

単純支持された鋼・コンクリート合成梁の  
弾性衝撃応答解析IMPACT RESPONSE ANALYSIS OF SIMPLY SUPPORTED, STEEL-CONCRETE COMPOSITE BEAMS  
BASED ON THEORY OF TWO DIMENSIONAL ELASTODYNAMICS

小林 治俊,\* 園田恵一郎,\*\* 鹿島 光洋\*\*\*

By Harutoshi KOBAYASHI, Keiichiro SONODA and Mitsuhiro KASHIMA

Simply supported, steel-concrete composite beams under impact loads are analyzed by means of the method of eigenfunction expansions on the basis of the theory of two dimensional elastodynamics. An exact solution is given in the series form of the eigenfunctions which are derived from the free vibration analysis. Numerical calculations are made for the case of step function loads in time. Main attention is focused upon the transverse normal stress wave propagation and also the bond stress between interfaces. Stress variations at transient states and long time states are shown graphically. The present method can also be applied for the impact response analysis of multi-layered composite beams.

## 1. はじめに

単一材料からなるはりの衝撃応答解析が古くから行われており、解析には古典はり理論やTimoshenkoはり理論が用いられていることはよく知られている。また、近年複合材料の力学とりわけ積層はり理論や積層板理論が進展し、それを用いた衝撃応答解析も数多く行われるようになった。しかしながら、いずれの理論も、はり高方向の応力を無視しているため、接合境界面での反射・透過を含む応力波の伝播現象を正確に表すことが出来ない。そのためには動弾性論に基づく解析を必要とする。異種材料よりなる複合はりを波動論の立場より取扱った研究としては、岸ら[1]によるRCはりの位相速度分散曲線と振動モードに関する研究、大島、能町[2]による繊維強化複合材の縦波動伝播速度の研究があり、いずれも解析手法として有限ブリズム要素法を適用しその精度の検討が行われている。一方、衝撃挙動を理論面から検討した研究としては、岸ら[3]による有限帯板法を用いた鋼・アクリル合成はりの横衝撃に関する研究、三上ら[4]による差分方程式を用いた鋼・コンクリート合成はりの変位応答解析とその非破壊検査への応用に関する研究があるが、応力波伝播現象の観点からは今一步ふみこんだ解析が必要と思われる。

鋼板補強された鋼・コンクリート合成はりや合成床版は土木分野において多用されつつあり、衝撃荷重を受ける際の接合面等の応力変動を応力波伝播現象の観点より動弾性論に基づき理論的に明らかにしておくこ

\* 工博 大阪市立大学助教授 工学部土木工学科 (〒558 大阪市住吉区杉本3-3-138)

\*\* 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科 (〒558 大阪市住吉区杉本3-3-138)

\*\*\* ㈱森本組大阪本店 (〒543 大阪市天王寺区夕陽丘町4-11)

とは、破壊メカニズムの究明に関連して重要である。さらに、前述の種々な数値解法と並び有限要素法に代表される数値解法により衝撃問題が解析されつつある現状を鑑みると、これらの数値解法の精度の検討面からもベンチマークテストに供し得るデータの重要性が増していると言えるであろう。本研究は、鋼・コンクリート合成はりの衝撃応答解析を2次元動弾性論に基づき行ったものであり、解析に当たって、接合面は完全接着された2層はり構造とみなしている。

