

面内荷重を受けるPC曲線部材の ひびわれ強度及び破壊強度

CRACKING AND ULTIMATE STRENGTH OF PRESTRESSED CONCRETE CURVED MEMBER
SUBJECTED TO AXIAL FORCE AND BENDING MOMENT IN PLANE

川上 洵* 徳田 弘** 加賀谷 誠*** 矢作 秀之****

Makoto KAWAKAMI, Hiroshi TOKUDA, Makoto KAGAYA, Hideyuki YAHAGI

This study describes cracking strength and ultimate strength of prestressed concrete (PC) curved members with circular axis subjected to axial force and bending moment in plane. Elastic stress analysis of PC curved member was firstly performed in order to obtain the distribution of prestress. Secondly, prestress loss due to creep and shrinkage of concrete and relaxation of prestressing steel was clarified. Then, cracking strength and ultimate strength of the member were analysed by considering non-linear stress-strain relationships for concrete and prestressing steel. Furthermore numerical examples for PC curved member by taking the parameter of curvature, prestressing force and reinforcing steel ratio were shown and structural characteristics were discussed.

1. はじめに

曲率を有する構造物は、鋼構造をはじめ、コンクリート構造物においても施工技術の進歩やコンクリート材料の研究開発による品質向上にともない橋梁及び各種構造物に積極的に用いられるようになってきた。一般に円弧あるいは放物線等の曲線構造は、曲率中心方向に荷重を受けた場合、その荷重を軸圧縮力として伝えることから、コンクリートの力学的性質上有利となり、美観的にも優れている。従来これらの面内荷重を受ける曲線部材は、鉄筋コンクリート(RC)アーチ構造が多かったが、近年、曲面スリットケーソンなどのコンクリート曲線部材中にPC鋼材を設置しプレストレスを導入した施工例^{1), 2)}もみられるようになってきた。

これらの面内荷重を受けるコンクリート曲線部材に関して、曲率の小さい部材に対しては直線部材として応力解析し、設計を行ってもよいが、部材厚と比較して曲率半径が小さい時には荷重作用方向によっては危険側の設計を行うことがあるために、その曲率を考慮した解析の必要性が指摘されていた。さらに限界状態

-
- | | | | |
|------|----------------|-------------|-------------------------|
| * | 工博 秋田大学助教授 | 鉾山学部土木環境工学科 | (〒010 秋田市手形学園町 1-1) |
| ** | 工博 秋田大学教授 | 鉾山学部土木環境工学科 | (〒010 秋田市手形学園町 1-1) |
| *** | 工博 秋田大学助手 | 鉾山学部土木環境工学科 | (〒010 秋田市手形学園町 1-1) |
| **** | 工修 東日本旅客鉄道株式会社 | | (〒100 東京都千代田区丸の内 1-6-5) |

設計法の適用を考慮する時、材料の非線形を考慮したひびわれ強度を検討しておくとともに終局強度を明らかにしておくことは重要である。しかし、コンクリート構造における研究例³⁾は少なく、特にプレストレストコンクリート（PC）部材に対する報告は、ほとんどみられなかった。

本論文では、面内荷重を受ける曲線部材に関して、最初に、Seely らの理論⁴⁾を発展させて、RC部材の弾性応力式を導出した。次に、曲げと軸力を受けるPC部材に関して、初期プレストレス導入直後及びコンクリートの乾燥収縮、クリープ、PC鋼材のレラクセーションによって生じるプレストレスの損失による応力、ひずみ変化量を解析した。さらに、PC部材のひびわれ強度及び終局強度を、コンクリート、鉄筋、PC鋼材の材料非線形を考慮して解析的に明らかにした。得られた解析結果から、プレストレスの分布、コンクリートの曲げ引張強度あるいは圧縮強度、部材厚 h と曲率半径 R の比 h/R 、コンクリートの圧縮縁から軸力の作用位置までの距離 e' 等のパラメータとして、面内荷重を受けるPC曲線部材に関する数値計算を行うとともに、合理的設計に関する設計用資料を作成したものである。

2. RC曲線部材の解析理論

2. 1 曲げ及び軸力を受けるRC部材の弾性応力

面内荷重を受けるRC曲線部材の弾性応力解析は、次の3つの仮定に従うものとする。①平面保持の仮定が成り立つ。②コンクリートと鉄筋の応力－ひずみ関係は、フックの法則に従うものとする。③ひびわれ直前までは全断面有効とする。

図－1のように、曲げモーメント M 及び軸力 N を受けたとき、図－1（C）に示す、コンクリート部材 AB B_1A_1 が $ABB_1'A_1'$ のように変形したとする。その時、図心軸位置（曲率半径 R ）におけるひずみ ϵ_o は、

$$\epsilon_o = \frac{O_1O_1'}{O O_1} = \frac{O_1O_1'}{d s} = \frac{O_1O_1'}{R d \theta} \dots\dots\dots (1)$$

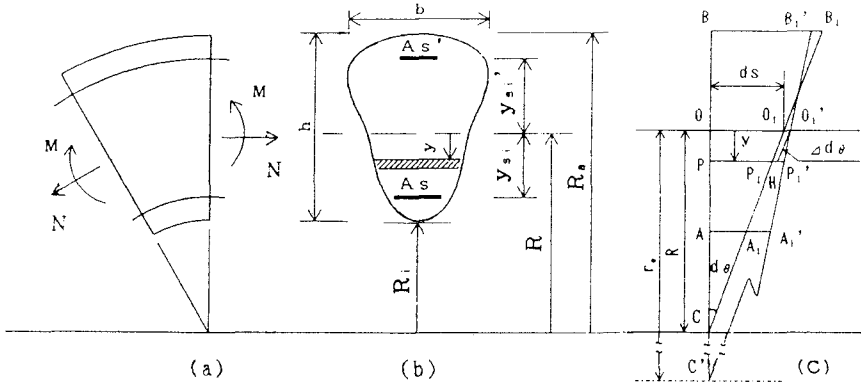
次に、原点 O から任意位置 y におけるひずみ ϵ_{oy} は、 $P_1H=O_1O_1'$ を考慮すると、

$$\epsilon_{oy} = \frac{P_1P_1'}{P P_1} = \frac{P_1H+HP_1'}{P P_1} = \frac{\epsilon_o R d \theta + y \Delta d \theta}{(R-y) d \theta} = \epsilon_o + (\omega + \epsilon_o) \frac{y}{R-y} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\omega = \frac{\Delta d \theta}{d \theta}$ である。

