

個別要素法の衝撃問題への適用に関する一考察

THE APPLICATION OF THE DISTINCT ELEMENT METHOD TO IMPACT PROBLEMS

榊谷 浩*

中田吉彦**

梶川康男***

by Hiroshi MASUYA, Yoshihiko NAKATA and Yasuo KAJIKAWA

In the present paper, the distinct element method(D.E.M.) is applied to the impact problem concerning continuous body. At first, this method is applied to one dimensional problems by comparing with the experimental results and theoretical results. Effectiveness of this method is confirmed including the applicability to the fracture. Secondly, this method is developed to two dimensional problems to simulate the behavior of the simply supported beam under the lateral impact load. Finally, it could be shown that this presented method is effective to simulate wide phenomenon from the elastic problem to fracture problem under the impact.

1. まえがき

ロックシェッドは、落石を阻止し道路に被害を与えないことを目的に建設されるものである。しかし、落石発生の不確実性のため、この種のロックシェッドの落石による破壊事故なども後をたたないのが現状である¹⁾。ロックシェッドがどの程度の落石に対してまで抵抗できるか、また、破壊時の破壊形態、エネルギー吸収能など未説明の問題が多く、解明が望まれている^{2,3)}。このような観点より、著者らは実物大の実験を中心に研究を進めてきているが^{4,5)}、広範囲の規模の落石に対する各種のロックシェッド全体構造の破壊あるいは部材レベルでの破壊について、精度良く再現できる理論的研究あるいは数値解析の方法が望まれている。現在、有限要素法などの汎用コードが自動車衝突等の衝撃問題に幅広く適用されている⁶⁾。しかし、ロックシェッドでは、一般にクッション材として砂などの粒状体が用いられ、構造部材として鉄筋コンクリートやプレストレストコンクリートなどの脆性材料が用いられる場合が多いため、それらの衝撃挙動には非連続体としての特性が認められ、特に破壊時において顕著である。そのため、弾性範囲内からかなり破壊が進行した状態までつまり不連続体としての挙動が支配的である状態まで統一的に取り扱える方法の開発が求められている^{7,8,9)}。

そこで、本研究では粒状体などの不連続体の解析に用いられている個別要素法の連続体衝撃問題への適用

* 工博 金沢大学講師 工学部土木建設工学科 (〒920 金沢市小立野2-40-20)

** 金沢大学大学院 工学研究科 (同 上)

*** 工博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科 (同 上)

について検討してみることにした。すなわち基本的なものとして縦衝撃問題と横衝撃問題を取り上げ、実験結果との比較も含めて、その適用方法とその適用性についての報告するものである。

2. 縦衝撃実験

2. 1 実験方法

ここでは、最も基本的なものとして行なった縦衝撃実験について説明する。本実験は、図-1に示すように、モルタル製角柱（6cm×6cm×100cm）を吊り下げ、同様に吊り下げたロードセルを所定の高さより自由落下させることにより行なった。実験時には、表裏に貼りつけたひずみゲージを用いて2点ゲージ法によりその角柱の3箇所のひずみを、また、ロードセルにより荷重を測定した。また、測定のサンプル速度は、 $5\mu\text{s}$ である。なお、実験に用いたモルタルの縦弾性係数は、 $2.17\times 10^5\text{kgf/cm}^2$ 、密度は 1.98kg/cm^2 、圧縮強度は 241.2kgf/cm^2 、引張強度は 21.0kgf/cm^2 である。

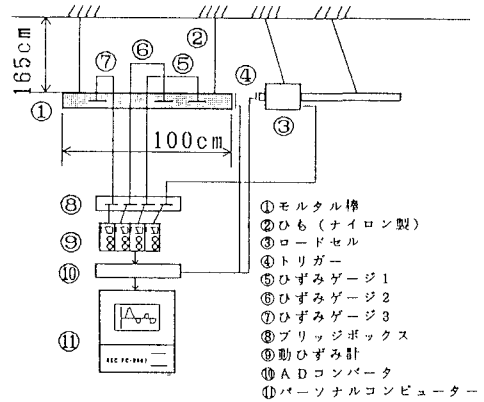
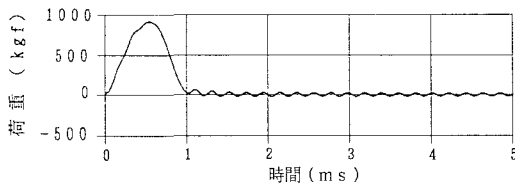
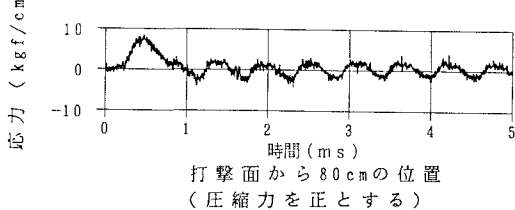
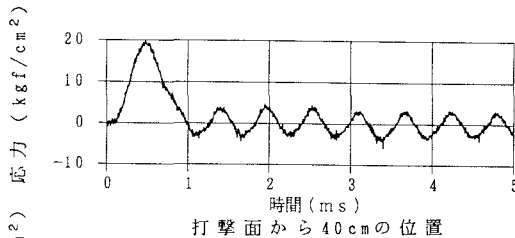


