみ関係、建築学会論文集、356、pp.93-101、1985年10月。
- 5) 皆川勝、西脇威夫、増田陳紀：塑性流れ域における構造用鋼の単軸繰り返し挙動の推定、構造工学論文集、Vol.35A、1989年3月。

- 6) Popov, E.P. and Petersson, H. : Cyclic Metal Plasticity: Experiments and Theory, Journal of Engineering Mechanics, Proc. ASCE, Vol.104, No.EM6, pp.1371-1388, Dec., 1978.
- 7) Tseng, N.T. and Lee, G.C. : Simple Plasticity Model of Two-Surface Type, Journal of Engineering Mechanics, Proc. ASCE, Vol.109, NO.3, pp.795-810, June 1983.
- 8) Chang, K.C. and Lee, G.C. : Constitutive Relations of Structural Steel under Nonproportional Loading, Journal of Engineering Mechanics, Proc. ASCE, Vol.112, No.EM8, pp.806-820, Aug., 1986.
- 9) McDowell, D.L. : Simple Experimentally Motivated Cyclic Plasticity Model, Journal of Engineering Mechanics, Proc. ASCE, Vol.113, No.EM3, pp.378-397, March, 1987.
- 10) Sugiura, K., Lee, G.C. and Chang, K.C. : Endochronic Theory for Structural Steel under Non-proportional Loading, Journal of Engineering Mechanics, Proc. ASCE, Vol.113, No.EM12, pp.1901-1917, Dec., 1987.
- 11) 田中良仁, 水野英二, 沈赤, 宇佐美勉 : 降伏棚を有する鋼材の繰り返し弾塑性モデル－二曲面塑性モデルの開発－, 構造工学論文集, Vol.37A, pp.1-14, 1991年3月.
- 12) Shen, C., Tanaka, Y., Mizuno, E. and Usami, T. : A Two-Surface Model for Steels with Yield Plateau, Structural Eng./Earthquake Eng., Proc. of JSCE, Vol.8, No.4, 11(179s)-20(188s), Jan., 1992.
- 13) Shen, C., Mizuno, E. and Usami, T. : Further Study on Two-Surface Model for Structural Steels under Uniaxial Cyclic Loading, Structural Eng./Earthquake Eng., Proc. of JSCE, Vol.9, No.4, 59-62, Jan., 1993.
- 14) Shen, C., Mizuno, E. and Usami, T. : A Generalized Two-Surface Model for Structural Steel under Cyclic Loading, submitted to Structural Eng./Earthquake Eng., Proc. of JSCE, 1992.
- 15) Komatsu, S. and Sakimoto, T. : Elasto-plastic Behavior of Thin-walled Steel Tubes under Combined Forces, Proc. of JSCE, No.235, pp.125-136, March 1975.
- 16) Shakir-Khalil, H. : Plastic Resistance of Sections under Biaxial Bending and Torsion, The Structural Engineer, Vol.54, No.3, pp.99-103, March, 1976.
- 17) 中井博, 村山泰男, 北田俊行 : 曲げとねじりとを受ける補剛材付き薄肉箱形断面梁の極限強度に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.38A, pp.155-165, 1992年3月.
- 18) 山田嘉昭 : 塑性力学, 日刊工業社, 1964.
- 19) Mroz, Z. : On the Description of Anisotropic Work Hardening, J. Mech. Phys. Solids, Vol.15, pp.163-175, 1967.
- 20) 鶯津久一郎, 山田嘉昭, 工藤英明 共訳 : R.ヒル著 塑性学, 培風館, 1950.

(1992年 9月21日 受付)