

個別要素法によるモルタル片持りの衝撃応答解析

Impact Response Analysis of a Mortar Cantilever by the Distinct Element Method

下田義文* 鈴木真次** 石川信隆*** 古川皓平****

By Yoshifumi SHIMODA, Shinji SUZUKI, Nobutaka ISHIKAWA and Kohei FURUKAWA

This paper presents an impact response analysis for the collision behavior of a mortar cantilever by using the Distinct Element Method (DEM). The object of this study is to provide the fundamental data for the impact design of concrete Sabo dam under a huge stone in the debris flow. At first, a mortar cantilever is modelled by circle rigid elements with an extended spring and a dashpot connecting with two elements. Then, the spring parameters k_n , k_s are determined by using the new idea of the effective contact area and material properties. Finally, a mortar cantilever under a steel ball has been analyzed by the DEM. The collision behavior by the numerical analysis is relatively in good agreements with experimental results. It is also noted that the 2nd mode as well as the 1st mode has been found by the micro-analysis of the DEM in the case of the impact velocity $V_0=5.5$ m/sec.

1. 緒言

土石流防護のために急流河川域にコンクリート製砂防ダムが建設されているが、土石流中の巨礫によってコンクリート製砂防ダムの袖部がしばしば破壊される例がみられた。土石流は、土砂と水との混合体が速度 $3 \sim 20$ m/sec で流動するもので、その流れの先端に多くの巨礫を含んでいることが知られており、その直径は 3 m 以上になることがある。これらの巨礫が砂防ダム袖部に衝突するときの衝撃現象は、先の衝撃模型実験¹⁾ および 2 質点系モデルを用いてその一部を解明した。しかし、振動の 1 次モードのみと衝突点の局部ばねを考慮した 2 質点系モデルでは袖部の減衰定数が $h=0.43$ と大きな値となってしまう、より詳細にその衝撃現象を検討する必要がある²⁾。

そこで、本研究は、近年コンクリート構造物の破壊現象の解析手法として有効であると考えられている個別要素法^{2), 3), 4)} の考え方をほぼ踏襲して、次の点を考慮して解析した。

①連続体を個別要素にモデル化するため、要素間の空間に結合判定パラメータを導入し、連続体の結合を決定する。

②要素間に有効接触面積 A_{1j} の概念を導入し、要素の材料定数を連続体の材料定数であるヤング率 E 、ポア

*	八千代エンジニアリング(株)	水工部副部長	(〒153 東京都目黒区中目黒1-10-21)
**	防衛大学校	理工学研究科学生	(〒239 神奈川県横須賀市走水1-10-20)
***	工博 防衛大学校	土木工学教室	(〒239 神奈川県横須賀市走水1-10-20)
****	工博 山口大学	工学部社会建設工学科	(〒755 山口県宇部市常磐台2557)

ソン比 ν 等で決定する。

③連続体（本研究ではモルタル）の引張限界ひずみ ε_L に対応する引張限界力 e_{nL} をもって弾性限界と定義する。

④鋼球の衝突点に局部ばねとダッシュポットを導入し、衝撃力を算定する。

以上の点に基づいて、個別要素法による衝撃応答解析プログラムを開発し、鋼球を受けるモルタル片持ばりの破壊現象を詳細に把握することにより、コンクリート製砂防ダム袖部の設計に対する基礎的資料としようとしたものである。

なお、本研究では以下の仮定を用いる。

①モデル化する物体は、均一な連続体と見ることができる。

②個別要素は、円要素とし、ここではモルタル片持ばりの個別要素の半径は全て一定とする。

③各要素は、XY方向、XY面内回転以外挙動しない。

④各要素は、剛体とし変形しない。また、作用力はばねを用いて伝達される。

2. 基本的な考え方と入力定数の決定法

(1) 解析モデルと連続体としての結合判定

モルタルは、骨材がないため均一な連続体と見ることができるがこれを図-1のように、剛体円要素の集まりとし、それらの要素間ばねとダッシュポットにより力が伝達されるものとする。ここでは、要素の座標や重力のつり合いを容易に与えることができるような規則配列のみを考慮した。しかし、各円要素で作られるモデルは、互いに接触していても空間が生じてしまうので、ここでは、コンクリート等の連続的な物体を離散化的な円要素にモデル化するために用いられる、連続体としての結合ばね（間隙ばね²⁾に類似）の考え方を導入した。ただし、ここではモルタルを対象としているため、文献(2)のコンクリートを対象とした骨材を個別要素とはしていない。つまり、連続体としての結合挙動を示すばねで力学的つながりを持たせるため、結合パラメータ β を導入することにより、次式のような結合判定条件を満足するとき、2つの要素 i と j は結合しているものと判定する。

$$\beta (r_i + r_j) \geq R_{ij}^0 \quad \dots\dots (1)$$

ただし、 r_i, r_j ：要素 i, j の半径、 R_{ij}^0 ：要素 i, j 間の初期距離、

$$\beta$$
：結合パラメータ、 $R_{ij}^0 = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$ 、

x_i, y_i ：要素 i の x, y 座標値、 x_j, y_j ：要素 j の x, y 座標値、

ここで、結合パラメータ β の値の決定が問題となるが、図-3で示すように要素半径が一定（ $r_i = r_j = r$ の場合、 r は要素半径）の際には、幾何学的に $1 \leq \beta < \sqrt{3}$ の範囲が決められる。

