

圧縮と曲げを受ける変断面部材の極限強度

ULTIMATE STRENGTH OF TAPERED BEAM-COLUMNS UNDER COMPRESSION AND UNEQUAL MOMENTS

堂垣正博*・泉谷 努**・米澤 博***

By Masahiro DOGAKI, Tsutomu IZUTANI and Hiroshi YONEZAWA

This paper presents the load-carrying capacity for the lateral-torsional buckling of tapered beam-columns with I-shaped cross-section, whose web depth varies in the longitudinal direction linearly, under a combination of compression and unequal end-moments about their strong axis. The finite difference method is developed for predicting the ultimate strength of tapered beam-columns under combined loadings, taking account of the geometrical and material non-linearities. A system of algebraic non-linear equations is precisely solved by the modified Newton-Raphson procedure with an incremental loading. Parametric computation is extensively carried out to investigate the influences of the slenderness of members, and geometrical and material imperfections on the non-linear behaviour and load-carrying capacity of tapered beam-columns. The interaction curves are presented for the members under compression and unequal end-moments.

1. まえがき

載荷荷重や支持条件などによっては、ラーメン構造を構成する部材の両端に大きさの異なる曲げモーメントが作用する。一般に、任意断面での縁応力が部材軸方向に一樣となるように断面形を変化させれば、効率的で経済性に優れた部材の構造設計が可能となる。ところで、腹板やフランジにテーパの設けられた部材では断面ごとに剛性が変化するため、設計の際にはその変形性状や極限強度に十分注意する必要がある。

圧縮と曲げ、あるいは部材軸方向に変化する曲げなどを受ける等断面や変断面の部材の不安定現象に関する理論的・実験的研究が、Trahair, Nethercot, Bradford, 塩見・倉田, 福本・久保・西村らによってなされてきた。Trahair¹⁾ は様々なモーメント分布の荷重が作用する等断面はりの横ねじり強度を座屈解析によって求め、等価細長比法に利用されるモーメント修正係数を提案した。西村・福本ら²⁾ は不等曲げを受ける等断面はりを有限要素法によって弾塑性有限変位解析し、部材の塑性化が加味されたモーメント修正係数を与えた。Bradford³⁾ は変断面はりに両端で大きさの異なる曲げモーメントが作用する場合の座屈強度を有限要素法で求め、限界状態に基づく耐荷力算定式を提示した。また、塩見・倉田らは圧縮力と最大断面側におのみの曲げモーメントが作用する変断面 I 形のはり一柱を対象に、伝達マトリックス法による理論解析^{4), 5)}

*) 工博 関西大学助教授 工学部土木工学科 (〒564 吹田市山手町3-3-35)

**) 工修 中央復建コンサルタンツ(株) (〒532 大阪市淀川区東三国3-5-26)

***) 工博 関西大学教授 工学部土木工学科 (〒564 吹田市山手町3-3-35)

および実験的研究⁶⁾を行い、その極限強度が等断面部材の極限強度から簡易に求められるようにするため、圧縮と材端曲げを受ける変断面部材を圧縮と等曲げを受ける等断面部材に等価するための有効座屈長の考えを提示した⁷⁾。

ここでは、部材軸方向に腹板高が直線的に変化する2軸対称の変断面I形部材を対象に、両端で大きさの異なる曲げモーメントと圧縮力が同時に作用する場合の弾塑性有限変位挙動を明らかにする。

2. 弾塑性有限変位解析の基礎理論

図-1に示すようなスパン長が ℓ 、フランジの幅と厚さがそれぞれ b_f 、 t_f で、厚さ t_w の腹板高が $x=0$ 端から $x=\ell$ 端にかけて b_{w0} から b_{w1} （ただし $b_{w0} > b_{w1}$ とする）へと直線的に変化する2軸対称変断面I形はり一柱の両端に圧縮力と大きさの異なる曲げモーメントが作用する場合を考える。ただし、 $x=0$ 端の曲げモーメントを M_{z0} とし、 $x=\ell$ 端のそれは $x=0$ 端の β_z 倍とする。

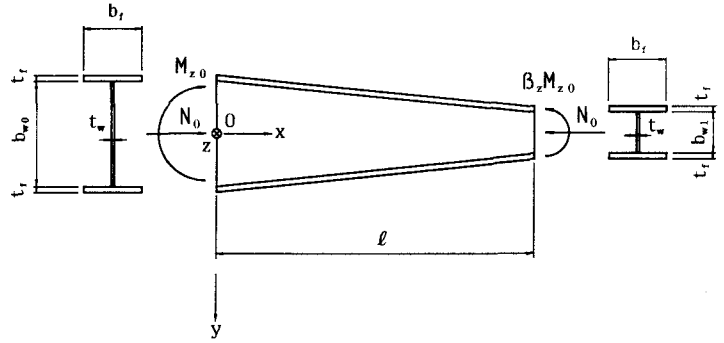


図-1 圧縮と曲げを受ける変断面部材

2.1 部材の横ねじり座屈のつり合い式と境界条件

鉛直および水平方向の初期たわみ v_0 と w_0 、初期ねじり角 ϕ_0 、および残留応力 σ_r を有する変断面I形はり一柱が圧縮と曲げを受けて横ねじり座屈する場合、その極限強度解析に必要な弾塑性有限変位場の力のつり合い式を誘導する。解析にあたり、つぎの仮定を設ける。すなわち