従って、曲げを受ける曲線部材の任意位置 y における応力 σ_{oy} は、

$$\sigma_{oy} = E \epsilon_{oy} = E \left\{ \epsilon_o + (\omega + \epsilon_o) \frac{y}{R-y} \right\} \dots\dots\dots (3)$$



図－1 曲げ及び軸力を受ける曲線部材の変形状態

軸力及び曲げモーメントの釣合いは、式(3)の応力を用いて次式のように示される。

$$E_c \int \left\{ \varepsilon_o + (\omega + \varepsilon_o) \frac{y}{R-y} \right\} dA_c + E_s \left\{ \varepsilon_o + (\omega + \varepsilon_o) \frac{y_{s1}'}{R-y_{s1}'} \right\} A_{s'} + E_s \left\{ \varepsilon_o + (\omega + \varepsilon_o) \frac{y_{s1}}{R-y_{s1}} \right\} A_s = N \quad (4)$$

$$E_c \int \left\{ \varepsilon_o + (\omega + \varepsilon_o) \frac{y}{R-y} \right\} y dA_c + E_s \left\{ \varepsilon_o + (\omega + \varepsilon_o) \frac{y_{s1}'}{R-y_{s1}'} \right\} y_{s1}' A_{s'} + E_s \left\{ \varepsilon_o + (\omega + \varepsilon_o) \frac{y_{s1}}{R-y_{s1}} \right\} y_{s1} A_s = M \quad (5)$$

式(4)及び式(5)をマトリックス表示すると、式(6)となる。

$$E_c \begin{bmatrix} A_i & G_R \\ G & I_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_o \\ (\omega + \varepsilon_o)/R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 A_c はコンクリートの純断面積、及び A は総断面積を示し、また、 A_i 、 G 、 G_R 及び I_R は、各々、換算面積、換算断面1次モーメント及び換算断面2次モーメントであり、弾性係数比 $n_s = E_s/E_c$ を用いると、次式のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} A_i &= \int dA + (n_s - 1)(A_{s'} + A_s) \\ G_R &= \int \frac{y}{1-y/R} dA + (n_s - 1) \left(\frac{A_{s'} y_{s1}'}{1-y_{s1}'/R} + \frac{A_s y_{s1}}{1-y_{s1}/R} \right) \\ G &= \int y dA + (n_s - 1)(A_{s'} y_{s1}' + A_s y_{s1}) \\ I_R &= \int \frac{y^2}{1-y/R} dA + (n_s - 1) \left(\frac{A_{s'} y_{s1}'^2}{1-y_{s1}'/R} + \frac{A_s y_{s1}^2}{1-y_{s1}/R} \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式(6)より、ひずみ及び曲率は、式(8)で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_o \\ (\omega + \varepsilon_o)/R \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c} \begin{bmatrix} A_i & G_R \\ G & I_R \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (8)$$

いま、重心軸を基準にとると $G = 0$ であり、式(9)となる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_o \\ (\omega + \varepsilon_o)/R \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c} \begin{bmatrix} 1/A_i & -G_R/(A_i I_R) \\ 0 & 1/I_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (9)$$

従って、任意の点のコンクリートの応力は、式(10)で与えられる。

$$\sigma_{oy} = \frac{N}{A_i} - \frac{M}{I_R} \left(\frac{G_R}{A_i} - \frac{y}{1-y/R} \right) \quad (10)$$

式(10)において、曲率半径Rを無限大にとり直線近似した場合、直線理論式と一致するが、これを付録に示す。作用する曲げモーメントMの符号については、部材の外縁を圧縮し曲率半径を増加させるときを正とした。この時を、Case B として、逆の場合を、Case A とする。また、距離については、中立軸から曲率中心方向にとったものを正とした。

2. 2 初期プレストレス

図-2のように、断面積 A_D のダクト内にPC鋼材を配置し、緊張力をPとする。Case B では、部材断面には内縁側にPC鋼材を配置することとなり、図心位置において軸力Pとモーメント $M_p = P e$ が同時に作用することになる。この時、プレストレスは、式(10)を考慮すると次式で与えられる。

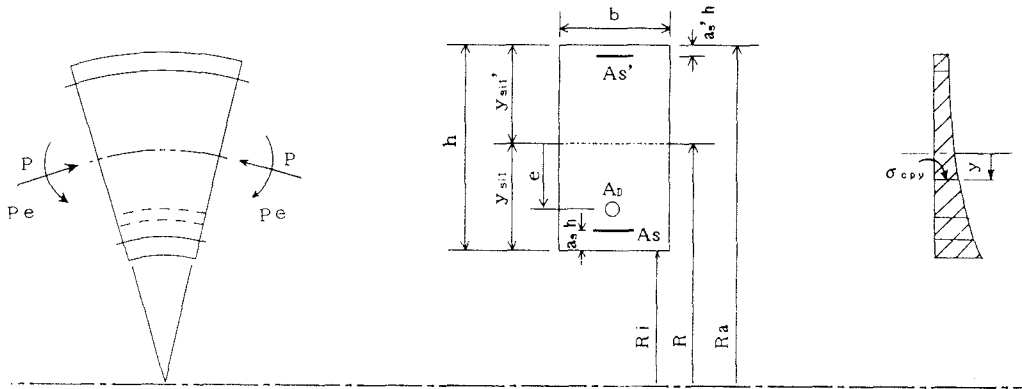


図-2 初期プレストレス導入直後の断面の応力状態

$$\sigma_{oy} = \frac{P}{A_i'} - \frac{P e}{I_R'} \left(\frac{G_R'}{A_i'} - \frac{y}{1-y/R} \right) \quad (11)$$