(2) 連続体間の作用力

2つの要素が、連続体としての結合状態において、法線方向に接近または離れる場合の作用力を表すため、図-4に示すようにばね k_n とダッシュポット η_n を導入する（図-5参照）。また接線方向にも同様にばね k_t とダッシュポット η_t を設け、クーロンの摩擦すべり条件（図-6参照）を満足するスライダーによって、塑性的な挙動を表すようになっている。

(3) 再接触および衝突による作用力

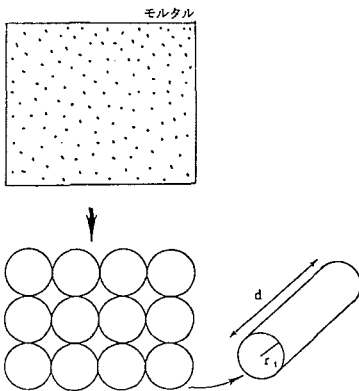


図-1 解析モデル

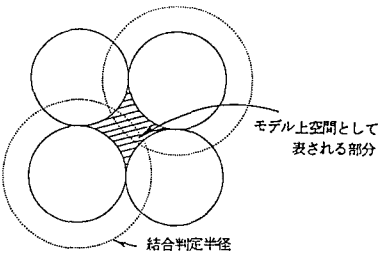
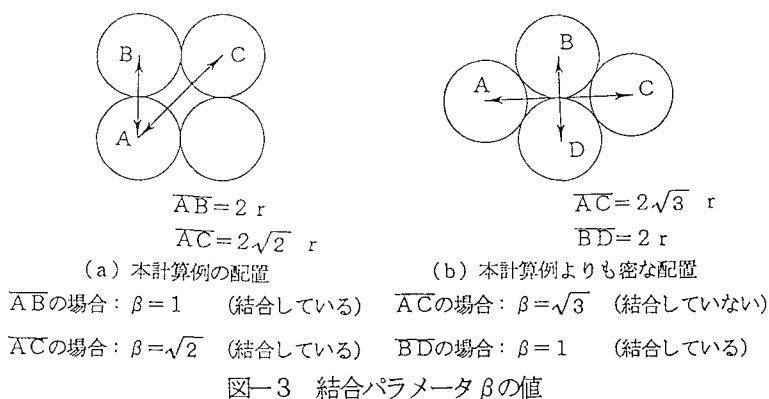


図-2 結合判定半径



(a) 再接触

衝撃問題では、クラックが入った物体のクラックが閉じる状態も考えなければならない。したがって、連続体としての結合があった要素どうしの破壊後の再接触の判定は次のように考える。

$$R_{ij}^0 \geq R_{ij} \quad (\text{再接触}) : [e_n]_t = k_n (R_{ij}^0 - R_{ij})$$

$$[d_n]_t = \eta_n \Delta u_n / \Delta t \quad \dots \dots (2)$$

ただし、圧縮を正とする。また、 k_n 、 η_n : 法線方向のばね定数と減衰係数、 R_{ij}^0 : 初期の要素間距離、 R_{ij} : 時刻 t の要素間距離、 Δu_n : 法線方向の相対変位 (接近を正)。

(b) 鋼球の衝突による衝撃力

鋼球等の衝突による衝撃力も図-4のようなばね、ダッシュポットおよびスライダーで表す。衝撃力においては、従来の個別要素法と同様に引張抗力を認めず、粘着力も $C=0$ となる。