図-1 モルタル角柱の縦衝撃実験方法

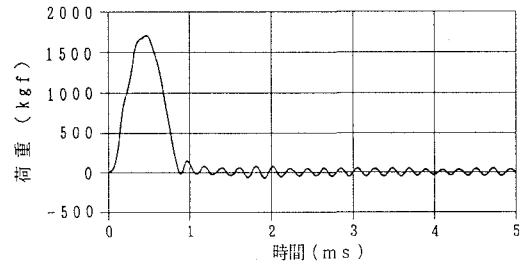


(a) 荷重波形

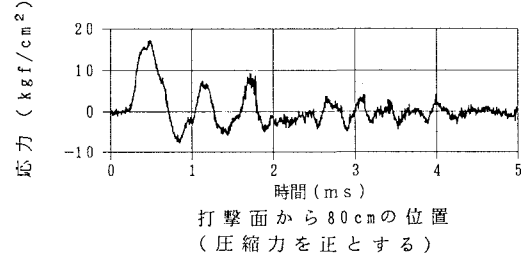
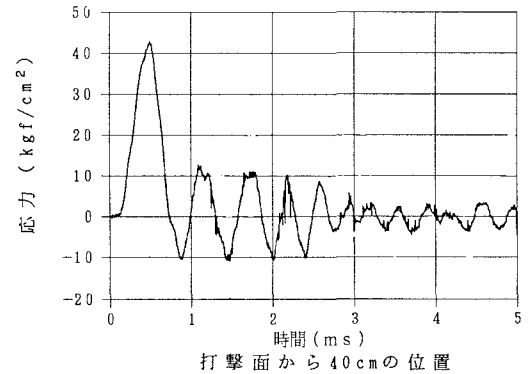


(b) 応力波形

図-2 非破壊時の荷重、応力波形



(a) 荷重波形



(b) 応力波形

図-3 破壊時の荷重、応力波形

2. 2 実験結果および考察

衝撃力が1次元部材に縦衝撃として作用する場合、それは部材中を応力波として伝播し、境界で反射し、干渉を起こすため静的な荷重を受ける場合と異なり、一般に複雑な応力分布を示すことが知られている。応力波は固定境界面では符号が変わらず反射するので入力波と重なりあって大きな応力が生じる。また、自由境界面では応力の符号が反転するので、本実験のように圧縮衝撃力を受ける角柱でも引張破壊が生じる可能性がある。

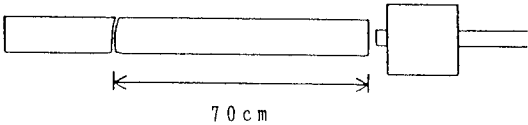


図-4 モルタル角柱の破壊状況

弾性域での応力波形と破壊時での応力波形の差異を明確にするため、非破壊時と破壊時の荷重と応力波形をそれぞれ図-2、図-3に示す。なお、破壊時の破壊状況を図-4に示す。なお、本論文においては荷重と応力の正の値は圧縮を表すものとする。非破壊時では、打撃終了後、ある応力波形が一定周期で繰り返して表れていることがわかる。一方破壊時では、およそ1.8ms以降に応力波の周期のずれが認められ、この時点で破壊が生じたことが推論される。図-4に示した破壊位置に最も近い打撃面より80cmの位置で顕著にそれが認められる。割裂試験により得られた引張強度は21.0kgf/cm²に比べると小さい値であり、モルタルの不均質性が原因であると推論される。

応力波の伝播速度 v は、波動理論より1次元では、

$$v = \sqrt{E/\rho} \quad (1)$$

と表される¹⁰⁾。ここに、 E は縦弾性係数、 ρ は密度であり、本実験では $v = 3.28 \times 10^5 \text{ cm/s}$ となる。応力波がモルタル角柱を往復するのに要する時間 τ は、角柱の長さを L とすると、

$$\tau = 2L/v \quad (2)$$

と表わされ、本実験では0.610msとなる。図-3に示した例では、荷重の載荷時間は約0.9msと基本周期より大きい。少なくとも供試体内には打撃より0.610ms以上後でないと引張応力が生じないことになる。実際、打撃点より80cmの位置では、約0.7ms後に始めて引張応力が認められている。しかし、この場合、最初の引張応力波の発生時ではなく、3度目の引張応力発生時に破断していることがわかる。これは、引張応力の値が十分大きくないため、このような現象が生じたものと考えられる。

3 個別要素法による縦衝撃問題解析

3. 1 解析方法の概要

個別要素法は、解析対象物の構成物体一つ一つを要素として表現し、それら個々の運動方程式を解く方法であり、粒状体など不連続体の挙動解析に対して有効な方法であることが知られている。本研究では連続体であるモルタル角柱を2次元問題として有限個の剛要素の集合体と仮定し、要素の持つ弾性的および非弾性的性質を剛体の接触点間に挿入したばねとダッシュポットによって表現することにした^{11, 12)}。

ある要素がばねと減衰による拘束を受け、外力 $f(t)$ と外力モーメント $g(t)$ が作用するとき、要素の並進 u 及び回転 ϕ について運動方程式は次式のように与えられる。