ポストテンション部材においては、換算断面はダクトの影響を考慮して次の値を用いることになる。

$$\left. \begin{aligned} A_i' &= A_i - A_D \\ G_R' &= G_R - \frac{A_D \cdot e}{1 - e/R} \\ I_R' &= I_R - \frac{A_D \cdot e^2}{1 - e/R} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

2. 3 プレストレスの損失⁵⁾

図-3に、コンクリートの乾燥収縮、クリープ及びPC鋼材のレラクセーションを考慮したプレストレスの損失によって、断面に生じるひずみ分布を示す。損失によるPC鋼材位置のひずみ変化量 $\Delta \epsilon_o$ は、鉄筋とPC鋼材を一つの図心位置に集中させて、その位置におけるコンクリート及び全補強材の力の釣り合い条件とひずみの適合条件から得る。

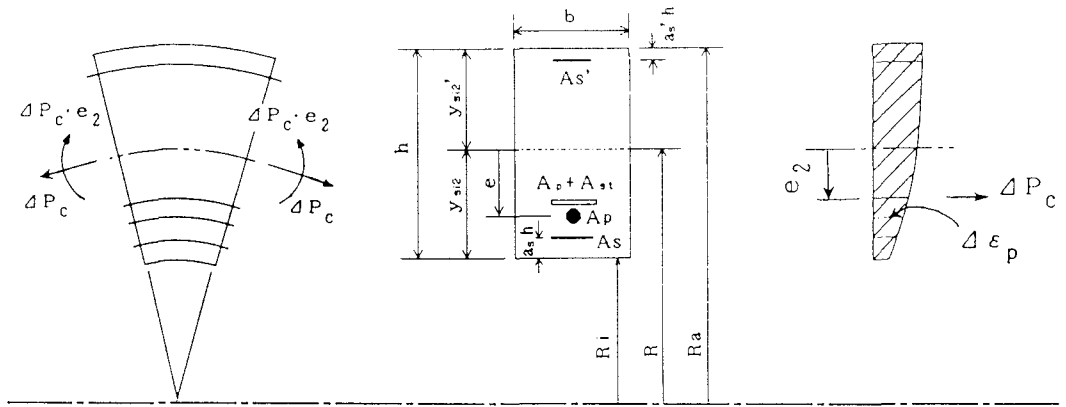


図-3 プレストレスの損失によるひずみ分布

最初に、コンクリート、鉄筋及びPC鋼材の力の変化量の合計が零であるとする力の釣り合い条件より、

$$\Delta P_c + \Delta P_p + \Delta P_s = \Delta P_c + \Delta \sigma_p \cdot A_p + \Delta \sigma_s \cdot A_s = 0 \quad \dots \dots \dots (13)$$

ここで、 Δ は力の変化量、Pは軸方向力、添字c, s, pは各々コンクリート、鉄筋、PC鋼材を示すものである。次にひずみの適合条件は、全補強材図心位置におけるコンクリート、鉄筋、PC鋼材のひずみの変化量が一致するとし、次式で与えられる。

$$\varepsilon_{sh} + \frac{\phi \sigma_{op}}{E_{ci}} + \frac{1 + \lambda \phi}{E_{ci}} \cdot \frac{\Delta P_c}{A_c} \alpha_R = \frac{\Delta \sigma_p - \Delta \sigma_{pr}}{E_p} = \frac{\Delta \sigma_s}{E_s} \quad \dots \dots \dots (14)$$

$$\alpha_R = \left\{ 1 - \frac{G_{RC}}{I_{RC}} e_2 + \frac{e_2^2}{(1 - e_2/R) \rho^2} \right\} \quad \dots \dots \dots (15)$$

式(14)及び(15)において、 ε_{sh} は乾燥収縮、 ϕ はクリープ係数、 E_{ci} は時刻 t_i におけるコンクリートの弾性係数、 σ_{op} は全補強材図心位置での初期プレストレス導入直後の応力、 λ はコンクリートに関する材令係数、 e_2 はコンクリート断面から全補強材図心位置までの距離、 $\rho^2 = I_{RC}/A_c$ 、 I_{RC} はコンクリート断面の断面2次モーメント、 $\Delta \sigma_p$ はPC鋼材の応力変化量、 $\Delta \sigma_{pr}$ はリラクセーションによるPC鋼材の応力変化量、 $\Delta \sigma_s$ は鉄筋の応力変化量、 E_p 及び E_s は各々PC鋼材と鉄筋の弾性係数である。

式(14)及び(15)から、 ΔP_c が次のように決定される。

$$\Delta P_c = - \frac{\varepsilon_{sh}(E_p A_p + E_s A_s) + \phi \sigma_{op}(n_{pi} A_p + n_{si} A_s) + \Delta \sigma_{pr} A_p}{1 + \frac{\alpha_R(1 + \lambda \phi)(n_{pi} A_p + n_{si} A_s)}{A_c}} \quad \dots \dots \dots (16)$$

ここで、 $A_s = A_s' + A_s$, $n_{pi} = E_p/E_{ci}$, $n_{si} = E_s/E_{ci}$

以上により、プレストレスの損失によるPC鋼材位置のコンクリートのひずみ変化量 $\Delta \varepsilon_o$ 及びPC鋼材の応力変化量 $\Delta \sigma_p$ は、

$$\Delta \varepsilon_o = \frac{1 + \lambda \phi}{E_{ci}} \cdot \frac{\Delta P_c}{A_c} \left\{ 1 - \frac{G_{RC}}{I_{RC}} e_2 + \frac{e_2 e}{(1 - e/R) \rho^2} \right\} + \varepsilon_{sh} + \frac{\phi \sigma_{opi}}{E_{ci}} \quad (17)$$

$$\Delta \sigma_p = E_p \Delta \varepsilon_{cp} + \Delta \sigma_{pr} \quad \dots \dots \dots (18)$$