(5) 運動方程式の解法

個々の要素ごとに水平、垂直および回転に関する運動方程式をオイラー法⁵⁾を用いて数値的に解く。その解法は、従来の個別要素法と全く同じである。

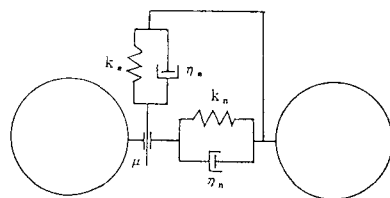


図-4 連続体としての結合または接触におけるばね、ダッシュポットおよびスライダー

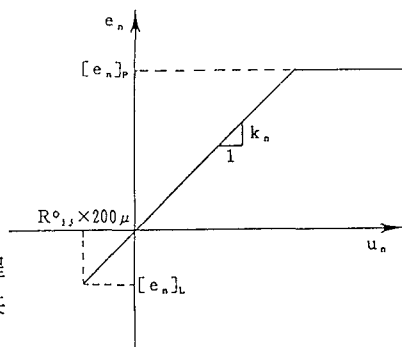


図-5 法線方向の結合ばねの破壊

3. 入力定数の決定法

(1) 材料定数 k 、 η の決定

要素モデルの材料定数 k 、 η は、以下のようにモルタルの材料定数であるヤング率 E やポアソン比 ν 等を用いて決定した。まず、全ての要素モデルを等円と仮定すると2つの要素 i 、 j 間には、図-7 (a)、(b) に示すように、(a) 離れている場合と (b) 接触している場合とではばね定数 k の値が異なると考えられる。よって、ここではばねが有効に作用する接触面を考え、この接触面積を有効接触面積 A_{ij} と名づける。この A_{ij} の値は表-1 の Case 1, 2, 3 の要素配置によって異なる。

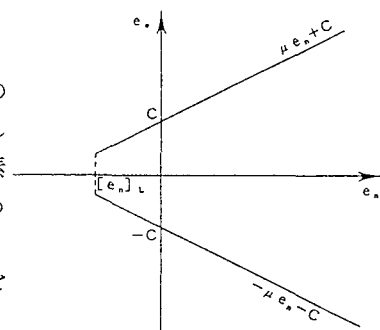


図-6 接線方向の結合ばねの破壊条件

るが、次式のように一般表示される。

$$A_{ij} = \ell \cdot d = 2rd \cdot \alpha \quad \dots\dots (3)$$

ただし、 ℓ ：有効接触面、 d ：円柱要素の柱の長さを示し、これを要素幅とする、 α ：有効接触面積パラメータ ($0 \leq \alpha < 1$) で $2rd$ を低減しており、表-1 のように与える要素の配置により幾何学的に決定される (付録 I 参照)。この A_{ij} を用いて法線方向ばね力 e_n と接線方向ばね力 e_s がそれぞれ次式のように算出される。

$$e_n = \sigma_n A_{ij} = E \varepsilon A_{ij}$$

$$= E \frac{u_n}{R^{\circ}_{ij}} A_{ij}$$

$$(= k_n u_n)$$

$$e_s = \gamma G A_{ij}$$

$$= \frac{u_s}{R^{\circ}_{ij}} \frac{E}{2(1+\nu)} A_{ij} \quad \dots\dots (4)$$

よって、式 (4) よりばね定数 k_n 、 k_s (または低減

率 s) は、次式によって決定されることになる。

$$k_n = \frac{E \cdot A_{ij}}{R^{\circ}_{ij}}, \quad k_s = \frac{E \cdot A_{ij}}{R^{\circ}_{ij}} \frac{1}{2(1+\nu)} = k_n \cdot s \quad (s = \frac{1}{2(1+\nu)}) \quad \dots\dots (5)$$

また減衰係数 η_n 、 η_s は減衰定数 h を与えることにより、次式のように求められる。

$$\eta_n = 2h\sqrt{m \cdot k_n}$$

$$\eta_s = 2h\sqrt{m \cdot k_s} \quad (= \eta_n \sqrt{s}) \quad \dots\dots (6)$$

(2) その他のパラメータの決定

引張限界応力 $[e_n]_L$ は、引張限界ひずみ ε_L を用いて次式によって算出される。

$$[e_n]_L = -E \varepsilon_L A_{ij} \quad \dots\dots (7)$$

ここで、 ε_L は先の実験結果より $\varepsilon_L = 200 \mu$ を用いた。また、円柱要素の密度 ρ' は、連続体の密度 ρ を用いて次式により求められる。

$$\rho' = \rho \frac{V}{\pi d \sum r_i^2} \quad \dots\dots (8)$$

ただし、 V ：モデル化前の体積さらに粘着力 C については、直接せん断強度 τ_s を用いて次式によって算出する。

$$C = \tau_s A_{ij} \quad \dots\dots (9)$$

なお、時間増分 Δt については文献²⁾と同様に次式を参考とした。

$$\Delta t < \frac{(R_{ij})_{\min}}{V} \quad \dots\dots (10)$$

ただし、 V ：波動伝播速度、 $(R_{ij})_{\min}$ ：2つの要素間の最小距離。

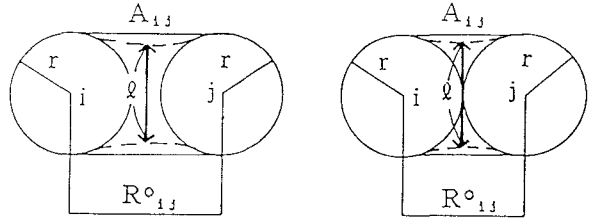


図-7 有効接触面

表-1 有効接触パラメータ α の値

	Case 1 (密な配置)	Case 2 (本計算例の配置)	Case 3 (その他の配置)
配 置			
α の 値	AB, BC, AC の場合 $\alpha = \tan 30^\circ$ ($= \frac{1}{\sqrt{3}}$)	AB, BD の場合 $\alpha = \tan 30^\circ$ AD の場合 $\alpha = \tan 15^\circ$	AB の場合 $\alpha = \tan 30^\circ$ AD の場合 $\alpha = \tan(a^\circ/2 - 30^\circ)$ BC の場合 $\alpha = \tan(60^\circ - a^\circ/2)$