- ①部材は完全弾塑性体からなり、ひずみ硬化は考慮しない。
- ②部材全体の不安定が生じる前にフランジおよび腹板の局部座屈は生じない。
- ③横断面の寸法に比べ、部材は十分に長いものとし、せん断変形による付加変位は考慮しない。
- ④塑性化に伴うせん断中心の移動は無視する。
- ⑤板は十分に薄いものとし、2次的そり⁸⁾は考慮しない。

両端で単純支持され、そり拘束されていないテーパ付きの部材がその材端で大きさの異なる曲げモーメントと圧縮力を受ける場合、そのつり合い式を仮想仕事の原理に基づいて誘導すれば

$$\begin{aligned} N_{x,x} &= 0, \\ M_{z,xx} + N_x \bar{v}_{,xx} - M_y \bar{\phi}_{,xx} - M_{y,x} \bar{\phi}_{,x} &= 0, \\ M_{y,xx} + N_x \bar{w}_{,xx} + M_z \bar{\phi}_{,xx} + M_{z,x} \bar{\phi}_{,x} &= 0, \\ M_{x,x} + (I_{cp}/A) N_x \bar{\phi}_{,xx} + M_z \bar{w}_{,xx} + M_{z,x} \bar{w}_{,x} - M_y \bar{v}_{,xx} - M_{y,x} \bar{v}_{,x} &= 0 \quad (1)_{1-4} \end{aligned}$$

を得る。

また、圧縮力と曲げモーメントが作用する部材の $x=0$ 端における境界条件式は

$$u=0, \quad \bar{v}-v_0=0, \quad \bar{v}_{,x}-v_{0,x}=\theta_{z0}, \quad \bar{w}-w_0=0, \quad \bar{w}_{,xx}-w_{0,xx}=0, \quad \bar{\phi}-\phi_0=0, \quad M_w=0 \quad (2)_{1-7}$$

で与えられ、同様に $x=\ell$ 端において

$$u=u_1, \quad \bar{v}-v_0=0, \quad M_z=\beta_z M_z(x=0), \quad \bar{w}-w_0=0, \quad \bar{w}_{,xx}-w_{0,xx}=0, \quad \bar{\phi}-\phi_0=0, \quad M_w=0 \quad (3)_{1-7}$$

となる。ここに、 u は軸方向変位である。 $\bar{v}$ 、 $\bar{w}$ 、 $\bar{\phi}$ は鉛直および水平方向の全変位と全ねじり角で、それ

ぞれ初期変形量と荷重による変位の和で与えられる。 N_x は軸力、 M_y と M_z はそれぞれ y および z 軸まわりの曲げモーメント、 M_x はねじりモーメント、 M_w はそりモーメントである。また、 I_{cp} はせん断中心に関する断面2次極モーメント、 A は部材の断面積である。境界条件式(2)と(3)における u_1 と θ_{z0} はそれぞれ部材の左右端に加えられる強制的な軸方向変位と回転角で、弾塑性状態になることを勘案し、断面力を与える代わりに変位で荷重を制御することとした。また、 $x = \ell$ 端の曲げモーメントは式(3)のように、左端に与えられた強制回転角 θ_{z0} によって求められる $x = 0$ 端の曲げモーメント M_{z0} の β_z 倍で与えられる。なお、コンマに続く下添字はそれに関する微分を表す。例えば、 $N_{x,x} = dN_x/dx$ あるいは $\bar{v}_{,xx} = d^2\bar{v}/dx^2$ である。

つり合い式と境界条件式中の断面力は弾塑性状態における値であり、 $\text{Lin}^{(9)}$ あるいは $\text{Massonnet}^{(10)}$ の弾塑性理論を参考にすれば、つぎのように与えられる。

$$\begin{aligned} N_x &= N_x^e - N_x^p, \\ M_z &= M_z^e - M_z^p, \\ M_y &= M_y^e - M_y^p, \\ M_x &= M_x^e - M_x^p, \\ M_w &= M_w^e - M_w^p \end{aligned} \quad (5)_{1-5}$$

上式中、断面力につけられた上添字 e は部材の一部が降伏し弾塑性状態にある場合でも全断面弾性を仮定して得られる弾性断面力である。この値はフックの法則と有限変位場のひずみ-変位の関係式を用いて

$$\begin{aligned} N_x^e &= EA \{ u_{,x} + (\bar{v}_{,xx}^2 - v_{0,xx}^2 + \bar{w}_{,xx}^2 - w_{0,xx}^2)/2 \} + EI_{cp} (\bar{\phi}_{,x}^2 - \phi_{0,x}^2), \\ M_z^e &= -EI_z (\bar{v}_{,xx} - v_{0,xx} - \bar{w}_{,x}\bar{\phi}_{,x} + w_{0,x}\phi_{0,x}), \\ M_y^e &= -EI_y (\bar{w}_{,xx} - w_{0,xx} + \bar{v}_{,x}\bar{\phi}_{,x} - v_{0,x}\phi_{0,x}), \\ M_w^e &= EI_w (\bar{\phi}_{,xx} - \phi_{0,xx}), \\ M_x^e &= GJ (\bar{\phi}_{,x} - \phi_{0,x}) - EI_{w,x} (\bar{\phi}_{,xx} - \phi_{0,xx}) - EI_w (\bar{\phi}_{,xxx} - \phi_{0,xxx}) \end{aligned} \quad (6)_{1-5}$$

から求められる。ここに I_y と I_z は y および z 軸まわりの断面2次モーメント、 I_w はそり定数、 J はサン・ブナンのねじり定数である。 E と G はそれぞれ縦弾性係数とせん断弾性係数である。また、上添字 p のつけられた断面力は、弾性断面力を修正し弾塑性状態における真の断面力を求めるために導入した仮想的な断面力で、その算定法については2.2で述べる。