ところで、動弾性論に基づき衝撃問題を解析する場合、基礎方程式、境界条件等、時間に関係する変数をラプラス変換したのち境界条件を規定してラプラス像空間における解を求め、それにラプラス逆変換を施して実時間に対応する解を求めるのが一般的である。このラプラス逆変換を解析的に行うには、変換パラメータ $p=0$ および振動数方程式より定められる値 $p=\pm i p_m$  ( $i$ は虚数単位、 $p_m$ は $m$ 次の固有値)の極において留数定理を適用する。逆変換したのち求められる解は、それぞれ準静的解と擾乱解に対応し、擾乱解は、自由振動問題から導かれる固有関数(モード関数)から成る無限級数で与えられることを多くの解析例が示している[5]。Reismann[6]はこの点に着目し、基礎方程式を最初から固有関数展開法(モード解析)によって解析する定式化を行い、それを矩形板や円筒殻[7, 8]などの衝撃応答解析に適用しており、筆者ら[9, 10]も平面梁や円盤の弾性衝撃解析で使用しその有用性を示した。すなわち、本法によれば、対象とする問題の固有関数を求めることができれば、煩雑なラプラス逆変換は不要であり、構造物の動的応答解析で通常用いられるモード解析に則る解析過程により解を求めることができ、両手法による結果が一致することは言うまでもない。本解析では、この固有関数展開法を多層はりに拡張して用いる。

## 2. 自由振動解析

本解析では、最初に自由振動解析により固有関数(モード関数)を誘導しておく必要がある。上層コンクリート(層厚 $h_1$ )、下層鋼(層厚 $h_2$ )よりなる2層はりの座標系を図1のように採る。はりはスパン長が $l$ 、はり高 $h(=h_1+h_2)$ で単位幅の矩形断面とする。以下の展開において現れる諸量に添字 $k$ を付して上層( $k=1$ )、下層( $k=2$ )を区別するが、特に断わらない限り添字は省略する。さて、はりを等方性平面応力状態と仮定すれば、本問題の変位で表した運動方程式は次式で与えられる[5]。

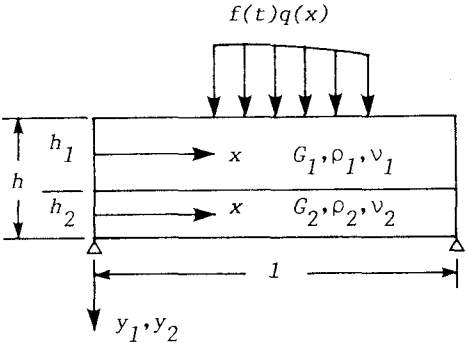


図1 座標系

$$G[\nabla^2 \mathbf{U} + \mu \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{U})] = \rho \ddot{\mathbf{U}} \tag{1}$$

ここに、 $\mathbf{U}=[u(\mathbf{x}, t), v(\mathbf{x}, t)]$ は変位ベクトル； $\mathbf{x}=(x, y)$ ； $\mu=(1+\nu)/(1-\nu)$ ； $t$ は時間； $\rho, G, \nu$ は各々物体の密度、せん断弾性係数、ポアソン比； $\nabla^2$ はラプラシアン； $(\ddot{\phantom{x}})=\partial^2(\phantom{x})/\partial t^2$ 。

応力・変位関係式は次式で表される。

$$\sigma_x = \frac{2G}{1-\nu} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad \sigma_y = \frac{2G}{1-\nu} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \nu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \tau_{xy} = G \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \tag{2}$$

固有円振動数 $\omega$ の調和振動、

$$\mathbf{U}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{U}(\mathbf{x}) \exp(i \omega t) \tag{3}$$

を仮定し ( $i$ は虚数単位), 式(1)に代入すれば $U(x)$ に関する次式を得る.

$$G [\nabla^2 U + \mu \operatorname{grad}(\operatorname{div} U)] = -\rho \omega^2 U \quad (4)$$

$U(x)$ は固有関数 $U(x)$ ,  $V(x)$ を成分とするベクトルであり, 変位ポテンシャル $\phi_1(x)$ ,  $\phi_2(x)$ を用いて,

$$U = \frac{\partial \phi_1}{\partial x} - \frac{\partial \phi_2}{\partial y}, \quad V = \frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \quad (5)$$

と表せば, 式(4)は次の波動方程式に変換される.

$$\nabla^2 \phi_i + (\omega/c_i)^2 \phi_i = 0 \quad (i=1, 2) \quad (6)$$

ここに,  $c_1 = \sqrt{2G/(1-\nu)\rho}$ ,  $c_2 = \sqrt{G/\rho}$ は各々縦波と横波の速度である ( $c_1 > c_2$ ).