4. 衝撃応答解析法の手順

以上の諸式を用いて衝撃応答解析を行うには、図-8のようなフローチャートにしたがって計算することになる。すなわち、

- ①まず各要素の座標 x, y 、要素幅 d 、材料のヤング率 E 、ポアソン比 ν 、引張限界 ε_L 、直接せん断強度 τ_g 、減衰定数 h 、内部摩擦角 ϕ ($=\tan^{-1} \mu$)、衝突物の重量 m 、ばね定数 k 、時間増分 Δt 、結合判定パラメータ β を入力する。
- ②次に、モルタル円要素の位置から、結合パラメータ β により連続体としての結合ばねの位置を決定する。
- ③重力を作用させ静止に至るまで計算させる。または重力によるつり合いを与える。
- ④③の終了状態を解析の開始とし、衝突物体を衝突させる。
- ⑤各要素間の作用力を算出し、オイラー法により加速度、速度、変位を求める。
- ⑥時刻 $t = t + \Delta t$ として、破壊に至るまでまたは衝突物体がはねかえるまで計算を続ける。

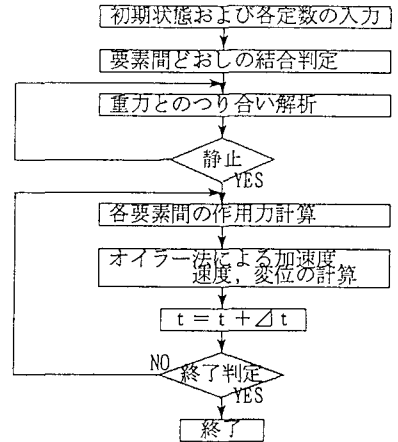


図-8 個別要素法による衝撃応答解析の計算フローチャート

5. 数値計算例および考察

(1) 計算モデル

先の実験で⁴⁾で用いた図-9に示すようなモルタル片持ばりを図-10に示すように100個の移動要素

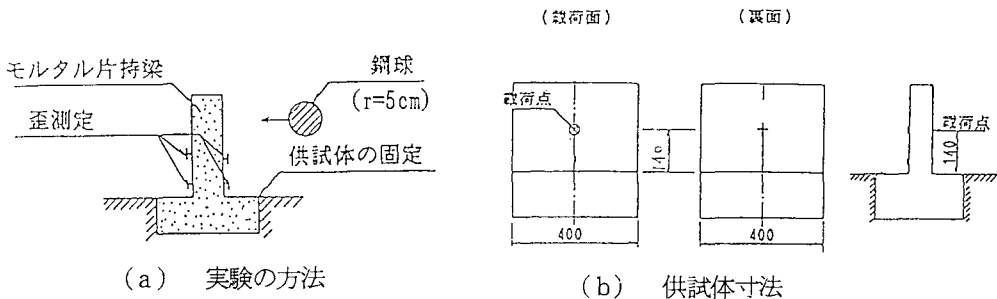


図-9 実験方法および試験体寸法

と15個の固定要素、さらに鋼球要素とにモデル化して解析を行う。計算で用いる k, η 等は、3.の入力定数の決定法にしたがい表-2に示す材料定数を用いた。表の E, ν, σ_p は圧縮強度試験、 τ_g は σ_p より算出⁶⁾し、 ϕ は他の研究^{3), 4)}を参考に求めた。また、衝突物体の重量は実験で用いた鋼球の重さの $4.11 \times 10^3 \text{ gf}$ とした。さらに、局部ばねの k_s については静的めり込み試験を参考に決定した。以上の入力定数を与えて、図-8に示すような計算フローチャートにしたがって計算した。

(2) 破壊挙動

図-10に示した解析モデルを用いて、モルタル片持ばりの衝撃応答解析を行い、図-12および13に示すような時間経過ごとの破壊挙動と作用力分布が得られた。図-12(a)は衝撃速度 2.6 m/sec 、