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = f(t) \quad (3)$$

$$I \ddot{\phi} + c r^2 \dot{\phi} + k r^2 \phi = g(t) \quad (4)$$

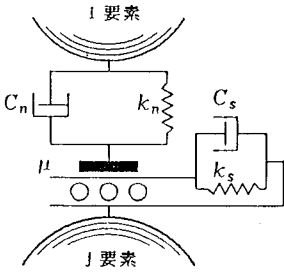


図-5 個別要素間の力学関係

ここで、 m および I は要素の質量および回転慣性モーメントであり、 k および c はそれぞればね定数と減衰定数であり、 r は要素を円筒とみなしたときの半径である。なお、ドットは $(\cdot)$ は時間に関する微分を表している。しかし、通常ある要素は複数の要素と接触しており式(3)、(4)はさらに複雑な形式の連立微分方程式となり、解くことが非常に困難となる。そこで、本研究ではこのような個々の要素の運動方程式を差分近似し、次のように時刻 t の慣性項を表現し、 Δt ごとに逐次計算を進めた。

$$m \ddot{\mathbf{u}}^t = \mathbf{F}(t - \Delta t) \quad (5)$$

$$I \ddot{\phi}^t = G(t - \Delta t) \quad (6)$$

ここに $\mathbf{F}(t - \Delta t)$ と $G(t - \Delta t)$ は Δt 前の時刻に接触している複数の隣接要素から着目要素に作用する力と要素に直接作用する外力の合力と合モーメントである。式(5)より現在の時刻 t の加速度 $\ddot{\mathbf{u}}^t$ を求めこれらを順次数値積分することにより速度 $\dot{\mathbf{u}}^t$ 、変位 $\mathbf{u}^t$ そして要素の座標を求めることができる。また、回転についても同様に式(6)から求めることができる。

個別要素法においては多角形要素が用いられる場合もあるが、多角形要素では流動する要素間ごとの接触判定が複雑で判定演算に非常に時間を要する。本研究では連続体を解析対象とするため、特に多角形要素を用いる利点がないため、取り扱いが非常に簡単な円筒要素を用いることにした。円筒要素を用いた場合、半径 r_i 、 r_j とする要素 i と j を考えると2つの要素が接触する条件は

$$R_{ij} \leq (1 + \gamma)(r_i + r_j) \quad (7)$$

で表される。ここに、 R_{ij} は要素 i および j の中心間距離であり、 γ は破壊基準により定まる係数($\gamma \geq 0$)である。

また、モルタルの塊の接触する2要素 i および j 間の力学的関係を図-5に示すようにモデル化できるものと仮定する。すなわち接点の法線方向に関しては弾性ばね(ばね定数 k_n)とダッシュポット(減衰定数 C_n)を、同様に接線方向には弾性ばね(ばね定数 k_s)ダッシュポット(減衰定数 C_s)をそれぞれ並列に配置する。なお、弾性解析では、法線方向に関しては、ばねは引張に対しては抵抗するものとし、また接線方向に関しては滑動しないものとした。

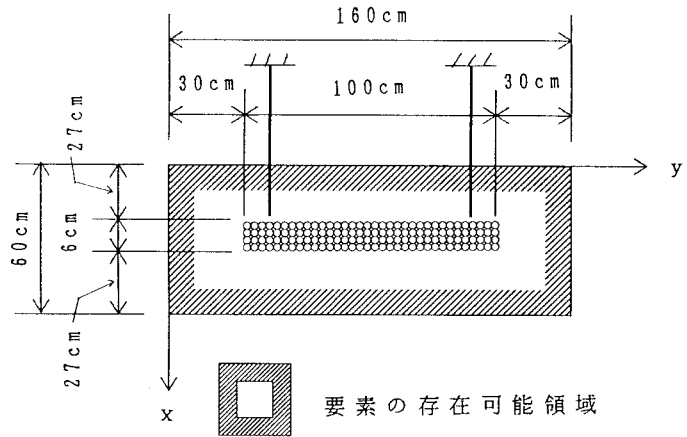


図-6 モルタル角柱の要素分割

3. 2 解析結果

個別要素法は、ラグランジェ的に個々の要素の運動を追跡する方法であるため、各時刻における要素位置が解析を進める基本データとなる。特に破壊により大きな変形が生ずる場合要素の存在位置がより重要となる。そこで、図-6に示すように要素の存在領域を $60\text{cm} \times 160\text{cm}$ と定め、奥行きを 6cm とした2次元モデルの円筒要素を用いることにする。また、接触判定の計算時間短縮のために、高さ方向、幅方向を要素分割数に比例して分割した。以後、このモデルを基本として数値計算を進める。なお、ここでは、簡単のために減衰定数 C_n 、 C_s は零とした。また、時間増分 Δt は質量 m の質点がばね定数 k_n のばねを上下に有する1自由度系の