2. 4 曲げと軸力を受けるPC曲線部材

部材に曲げMと軸力Nを受ける時、式(11)の初期プレストレス及び式(17)に対応するロスに加え次式が重ね合せられる。

$$\sigma_{opy} = \frac{N}{Ai''} - \frac{M}{I_R''} \left(\frac{G_R''}{Ai''} - \frac{y}{1-y/R} \right) \quad (19)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} Ai'' &= \int dA + (n_{sj} - 1)(As' + As) + (n_{pj} - 1)Ap \\ G_R'' &= \int \frac{y}{1-y/R} dA + (n_{sj} - 1) \left(\frac{As' y_s'}{1-y_s'/R} + \frac{As y_s}{1-y_s/R} \right) + (n_{pj} - 1) \frac{Ap y_{pi}}{1-y_{pi}/R} \\ I_R'' &= \int \frac{y^2}{1-y/R} dA + (n_{sj} - 1) \left(\frac{As' y_s'^2}{1-y_s'/R} + \frac{As y_s^2}{1-y_s/R} \right) + (n_{pj} - 1) \frac{Ap y_{pi}^2}{1-y_{pi}/R} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

n_{pj} : 時刻 t_j 時におけるPC鋼材の弾性係数比 n_{sj} : 時刻 t_j 時における鉄筋の弾性係数比

y_p : 部材断面図心位置からPC鋼材図心位置までの距離

3. ひびわれ強度

解析は軸力と曲げモーメントの作用によって、曲率中心に近い断面の内縁が圧縮となる時 (Case A) 及び断面の外縁が圧縮となる時 (Case B) の2つの場合に対して行うものであるが、ここでは正の曲げモーメントが作用するCase Bについて説明する。

ひびわれ強度の解析における仮定は⁽⁶⁾⁽⁷⁾、①平面保持の仮定が成り立つ。②コンクリート圧縮部にはフックの法則が成り立つが引張部の応力-ひずみ関係は、2次放物線と直線の組合せとする (図-4)。また、鉄筋及びPC鋼材に対してもフックの法則が成り立つとする。③ひびわれはコンクリート引張縁のひずみが曲げ引張極限ひずみに達した時に発生するものとする。

σ_{ct}^* , ϵ_{ct}^* はコンクリートの曲げ引張強度及び曲げ引張極限ひずみ、 γ_t はコンクリート引張部の引張塑性係数である。

図-5は、矩形断面部材における、ひびわれ直前の断面のひずみ分布状態を示したものである。曲率中心から中立軸までの距離をRoとすると、

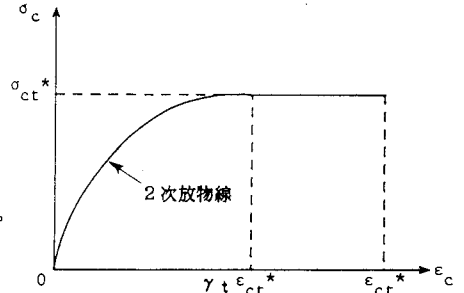


図-4 コンクリート引張部の応力ひずみ関係

$$\frac{\epsilon_{oy}}{\epsilon_{ct}^*} = \frac{Ri}{y_i} \cdot \frac{(Ro - r)}{r} = Z \quad \dots \dots \dots (21)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{oy}}{\sigma_{ct}^*} &= \frac{1}{\gamma_t} \left(2Z - \frac{Z^2}{\gamma_t} \right) \quad (0 \leq Z \leq \gamma_t) \\ \frac{\sigma_{oy}}{\sigma_{ct}^*} &= 1 \quad (\gamma_t < Z \leq 1) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (22)$$

中立軸位置 y_a は、次の平衡条件式を満足するように決定される。

$$N = Cc + Cs - Tc - Ts - Tp \quad \dots \dots \dots (23)$$

$$M = N (y_a + e') \quad \dots \dots \dots (24)$$

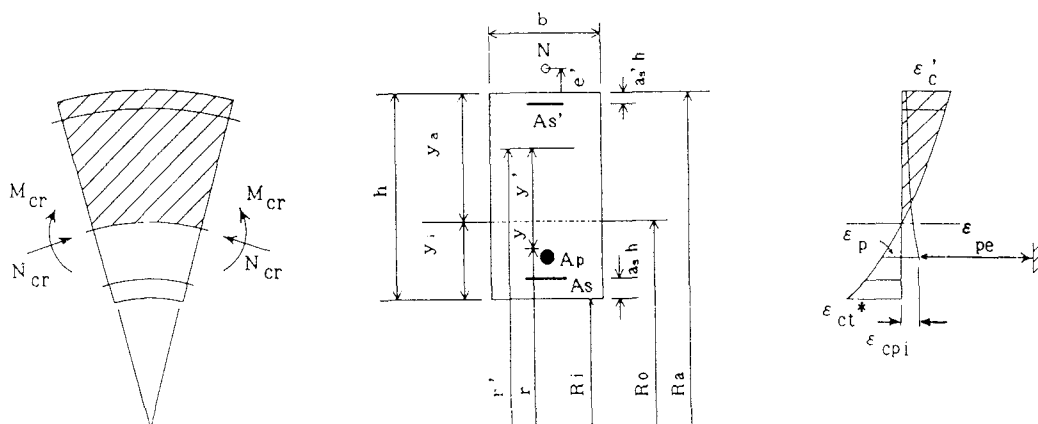


図-5 ひびわれ直前のPC曲線部材のひずみ分布

上式中のコンクリートの圧縮力及び引張力 \$C_c\$, \$T_c\$, 鉄筋の圧縮力及び引張力 \$C_s\$, \$T_s\$, PC鋼材の引張力 \$T_p\$ を式(25)～(29)に示す。

$$C_c = E_{cj} \cdot \epsilon_{ot} \cdot b \frac{R_o R_i}{h - y_a} \left\{ \frac{y_a}{R_o} - \log \left(1 + \frac{y_a}{R_o} \right) \right\} \quad \dots \quad (25)$$