次に, はり両端の単純支持条件:

$$v = \sigma_x = 0 \quad (x=0, l) \quad (7)$$

が満足するよう,

$$\phi_1(x) = \sum_{m=1}^{\infty} Y_1(y) \sin \alpha x, \quad \phi_2(x) = \sum_{m=1}^{\infty} Y_2(y) \cos \alpha x, \quad \alpha = m\pi/l \quad (8)$$

と置き, 式(6)に代入すれば $Y_i(y)$ に関する2階の微分方程式が得られ, その解は次式で与えられる.

$$Y_i(y) = A_i \cosh \lambda_i y + B_i \sinh \lambda_i y \quad (i=1, 2) \quad (9)$$

上式において,  $A_i$ ,  $B_i$ は上下辺での境界条件, 接合辺の連続条件より定まる積分定数であり, また,

$$\lambda_i^2 = \alpha^2 - (\omega/c_i)^2 \quad (i=1, 2) \quad (10)$$

式(8), (9)を式(5)に代入すれば変位式が決まり, 従って応力式は式(2), (3)より定まる.

はり上下辺の自由境界条件および接合辺の連続条件は次式で与えられる.

$$\sigma_{y1} = \tau_{xy1} = 0 \quad (y_1 = -h_1/2) \quad (11)$$

$$u_1 = u_2, \quad v_1 = v_2, \quad \sigma_{y1} = \sigma_{y2}, \quad \tau_{xy1} = \tau_{xy2} \quad (y_1 = h_1/2, y_2 = -h_2/2) \quad (12)$$

$$\sigma_{y2} = \tau_{xy2} = 0 \quad (y_2 = h_2/2) \quad (13)$$

先に得られた変位・応力式をこれらの条件式に代入すれば, 積分定数 $A = (A_{1k}, B_{1k}, A_{2k}, B_{2k})^T$ に関する次の8元連立同次方程式を得る.

$$CA = 0 \quad (14)$$

ここに,  $C$ は係数行列であり, 振動数方程式は $|C| = 0$ で与えられる. これを解き $mn$ 次の固有円振動数 $\omega_{mn}$  ( $m, n=1, 2, 3, \dots$ )を求め, 対応する積分定数 $A_{mnk}$ を定めれば固有関数(モード関数) $U_{mnk}(x_k) = [U_{mnk}(x_k), V_{mnk}(x_k)]$ が確定する.

固有関数の直交条件は, 相反作用の定理を適用すれば次のように得られる.

$$\sum_{k=1}^2 \int_{V_k} \rho_k U_{mnk}(x_k) U_{stl}(x_k) dV_k = \delta_{ms} \delta_{nt} N_{nn}^2 \quad (15)$$

ここに,  $\delta_{ms}$ ,  $\delta_{nt}$ は Kronecker のデルタ,  $N_{nn}$ はノルムであり, 積分は物体全体に行う.

ところで, 以上の取り扱いには $\lambda_{ik}$ が実数, すなわち $\alpha c_{ik} > \omega$ の場合であるが,  $\alpha c_{ik} < \omega$ の場合は虚数と

なるので、この場合には複素演算により実変数の式形に変形する必要がある。

### 3. 衝撃応答解析

はり上辺に衝撃荷重 $q(x)f(t)$ が作用する場合を取扱う。本問題の基礎方程式、はり両端および下辺の境界条件、さらに接合辺の連続条件は自由振動解析の場合と同じであり、はり上辺の境界条件のみ新たに次のよう規定する。

$$\sigma_{y1} = -f(t)q(x), \quad \tau_{xy1} = 0 \quad (y_1 = -h_1/2) \quad (16)$$

