

面内偏心応力場における摩擦継手のすべり問題

A SLIPPING PROBLEM OF FRICTION-TYPE CONNECTIONS IN THE IN-PLANE ECCENTRIC FIELD

長嶋文雄*

by Fumio NAGASHIMA

Slipping behavior of the friction-type connections acted upon by an in-plane eccentric shear is analyzed utilizing a nonlinear discrete model, PIFESM (parabolic iso-parametric finite element-spring model). The results are compared with the results calculated by using both of traditional elastic approach and strength approach proposed by Crawford and Kulak. Although the results show the validity of the strength approach, there is a little difference in the coefficients C .

Thus this paper recommends the same procedure, strength approach, utilizing modified coefficients C for eccentric connections.

1. 序

Crawford と Kulak¹⁾ は偏心継手の終局強度設計法に関する検討を行なったが、この成果などに基づいて AISC²⁾ では従来からの弾性理論による設計法と彼等の提唱した設計法(終局強度設計法と述べているが、摩擦接合継手に対しては主すべり強度を終局と考えており、従って実際には主すべり状態を限界と考えた限界状態設計法である)を併記しており、どちらを使うかは設計者の判断に任せている。

これに対して現行設計法^{3), 4)} は弾性設計法に基づいたものであり、作用力を回転成分と軸方向成分に分離しこれらの成分は総べてボルト群の中心周りに生じると仮定して算定を行なうものである。このような弾性設計法は安全側の設計となるが、それゆえ単一応力場の継手における安全率とは異なった値を用いた設計になるといった点を指摘される場合がある。また、設計法が限界状態設計法へ移行しつつある現在、複合応力場の継手設計においても、実際のすべり挙動に即した設計法を検討しておく必要がある。

偏心力が作用する継手は、主すべり時において一般に回転と並進移動が連成して同時に生じるので、全体の回転中心(同時回転中心)は必ずボルト群の中心より隔たった所に位置することになる。Crawford と Kulak は同時回転中心周りの終局強度を、実験的に得られた支圧接合継手の荷重-変形曲線式に基づいて、算定する方法を提案した。また、摩擦接合継手については、ボルトの摩擦抵抗力として一定値を用いれば良いと考えた。すなわち主すべり時には、各ボルトの抵抗力は同時回転中心周りに作用し、それらは総べて等しいと仮定した。しかし、一般に各ボルトの抵抗力は、主すべり時の抵抗力であっても、継手部材の内部応力状態によって多少異なる^{5), 6)}。文献 1) の仮定とこのような実際の現象との相違が主すべり強度にどの

* 工博 東京都立大学助手 工学部土木工学科 (〒192-03 東京都八王子市南大沢 1-1)

ように影響するかは、実験による確認が難しいこともあって明らかにされていない。

本論文は、有限要素-ばねモデルを用いた面内偏心応力場の高力ボルト摩擦接合継手のすべり強度解析を通して Crawford と Kulak の算定法を吟味し、実際のすべり挙動に即した、より合理的な偏心継手の設計法について検討したものである。

2. 偏心応力場における摩擦継手の現行設計法

偏心応力が作用するときの摩擦接合継手の解析（設計）法は、今までに3種類程度提示されている。それらは例えば文献 7) などに詳しく説明されているが、現在は基本的には次に示す2手法が用いられている。

[1] 弾性解析法

[2] 終局強度解析法（塑性解析法）

日本における現行の設計方法とその問題点を明らかにするために、上記の各手法について簡単にまとめることになる。

[1] の解析法は、偏心距離 e を有する荷重 Q を受ける継手を例に挙げて説明することができる。このような応力状態の継手は、静的にはボルト群の重心 (Centroid of fastener group; C. G.) 周りの純曲げモーメント $M = Q e$ と作用線が C. G. を通るせん断力 Q を同時に受ける継手と等価である。従って、それぞれの場合について算定し、後で最縁端ボルトの合力が許容力以内になることを検証すればよいことになる。

純曲げモーメント $M = Q e$ が加わったときの各ボルトの分担力（ベクトル）を ρ_{mi} とし、ボルト群の重心 C. G. からの距離を d_i とすると、モーメントに関する釣合い式は、

$$M = \sum_{i=1}^n \rho_{mi} d_i \quad (1)$$

となる。ここで、 n は総ボルト本数である。

式 (1) において、各ボルトの分担力は C. G. からの距離に比例すると仮定した場合、次式が成立する。

$$\rho_{mi} = k d_i \quad (2)$$

ここで、 k は比例定数である。式 (1), (2) の関係から次の2式が得られる。

$$M = k \sum_{i=1}^n d_i^2 \quad (3)$$

または、

$$k = M / I_P \quad (3')$$

そして、

$$\rho_{mi} = M d_i / I_P \quad (4)$$

ここで、

$$I_P = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n y_i^2 \quad (5)$$

であり、また、 x_i , y_i はそれぞれ C. G. を座標原点としたときの i 番目のボルトの x , y 座標である。

式 (4) は x , y 方向成分に分解して表わすと次式となる。

$$\rho_{mxi} = M y_i / I_P, \quad \rho_{myi} = M x_i / I_P \quad (4')$$

次に、せん断力 Q が加わる場合の分担力 ρ_s を考えると、

$$\rho_s = Q / n \quad (6)$$

となり、結局純曲げモーメントとせん断力が同時に作用するときの分担力 ρ_i は次式で示される。

$$\rho_i = \{ (\rho_{myi} + \rho_s)^2 + \rho_{mxi}^2 \}^{1/2} \quad (7)$$

最端ボルトの分担力が最大となるので、この分担力 ρ_{max} が1本あたりのすべり許容耐力 ρ 以内になるように設計すればよい。このとき、ボルトが矩形配置であれば、 I_P と x_{max} , y_{max} は Fig. 1 に示すような任