$$C_s = E_s \frac{(y_a - a_s' h)}{(R_a - a_s' h)} \frac{R_i}{y_i} \epsilon_{ot} A_s', \quad T_s = E_s \frac{(y_i - a_s h)}{(R_i + a_s h)} \frac{R_i}{y_i} \epsilon_{ot} A_s \quad (26), (27)$$

$$T_c = b \sigma_{ot} R_i \frac{(1 - \gamma_t) y_i}{(R_i + \gamma_t y_i)} + \frac{b \sigma_{ot}}{\gamma_t} R_o R_i \left[- \frac{2}{y_i} \left\{ \frac{\gamma_t y_i}{R_i + \gamma_t y_i} - \log \left(1 + \frac{\gamma_t y_i}{R_i} \right) \right\} + \frac{1}{\gamma_t y_i^2} \left\{ \frac{-2 R_i \gamma_t y_i - \gamma_t^2 y_i^2}{R_i + \gamma_t y_i} + 2 R_i \log \left(1 + \frac{\gamma_t y_i}{R_i} \right) \right\} \right] \quad \dots \quad (28)$$

またPC鋼材の引張力は、初期プレストレス導入直後の弾性ひずみ \$\epsilon_{opi}\$ 及びプレストレスのロスによるひずみの変化量 \$\Delta \epsilon_{op}\$ を組合せた有効ひずみ \$\epsilon_{po}\$ を使い、次のように求められる。

$$T_p = [E_p \left\{ \frac{(y_i - a_p h)}{(R_i + a_p h)} \frac{R_i}{y_i} \epsilon_{ot} + \epsilon_{po} + \epsilon_{opi} \right\} + \Delta \sigma_{pr}] A_p \quad \dots \quad (29)$$

ここで、\$\epsilon_{opi}\$ は、有効プレストレスによるPC鋼材位置におけるコンクリートの応力である。中立軸位置、\$y_a\$ は、式(23)、(24)を満足するように決定される。よって、軸力と曲げを受けるPC曲線部材のひびわれ時の軸力及びひびわれ発生モーメントは、

$$N_{cr} = C_c + C_s - T_c - T_s - T_p \quad \dots \quad (30)$$

$$M_{cr} = C_c y_o' + C_s y_s' + T_c y_o + T_s y_s + T_p y_p \quad \dots \quad (31)$$

なお、中立軸決定後のコンクリートの圧縮力、引張力の作用位置 \$y_o'\$, \$y_o\$ は、

$$y_o' = \frac{b}{C_c} E_{cj} \epsilon_{ot} \frac{R_i}{y_i} \left\{ \frac{y_a^2}{2} - R_o y_a + R_o^2 \log \left(1 + \frac{y_a}{R_o} \right) \right\} \quad \dots \quad (32)$$

$$y_o = \frac{1}{T_c} \sigma_{ct} \cdot b R_i \left[y_i^2 (1 - \gamma_t) \frac{\{2 \gamma_t y_i + R_i (1 + \gamma_t)\}}{2 (R_i + \gamma_t y_i)^2} + \frac{R_o^2}{\gamma_t} \left\{ \frac{-6 R_i^2 - 13 \gamma_t y_i R_i - 8 \gamma_t^2 y_i^2}{2 y_i (R_i + \gamma_t y_i)^2} + \frac{3 R_i + 2 \gamma_t y_i}{\gamma_t y_i^2} \log \left(1 + \frac{\gamma_t y_i}{R_i} \right) \right\} \right] \dots (33)$$

ここで、 E_{cj} は時刻 t_j におけるコンクリートの弾性係数である。また、中立軸位置から圧縮鉄筋及び引張鉄筋図心位置までの距離 y_s' 、 y_s 及び PC 鋼材図心位置までの距離 y_p は、次のようである。

$$y_s' = y_s - a_s' h \quad (34), \quad y_s = y_i - a_s h \quad (35), \quad y_p = y_i - a_p h \quad (36)$$

4. 終局強度

終局強度の解析の仮定は、①平面保持の仮定が成り立つ。②コンクリート圧縮部の応力-ひずみ関係は、2次放物線と直線あるいはfalling branch (δ) を考慮した組合せとする(図-6)。 γ は圧縮塑性係数とする。また、鉄筋及び PC 鋼棒 2 号は、図-7 に示されるように完全弾塑性体とし、PC 鋼線、PC 鋼より線及び PC 鋼棒 1 号についてトライリニアを仮定する(図-8)。③コンクリートの引張部を無視する。④終局状態は、コンクリート圧縮縁のひずみが曲げ圧縮極限ひずみに達した時に発生するものとする。以上のことから、ひずみと応力は次のように表される。

図-9 は、終局時の断面のひずみ分布を示したものである。
曲率中心から中立軸までの距離を R_o とするとき、

$$\frac{\varepsilon_{oy}'}{\varepsilon_o^*} = \frac{R_a}{y_a} \cdot \frac{(r' - R_o)}{r'} \dots (37)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{oy}'}{\sigma_o^*} &= \frac{1}{\gamma} \left(2Z - \frac{Z^2}{\gamma} \right) & (0 \leq Z \leq \gamma) \\ \frac{\sigma_{oy}'}{\sigma_o^*} &= 1 + \frac{\delta \gamma}{1 - \gamma} - \frac{\delta}{1 - \gamma} Z & (\gamma < Z \leq 1) \end{aligned} \right\} (38) \quad \begin{array}{l} \text{図-6} \quad \text{コンクリート圧縮部の応力} \\ \text{ひずみ関係} \end{array}$$

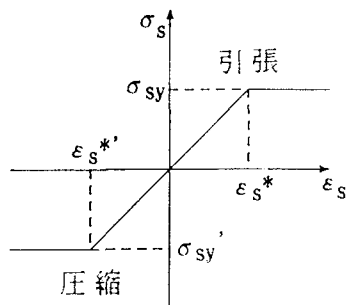
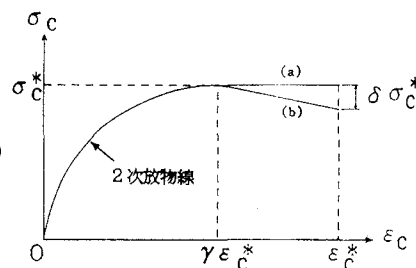