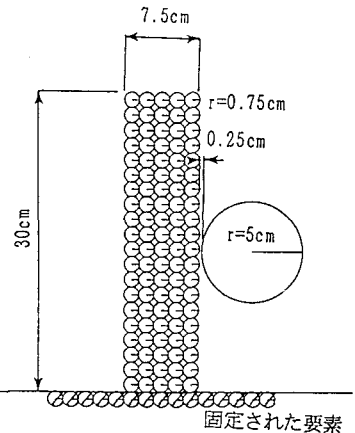


図-10 解析モデル

図一 1 3 (a)は衝突速度5.5m/secの破壊挙動を示したもので、図中の要素間の線は要素どうしが連続体として結合をしていることを示している。

表一 2 解析に用いた材料定数
および入力パラメータ

モルタル	
ヤング率E	$1.5 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$
ポアソン比 ν	0.2
引張限界	200μ
直接せん断強度 τ_0	47.0 kgf/cm^2
減衰定数h	0.05
内部摩擦角 ϕ	37°
最大圧縮強度 $\sigma_{pA_{11}}$ ($= [e_n]_p / A_{11}$)	248.0 kgf/cm
衝突物体	
重量	4.11kgf
ばね定数 k_n	470kgf/cm
その他	
時間増分 Δt	$1.0 \times 10^{-6} \text{ sec}$
結合パラメータ β	1.42

実験では、図一 1 1 に示すように2.6m/secと5.5m/secとではやや異なる破壊形態を示したが、解析においても同じように異なる破壊が見られた。すなわち、まず図一 1 2 (a)の衝突速度2.6m/secでは、根元部の衝突面側からのひび割れの発生と衝突点周辺の一部の破壊があり、根元部分のクラックが徐々に大きくなっていく様子がわかる。そして、他の部分には破壊が起こらずに最終的には片持ばりは転倒していくことになり、実験の破壊形態 (図一 1 1 (a)) とほぼ良く一致することが認められた。一方、図一 1 3 (a)の衝突速度5.5m/secでは、根元部の衝突面からのひび割れと衝突点の裏からのひび割れがほぼ同時に発生しており、さらに、根元部の破壊もほぼ同時に進んでいる。破壊挙動の⑤、⑥では、中折れの発生と同時に転倒していくことがわかる。最終的な破壊現象は、実験の裏面の放射状の破壊形態 (図一 1 1 (b)) とほぼ一致していると考えられる。

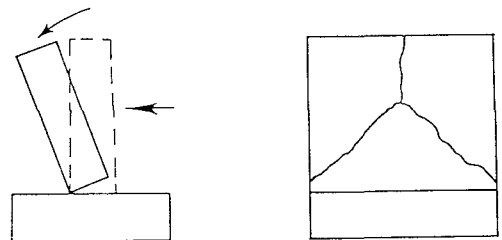
(3) 作用力分布

次に、図一 1 2 (b)、図一 1 3 (b) は、各要素間の作用力分布を表したものである。図一 1 2 (b)の衝突速度2.6m/secでは、要素間に働いている作用力が衝突点から特に根元の方へ大きくなっていく様子がわかる。その後、根元部ではひびわれが発生するため、作用力がなくなり、衝突点では大きな作用力が発生している。最終的に鋼球の接触が終了した後は、ほとんど作用力が働いていないことがわかる。

一方、図一 1 3 (b)の衝突速度5.5m/secでは、作用力が当初2.6m/secと同じ傾向となるが、根元部の引張による破壊が進んで作用力が消失すると同時に衝突点の裏側でも引張限界を越え、作用力がなくなり2つに折れるような破壊形態へ移行する様子がわかる。また、ここでも鋼球の接触が終了した後は、ほとんど作用力が働いていないことが認められた。

(4) 変形過程

図一 1 4は衝突速度2.6m/secおよび5.5m/secにおける片持ばりの中心要素の変位、つまり片持ばり全体の変形過程を10倍に拡大してミクロ的観点から弾性限界までを示したものである。その理由は、実験において片持ばりの破壊を弾性限界とみなしたために、実験との相異を調べるためである。