固有周期 $T = 2\pi \sqrt{m/2k_n}$ を基準として定め、解析することにする。なお、ばね定数は以下の式で表されるものと仮定した。

$$k_n = \frac{EA}{2r} \tag{8}$$

$$k_s = \frac{k_n}{2(1+\nu)} \tag{9}$$

ここに、 E は縦弾性係数、 r は円筒要素半径、 A は円筒要素の投影面積 ($=2rd$)、 d は円筒要素の長さ、 ν はポアソン比である。

(1) 弾性範囲内での理論解との比較

実験値との比較の前に、縦衝撃問題を解析でどの程度近似できるかを検討するために、まず、一端固定棒の弾性範囲での理論解

との比較を行った。図-7に示すような一端固定棒に対して図-8に示すステップ荷重を作用させた ($P_0=600$ kgf)。ここでは、要素分割数による影響につ

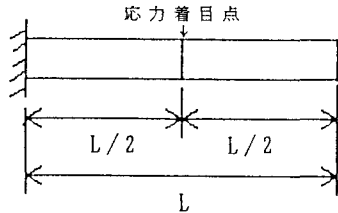


図-7 一端固定棒

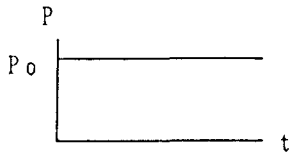


図-8 ステップ荷重

いて検討する。要素分割数は66個 (2段×33)、268個 (4段×67)、1064個 (8段×133) の3種類を用い $\Delta t = T/20$ で解析した。図-9は本解析と理論解による棒中央の応力の応答曲線を示したものである。この図において応力は荷重 P_0 を静的に载荷した時の応力 $\sigma_0 = P_0/A$ で無次元化し、時間は式(2)で表わされる基本周期 τ で無次元化した。計算は 10τ まで行った。応力は、理論解では規則的な矩形波であるが本解析ではち上がり後、振動しながら理論解に近づいていく。本解析が初期値問題として差分法によっているため、時間の経過とともに応力値は理論解からわずかに外れていく傾向が認められるが、位相のずれはどれもほとんどない。これは、ばねが一定値であるが要素が粗い場合すなわち要素間距離が大きくなると要素質量が増加するため、応力波の伝播速度に変化がないものと考えられる、この図において応力は要素分割数が多くなるほど振動成分の周期が小さくなり、理論解の矩形波に近づくことがわかる。

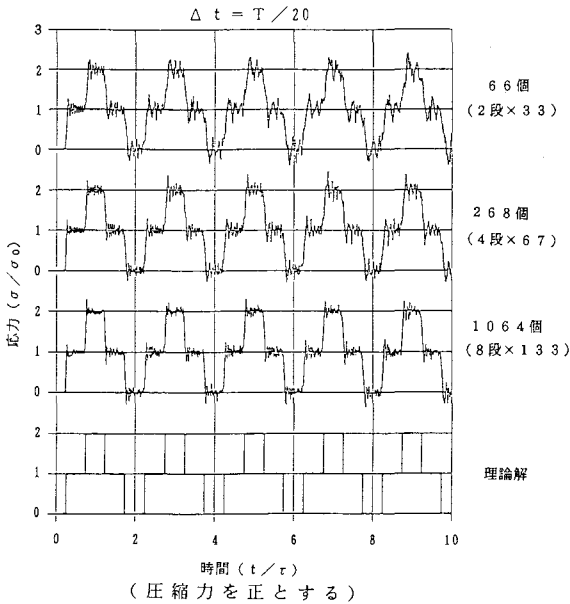


図-9 応力の応答曲線

(2) 非破壊時の解析結果と実験値との比較

モデル化は(1)の解析結果に基づいて、時間分割 $\Delta t = T/20$ 、要素分割数は405個 (5段×81) を用い、右端中央の要素に力を加えた。諸定数のうち試験体の寸法は実験で用いた試験体の値を、弾性係数は圧縮試

験で得られた値を用いた。本解析で入力する荷重は、2.2で示した実験で得られた打撃面における荷重を用いた（図-2参照）。図-10に打撃面から40cmと80cmの位置の実験値と特性曲線法による理論解と本解析の応力の応答曲線を示す。立ち上がりは実験値に比べ理論値と解析値がやや遅れることがわかる。また位相については時間の経過とともに理論値と解析値が実験値と少しずつずれていくことがわかる。しかし、本解析結果は、実験値を良くシミュレートしていると考えられる。

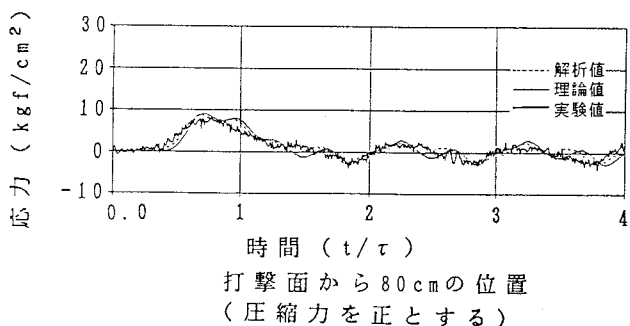
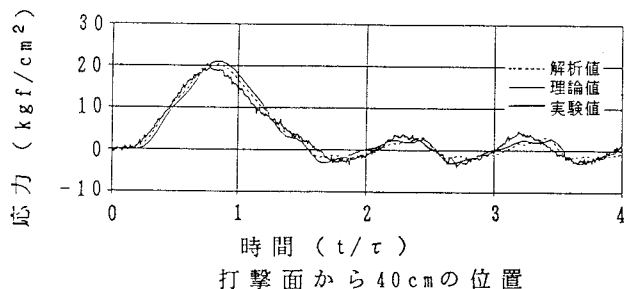


図-10 解析応答波形と実験応答波形

(3) 破壊を考慮した解析結果

解析に用いたモルタルの構成関係については、圧縮破壊を考慮せず、引張特性に対しては引張強度に達した後、破断するものと仮定した。すなわち式(7)に示したように γ により接触判定を行っている。なお、解析では、(2)と同様に要素分割数を405個（5段×81）、時間分割 $\Delta t = T/20$ で行った。

荷重としては図-11のように載荷時間の短い衝撃荷重が作用した場合（ $P_0 = 600 \text{ kgf}$ ）を考えた。図-12(a)は破壊状況を示したものである。なお、この場合の引張強度は 16.0 kgf/cm^2 とした。破壊した位置は、打撃面から77.8cmの位置であり、破壊した時刻は、 $t/\tau = 0.627$ である。載荷時間は $t/\tau = 0.0 \sim 0.25$ であるので最初の圧縮波が引張波にかわる $t/\tau = 0.625$ 以降に、モルタル角柱内に引張応力が存在することになる。図-12(b)は、それぞれ打撃点から20cm、40cmと90cmの位置での応力波形を示したものである。なお、参考のために弾性解析結果も示した。破壊した位置に近い打撃面から90cmでの応力では、最初に引張破壊が生じた時刻以降、弾性解と比較して応力波伝播の周期が短くなっていることがわかる。これは破壊により左側に長さの短いモルタル角柱が分離したためである。また、破壊した位置から離れた打撃点から40cmの位置においても、破壊が起こった時刻より少し遅れてやはり周期の変化が認められる。このように本解析方法によると、2.2で示した実験結果で認められた破壊時の応力挙動の傾向を再現できることわかる。