意のボルト配置間隔 g , p と水平ボルト行数 m に対して次式で与えられる。

・垂直列が 2 列の場合

$$\left. \begin{aligned} I_P &= (1/2)mg^2 + (1/6)(m-1)m(m+1)p^2 \\ x_{max} &= g/2, \quad y_{max} = (m-1)p/2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

・垂直列が 3 列の場合

$$\left. \begin{aligned} I_P &= 2mg^2 + (1/4)(m-1)m(m+1)p^2 \\ x_{max} &= g, \quad y_{max} = (m-1)p/2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

従って、矩形配置の場合は上式を図表化すれば、多少効率の良い設計が可能である。

以上が [1] の「伝統的な弾性設計法」の概要であるが、この手法は、各ボルトの分担応力はボルト群の中心 C.G. からの距離に比例するとした仮定に基づいたものであることを考えれば明らかのように、本来は支圧接合型継手の設計法である。この算定法を直接、摩擦接合型継手に適用する場合、作用力と分担力の関係が線形である範囲に限定される。すなわち [1] の手法は微小すべり発生以前の弾性変形状態における設計法と考えるべきである。さらに、その後の実験などによって弾性設計法を用いて設計された継手は安全過ぎるということが判っている。

[2] の解析法は終局強度解析法または塑性解析法と呼ばれるものである。一般に偏心力を受ける継手は回転と並進移動を同時に起こすと考えられる (Fig. 2)。従って、これらの変位はボルト群の中心 C.G. から少し離れた位置にある、同時回転中心 (I. C.; Instantaneous center of rotation) 周りに生じることになる。

この同時回転中心は力の釣合式、

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n \rho_i \sin \theta_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \rho_i \cos \theta_i - Q &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \rho_i \bar{d}_i - Q(e + r_0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

から求められる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} \bar{d}_i &= \{y_i^2 + (x_i + r_0)^2\}^{1/2} \\ \theta_i &= \tan^{-1} \{y_i / (x_i + r_0)\} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

また、 r_0 はボルト群の重心 C.G. から同時回転中心 I.C. までの距離である。式 (10) の最初の式は、座標原点を C.G. に置き、さらに y 軸を偏心荷重の作用線と平行に設定したとき、自動的に満足する。

式 (10), (11) において弾性範囲の計算を行えば、すなわち、各ボルトの分担力 ρ_i は同時回転中心からの距離 $\bar{d}_i$ に比例する、

$$\rho_i = k' \bar{d}_i \quad (12)$$

と仮定して解くと (ここで k' は比例定数)、 r_0 が次式のように求められ、

$$r_0 = I_P / (e n) \quad (13)$$

これから得られる ρ_i の x , y 方向成分、 ρ_{xi} , ρ_{yi} は当然のことながら第 [1] の計算結果と全く等しくなる。

$$\left. \begin{aligned} \rho_{xi} &= Q(e + r_0) y_i / (I_P + n r_0^2) = \rho_{mx_i} \\ \rho_{yi} &= Q(e + r_0) (x_i + r_0) / (I_P + n r_0^2) = \rho_{my_i} + \rho_s \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

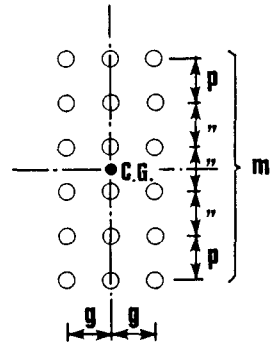


Fig. 1 Straight-pattern connection (3 gage lines)

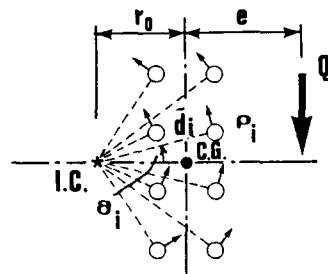


Fig. 2 Eccentric shear connection

一方、Crawford と Kulak は支圧継手におけるボルトの抵抗力と変形との関係を6個の供試体（2面せん断、単一ボルト継手）の圧縮試験から求め、終局強度 ρ_U を式(10)の ρ_i に当てはめて、すなわち $\rho_i = \rho_U$ （一定値）として、継手全体の終局強度を得る方法を提案した。また、摩擦接合継手の場合は、ボルトの摩擦抵抗力として一定値 ρ_L （ $\rho_i = \rho_L$ ）を用いればよいとした。両者ともボルトの抵抗力 ρ_i を回転中心からの距離に関係なく一定とするものである、それぞれの限界強度 Q_U 、 Q_L の、1本のボルトの限界強度に対する比は等しくなる。

$$c = Q_U / \rho_U = Q_L / \rho_L \quad (15)$$

継手全体の限界強度 Q_U 、 Q_L はそれぞれ適当な安全係数で除して許容強度とすることができる。主すべりを限界とする設計において、その安全係数が ν であるとき、許容力 Q_{Ls} は次式で求められる。

$$Q_{Ls} = Q_L / \nu = c \rho_L / \nu = c \rho_{Ls} \quad (16)$$

ここで、 ρ_{Ls} はボルト1本当たりの許容すべり耐力である（終局強度とすべり限界強度を区別するために添字 s を用いたが、 ρ_{Ls} は現行の示方書における ρ 。と同じものである）。