衝撃問題に対する式(1)の解は、次のように慣性力の影響を無視した静的荷重 $q(x)$ による解、 $u^s_k = (u^s_k, v^s_k)$ 、とそれを考慮した解（擾乱解）、 $u^D_k = (u^D_k, v^D_k)$ 、の和にとることができる。

$$u_k(x_k, t) = f(t)u^s_k(x_k) + u^D_k(x_k, t) \quad (17)$$

ここに、静的解 $u^s_k(x_k)$ は式(1)より慣性項を省いた次式を満足する。

$$G[\nabla^2 u^s_k + \mu_k \text{grad}(\text{div } u^s_k)] = 0 \quad (18)$$

はり上下辺の境界条件、式(16)、(13)および接合辺の連続条件、式(12)を満足する上式の解は、長谷川による変位関数[11]を用いることにより得ることができる。

次に、擾乱解 $u^D_k(x_k, t)$ は、未定時間関数 $Q_{mn}(t)$ と前節で求めた固有関数により次のように表す。

$$u^D_k(x_k, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{mn}(t) U_{mnk}(x_k) \quad (19)$$

式(18)、(19)を式(1)に代入し、式(4)、(18)を考慮して式を変形すれば、次式を得る。

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [\ddot{Q}_{mn}(t) + \omega_{mn}^2 Q_{mn}(t)] U_{mnk}(x_k) = -\ddot{f}(t) u^s_k(x_k) \quad (20)$$

両辺に $U_{stk}(x_k)$ を掛け積分し、固有関数の直交条件を利用すれば $Q_{mn}(t)$ に関する次の微分方程式を得る。

$$\ddot{Q}_{mn}(t) + \omega_{mn}^2 Q_{mn}(t) = \ddot{f}(t) Z_{mn} \quad (21)$$

ここに、係数 $Z_{mn}$ は、

$$Z_{mn} = \frac{-1}{N_{mn}^2} \left[ \sum_{k=1}^2 \int_{V_k} \rho_k u^s_k(x_k) U_{mnk}(x_k) dV_k \right] \quad (22)$$

であり、式(21)の解は次のDuhamel積分形で与られる。

$$Q_{mn}(t) = Q_{mn}(0) \cos \omega_{mn} t + \frac{1}{\omega_{mn}} \dot{Q}_{mn}(0) \sin \omega_{mn} t + \frac{Z_{mn}}{\omega_{mn}} \int_0^t \ddot{f}(\tau) \sin[\omega_{mn}(t-\tau)] d\tau \quad (23)$$

積分定数 $Q_{mn}(0)$ 、 $\dot{Q}_{mn}(0)$ は次のように決定できる。今、衝撃を受ける前のりは静止しているものとすれば、

$$u_k(x_k, 0) = \dot{u}_k(x_k, 0) = 0 \quad (24)$$

すなわち、式(17)より、

$$u^D_k(x_k, 0) = -f(0) u^s_k(x_k), \quad \dot{u}^D_k(x_k, 0) = -\dot{f}(0) u^s_k(x_k) \quad (25)$$

上式の左辺に式(19)を代入したのち両辺に $U_{stk}(x_k)$ を掛け積分し、固有関数の直交性を利用すれば、

$$Q_{mn}(0) = -f(0) Z_{mn}, \quad \dot{Q}_{mn}(0) = -\dot{f}(0) Z_{mn} \quad (26)$$

と決定される。

#### 4. 数値計算例

数値計算に用いたパラメータは次のとおりである。層厚比は  $h_1/h=0.9$ ,  $h_2/h=0.1$ , はり高/スパン比は  $h/l=0.3$  であり, 鋼, コンクリートの材料定数には表1の数値を用いた。応力波伝播現象の基礎的データを得る目的で, 衝撃荷重は, 時間に関してはステップ関数  $f(t)=H(t)$ , 空間に関しては正弦波形  $q(x)=\bar{q} \cdot \sin(\pi x/l)$  を用いた。固有値は, 式(14)で与えられる振動数方程式  $|C|$