以上に示したつり合い式と境界条件式に含まれる断面力を式(5)と(6)を用いて変位表示し、その非線形連立の常微分方程式を任意の荷重強度のもとに解けば、非線形解を得ることができる。

2.2 部材の降伏条件と仮想断面力

式(5)で表される弾塑性状態での断面力を求めようと思えば、仮想的な断面力を計算しておく必要がある。ここではその算定法について述べる。上下フランジおよび腹板をそれぞれ幅方向に微小要素に分割する。非線形解析によって求められた変位を用い、弾性断面力を式(6)から計算し、それらをつぎの式に代入して断面内の微小要素の弾性応力を計算する⁸⁾。

$$\begin{aligned} \sigma_x^e &= N_x^e/A + M_y^e z/I_y + M_z^e y/I_z + M_w^e \omega_n/I_w + \sigma_r, \\ \tau_{xy}^e &= -M_z^e G_y/I_z/t_w, \\ \tau_{xz}^e &= (-M_y^e G_y/I_y + M_w^e S_w/I_w)/t_f \end{aligned} \quad (7)_{1-3}$$

ここに G_y と G_z はそれぞれ y および z 軸まわりの断面1次モーメント、 S_w はそりねじりせん断流関数、 σ_r は溶接残留応力である。

これらの弾性応力を von Mises の等価応力式

$$\sigma_{eq} = \{ (\sigma_x^e - \sigma_{xb}^p)^2 + 3(\tau_{xy}^e - \tau_{xyb}^p)^2 + 3(\tau_{xz}^e - \tau_{xzb}^p)^2 \}^{1/2} \quad (8)$$

に代入し、降伏点応力 σ_y と比較し降伏判定する。ただし σ_{xb}^p 、 τ_{xyb}^p 、 τ_{xzb}^p は収束計算の過程における前反復段階で求められた仮想的な応力である。

降伏判定の結果、 $\sigma_{eq} \geq \sigma_y$ の場合には、部材は降伏していることになる。この場合、仮想応力はつぎの式から求められる。

$$\begin{aligned}\sigma_x^p &= \sigma_{xb}^p + (\sigma_x^e - \sigma_{xb}^p)(\sigma_{eq} - \sigma_y) / \sigma_{eq}, \\ \tau_{xy}^p &= \tau_{xyb}^p + (\tau_{xy}^e - \tau_{xyb}^p)(\sigma_{eq} - \sigma_y) / \sigma_{eq}, \\ \tau_{xz}^p &= \tau_{xzb}^p + (\tau_{xz}^e - \tau_{xzb}^p)(\sigma_{eq} - \sigma_y) / \sigma_{eq}\end{aligned}\quad (9)_{1-3}$$

一方、 $\sigma_{eq} < \sigma_y$ の場合には、部材は弾性のままか、あるいは荷重の除荷に伴い応力が減少した場合かのいずれかである。この場合には、仮想応力は前反復回で求められた値のままであるとする。すなわち

$$\sigma_x^p = \sigma_{xb}^p, \quad \tau_{xy}^p = \tau_{xyb}^p, \quad \tau_{xz}^p = \tau_{xzb}^p \quad (10)_{1-3}$$

ただし、部材が初期降伏するまでは σ_{xb}^p 、 τ_{xyb}^p 、 τ_{xzb}^p の値はゼロである。

以上のようにして得られた仮想応力を断面全体にわたって積分すれば、仮想断面力が得られる。すなわち

$$\begin{aligned}N_x^p &= \sum \sigma_x^p \Delta A, \quad M_z^p = \sum \sigma_x^p y \Delta A, \quad M_y^p = \sum \sigma_x^p z \Delta A, \quad M_{sv}^p = \sum (\tau_{xy}^p y - \tau_{xz}^p z) \Delta A, \\ M_w^p &= \sum \sigma_x^p \omega_n \Delta A, \quad M_x^p = M_{sv}^p - M_w^p, x\end{aligned}\quad (11)_{1-3}$$

ここに、 ω_n は正規化された単位そり関数、 ΔA は微小断面積である。

3. 数値解析法

2.1 のつり合い式(1)を境界条件式(2)と(3)を満足するように解けば、非線形解が求められる。これらの式は連立した非線形微分方程式であり、厳密解を求めることは極めて困難である。ここではつり合い式と境界条件式に差分法を適用し、多元連立の非線形代数方程式に置き換えて近似解を求めることにする。部材をスパン方向に n_x 分割し、部材内の分点でつり合い式を、部材の両端で境界条件式をそれぞれ差分表示し、それらをマトリックス表示すれば

$$[K] \{\delta\} = \{f\} \quad (12)$$

を得る。ここに $[K]$ はつり合い式および境界条件式の断面力を変位表示した際に求められる線形項のみをマトリックス表示して得られる $4(n_x+3) \times 4(n_x+3)$ の正方係数マトリックスである。 $\{\delta\}$ は u , $\bar{v}$, $\bar{w}$, $\bar{\phi}$ に関する $4(n_x+3)$ 行の未知列ベクトルである。 $\{f\}$ は幾何学的非線形性による項、材料的非線形性による仮想断面力の項、および初期不整の項からなり、荷重増分および反復計算ごとに異なる $4(n_x+3)$ 行の列ベクトルである。