従って、係数 c が与えられれば、許容力 Q_{Ls} は式(16)から簡単に求められることになる。また、設計偏心力を Q とすれば、次式が成立するように設計すればよいことになる。

$$Q < c \rho_{Ls} \quad (17)$$

係数 c は各ボルトの座標および偏心距離によって決定される。しかし、 ρ_i を一定とした場合に式(10)は無理式となるため、係数 c に対する陽な形の解を得ることができず、電算機による近似計算が必要になる。

AISCのマニュアルには、この第[2]の解法が第[1]の解法と並列に記載されており、いずれの解法を用いてもよいとしている。また、第[2]の解法については、設計者の便を計って代表的なピッチとゲージを有する継手に対して種々の偏心量を考慮したときの係数 c の値を表にまとめて示している。

以上が代表的な2解析法の概要であるが、これらの解析法に基づいて日本における解析法の特徴を示すと次のようになる。

道路橋示方書は昭和55年に、また鉄道橋に関しては昭和58年に改定されたが、改定以前は第[1]の解析法の式(4)～(7)に準じて作った次式を用いて算定を行っていた⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} \rho_{mxj} &= M y_j / \sum_{i=1}^n y_i^2, \quad \rho_{myj} = 0, \\ \rho_i &= \{ \rho_s^2 + \rho_{mxj}^2 \}^{1/2} < \rho_{Ls} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

これは、純曲げモーメントによって垂直方向に生じる抵抗力 ρ_{myj} を無視し、そのかわりに抵抗モーメントにかかわる、式(5)の右辺第2項、 $\sum y_i^2$ のみ考慮したものと解釈できる。

これに対して現行の設計手法は、基本的には式(18)であるが、この中で ρ_{mxj} の求め方が異なり、純曲げモーメントを受ける継手の繊維応力方向に並ぶ各ボルト列はそれぞれのボルト列が分担する力 P_j に対して抵抗できればよいと考え、次式で算定することになっている。

$$\rho_{mxj} = P_j / n_j \quad (19)$$

ここで、 n_j は j 番目の水平列のボルト本数である。この改定により、ボルトは母材の応力分布に比例する配置とすることになった。このような配置が理想的に行なわれるならば、繊維応力方向に並ぶ各ボルト列において殆ど同時にすべりが生じることになり、非弾性状態を示す範囲を狭くすることができる。すなわち、主すべりを起こす直前にまで弾性範囲を拡大することになり、弾性解析法を用いることの意味が出てくる。また安全率も、理論的には単一応力場の継手に近づくことになる。

しかし、摩擦接合継手においては、ボルトの微小すべりによる応力の再分配が行なわれるという基本的な、また重要な特性がある。これはボルト群としてのすべり強度が期待できることを示しており、現行規準はこの特性を活かしていないように思われる。また、ボルト配置を応力分布に忠実に比例させるように務めた場合、縁端部に近づくに連れて水平列のボルト本数が必然的に多くなるので、添接板を複数（モーメントプレ

ートとシェアプレートなど) 用意しなければならなくなる。これは製作性および施行性の面から、また美観的にも望ましいものではないように思われる。そこで1枚添接板を用いるとすると、全ての水平列のボルトは最縁端部のボルト本数で統一されることになり、数多くのボルトを必要とすることになる。さらに、これは「母材の応力分布に比例させる」という所期の目的に反した配置となってしまう。それにもかかわらず昨今は矩形配置として1枚添接板を用いる設計例が増えており、このような設計に対応できるような規準を考える必要がある。

前述の解法のうち、第[2]の解法が合理的であろう。しかし、第[2]の解法は終局強度解析法とは言っても、本質的には純粹に幾何学的な力の釣合式に基づいた解析であり、ボルト軸力の変動や継手部材の変形を考慮した場合、本当に同時回転中心周りに主すべりが生じるかといった疑問が残っている。

3. 偏心応力場の継手のすべり強度解析

第[2]の解析法において、主すべり時には、各ボルトの抵抗力は同時回転中心周りに作用し、それらは総べて等しいという仮定が用いられた。しかし、一般に p_1 は、主すべり時の抵抗力であっても、継手部材の内部応力状態によって多少異なる。このような第[2]の解析法の仮定と実際の現象との相違が主すべり荷重にどのように影響するかは、実験による確認が難しいこともあって明らかにされていない。ここでは、有限要素-ばねモデルを用いたすべり強度解析を通して、上記の相違が主すべり荷重に及ぼす影響などについて明らかにする。

摩擦接合型の偏心継手に関する最近の実験的研究は文献9)で行なわれている。Fig. 3(a)はその試験体の一つであり、片側6本のF9T-W7/8ボルト群に対して、60 mmの偏心距離を有する荷重Qが加わる突合せ継手である。継手の鋼種はSM50Aであり、板厚は母材が22 mm、添接板が12 mmである。試験では荷重の他に、図中に△印で示した2箇所(R, L点)において、母材と添接板の相対変位量が計測された。予備試験によりすべり係数が得られており、その値は0.617または0.635であった。本試験結果によれば、主すべり荷重 Q_u は73.5 tonであった。

すべり強度解析に用いた離散化モデルは、Fig. 3(b)に示すように母材と添接板を2次のアイソパラメトリック有限要素で離散化し、さらにボルトの締め付け効果を、互いに直交するように取り付けた一対のせん断ばねで表現するものであり、PIFESM (Parabolic Iso-parametric Finite Element - Spring Model)