$=0$  を直接 Regula-Falsi法により数値的に解き求めた。応答計算で採用した級数解の項数は, 静的解の固有関数展開値および擾乱解の収束を検討した結果  $n=1000(m=1)$  とした。なお, 全ての計算は倍精度で行った。

図2は, はりの中央断面上 ( $x=l/2$ ) の応力  $\sigma_y$  の初期応答曲線であり, 時間刻み  $\Delta\tau=0.005$  として描いている。横軸は無次元時間  $\tau (=ct/h)$  を表し, コンクリート内部を進行する縦波がはり高  $h (=h_1+h_2)$  を進むに要する時間が1である。ちなみに, 2次元平面応力問題とした場合のコンクリート, 鋼の縦波の速度はそれぞれ3243(m/sec), 5367(m/sec)である。図において応答曲線が不連続的に変動している箇所は応力波の波面が到達したことを示している。波線理論[12]により, 着目点に到着する応力波の種類や, 伝播経路

(波線), 到達時刻(走時)を幾何学的考察により説明できる。部分荷重載荷の場合[9]は荷重載荷端からの縦波, 横波の影響を強く受けることが示されているが, 本例ははり上辺全体に載荷された場合であるため, 応答は主として縦波に依存している。鋼板層内では鋼板層下辺と接合辺の間で反射を繰返す応力波の様子が図より読み取れる。また, この鋼板層下辺で反射した縦波が接合辺に到達しコンクリート層内に透過してゆくが, この透過応力波の波面が到達する度に接合辺, コンクリート層内部の着目点で不連続な変動を繰り返していることが分かる。例えば, 接合辺での応答曲線で(a)点の応答は, 載荷辺中央点で発生した縦波が着目点に最初に到達した応答であり ( $\tau=0.9$ ), この縦波が到達するまでは無応答である。(b)点の応答は, この到達した縦波がコンクリート層内に反射され, さらにコンクリート層上辺で反射し接合辺に到達した応答である ( $\tau=2.70$ )。 (c)点の応答は, 到達時刻 ( $\tau=2.81$ ) は同じであるが, その経路が違う縦波が同時に到達した応答である。すなわち, 一つは(a)点での応答の縦波が鋼板層内に透過し, 鋼板層下面で反射され接合辺よりコンクリート層内に透過したのちコンクリート層上辺で反射され接合辺に到達した縦波であり, 他は(b)点での応答の縦波が鋼板層内に透過し鋼板

表1 材料定数

|                                | 鋼                 | コンクリート            |
|--------------------------------|-------------------|-------------------|
| 密度 $\rho$ (tf/m <sup>3</sup> ) | 7.85              | 2.3               |
| ヤング率 $E$ (tf/m <sup>2</sup> )  | $2.1 \times 10^7$ | $2.4 \times 10^6$ |
| ポアソン比 $\nu$                    | 0.3               | 0.167             |