式(12)を解くにあたり、ここでは多元連立非線形代数方程式の解法に増分手法を取り入れた修正Newton-Raphson法を用いる。たとえば、第 i 回目の反復解を

$$\delta_{i+1} = \delta_i + \Delta \delta \quad (13)$$

と表すことにすれば

$$[K] \{\Delta \delta\} = \{R(\delta_i)\} \quad (14)$$

の多元連立一次方程式が解くべき方程式となる。ここに $\{\Delta \delta\}$ は未知増分変位ベクトル、 $\{R(\delta_i)\}$ は前反復回の非線形解 δ_i をつり合い式と境界条件式に代入して得られる残差不平衡力である。この残差不平衡力が許容誤差内に収まるまで反復計算し変位を求める。この際、Lagrangeの補間法や加速Jacobi法によって解の収束が加速されるよう工夫した。また正方の係数マトリックス $[K]$ を帯行列で表示し、記憶容量の節約を図った。

4. 数値解析結果と考察

2.と3.で述べた理論を用い、圧縮力と両端で大きさの異なる曲げモーメントを受ける変断面はり一柱の極限強度を明らかにする。以下、数値解析で得られた結果を考察する。

4.1 はりおよびはり一柱の細長比

柱、あるいははり一柱の極限強度を評価する場合、その横断面形状、スパン長および材料定数から計算される修正細長比 λ_y が通常用いられる。テーパが設けられた柱の場合、横断面形状が部材軸方向に変化するため、修正細長比をいずれの位置の横断面形状で計算するかが問題となる。ここでは部材の左端、すなわち $x=0$ 端の最大断面の値を用い、柱の修正細長比をつぎのように与える。

$$\lambda_y = (\ell / \pi) \{ (A_0 / I_{y0}) (\sigma_y / E) \}^{1/2} \quad (15)$$

ただし A_0 、 I_{y0} はそれぞれ $x=0$ 端の断面積と y 軸まわりの断面2次モーメントである。

柱の場合と同様、はりの場合にも $x=0$ 端における横断面形状を用いることにすれば、はりの座屈パラメータは

$$\lambda_b = (M_{pz0} / M_{cr})^{1/2} \quad (16)$$

で与えられる。ただし M_{cr} 、 M_{pz0} はそれぞれ等断面のはりが等曲げを受けて横ねじり座屈する場合の弾性座屈モーメント¹¹⁾と z 軸まわりの全塑性モーメントで、 M_{cr} は

$$M_{cr} = (\pi / \ell) \{ E I_{y0} (G J_0 + E I_w / \pi^2 \ell^2) \}^{1/2} \quad (17)$$

したがって、 $x=0$ 端における部材の横断面形状が与えられれば、式(15)および(16)で表されるパラメータを用いてテーパつき部材の極限強度を整理することができる。

4.2 初期不整

一般に、部材に存在している初期たわみ、初期ねじりおよび残留応力は複雑な分布を呈している。ここでは、はり一柱の極限強度にかなりの影響を与えと思われる水平方向の初期たわみ w_0 および部材軸まわりの初期ねじり角 ϕ_0 を考えることにする。 w_0 と ϕ_0 の初期不整はともに半波の正弦波で分布するものと仮定し

$$w_0 = w_m \sin(\pi x / \ell) \quad (18)$$

$$\phi_0 = \phi_m \sin(\pi x / \ell) \quad (19)$$

とする。ここに w_m 、 ϕ_m はそれぞれ初期不整 w_0 、 ϕ_0 の最大値である。

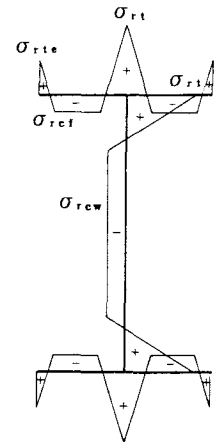
残留応力は、図-2で示されるようなフランジの自由端がガス切断された場合の溶接組立部材の残留応力分布を仮定する。図中、 σ_{rt} はフランジと腹板の接合部における最大引張残留応力、 σ_{rte} はフランジの自由端における引張残留応力、 σ_{rcf} および σ_{rcw} はフランジと腹板の板内に生じる最大圧縮残留応力である。通常、 σ_{rt} は降伏点応力に達しているものと仮定される。図-2 残留応力分布
また、 σ_{rte} はフランジの幅厚比や切断時のガス入熱量により異なった値を示すことが知られている。ここではフランジの幅厚比によって引張残留応力が相違することを考え、フランジの自由端における引張残留応力を次式で与えることにした¹²⁾。

$$\sigma_{rte} = (-0.111 + 0.032 b_{fo} / t_f) \sigma_y \quad (20)$$

初期変形の最大値、腹板部およびフランジ部での最大圧縮残留応力として、表-1に示すような既往の実測値の平均値と上限値に相当する2ケースを考える²⁾。

表-1 解析に用いる初期不整の大きさ

初期不整	w_m ($\times 10^{-3} \ell$)	ϕ_m ($\times 10^{-3} \ell / 0.5 b_{w0}$)	σ_{rc} ($\times \sigma_y$)
平均値相当	0.3	-0.25	-0.12
上限値相当	0.8	-0.40	-0.24