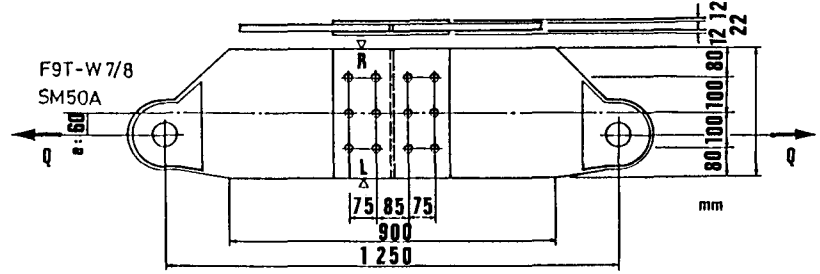


Fig. 3 (a)

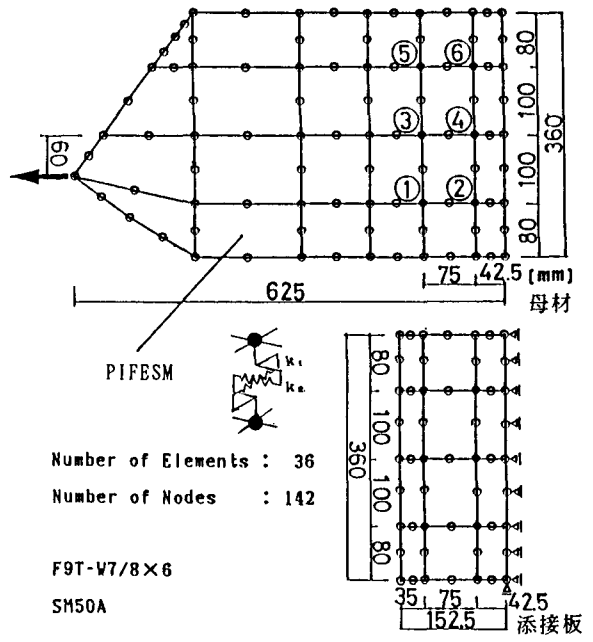


Fig. 3 (b) Discretization of eccentric connection

と呼んでいるものである。引張側ボルト軸力は継手板に生じる応力に応じてポアソン比による板厚減少を考慮して変化させているが、圧縮側ボルトは軸力を一定と仮定している。初期せん断ばね定数は文献 5)、6) で述べたものと同じものを用いた。

2 次のアイソパラメトリック有限要素の曲げ問題への適応性については文献 10) において確認している。ただし、本解析においては、偏心応力場のすべり挙動が扱えるように、ばねの取り付け角度を各演算ステップ毎に微小すべりの方向へ自動的に変わるように改良し、より一般性を持たせたモデルとしている^{11), 12)}。

解析に用いた摩擦係数は、予備試験で得られたすべり係数のうち大きいものを摩擦係数として用いることにした。すなわち、すべり係数に対して摩擦係数の方が数パーセント程度大きい、予備試験では摩擦係数を求めておらず、不明であるため、すべり係数のうち大きいものを摩擦係数として用いた。ボルト初期導入軸力 N_0 は試験と同じ、14.0 ton とした。またボルト番号を図の左下から順に①～⑥と付けることにした。

Fig. 4 は R, L 点における荷重と母材-添接板間の相対変位の関係を示したものであり、実線が PIFESM による解析結果、破線が試験結果である。解析結果の曲線には各ボルトが微小すべりを起こした箇所を記入した。偏心荷重の作用線に近い①、②のボルトが先にすべり出し、その影響が次第に他のボルトに伝達し、ついには⑤、⑥のボルトがすべて主すべりに至っている。試験結果と解析結果の、R 点と L 点における荷重-相対変位関係は非常に良く似ており、PIFESM による解析精度が良いことを証明している。

PIFESM による解析によれば、主すべり荷重は 74.7 ton であった。実験値 (73.5 ton) に対する誤差は +1.6 % であり、良く合致している。

Fig. 5 は解析によって得られた弾性変形時の母材-添接板間の相対変位方向 (長針) と主すべり時の方向 (短針) を示したものである。従って、各ボルトの摩擦抵抗力はこのすべり方向と逆方向に働いていることになる。図中の破線と実線はそれぞれ、弾性変形時および主すべり時の相対変位方向または摩擦抵抗力 (ベクトル) の向きに対して

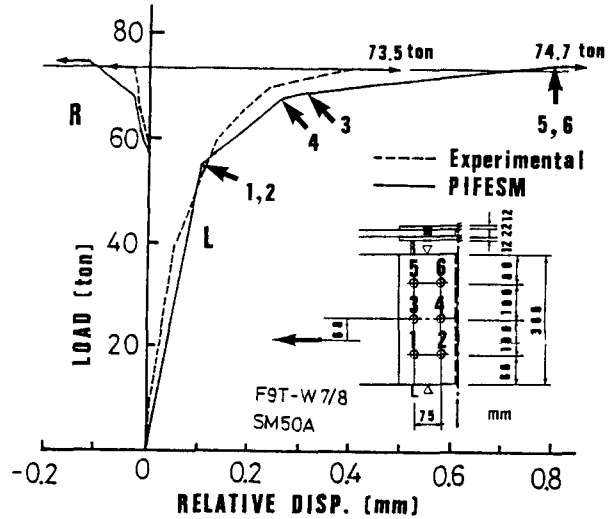


Fig. 4 Comparison of experimental and computed load - relative displacement relationship