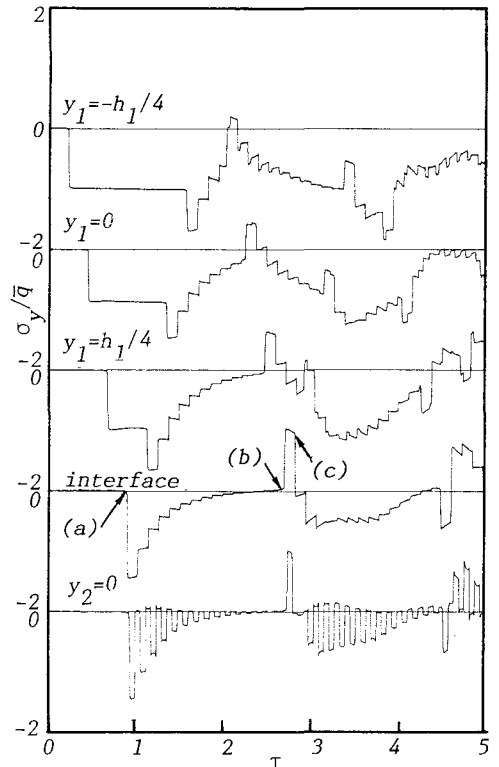


図2 中央断面の  $\sigma_y$  の初期応答曲線

下層で反射したのち接合辺に到達した縦波の応答である。

ところで、コンクリート層内の着目点での $\sigma_y$ の最初の応答値は入射波そのものの値、 $\bar{q}$ であるが、接合辺の応答値は入射波より大きく、計算結果によれば、 $1.674\bar{q}$ となる。これは次のように説明できると思われる。周知のように境界の影響が及ぼさない時間帯での応答は有限体、無限体ともに同じである。そこで、隣接2次元半無限体を考え、その接合辺に垂直な方向に一樣に縦波のみが入射した場合の接合辺での透過波と入射波の応力比  $T$  を解析的に求めれば、 $T=2\lambda/(1+\lambda)$  となる。ここに $\lambda=E_2c_1/E_1c_2$ 、 $E, c$ はおおののヤング率、縦波の速度であり、添字1,2は入射側、透過側を意味する。これを本問題に適用すれば、 $T=1.659$  となる。本解析で用いている荷重は正弦波形であり一樣分布荷重ではないが、ほぼ一致した透過応力値が得られている。このように、本数値結果が波線理論による応答時刻と一致し、さらに接合辺での透過応力波の大きさのほぼ定量的な裏付けができたことは、本数値結果の信頼性を示唆するものと言える。なお、剛性の違う異種材料間の入射波の低減については、岸ら[13]が衝撃を受ける落石覆工の構造特性に関する研究においても数値的に示唆している。図において興味深いことは、応答初期にコンクリート層上部に引張応力 $\sigma_y$ が生じていることである。接合辺と鋼板層中央点では最初の応力波の到達により最大圧縮応力 $\sigma_y$ が発生しているが、コンクリート層内部では、鋼板層下辺からの反射波の到達により最大圧縮応力が生じていることも分かる。