解析対象とする部材の鋼種は SM400とし、降伏点応力 $\sigma_y = 2400\text{kgf/cm}^2$ (235MPa) とした。また、縦弾性係数 $E = 2.1 \times 10^6\text{kgf/cm}^2$ (206GPa), ポアソン比 $\nu = 0.3$ である。数値計算に用いる I 形断面部材として、種々の断面形状を仮定することができるが、ここでは $x = 0$ 端における最大断面の形状を

$$b_f/b_{w0}=0.5, \quad b_{w0}/t_w=38, \quad b_f/t_f=10$$

とする。なお、後述の実験結果と解の比較の際にのみ供試体寸法を用いた。

4.3 差分解の精度

数値解析を行うにあたり、基礎方程式の差分表示に必要な部材軸方向の分割数 n_x および塑性域を求めるために必要な横断面の腹板の高さ方向の分割数 n_y とフランジの幅方向の分割数 n_z を決定する。ここでは圧縮力と強軸および弱軸まわりの曲げモーメントを受けるはり一柱に対し、差分分割数と横断面内の分割数を種々変化させ、分割数と極限強度の関係から解析に必要な差分分割数と横断面内の分割数を決定する。

表-2と表-3はそれぞれ差分分割数と極限強度の関係、および断面内分割数と極限強度の関係を示す。なお、極限強度は左端に作用する強軸まわりの曲げモーメントを主荷重とみなし、圧縮力と弱軸まわりの曲げモーメントは強軸まわりの曲げモーメントとの無次元量の比で与えた。それらの値は $(N_0/N_{p0})/(M_{z0}/M_{pz0}) = (M_{y0}/M_{py0})/(M_{z0}/M_{pz0}) = 0.5$ である。なお、相対差は $n_x = n_y = n_z = 30$ の値に対する割合で示した。

これらの表から明らかなように、 $n_x \geq 18$ および $n_y = n_z \geq 16$ であれば、よい精度の極限強度が得られる。したがって、差分分割数およびフランジの幅方向と腹板の高さ方向の分割数はいずれも20分割とする。

表-2 差分分割数と極限強度の関係

n_x	6	10	14	16	18	20	22	24	30
M_{xult}/M_{pz0}	0.1596	0.1617	0.1629	0.1632	0.1633	0.1634	0.1634	0.1635	0.1636
相対誤差(%)	4.10	1.16	0.43	0.24	0.18	0.12	0.12	0.06	—

$$n_y = n_z = 30, \quad \lambda_y = 1, \quad w_m = \ell/1000, \quad \sigma_{rt} = \sigma_y,$$

$$\sigma_{rte} = 0.5 \sigma_y, \quad \sigma_{rcw} = \sigma_{rcf} = -0.3 \sigma_y$$

表-3 断面内分割数と極限強度の関係

$n_y = n_z$	6	10	14	16	18	20	22	24	30
M_{xult}/M_{pz0}	0.1619	0.1658	0.1627	0.1634	0.1637	0.1634	0.1633	0.1631	0.1635
相対誤差(%)	0.98	1.41	0.49	0.06	0.12	0.06	0.12	0.24	—

$$n_x = 30, \quad \lambda_y = 1, \quad w_m = \ell/1000, \quad \sigma_{rt} = \sigma_y, \quad \sigma_{rte} = 0.5 \sigma_y,$$

$$\sigma_{rcw} = \sigma_{rcf} = -0.3 \sigma_y$$

4.4 既往の解との比較

本解析結果の妥当性を検討するため、塩見らが実施した圧縮力と最大断面の端部におき曲げが作用する19体の変断面はり一柱の実験結果⁶⁾と比較する。水平方向の初期たわみとして、半波の正弦波を仮定し、実測された値を最大値として用いた。引張残留応力の最大値を σ_y 、圧縮残留応力の最大値を $-0.12\sigma_y$ と仮定した。また、フランジの突出部での引張残留応力はフランジの幅厚比によって異なることを考え、式(20)で計算される値を用いた。

本解析結果と実験値の関係は図-3のようになる。ここに縦軸と横軸はそれぞれ本解析および塩見らの実験による最高荷重時の曲げモーメントの無次元量を示す。また図中、実線で示された対角線は理論値と実験値が一致する直線を、破線は両者間の相対差が

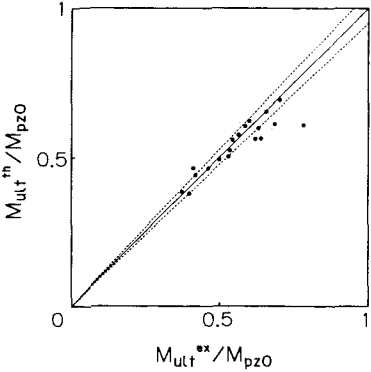


図-3 既往の実験値との比較

5%であることを示す。図から明らかなように、本解析結果と実験値はかなりよい相関関係にあり、本解析値の多くが実験値と5%以内の相対差で求められている。

つぎに、大きさの異なる曲げを両端に受ける等断面はりを解析し、西村・福本らの有限要素法による弾塑性有限変位解析の結果²⁾と比較する。図-4と図-5はそれぞれ平均値相当と上限値相当の初期不整を仮定した場合の極限強度と後述する式(21)の細長比の関係を示す。ただし、左右端の曲げモーメントの比が $\beta_z = 0$ と0.5の不等曲げを受けるはりの解析結果である。また、図中の●と○はそれぞれ不等曲げを受けるはりの極限強度の本解析結果と西村・福本らの結果を、実線と破線は等曲げを受けるはり($\beta_z = 1$)の場合の両者の結果を示す。