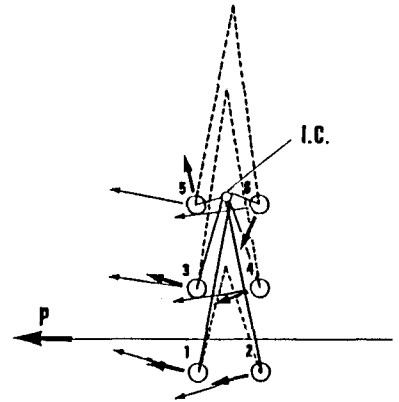


Fig. 5 Direction of the relative displacement (elastic, major slip)

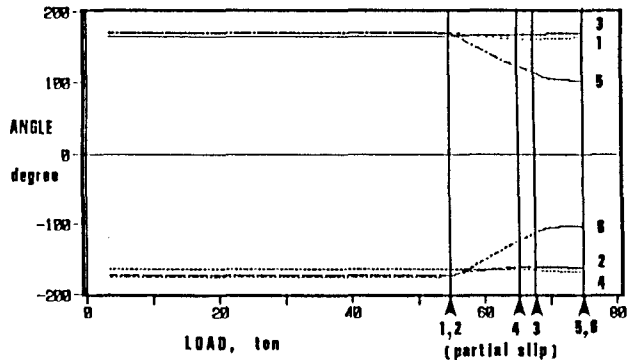


Fig. 6 Angles of relative displacements

直角に引いた補助線であり、その交点是一对のボルト（①と②、③と④、⑤と⑥）の摩擦抵抗力の回転中心を示す。弾性変形時の回転中心はばらばらに離れていたものが、主すべり時には、全く一致するというのではないが、一箇所に近づくようになっている。このときの摩擦抵抗力の角度変化を荷重 Q に対して示したのが Fig. 6 である。荷重軸には各ボルトの微小すべり発生位置を示してある。摩擦抵抗力の作用方向は微小すべり発生直後変化し始め、主すべり発生直前に収束する傾向がある。

Table 1 に、主すべり時の各ボルト部における摩擦抵抗力（解析結果）を示す。また、括弧内には主すべり時のボルト軸力が初期導入軸力に対してどのように変化したかをパーセント表示したものを示す。継手片の内部応力は②および③のボルト付近で幾分大きいので、ボルト軸力変化も大きくなっている。このボルト軸力変化の影響を受け、摩擦抵抗力は多少異なった値となっている。さらに摩擦抵抗力の差によって、各一对のボルトの回転中心がややずれることになる。次に、この回転中心のずれが全摩擦抵抗力に及ぼす影響を調べてみる。

No.	ρ_i (ton)	ζ_i (%)
①	8.67	97.5
②	8.56	96.2
③	8.68	97.6
④	8.54	96.1
⑤	8.83	99.4
⑥	8.81	99.0
Ave.	8.68	97.6

Table 1 Slip resistance at a stage of major slip

Table 1 に示した摩擦抵抗力の平均値 $\bar{\rho}_s = 8.68$ tonと主すべり荷重 $Q_u = 74.7$ ton（解析値）を用いて係数 $C (= Q_u / \bar{\rho}_s)$ を計算すると 4.30 となる。一方、第[2]の解析法によって同時回転中心 I.C. を求めると、 $r_0 = 109$ mm となり、そのときの係数 C は 4.32 となる。従って、本算定例の場合、係数 C の理論値は解析値に対して若干大きいものの、非常に良く合っている。

Fig. 5 にこの同時回転中心 I.C. を示した。

以上のように、IPFESM を用いた解析は偏心継手のすべり強度解析にも有効であり、非常に精度の良い結果が得られることを確認した。

当解析モデルを用いて、Fig. 7 に示すようなゲージライン 2 列（ゲージ 75 mm, ピッチ 75 mm）と、それぞれに対して 3 種類のボルト列数（ $m=4, 5, 6$ ）、さらに 2 種類の偏心量（ $e=140$ mm, 220 mm）の各ケースについてのすべり強度に関するシミュレーション解析を試みた。ボルトは F10T - M22（ボルト軸力 20.48 ton）とし、摩擦係数は 0.55 とした。

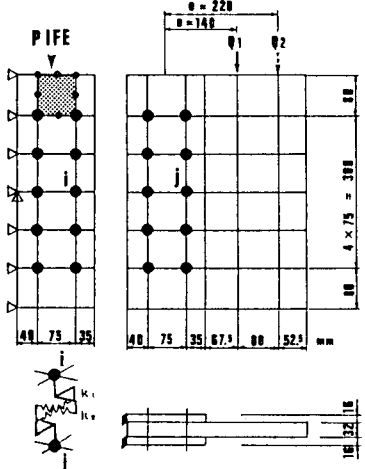


Fig. 7 Configurations and size of the eccentric shear connection ($m=5$)

Fig. 8 はボルト 4 列 ($m=4$) における各ボルトの母材-添接板間の相対変位の方向（すべり方向）を示したものであるが、長針が弾性時、また短針が主すべり発生時のものである。

弾性時には各ボルトの抵抗力にバラツキがあることから、全く同一の回転中心を持つことはない。

しかし、主すべり時には、それまでばらばらであった回転中心が 1 点（I.C. 付近）に集中する傾向にある。Fig. 8 の中に、I.C. の理論値を星印で示した。