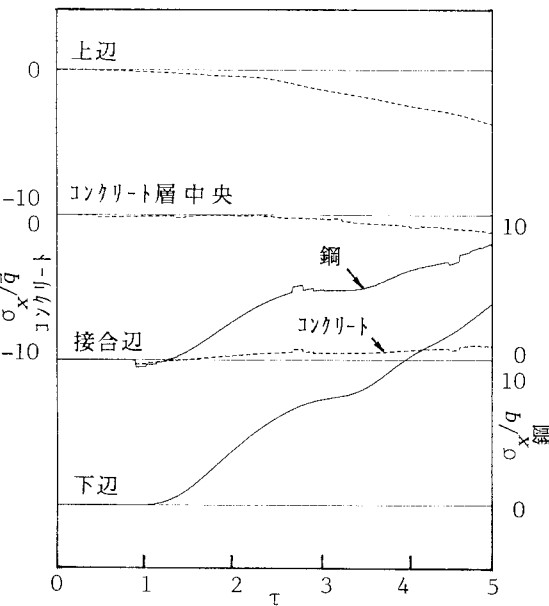


図3 中央断面の $\sigma_x$ の初期応答曲線

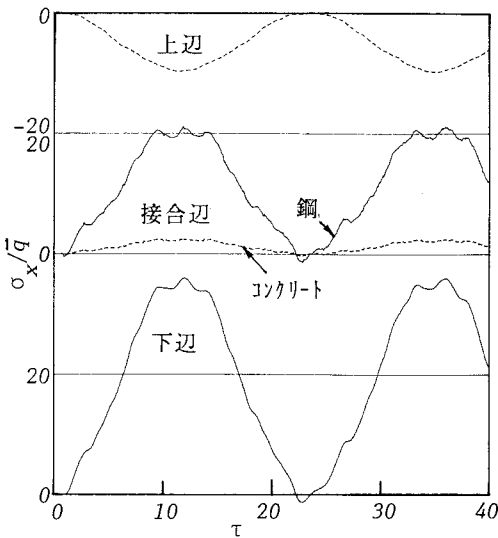


図4 中央断面の $\sigma_x$ の長期応答曲線

図3は、中央断面上( $x=l/2$ )の4つの着目点(上辺、コンクリート層中央( $y_1=0$ )、接合辺、下辺)での応力 $\sigma_x$ の初期応答曲線を示している。いずれも載荷辺からの縦波の到達とともに応答が始まるが、前述の応力 $\sigma_y$ のように不連続な応力変動はでないようである。わずかに接合面で鋼板層下辺ないしはコンクリート層上辺での反射波の影響が読みとれる。図4は、中央断面上の3つの着目点(上辺、接合辺、下辺)での応力 $\sigma_x$ の長期応答曲線を $\Delta\tau=0.04$ として描いたものである。この場合も大きな応力変動は見られない。いずれの最大応答値も静的最大応答値の約2倍であり、接合辺での鋼とコンクリートの応力値の違いは弾性係数の違いによる。

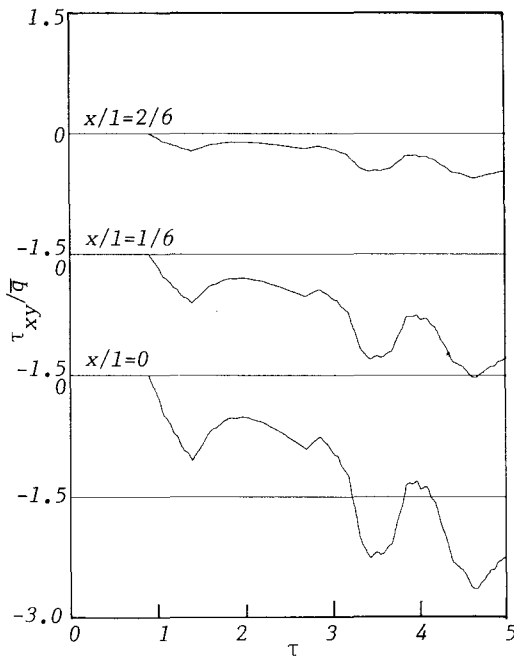


図5 接合辺の $\tau_{xy}$ の初期応答曲線

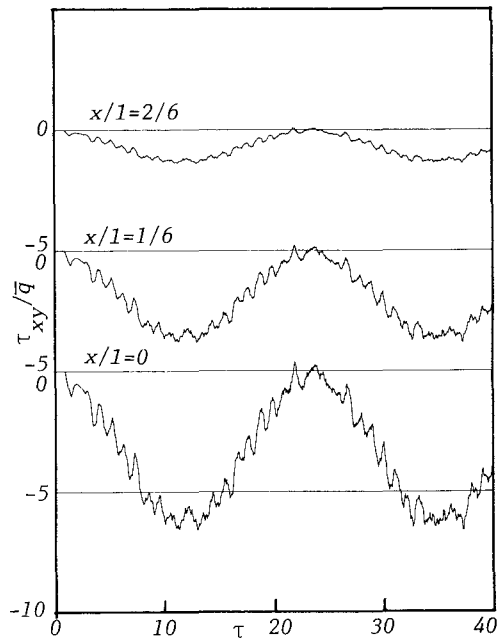


図6 接合辺の $\tau_{xy}$ の長期応答曲線

最後に、接合辺でのせん断応力の初期および長期応答をそれぞれ図5、図6に示した。初期応答曲線を微細に見れば、 $\sigma_y$ の応答と同様に鋼板内で入射・反射・透過を繰り返す応力波とコンクリート層上辺からの入射波が到達する度に小刻みに不連続な変動を繰り返している。静的な場合と同様、はり端部の応答値が他より大きく、いずれの最大応答値も静的最大応答値の約2倍となっている。