図-7 鉄筋の応力-ひずみ関係

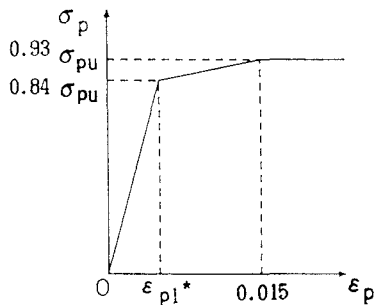


図-8 PC鋼材の応力-ひずみ関係

中立軸位置 y_a は、次の平衡条件式を満足するように決定される。

$$N = C_c + C_s - T_s - T_p \dots (39)$$

$$M = N (y_a + e') \dots (40)$$

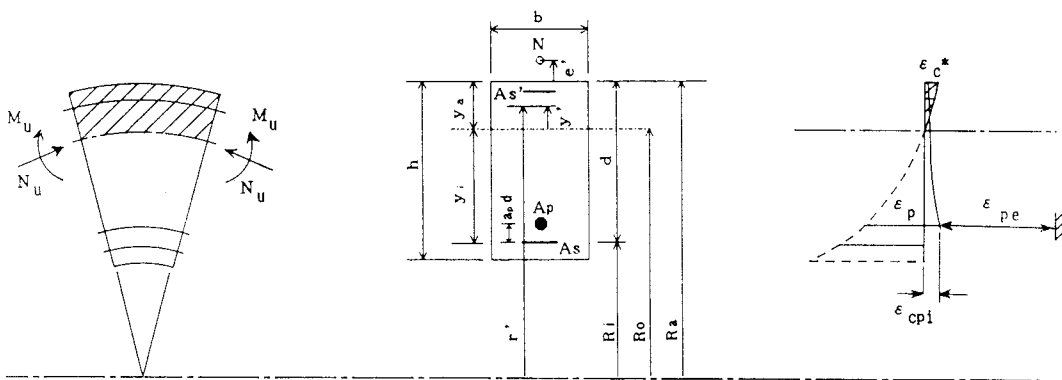


図-9 終局時のPC曲線部材のひずみ分布

式(39), (40)に関して、コンクリートの圧縮力 C_c 、鉄筋の圧縮力及び引張力 C_s , T_s 、PC鋼材の引張力 T_p を式(41)~(44)に示す。

$$C_c = \sigma_o^* b R a \cdot \left[\frac{1 - (1 - \delta) \gamma}{R a - \gamma y_a} y_a - \frac{\delta y_o}{(1 - \gamma) y_s} \left\{ \frac{(1 - \gamma) R a y_a}{R o (R a - \gamma y_a)} - \log \left(\frac{R a - \gamma y_a}{R a} \right) \right\} \right] \\ + \sigma_o^* b \frac{R a R o}{\gamma} \left[\frac{2}{y_s} \left\{ \frac{\gamma y_a}{R a - \gamma y_a} + \log \left(1 - \frac{\gamma y_a}{R a} \right) \right\} + \frac{1}{\gamma y_s^2} \left\{ \frac{\gamma^2 y_a^2 - 2 \gamma R a y_a}{R a - \gamma y_a} \right. \right. \\ \left. \left. - 2 R a \log \left(1 - \frac{\gamma y_a}{R a} \right) \right\} \right] \quad \dots \dots \dots (41)$$

$$C_s = A_s' \sigma_s' \quad \dots \dots \dots (42)$$

$$T_s = A_s \sigma_s \quad \dots \dots \dots (43)$$

$$\sigma_s' = \begin{cases} E_s \frac{(y_a - a_s' d) R a}{(R a - a_s' d) y_s} \epsilon_o^* & (\epsilon_s' \leq \epsilon_{s1}^*) \\ \sigma_{sy}' & (\epsilon_s' > \epsilon_{s1}^*) \end{cases} \quad \sigma_s = \begin{cases} E_s \frac{y_i R a}{R i y_s} \epsilon_o^* & (\epsilon_s \leq \epsilon_{s1}^*) \\ \sigma_{sy} & (\epsilon_s > \epsilon_{s1}^*) \end{cases} \\ T_p = A_p \sigma_p^* \quad \dots \dots \dots (44)$$

$$\epsilon_p^* = \frac{(y_i - a_p d) R a}{(R i + a_p d) y_s} \epsilon_o^* + \sigma_{pe} / E_p \quad \dots \dots \dots (45)$$

$$\sigma_p^* = f(\epsilon_p^*) = \begin{cases} E_p \epsilon_p^* & (0 \leq \epsilon_p^* \leq \epsilon_{p1}^*) \\ C1 \sigma_{pu} (\epsilon_p^* - \epsilon_{p1}^*) + 0.84 \sigma_{pu} & (\epsilon_{p1}^* < \epsilon_p^* \leq 0.015) \\ 0.93 \sigma_{pu} & (0.015 < \epsilon_p^*) \end{cases} \\ (C1 = \frac{0.93 \sigma_{pu} - 0.84 \sigma_{pu}}{0.015 - \epsilon_{p1}^*}, \quad \epsilon_{p1}^* = \frac{0.84 \sigma_{pu}}{E_p})$$

ここで、 σ_o^* 、 ϵ_o^* はコンクリートの圧縮強度及び曲げ圧縮極限ひずみである。 σ_s' 、 σ_s 、 σ_p^* は各々圧縮鉄筋応力、引張鉄筋応力、PC鋼材応力であり、 ϵ_p^* は終局時におけるPC鋼材のひずみである。また、 σ_{sy} 、 σ_{pu} は各々鉄筋の降伏強度及びPC鋼材の引張強度である。