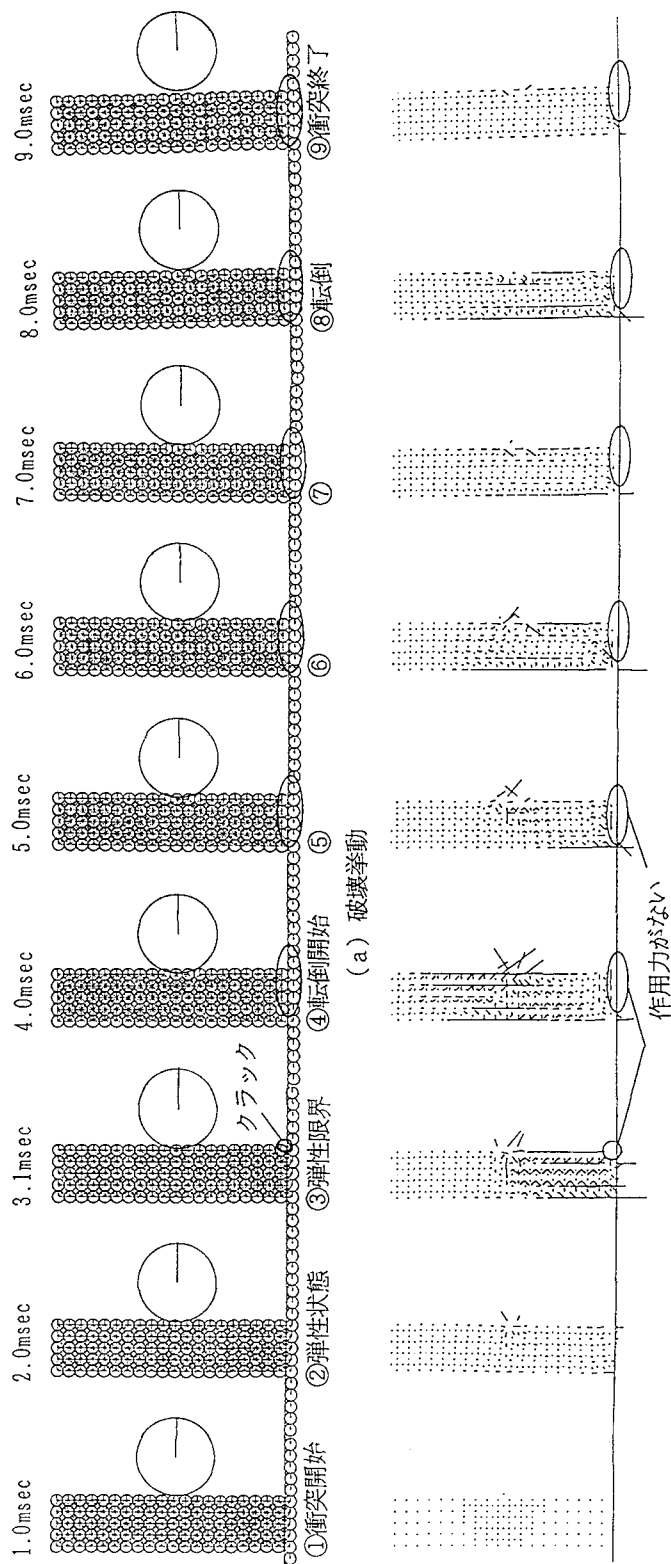


(a) 転倒 (2.6m/sec) (b) 裏側の放射状破壊 (5.5m/sec)

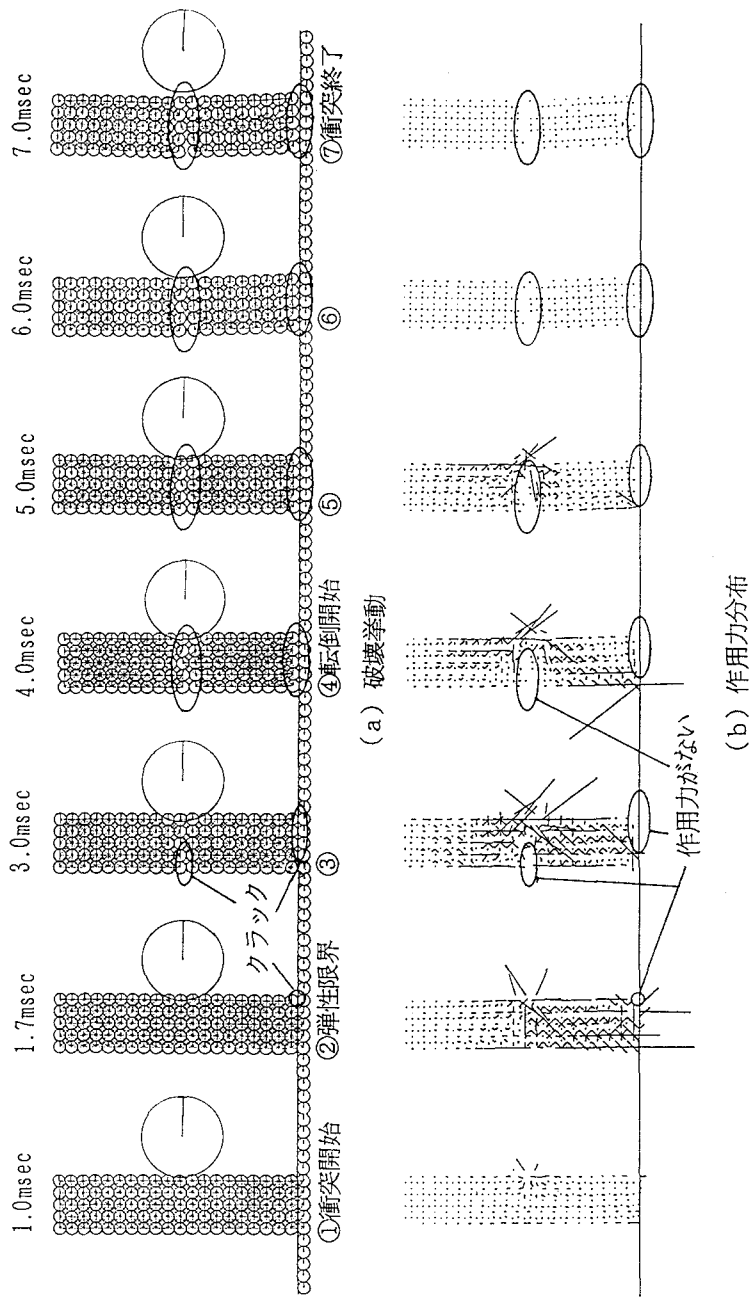
いずれの速度においても変形の1次モードと2次モードが見られるが、衝突速度2.6m/secでは、