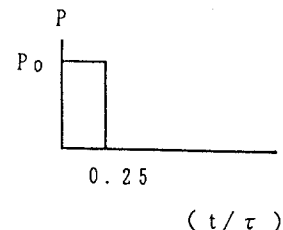


図-11 仮定した衝撃力

(4) エネルギーの時間変化

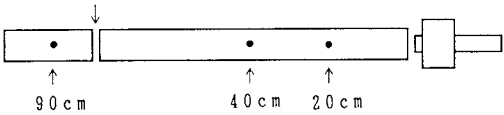
図-13は、図-11に示した衝撃荷重を受けた場合の個別要素法により計算されたモルタル角柱のエネルギーの時間変化について示したものである。図-13(a)は弾性解析結果を示したものであるが、荷重作用時（ $t/\tau = 0 \sim 0.25$ ）には角柱内の応力波の伝播に伴い、ひずみエネルギーならびに運動エネルギーは、時間に比例して増加し、荷重が作用しなくなった時点（ $t/\tau = 0.25$ ）で一定値となる。それは、応力波が自由端に達するまで保たれる。応力波が自由端に達して引張応力に転じると圧縮応力と打ち消しあってひずみエネルギーは減少し、運動エネルギーは逆に増加する。ある時点（ $t/\tau = 0.625$ ）で無応力状態になり運動

エネルギーは最大値を示す。その後引張応力の伝播により、再び歪エネルギーが増加し、一定値に達する。あとは同様な挙動が繰り返されることがわかる。また、図-13(b)は破壊を考慮したときのエネルギーの時間変化を示したものである。引張破壊が生じた後、明らかに弾性結果と異なる変化を示していることがわかる。このように、エネルギー的にも本解析法の妥当性が確認できた。また、本方法によれば破壊も含めてエネルギーの変化の追跡が容易に行えることが明らかとなった。

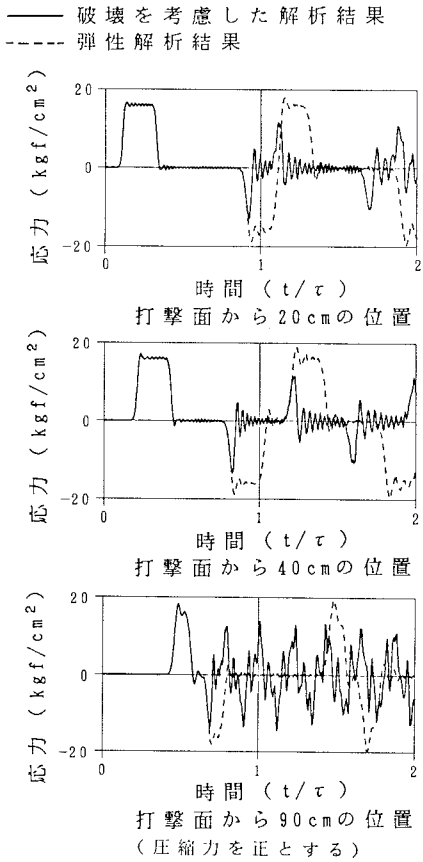
4. 横衝撃問題への適用

4.1 解析方法

ここでは、横衝撃を受けるはりについて個別要素法を適用してみることにする。解析対象としたはり、図-14に示す長さ200cmで高さ20cm、奥行き15cmの単純はりであり、中央に集中荷重が作用するものとした



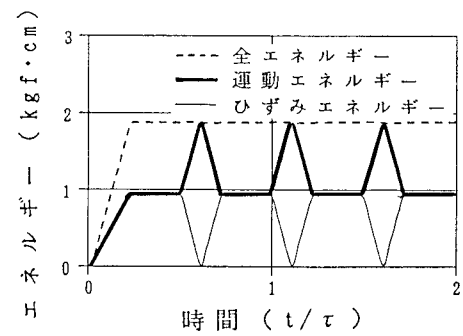
(a) 破壊状況



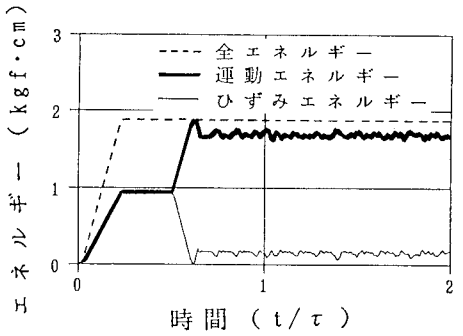
(b) 応力波形

図-12 破壊を考慮した解析結果

($P_0=2000\text{kgf}$)。なお、解析に用いるばね定数の基準値としては、式(8)と式(9)に示した k_n 、 k_s を用いることにした。また、重力の影響は無視するものとした。