図-4に示す等しい曲げモーメントが作用する場合の極限強度曲線において、はりの細長比が $0.8 \leq \bar{\lambda}_b \leq 1.2$ では、本解析結果は西村・福本らの結果より多少高めの値を示している。また、そのほかの $\bar{\lambda}_b$ に対しては両者の曲線はよく一致している。同様に、不等曲げが作用する場合には、本解析結果は西村・福本らの解とよく一致している。

図-5における実線と破線で示される等曲げが作用する場合の極限強度曲線を比較すれば、 $\bar{\lambda}_b \geq 1.5$ で両者の間に多少の差異が認められる。しかし、 $\bar{\lambda}_b$ の全般にわたってよい一致がみられる。一方、不等曲げが作用する場合、 $\beta_z = 0.5$ に対する両者の結果はよく一致しているが、 $\beta_z = 0$ の場合には本解析結果は西村・福本らの結果よりやや低めの値を示している。

4.5 モーメント比とテーパ比を考慮したはりの等価細長比

不等曲げを受ける等断面はり、等曲げを受ける変断面はり、あるいは不等曲げを受ける変断面はりの極限強度は、それらと極限強度が一致する等曲げを受ける仮想の等断面はりを考えることによって求められる。不等曲げが作用する変断面はりを等曲げが作用する等断面はりに置換する場合、様々な方法が考えられる。ここでは、既に提案されているはりの細長比をテーパ比とモーメント比によって修正する方法を用い、不等曲げを受ける変断面はりの極限強度を簡易に求めることを考える。本解析結果で得られた強度と修正された細長比を用いて得られた強度を比較し、修正された等価細長比の精度を検討する。すなわち、式(16)で与えられるはりの細長比をテーパ比とモーメント比を考慮した細長比

$$\bar{\lambda}_b = \{M_{pzo} / (C_b C_w M_{cr})\}^{1/2} = \lambda_b / (C_b C_w)^{1/2} \quad (21)$$

に修正することを考える。ここに C_w と C_b はそれぞれ腹板の高さが部材軸方向に変化する場合に元の細長

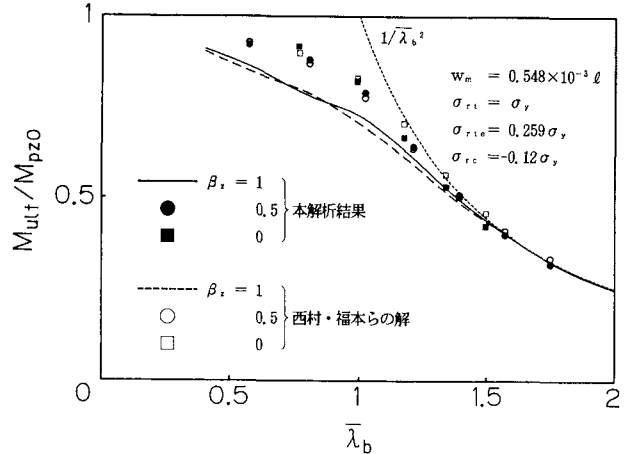


図-4 既往の解析値との比較（平均値相当の初期不整の場合）

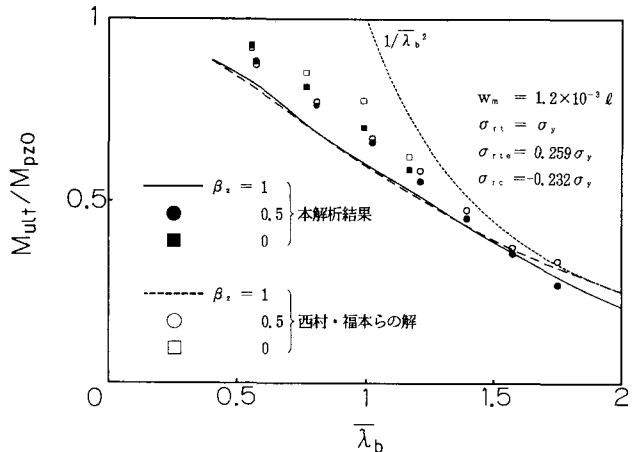


図-5 既往の解析値との比較（上限値相当の初期不整の場合）

比 λ_b を補正するパラメータと、曲げモーメントが部材軸方向に変化する場合に元の細長比 λ_b を補正するパラメータである。これらの係数^{(11), (2)}は

$$C_w = 0.6 + 0.4\alpha_w \quad (22)$$

$$C_b = \frac{1.75 - 1.05\beta_z + 0.3\beta_z^2}{\left[\frac{0.17 - A(1.23\lambda_e - B) + (1.23\lambda_e - B)^2}{0.17 - 0.7(1.23\lambda_e - C) + (1.23\lambda_e - C)^2} \right]^2} \quad (23)$$

で与えられる。ここに

$$A = 0.7 + 0.035(1 - \beta_z)^{1/2}$$

$$B = 0.3 + 0.27(1 - \beta_z)^{1/2}$$

$$C = 0.3 + 0.29(1 - \beta_z)^{1/2}$$

$$\lambda_e = \lambda_b / (1.75 - 1.05\beta_z + 0.3\beta_z^2)^{1/2} \quad (24)_{1-4}$$

式(21)の補正された $\bar{\lambda}_b$ を用い、不等曲げを受ける変断面ばりに対する本解析による極限強度の結果をプロットし直すと、図-6および図-7を得る。ただし初期不整として、表-1に示す平均値と上限値を用いた。横