中立軸位置 y_a は、式(31)、(32)を満足するように決定される。よって、軸力と曲げを受けるPC曲線部材の終局時の軸力及び終局モーメントは、

$$N_u = C_c + C_s - T_s - T_p \quad \dots \dots \dots (46)$$

$$M_u = C_c y_o' + C_s y_s' + T_s y_s + T_p y_p \quad \dots \dots \dots (47)$$

なお、中立軸決定後のコンクリートの圧縮力の作用位置 y_c' は、

$$y_c' = \frac{\sigma_c \cdot b}{C_c} \cdot Ra \{ (1 - (1 - \delta) \gamma) y_a^2 \frac{Ra(1 + \gamma) - 2\gamma y_a}{2(Ra - \gamma y_a)^2} + \frac{\delta Ro^2}{(1 - \gamma) y_a} \cdot \{ (1 - \gamma) Ra y_a \frac{2Ra^2 - 3(1 + \gamma) Ra y_a + 4\gamma y_a^2}{2Ro^2 (Ra - \gamma y_a)^2} - \log \left(\frac{Ra - \gamma y_a}{Ro} \right) \} + \frac{Ro^2}{\gamma} \left\{ \frac{6Ra^2 - 13\gamma y_a Ra + 8\gamma^2 y_a^2}{2y_a (Ra - \gamma y_a)^2} + \frac{3Ra - 2\gamma y_a}{\gamma y_a^2} \log \left(1 - \frac{\gamma y_a}{Ra} \right) \right\} \} \dots \dots (48)$$

また、中立軸位置から圧縮鉄筋及び引張鉄筋図心位置までの距離 y_s' 、 y_s 及びPC鋼材図心位置までの距離 y_p は、次のようである。

$$y_s' = y_s - a_s' \quad (49), \quad y_s = y_i \quad (50), \quad y_p = y_i - a_p \quad (51)$$

5. 数値計算例

PC曲線部材に関して得られた解析結果を基に、数値計算を行った。

最初に、はりの高さ h 、幅 b の矩形断面のポストテンション方式の曲線部材と直線部材において、PC鋼材量及び緊張力を一定として、プレストレスを導入した場合を考える。図-10は、PC鋼材の位置が、 $e/h = 0.3$ 及び 0.4 のとき、曲線部材のプレストレスの最大値 σ_{cu} と直線部材のそれ σ_{str} の比の h/R に対する変化を示したものである。

また、図-11は、 $h/R = 0.2$ 及び 0.4 のとき、上記の最大応力比の e/h との関係を示したものである。

これらの結果より、プレストレスに関する直線部材と曲線部材の Case B 及び Case A の関係が明かである。曲率 h/R の増大とともに曲線部材としての特徴が現われ直線部材との差が大となる。そして、Case A の場合を直線部材とみなすと、若干ではあるがプレストレスの過大評価となり危険側の近似となる。