図一 1 1 実験による破壊形態

1次モードが卓越し2次モードは問題にならない。しかし、衝突速度の速い5.5m/secの場合では、2次モードが顕著に現れていることがわかる。これは、図一 1 5に示すように片持ばりの1次モード固有周期(93.0 msec)よりもかなり短い時間内に衝突による力が発生しているためと考えられる。よって、低速の衝突では、1次モードが大きく、高速になればなるほど2次モードが大きくなるものと推定される。



図一 1 2 衝突速度 2.6m/sec の破壊挙動と作用力分布



図一13 衝突速度5.5m/secの破壊挙動と作用力分布

6. 結言

本研究は、円要素モデルによる個別要素法を用いて、コンクリート製砂防ダム袖部における巨礫の衝突現象を基礎的に把握する手法を開発し、鋼球によるモルタル片持ばりの衝撃挙動を調べたものである。
本研究の成果と問題点を列挙すれば以下のようになる。

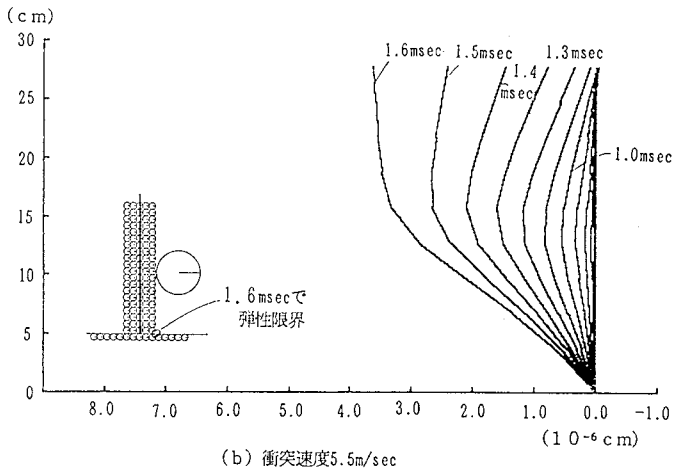
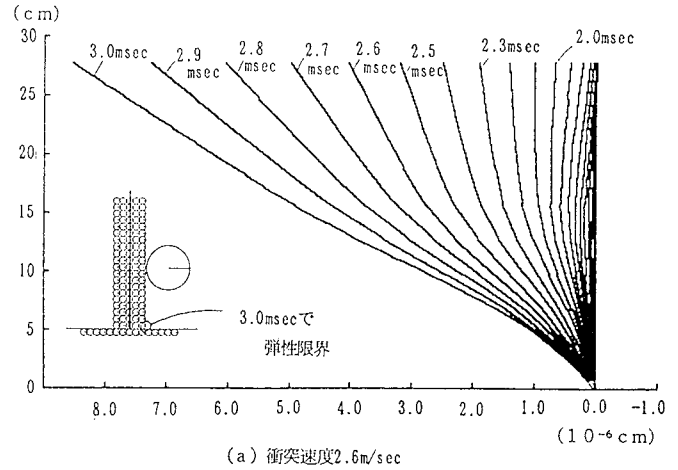
(1) 従来の個別要素法に、新たに結合パラメータおよび有効接触面積の考え方を導入することにより、 k 、 η の定数を、各要素の配置を考慮した材料定数を用いて決定することができた。

(2) 片持ばりの破壊挙動について衝突速度による違いを明確に把握することができた。

(3) 作用力の分布を示すことにより、力の伝達機構を明らかにすることができた。

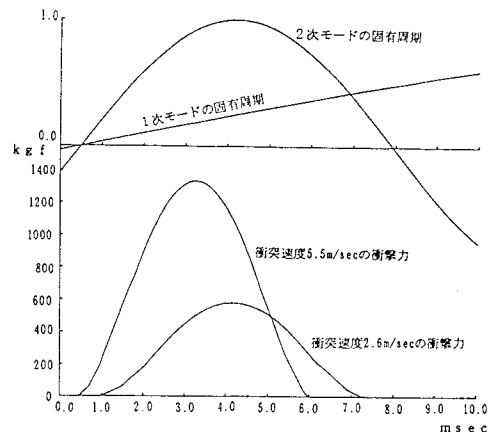
(4) ミクロ的観点から、衝突速度の違いによる片持ばりの変形モードの違いを明瞭に調べることができた。