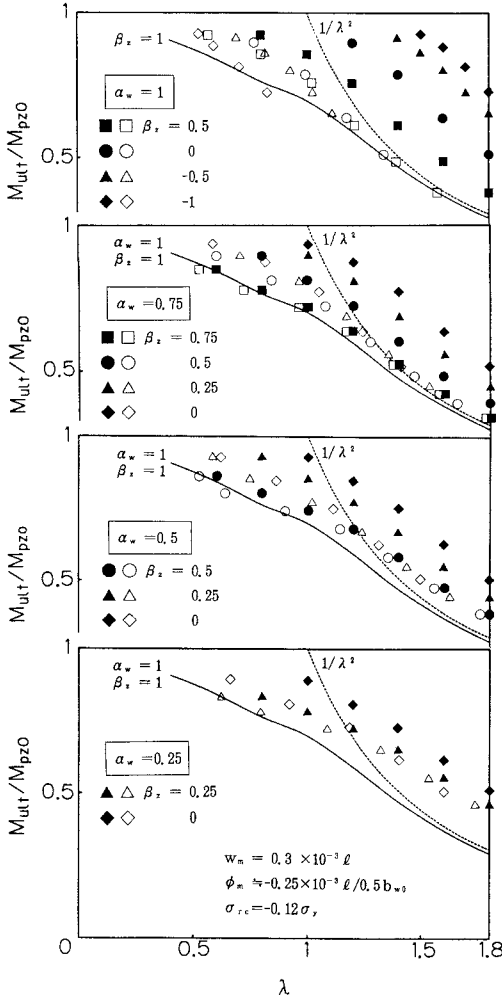


図-6 変断面ばりの極限強度
(平均値相当の初期不整の場合)

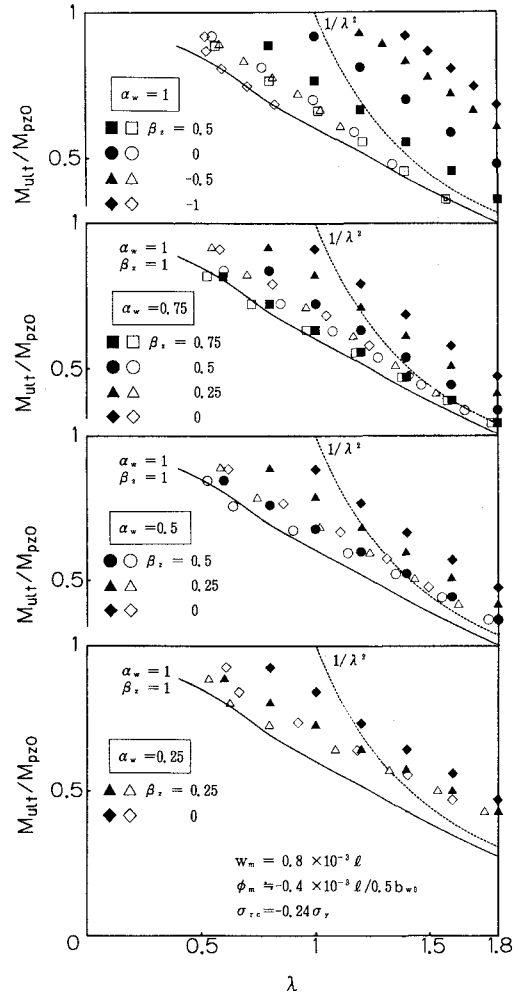


図-7 変断面ばりの極限強度
(上限値相当の初期不整の場合)

軸の λ は、修正前の極限強度(■, ●, ▲, ◆)に対しては式(16)の λ に、修正後の極限強度(□, ○, △, ◇)に対しては式(21)の $\bar{\lambda}$ に対応する。図から明らかなように、本解析で得られた極限強度(■, ●, ▲, ◆)を式(22)および(23)の補正係数を用いて修正された細長比 $\bar{\lambda}$ で再評価した結果(□, ○, △, ◇), 修正後の極限強度は等曲げを受ける等断面はりの極限強度曲線(実線)により一致を示した。しかし、モーメント比やテーパー比が小さくなるにしたがって、実線との差は徐々にひらく傾向にある。

4.6 はり一柱の極限強度の相関曲線

圧縮と曲げが作用する変断面はり一柱に対し、極限強度相関曲線の一例を示せば、図-8のようになる。この場合、テーパー比が $\alpha_w = 0.75$ で、モーメント比が $\beta_z = 0.75$ の部材を対象に、柱の修正細長比 λ_y の相違による強度相関曲線の違いを調べたものである。図中の(a)と(b)はそれぞれ平均値と上限値に相当する初期不整を考えた場合である。 $\lambda_y \leq 1$ の場合には、強度相関曲線はほぼ直線で与えられる。また、 $\lambda_y \geq 1$ になると、強度相関曲線は放物線で表されるようになるが、いずれも上に凸状の曲線を示している。