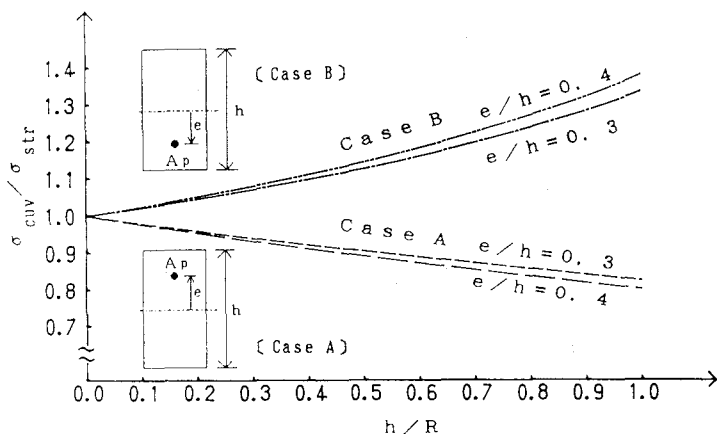


図-10 曲率と最大プレストレス比との関係

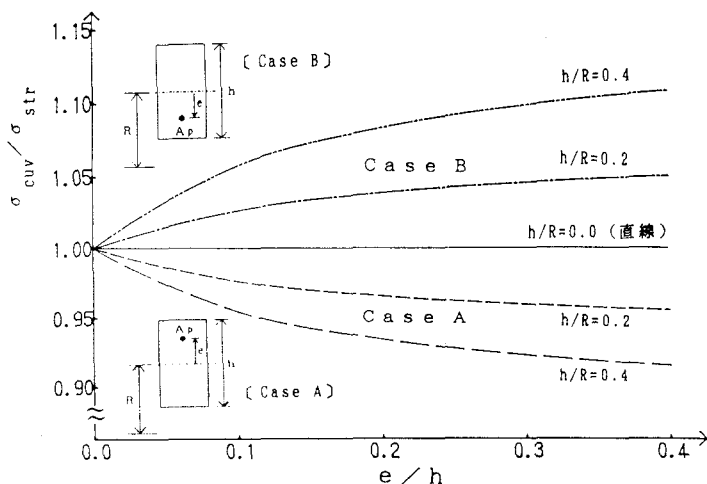


図-11 PC鋼位置と最大プレストレス比の関係

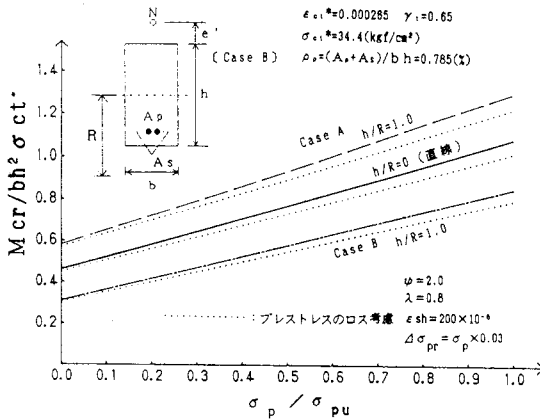


図-1 2 初期引張力とひびわれモーメントの関係

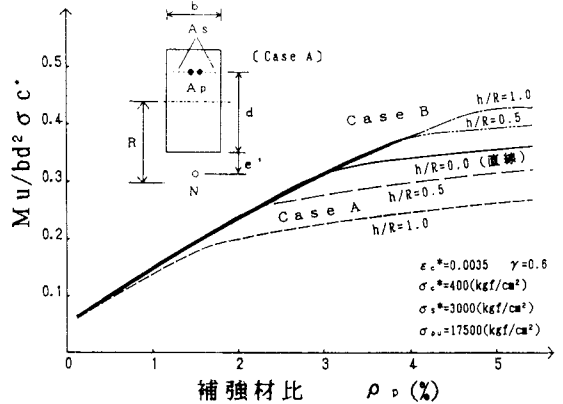


図-1 3 補強材比と終局モーメントの関係

図-1 2 は、偏心軸力作用位置を $e'/h=0.4$ と $A_p=1.858(\text{cm}^2)$, $A_s=9.93(\text{cm}^2)$ を一定にして、横軸のように初期緊張応力を増加させたときのひびわれ発生モーメントを $h/R=1.0$ 及び直線の場合について比較したものである。プレストレスのロス、図中に示した数値に対するものである。その結果は、初期緊張応力の増加にともない Case A, Case B ともひびわれ発生モーメントは比例して増加する。ひびわれ発生モーメントは、 $h/R=0$ をはさむように Case A が Case B より大きい。

図-1 3 は、 $h/R=0.5$ 及び 1.0 とし、偏心軸力作用位置 $e'/h=0.4$ の場合を考える。P C 鋼材について、 $A_p=1.858(\text{cm}^2)$ で緊張応力 $12000(\text{kgf/cm}^2)$ と一定とし、鉄筋量を増加させたとき、補強材比 $\rho_p = (A_s + A_p) / b d$ と終局モーメント M_u との関係を示したものである。 ρ_p の増大とともに、終局モーメントも大きくなる。しかし、R C 部材の釣合い鉄筋比と同様に Case A, Case B そして直線部材のそれぞれにおいて、終局モーメントの増加の鈍化を示す釣合い補強材比が認められる。

6. まとめ

本論文において、面内荷重を受ける P C 曲線部材に関する応力解析を行った。得られた結論を列記すると、以下になる。

- 1) 曲げ及び軸力を受ける P C 部材の弾性応力解析を示し、換算断面を用いてプレストレスの分布を得た。
- 2) コンクリートのクリープ及び乾燥収縮そして P C 鋼材のレラクセーションによるプレストレスのロスを明らかにした。
- 3) コンクリート及び P C 鋼材に関する非線形応力-ひずみ関係を考慮して、極限強度理論により、断面のひびわれ強度及び終局強度を解析した。
- 4) 曲線部材に対し得られた解析結果が、曲率半径を無限大とすることで、直線はり部材のそれと一致する事を確認した。
- 5) 曲率、P C 鋼材位置、P C 鋼材比等とプレストレス、プレストレスロス、ひびわれ強度及び終局強度との関係を示し、構造特性を得た。

本理論をさらに発展させると、架設中や動的荷重を受ける曲線コンクリート構造物に見られる 2 軸曲げを受ける P C 曲線部材の応力解析も可能であるが、本論文では、これを割愛した。また、得られた解析結果の実験による検証も目下進行中であり、それらの成果を今後発表予定である。

付録 直線はり理論との比較

曲げM及び軸力Nを受けるRC曲線はりの弾性応力は、式(10)より次式で与えられた。

$$\sigma_{cy} = \frac{N}{Ai} - \frac{M}{I_R} \left(\frac{G_R}{Ai} - \frac{y}{1-y/R} \right) \quad (A-1)$$

いま、高さhそして幅bである矩形断面のコンクリート曲線梁を考える。断面図心軸を基準軸にとると、 $G_R = 0$ となり換算断面2次モーメント I_R のうち、コンクリート部に関しては、

$$I = \int \frac{y^2}{1-y/R} dA = b \int_{-h/2}^{h/2} \frac{y^2}{1-y/R} dy = -R^2 b h - R^3 b \cdot \log \left(1 - \frac{2h}{2R+h} \right) \quad (A-2)$$

式(A-2)の対数項において、第4項まで級数展開し整理すると、

$$I = \frac{16R^4 b h^3 + 32R^3 b h^4 - 12R^2 b h^5}{192(R+h/2)^4} - \dots \quad (A-3)$$

式(A-3)において、 $R \rightarrow \infty$ とすれば、 $I = b h^3 / 12$ が得られ、式(A-1)は、 $\sigma_{cy} = \frac{N}{A} - \frac{M}{I} y$ となり直線部材の結果と一致する。

PC曲線部材に関しても換算断面を考えると、本文の式(11)及び(19)も同様にRC直線はりの応力に収束する。

参考文献

- 1) 西村哲男, 小関憲一他: プレキャスト曲面ユニットによるコンクリート製スノーシェルターの設計と施工, コンクリート工学, Vol.26, No.8, 1988, PP.30~37.
- 2) 井福周介: 曲面スリット式ケーソンの設計施工について, プレストレストコンクリート, Vol.27, No.4, 1985, PP.36~50.
- 3) 川上洵, 加賀谷誠, 徳田弘: 鉄筋コンクリート曲線部材の塑性設計, コンクリート工学, Vol.18, No.5, 1980, PP.111~120.
- 4) Seely B.Fred, Smith O.James: "Advanced Mechanics of Materials," JOHN WILEY & SONS, INC. 1952, PP.137~144.
- 5) Kawakami, M., Tokuda, H., Midorikawa, K., Shimizu, T.: "Long-Term Deflection of Partially Prestressed Concrete Members with Arbitrary Cross Section," コンクリート工学年次論文報告集, Vol.10, No.3, 1988, PP.715~720.
- 6) 横道 英雄, 藤田 嘉夫: 鉄筋コンクリート工学, 共立出版, 1980, PP.214~240.
- 7) 横道 英雄: コンクリート橋(改訂版), 技報堂, 1972, PP.91~100.

(1991年9月30日 受付)