(a) 弾性解析結果



(b) 破壊を考慮した解析結果

図-13 縦衝撃によるエネルギーの時間変化

4. 2 解析結果および考察

(1) 要素分割の影響

図-15は、図-8に示したものと同じく単純はりのスパン中央に大きさ P_0 のステップ荷重が作用させた場合のスパン中央点の下縁の鉛直方向変位の時間変化を示したものである。要素半径が異なる5種の場合について示している。なお、図中に示した理論解とは、次式で表される変位の級数解である¹³⁾。

$$\delta(x, t) = \frac{2P_0 L^3}{\pi^4 E I} \sum_{i=1,3,5,\dots} \frac{(-1)^{(i-1)/2}}{i^4} \sin \frac{i\pi x}{L} (1 - \cos p_i t) \quad (10)$$

ここに、 $p_i = i^2 \pi^2 / L^2 \sqrt{EI / \rho A}$ 、 $E I$ ははりの曲げ剛性、 ρ は密度、 A ははりの断面積、 x は支点から部材軸方向の座標、 t は時刻である。これより、要素半径が大きい場合、理論解に比べ応答変位は小さく、周期も短くなっているが、要素半径をある程度小さくして、要素数が多くなると理論解に収束している。式(8)と式(9)の基準ばね定数を用いてはりの横衝撃のシミュレーションを行なう場合には、はり高方向に20近くの要素分割が必要ことがわかる。個別要素法は離散化解析手法の一種であるため、剛体ばねモデルの場合と同様に理論的に連続体解析におけるばね定数を決定することは困難である。そこで、要素分割が粗い場合の適用について次のようなばね定数の使用を検討してみることとする。

$$k'_n = \alpha k_n = \alpha \frac{EA}{2r} \quad (11)$$

$$k'_s = \alpha k_s = \alpha \frac{k_n}{2(1+\nu)} \quad (12)$$

ここに、 k_n 、 k_s は式(8)と式(9)により表わされる基準ばね定数であり、 α は要素分割に関する修正係数である。

図-16は、試行錯誤法により求めた要素分割に関する修正係数 α とそれらの修正係数を用いた解析結果を示したものである。また、図-17は、図-14に示したCASE3の場合に修正係数 α を用いた場合の変位分布の時間的変化を示したものである。なお、図中の T ははりの固有周期である。級数理論解とよく一致していることが確認できる。これより、比較的粗い要素分割の場合であってもこの修正係数 α を用いれば、よい精度で横衝撃を受け

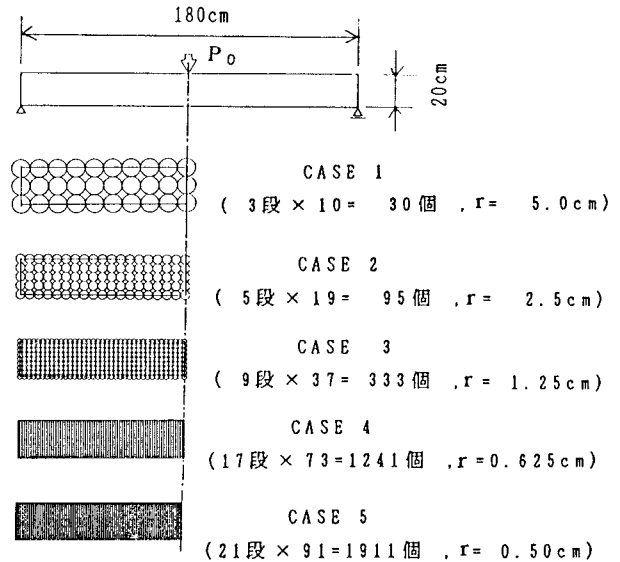


図-14 解析に用いた横衝撃を受けるはり要素分割

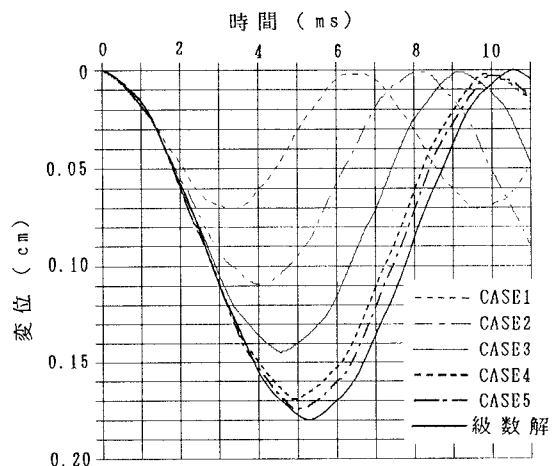


図-15 はりのスパン中央変位の応答曲線

るはりの挙動を解析できることがわかる。

(2) 要素配列方法の影響

個別要素法においては、要素配列の方法がいろいろ可能であるが、以上の議論で使用した配列方法以外のものとして最も密な配列を用いた場合について、上述の方法と同様に検討した。図-18は、それらの結果の一例を示したものである。なお、図中の配列Aとは以上の議論で用いてきた配列であり、配列Bとは最も密な配列方法である。基準ばね定数をそのまま用いた結果と修正係数を用いた場合のものについて結果を示している。なお、配列Bの場合には、次のようなばね定数を用いている。