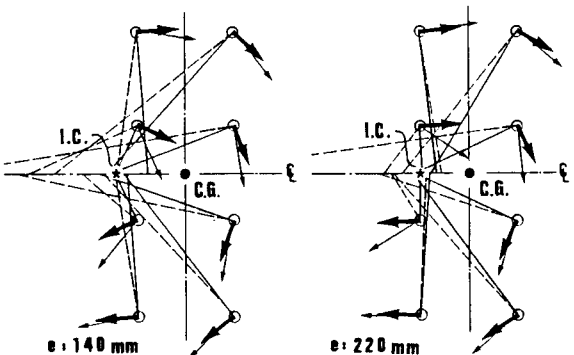


Fig. 8 Directions of the relative displacement (Elastic deformation and major slip)

Table 2 は本解析で得られた係数 C を理論値と比較したものである。ここですべり抵抗値には解析で得られた、主すべり時の各ボルトの軸力変化率の平均値(%)と摩擦係数 μ 、初期ボルト軸力 N_0 から計算される、平均すべり抵抗値 $\rho (= 2\zeta \mu N_0 / 100)$ を用いた。

すべり解析から得られた係数 C は、Fig. 8 に示したように、個々のボルトの回転中心が多少ずれているにもかかわらず理論値と非常に良く合っている。

ただし、解析値が理論値を僅かに下回る場合がある。すべり解析モデルの精度を実験結果と比較した、Fig. 3 の継手の場合にも同様の傾向が見られたことから係数 C の値は、安全をみて、理論値を数パーセント程度減じて設計に用いる方が良いように思われる結果が得られた。

$\zeta : N_{ms}/N_0 \times 100 (\%)$		e = 140 mm			e = 220 mm		
		m = 4	m = 5	m = 6	m = 4	m = 5	m = 6
Bolt No.	1	96.28	95.50	94.50	95.86	95.18	94.26
	2	98.74	98.88	98.66	97.46	97.10	95.82
	3	97.86	96.82	96.09	97.31	95.95	95.16
	4	99.33	99.28	100	98.69	97.96	97.42
	5	100	100	98.69	100	99.50	97.46
	6	100	100	100	100	100	99.24
	7	100	100	100	100	100	100
	8	100	100	100	100	100	100
	9		100	100		100	100
	10		100	100		100	100
	11			100			100
	12			100			100
Ave. $\bar{\zeta}$ (%)		99.03	99.05	99.00	98.67	98.57	98.28
$\bar{\rho} : 2\bar{\zeta} \mu \times N_0/100$ (ton)		22.31	22.31	22.30	22.23	22.21	22.14
Q (ton)		91.52	131.9	177.48	63.58	92.12	128.6
C:PIFESM ($Q/\bar{\rho}$)		4.10	5.91	7.96	2.86	4.15	5.81
C:Theory ($\times 0.97$)		4.11 3.99	5.91 5.73	7.93 7.89	2.87 2.78	4.17 4.04	5.80 5.63

Table 2. Comparison of PIFESM and theory on coefficient C

4. 偏心応力場における高力ボルト摩擦接合継手のすべり強度設計法

PIFESMを用いた複合応力場における摩擦継手のすべり強度解析により、第[2]の解析(設計)法の考え方は合理的であることが確認された。すなわち、主すべり時の各ボルトのすべり抵抗力の回転中心は理論で求められるI.C.付近に集中しており、また係数 C の値も理論値とほぼ合致することが明かとなった。ただし、PIFESMによる解析結果から、係数 C の理論値は少し大きくなる可能性があり、この点を考慮して数パーセント程度低減しさえすれば、安全側で、しかも精度の良い偏心継手の主すべり強度を推定できることが分かった。

式(10)において $\rho_i = \rho_L$ (一定) とすると、結局C.G.からI.C.までの距離 r_0 を未知量とする、次式を解けばよいことになる。

$$\left(\sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_i \right) / (e + r_0) - \sum_{i=1}^n \cos \theta_i = 0 \quad (20)$$

ここで、 $\bar{\alpha}_i$ 、 θ_i は既に式(11)で示してある。上式の左辺第1項または第2項が係数 c となる。

$$c = \left(\sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_i \right) / (e + r_0) = \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \quad (21)$$

矩形配置で、垂直列(ゲージライン)が2列または3列の継手における係数 C を求めるプログラム(BASIC言語)を作成した。参考のために当プログラムと出力結果の例を付録に示す。

	Number of bolts										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
(a) Theory Eq. (21)	2.15	3.86	5.96	8.13	10.3	12.4	14.6	16.7	18.8	20.9	23.0
(b) AISC Manual	2.03	3.68	5.67	7.77	9.91	12.0	14.2	16.3	18.3	20.4	22.5
(b)/(a)	0.94	0.95	0.95	0.96	0.96	0.96	0.97	0.97	0.97	0.97	0.96