(5) さらに詳細な破壊形態と変形モードを調べるためには、2次元では限界があり、3次元解析への拡張が必要と思われる。



図一14 衝突による弾性限界までの変形過程

謝辞：本研究を行うに当たっては、鹿島建設株草野直幹氏の有益なご助言を得た。ここに感謝申し上げる次第である。また数値計算には防衛大学校助手香月智氏の御協力を得、防大電子計算機IITAC M-680Hを使用したことを付記し謝意を表する。



図一15 片持ばりへの外力と固有周期

付録 I：有効接触面積パラメータ α の決定

いま2つの要素を考えると、相手要素に向かって自己要素が分担する角度を接触角と名づけ、この接触角で囲まれる自己の外接接触面を有効接触面という。よって、有効接触面積パラメータ α は図-A・1を参照にして以下のように決定される。

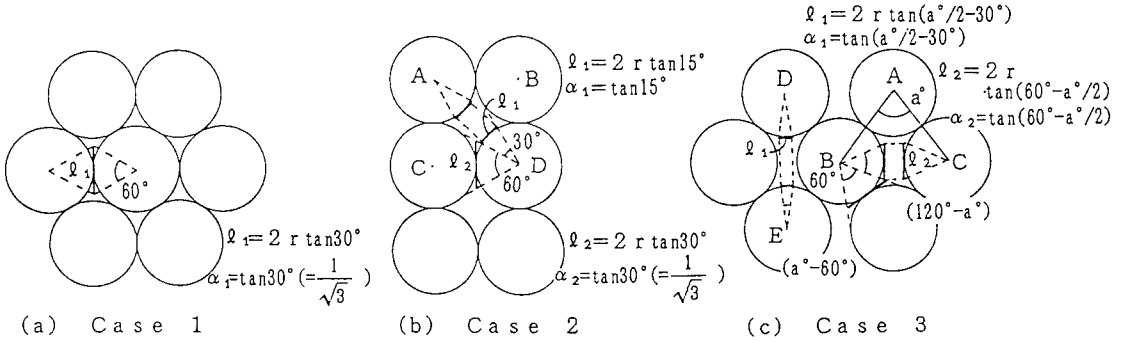


図-A・1

(a) Case 1のような密の配置では、一つの要素に6個の要素が同じ条件で隣り合うため、隣り合う要素の接触角は $360^\circ/6=60^\circ$ となるので、有効接触面は $l_1 = 2r \tan 30^\circ$ 。よって、

$$\alpha_1 = \tan(60^\circ/2) = 1/\sqrt{3} \quad \dots\dots (A \cdot 1)$$

(b) Case 2のADのように離れている要素の場合の接触角は、 $(360^\circ - 60^\circ \times 4)/4 = 30^\circ$ となるので、 $l_1 = 2r \tan(30^\circ/2)$ 。よって、

$$\alpha_1 = \tan(30^\circ/2) = \tan 15^\circ \quad \dots\dots (A \cdot 2)$$

また、Case 2で要素どうしが接触している場合は、式(A・1)と同じとなる。

(c) Case 3では、 $\angle BAC$ を a° ($60^\circ < a^\circ \leq 120^\circ$)として一般化する。

BC間の接触角は $((180^\circ - a^\circ)/2 - 30^\circ) \times 2 = (120^\circ - a^\circ)$ となるので、

$$\alpha_2 = \tan(60^\circ - a^\circ/2) \quad \dots\dots (A \cdot 3)$$

一方、DE間の接触角は $(360^\circ - 60^\circ \times 4 - (120^\circ - a^\circ) \times 2)/2 = (a^\circ - 60^\circ)$ となるので、

$$\alpha_1 = \tan(a^\circ/2 - 30^\circ) \quad \dots\dots (A \cdot 4)$$

参考文献

- 1) 水山高久、下田義文、石川信隆：コンクリート製砂防ダムに対する巨礫の衝撃模型実験に関する一考察、構造工学論文集，pp.1095～1104，1989年3月
- 2) Kimiro MEGURO and M.HAKUNO：Fracture Analyses of Concrete Structures by the Modified Distinct Element Method，土木学会論文集，土木学会，Vol.6，No.2，283s～294s，1989年10月
- 3) 白井孝治、伊藤千浩、大沼博志：飛来物の衝突に対するコンクリートスラブの局部破壊解析への個別要素法の適用性、構造工学における数値シンポジウム論文集，第15巻，pp409～414，平成3年7月
- 4) N.Kusano,T.Aoyagi,J.Aizawa,H.Ueno,H.Morikawa and N.Kobayashi：Impulsive Local Damage Analyses of Concrete Structure by the Distinct Element Method，ImpactIII，pp175～180，Aug.1991
- 5) 戸川隼人：有限要素法による振動解析，サイエンス社，昭和50年
- 6) 村田二郎、長滝重義、菊川治治：土木材料II（コンクリート），共立出版，pp95，昭和58年

(1991年9月30日受付)