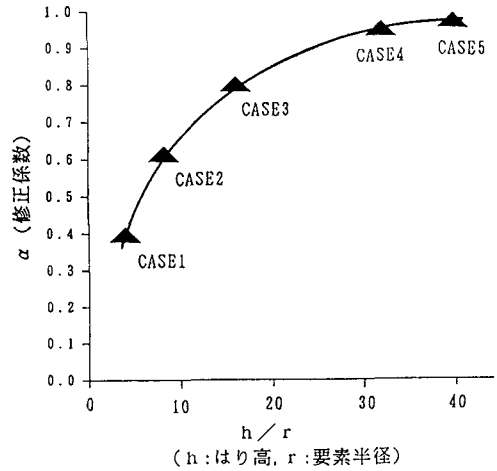
$$k_n' = \beta k_n = \alpha \beta \frac{EA}{2r} \quad (13)$$

$$k_s' = \beta k_s = \alpha \beta \frac{k_n}{2(1+\nu)} \quad (14)$$

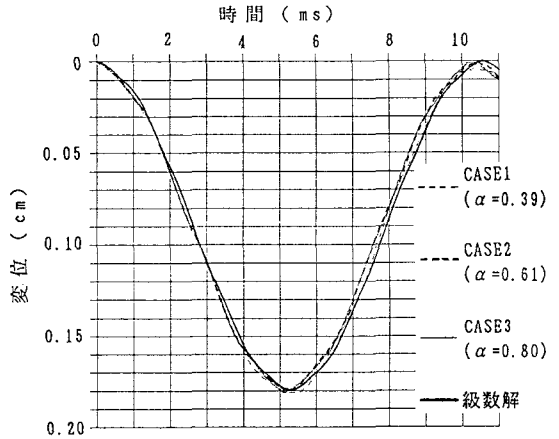
ここに、 β は配列方法に関する修正係数であり、図-14に示したものとじはりの横衝撃問題について試行錯誤法により、 $\beta=1.1$ 程度の値を得ている。配列方法が異なってもこのような配列形式に関する修正係数を用いれば十分な精度で適用可能なことがわかる。このように個別要素法では配列形式によりある方向性を持ったばねを用いることになるため、特殊な問題への適用に際してはここで示したような理論値との検証あるいは実験値との照合を行うことが必要と考えられる。

(3) 実験値との比較

図-19は著者らが行なった衝撃試験に用いた鉄筋コンクリートはりの供試体と荷重波形を示したものである。実験は、ロードセルを取り付けた重錘を自由落下によりこのはりのスパン中央に衝突させて行なっている¹⁴⁾。なお、コンクリートの縦弾性係数は $2.70 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ 、圧縮強度は 296 kgf/cm^2 、引張強度は 33 kgf/cm^2 であり、使用した鉄筋(SD30, D16)の縦弾性係数は、 $2.10 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、降伏強度は 4354 kgf/cm^2 である。



(a) 要素分割に関する修正係数 α



(b) 修正係数 α を用いた変位応答

図-16 修正係数 α と解析結果

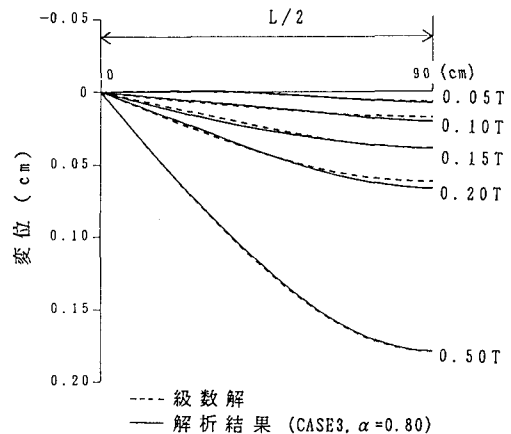


図-17 変位分布の時間変化

解析では、供試体を半径1.5cmの要素238個(7段×34個)でモデル化した。なお、コンクリートの破壊条件としてモール・クーロンの条件を用い、内部摩擦角を 37° 、粘着力を 24.9 kgf/cm^2 とした。また、鉄筋に関しては、鉄筋配置位置の要素に鉄筋の軸方向ばねだけを重ね合わせて考慮した。鉄筋の軸方向の応力が降伏点に達すると鉄筋は降伏するものとし、ひずみ硬化は無視し、鉄筋とコンクリートの付着破壊は生じないものとした。図-20は、はりの2つの断面における変位の時間変化を示したものである。これより、打撃点であるA点の変位は、解析値の方がやや大きくなっているが、B点ではよく実験結果と一致しており、良くシミュレートしていることがわかる。また、図-21に示したひびわれ図において支点と載荷点の間に認められたのはり上面からのひびわれなども、解析により得られた変形図から確認できた。なお、変形図に