## 5. おわりに

本文は、衝撃荷重を受ける2層はりを固有関数展開法（モード法）により解析する方法を示し、時間に対してステップ状の衝撃荷重が作用する場合の鋼・コンクリート合成はりに対して数値計算を行い、過渡状態での応力波伝播特性および応力の長期応答を示したものである。特に、鋼・コンクリートの接合辺では応力波の入射・反射・透過現象により、複雑な応力変動を示すことが明らかになった。応力 $\sigma_x$ 、 $\tau_{xy}$ の長期応答ではその最大値は、静的最大応答値の約2倍の値となる。

本解析は弾性域のみを対象としており、数値計算で使用した正弦波形の荷重形や2層はりの形状パラメーターが限られたものであるが、衝撃荷重を受ける鋼・コンクリート合成はりの破壊に関する基礎データを与えるものと思われる。さらに、本解析結果は厳密解であるので、有限要素法に代表される数値解法が衝撃問題に適用される際の精度の検討にも使用できるものとする。

謝辞：本論文の作成にあたり、中岡健一、石丸和宏両君（大学院前期博士課程）の協力を得たこと、査読者の方々から貴重など意見を頂いたことを記し、感謝します。

## 参考文献

- 1) 岸徳光, 松岡健一, 能町純雄: 有限プリズム法を用いた単鉄筋RC梁の位相速度分散曲線とモード分布, 構造工学論文集, Vol. 35A, pp. 785-793, 1989.
- 2) 大島俊之, 能町純雄: 有限プリズム法による繊維強化複合材の縦波動伝播速度の研究, 土木学会論文報告集, 第297号, pp. 47-57, 1980.
- 3) 岸徳光, 松岡健一, 能町純雄: 単純支持された多層複合合成梁の横衝撃について, 材料, 34巻, pp. 1375-1381, 1985.
- 4) 三上修一, 大島俊之, 能町純雄, 木田哲量: 積層長方形ばりを伝播する応力波動のシミュレーションと非破壊評価への利用, 構造工学論文集, Vol. 36A, pp. 371-378, 1990.
- 5) Eringen, A. C. and Suhubi, E. S.: Elastodynamics, Vol. 2, Linear theory, Academic Press, London, 1975.
- 6) Reismann, H.: On the Forced Motions of Elastic Solids, Applied Science Research, Vol. 18, pp. 156-165, 1967.
- 7) Lee, Y. C. and Reismann, H.: Dynamics of Rectangular Plates, International Journal of Engineering Sciences, Vol. 7, pp. 93-113, 1969.
- 8) Weingarten, L. I. and Reismann, H.: Forced Motion of Cylindrical Shells - A Comparison of Shell Theory with Elasticity Theory, Z.A.M.M., Vol. 54, pp. 181-191, 1974.
- 9) 小林治俊, 奥田東吾, 園田恵一郎: 衝撃荷重を受ける単純支持はりの応力波伝播解析, 構造工学論文集(投稿中).
- 10) 小林治俊, 園田恵一郎, 山本新, 中岡健一: 衝撃荷重を受ける厚円盤の応力波伝播解析, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, Vol. 14, pp. 275-280, 1990.
- 11) 長谷川久夫: 二次元弾性問題の変位関数のある性質, 機械学会論文集, 41巻, 352号, pp. 3494-3496, 1975.
- 12) 佐藤泰夫: 弾性波動論, 岩波書店, 1978.
- 13) 岸徳光, 吉田紘一, 松岡健一, 能町純雄: 層状にモデル化した覆工敷砂部の衝撃応答解析, 構造工学論文集, Vol. 34A, pp. 817-826, 1988.

(1991年9月30日受付)