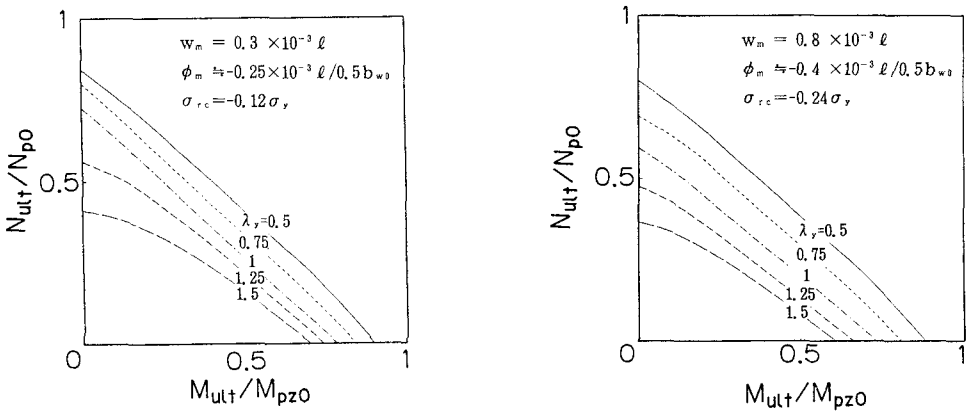


図-8 柱の修正細長比の相違による極限強度の相関曲線

モーメント比 β_z が変断面はり一柱の極限強度相関曲線に及ぼす影響を調べると、図-9を得る。ただし、 $\alpha_w = 0.5$, $\lambda_y = 1.5$ の場合である。モーメントの勾配が大きくなるにしたがって、曲線は徐々に膨らみ、その比は勾配の比にほぼ比例している。

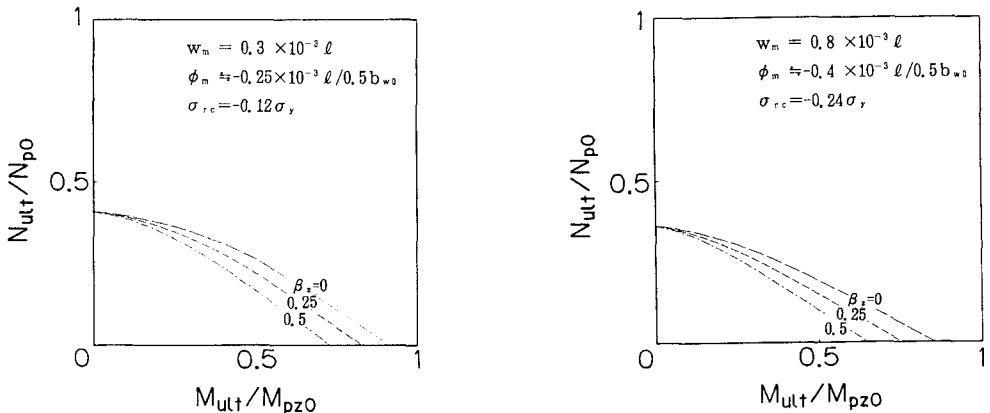


図-9 モーメント比と極限強度相関曲線の関係

5. あとがき

組合せ荷重を受ける変断面 I 形部材の極限強度を、部材の塑性化とひずみに変位の 2 次項を考慮した弾塑性有限変位理論に基づいた差分解析によって明らかにした。その際、初期不整に水平および鉛直方向の初期たわみ、部材軸まわりの初期ねじり角、および残留応力を考慮した。変断面部材の形状、組合せ荷重の割合、両端に作用する曲げモーメントの比および初期不整などが変断面 I 形部材の極限強度に及ぼす影響を広範なパラメトリック解析によって明らかにした。その結果は、以下のとおりである。

- (1) 種々のモーメント勾配の曲げが作用する変断面はりの極限強度を求めた。
- (2) 不等曲げを受ける変断面はりの極限強度を等断面はりの極限強度から簡易に求める既往の方法を本解析結果に適用した。モーメント勾配が大きくなるにしたがって、また部材の両端における腹板高の差が大きくなるにしたがって、両者の強度に差異の生じることがわかった。
- (3) 種々の組合せで圧縮力と大きさの異なる曲げが作用する変断面はり一柱の極限強度を求め、強度相関曲線を提示した。

参考文献

- 1) Trahair, N. S. : Lateral buckling design strength of steel beams, Civil Engineering Transactions, Institution of Engineers, Australia, Vol. CE26, No. 4, 1984, pp. 319-226.
- 2) 西村宣男・久保全弘・西井 学・福本晴士：鋼はり部材の横ねじれ強度の統一評価，土木学会論文報告集，No. 416/I-13, 1990-4, pp. 303-312.
- 3) Bradford, M. A. : Stability of tapered I-beams, J. Const. Steel Research, No. 9, 1988, pp. 195-216.
- 4) 塩見弘幸・西川俊一：変断面はり一柱の耐荷力一面内耐荷力の数値計算一，土木学会中部支部研究発表会，1981-2, pp. 34-35.
- 5) 塩見弘幸・倉田宗章・西川俊一：変断面はり一柱の耐荷力，一面内耐荷力の数値計算一，土木学会第36回学術講演会講演概要集，I-158, 1981-10.
- 6) 塩見弘幸・西川俊一・倉田宗章：鋼変断面はり一柱の耐荷力実験，土木学会論文報告集，No. 334, 1983-6, pp. 163-172.
- 7) Siomi, H. and Kurata, M. : Strength formula for tapered I-beam-columns, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 110, No. 7, 1984, pp. 1630-1643.
- 8) 山崎徳也・彦坂 熙：構造解析の基礎，共立出版，1978.
- 9) Lin, T. H. : Theory of Inelastic Structures, John Wiley & Sons, 1968.
- 10) Massonnet, Ch. : General theory of elastic-plastic membrane-plates, Engineering Plasticity, eds. by Heyman, J. and Leckie, F. A., Cambridge University Press, 1968, pp. 443-471.
- 11) 福本晴士編：座屈設計ガイドライン，土木学会，1987.
- 12) 西田 進・星名博文：溶接組立断面部材の残留応力推定とその自己つり合い条件式，土木学会論文報告集，No. 340, 1983-12, pp. 209-212.

(1992年9月21日受付)