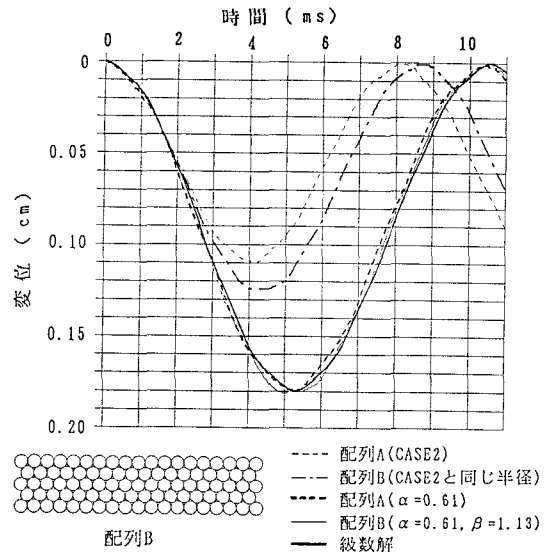


図-18 配列形式が異なる場合の変位応答

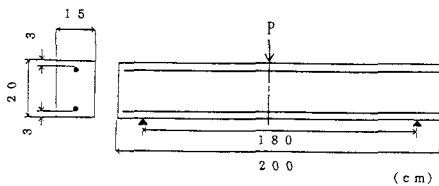
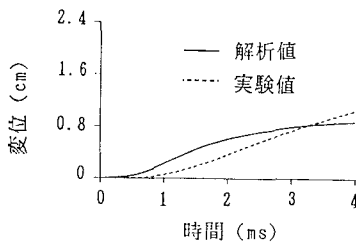
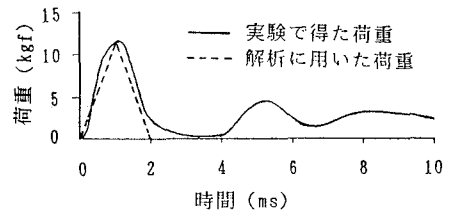
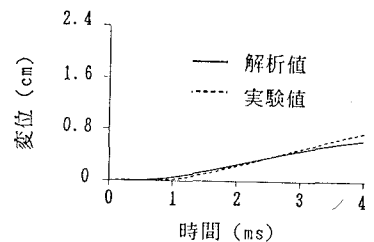
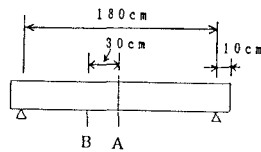


図-19 鉄筋コンクリートはりの衝撃試験



(a) 断面A



(b) 断面B

図-20 変位の時間応答

おいては変形状況を明確にするため、要素を正方形で表し、変位成分を50倍にして表している。

今後さらに動的な構成関係の解明と個別要素法におけるそのモデル化に対する研究が必要と考えられるが、本解析法が横衝撃を受ける鉄筋コンクリートはりの破壊現象解析にも有効な方法であることが確認できたと考えている。

5. 結 論

本研究では粒状体の解析に用いられてきた個別要素法を進展させ、連続体の衝撃問題への適用について検討した。すなわち基本的なものとして縦衝撃問題と横衝撃問題を取り上げ、実験結果との比較も含めて、その適用方法とその適用性についての議論した。本研究で得られた結果は以下のようにまとめられる。

1) 実験結果や理論解との照合により、連続体の縦衝撃問題(1次元波動問題)を、本方法を用いて十分よい精度で解析できることを示した。また、エネルギー

の流れの追跡も容易に行え破壊を生ずる場合でも有効な解析方法であることを示した。

2) 横衝撃を受けるはりに用いる場合の要素分割の影響や配列方法の影響を明らかにし、本方法の適用方法とその有効性を示した。また、今後さらに動的な構成関係の解明と個別要素法におけるそのモデル化に対する研究が必要と考えられるが、本方法が横衝撃による破壊現象に対しても適用可能なことを示した。

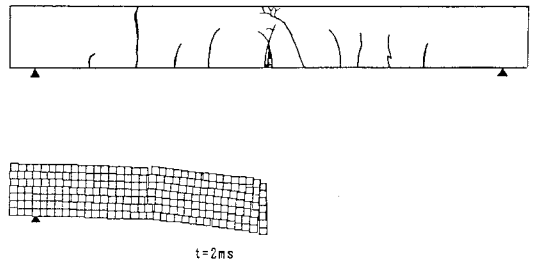


図-21 はりのひびわれ状況と解析により得られた変形図

参考文献

- 1) 日経BP社：日経コンストラクション創刊号，pp.28-34，1989年8月。
- 2) 園田恵一郎：限界状態設計法とロックシェッドの設計，北陸道路研究会35周年記念シンポジウム論文集，pp.22-34，1988年10月。
- 3) 園田佳巨，佐藤紘志，石川信隆：エネルギー基準による落石覆工上のサンドクッション厚の算定法に関する一考察，構造工学論文集，Vol.37A，pp.1617-1626，1991年3月。
- 4) 吉田博，榎谷浩，岡衛：落石覆工屋根上への落石による荷重特性について，土木学会論文集，No.362，pp.461-470，1985年10月。
- 5) 榎谷浩，御嶽譲，梶川康男：鋼製ロックシェッド上への落石衝突実験とエネルギー分担に関する一考察，構造工学論文集，Vol.37A，pp.1627-1636，1991年3月。
- 6) 土木学会：土木技術者のための振動便覧，土木学会，pp.183-237，1985年10月
- 7) 榎谷浩，吉田博，園田恵一郎，上林厚志：個別要素法の落石衝撃問題への適用について，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，日本鋼構造協会，第13巻，pp.495-490，1989年7月。
- 8) 園田恵一郎，榎谷浩，上林厚志：衝撃問題に対する剛体バネモデルを用いた陽的解法の適用性について，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，日本鋼構造協会，第13巻，pp.491-496，1989年7月。
- 9) K. Meguro, M. Hakuno: Fracture analysis of concrete structures by the modified distinct element method. Structural Eng./Earthquake Eng. Vol.6, No.2, pp.283s-294s, Oct. 1989.
- 10) 林卓夫，田中吉之助：衝撃工学，日刊工業新聞社，pp.235-236，1988年10月。
- 11) 木山秀郎，藤村尚：カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析，土木学会論文報告集，No.333，pp.137-146，1983年5月。
- 12) 吉田博，榎谷浩，今井和昭：個別要素法による敷砂上への落石の衝撃特性に関する解析，土木学会論文集，No.392，pp.297-306，1988年4月。
- 13) L. Meirovitch (砂川恵訳)：電子計算機活用のための振動解析の理論と応用，ブレイン図書出版，pp.181-217，1984年10月。
- 14) 柴田豊，榎谷浩，梶川康男：重錘落下により衝撃を受ける鉄筋コンクリートはりの実験について，土木学会第46回年次学術講演会講演概要集，第1部，pp.1034-1035，1991年9月。

(1991年9月30日受付)