Table 3 Comparison of theory and AISC manual on coefficient C

用いて計算をしたときの係数 C と AISC のマニュアルにある数値を比較したものである。Table 3 はゲージ、ピッチともに 3 インチであり、偏心距離も 3 インチの場合である。AISC マニュアルの係数 C の値はいずれも筆者の計算結果よりも数パーセント低くなっており、安全側の値となっている。しかし、他のケースについても比較を行なったが、筆者の計算値と一致しているものもあり、この両者の差は繰返し計算における刻み幅の違いに基づく単純な数値計算誤差であると思われる。従って、筆者の計算結果と一致しているところは多少危険側の値となっている可能性がある。この点は改める必要があり、また AISC マニュアルの数表はピッチ、ゲージの単位がインチであるため、当設計法を利用するためには、メートル単位系のピッチ、ゲージにおける係数 C の数表を新たに作成する必要がある。

	e (mm)	m													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
75 mm	20	3.48	5.54	7.55	9.53	11.5	13.5	15.4	17.4	19.3	21.3	23.2	25.2	27.1	29.0
	40	2.87	4.91	7.01	9.07	11.1	13.1	15.1	17.1	19.1	21.0	23.0	25.0	26.9	28.9
	60	2.38	4.22	6.31	8.42	10.5	12.6	14.6	16.7	18.7	20.7	22.7	24.7	26.6	28.6
	80	2.00	3.60	5.81	7.70	9.83	11.9	14.0	16.1	18.2	20.2	22.2	24.2	26.3	28.2
	100	1.71	3.08	4.98	6.99	9.09	11.2	13.3	15.5	17.6	19.6	21.7	23.7	25.8	27.8
	120	1.49	2.69	4.44	6.32	8.37	10.5	12.6	14.7	16.9	19.0	21.1	23.1	25.2	27.3
	140	1.32	2.39	3.99	5.73	7.69	9.75	11.9	14.0	16.1	18.3	20.4	22.5	24.6	26.7
	160	1.18	2.15	3.61	5.22	7.08	9.07	11.1	13.3	15.4	17.5	19.7	21.8	23.9	26.0
	180	1.06	1.95	3.29	4.77	6.54	8.44	10.5	12.5	14.6	16.8	18.9	21.0	23.2	25.3
	200	0.97	1.79	3.01	4.38	6.05	7.86	9.80	11.8	13.9	16.0	18.2	20.3	22.4	24.5
	220	0.89	1.65	2.78	4.04	5.63	7.34	9.20	11.2	13.2	15.3	17.4	19.5	21.7	23.8
	240	0.82	1.53	2.58	3.75	5.25	6.87	8.66	10.6	12.5	14.6	16.7	18.8	20.9	23.1
	260	0.76	1.43	2.40	3.50	4.91	6.45	8.16	9.99	11.9	13.9	16.0	18.1	20.2	22.3
	280	0.71	1.34	2.25	3.28	4.62	6.06	7.70	9.46	11.3	13.3	15.3	17.4	19.5	21.6
	300	0.67	1.26	2.11	3.08	4.35	5.72	7.29	8.98	10.8	12.7	14.7	16.7	18.7	20.8
	320	0.63	1.18	1.99	2.91	4.11	5.41	6.92	8.54	10.3	12.1	14.0	16.0	18.1	20.1
	340	0.59	1.12	1.88	2.76	3.90	5.13	6.57	8.13	9.81	11.6	13.5	15.4	17.4	19.4
	360	0.56	1.06	1.79	2.62	3.70	4.87	6.26	7.75	9.38	11.1	12.9	14.8	16.8	18.8
	380	0.53	1.01	1.70	2.49	3.52	4.64	5.97	7.40	8.97	10.6	12.4	14.3	16.2	18.1
	400	0.51	0.96	1.62	2.38	3.36	4.43	5.71	7.08	8.60	10.2	11.9	13.7	15.6	17.5
	420	0.48	0.92	1.54	2.28	3.22	4.23	5.47	6.79	8.25	9.81	11.5	13.2	15.1	17.0
	440	0.46	0.88	1.48	2.18	3.08	4.06	5.24	6.51	7.93	9.44	11.1	12.8	14.6	16.4
	460	0.44	0.84	1.42	2.09	2.95	3.89	5.04	6.26	7.63	9.09	10.7	12.3	14.1	15.9
	480	0.42	0.81	1.36	2.01	2.84	3.74	4.85	6.02	7.35	8.76	10.3	11.9	13.6	15.4
	500	0.41	0.78	1.31	1.93	2.73	3.60	4.67	5.80	7.08	8.46	9.94	11.5	13.2	14.9
	550	0.37	0.71	1.19	1.77	2.50	3.30	4.27	5.31	6.50	7.77	9.15	10.6	12.2	13.8
	600	0.34	0.65	1.09	1.63	2.30	3.04	3.94	4.89	6.00	7.18	8.47	9.84	11.3	12.8
	650	0.31	0.60	1.01	1.51	2.13	2.82	3.65	4.54	5.57	6.67	7.87	9.16	10.5	12.0
	700	0.29	0.56	0.94	1.40	1.98	2.63	3.40	4.23	5.20	6.22	7.36	8.56	9.85	11.2
	750	0.27	0.53	0.88	1.31	1.85	2.46	3.18	3.96	4.87	5.83	6.90	8.03	9.25	10.6
	800	0.26	0.49	0.83	1.23	1.74	2.31	2.99	3.72	4.58	5.48	6.49	7.56	8.72	9.95
	850	0.24	0.46	0.78	1.16	1.64	2.18	2.82	3.52	4.32	5.17	6.13	7.14	8.24	9.40
	900	0.23	0.44	0.74	1.10	1.55	2.06	2.67	3.33	4.09	4.89	5.81	6.77	7.81	8.92
	950	0.22	0.42	0.70	1.04	1.47	1.96	2.53	3.16	3.88	4.65	5.52	6.43	7.43	8.48
	1000	0.21	0.40	0.66	0.99	1.40	1.86	2.41	3.01	3.69	4.42	5.25	6.12	7.07	8.08

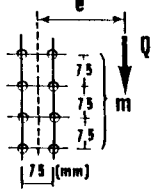
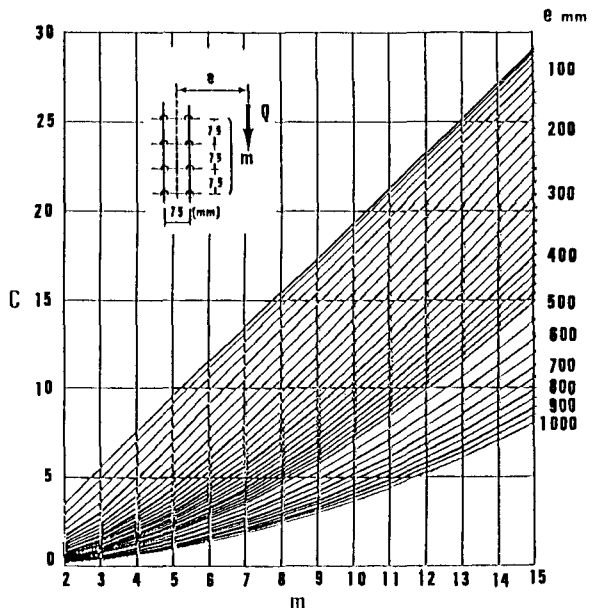


Table 4 Modified coefficients C (2 gage lines)



PIFESM による解析結果を参考して、第[2]の解析法の数値を 3 % 割り引きし、安全側の値とした場合の係数 C を、メートル単位系のピッチ、ゲージについて求めた結果を Table 4, Fig. 9 に示す。ゲージ、ピッチともに 75 mm、ゲージラインが 2 列、偏心距離の範囲が 20 mm ~ 1000 mm (500 mm までは 20 mm 刻み、以後は 50 mm 刻み) の場合である。ここで、記号 Q は偏心荷重であり、e は偏心距離、また "m" はボルトの水平列数 (行数) である。

偏心がない時の C - m 関係は $C = 2m$ である。継手の設計は、このような表または図から

Fig. 9 Modified C - m curves (2 gage lines, 75x75mm)

係数 C を求め、次式が成立するように必要列数を決定すれば良い。

$$Q < C \rho_{L_s} \quad (22)$$

ここで、 ρ_{L_s} はボルト 1 本当たりのすべりに対する許容力 (ton/本) である。

一方、Fisher ら¹³⁾ は 1 列または 2 列のゲージラインにおける係数 C の値を与える近似関数を提案している。しかし、偏心距離 e が小さい範囲では精度が極端に悪く、また逆に e が大きい範囲においても精度が劣っている。これにかわる近似関数を捜す試みをしたが、偏心距離 e の範囲が広いため、適当な関数を得ることができなかった。従って、使用頻度の高いゲージとピッチに対して Table 4 または Fig. 9 のような図表を用意する必要がある。他方、小型計算機の普及している現在は計算法 (またはプログラム) を明示することも一つの方法であると思われる (付録参照)。

すべり強度設計法における留意事柄として次の 3 点が挙げられる。

- i) 図表から得られる m は必要最小限の値であるから、小数部分を切り上げた整数値以上のボルト行が必要である。
- ii) この整数化した m の値を基にして、ボルトの最大縁端距離の条件を満足させるように m の値を増やす。
- iii) ボルトの最大縁端距離の条件を満足させるために、ボルト行の間隔を少し長くすることも可能であり、このときには安全側の設計となる。ただし、最大中心間隔の条件を満足させる必要がある。

5. 結語

Crawford と Kulak の解析 (設計) 法について、有限要素-ばねモデル (IPFESM) を用いたすべり強度解析を通して、その合理性および妥当性を検証した。ただし、すべり強度解析によって、Crawford と Kulak が「主すべり時にはボルト部における摩擦抵抗力は一定である」とした仮定は僅かながら危険側の設計になる可能性があることが明かとなった。すなわち、継手片に生じる内部応力分布に応じてボルト軸力が変化するために、主すべり時においても各ボルトに若干の摩擦抵抗力の違いが出てくる。この摩擦抵抗力のばらつきにより、個々のボルトの回転中心が同時回転中心から幾分ずれることになり、すべり抵抗が多少低くなる場合がある。これらを考慮して、本論文ではすべり強度を 3% 低減する設計法を提示した。すべり強度設計法は偏心継手だけでなく、より一般的な複合応力場の継手、例えば曲げモーメントとせん断力を同時に受ける鋼桁のウェブ継手の設計などに応用できるとと思われる。

参考文献

- 1) Crawford, S. F. and Kulak, G. L. : Eccentrically Loaded Bolted Connections, Journal of the ST Div., ASCE, Vol. 97, ST3, March 1971.
- 2) AISC (American Institute of Steel Construction Inc.) : Steel Construction Manual (8th Ed.).
- 3) 日本道路協会 : 道路橋示方書・同解説 (鋼橋編)、昭和 55 年 2 月。
- 4) 土木学会 : 国鉄建造物設計標準解説 (鋼鉄道橋・鋼とコンクリートとの合成鉄道橋)、昭和 58 年 5 月。
- 5) 長嶋・伊藤 : 剛体-ばねモデルを用いた高力ボルト摩擦接合継手のすべり挙動解析、土木学会論文集、第 350 号 / I - 2, 1984 年 10 月。
- 6) Nagashima, F. : Analytical Study on Shape Effect of Friction-Type Bolted Joints, Structural Eng. / Earthquake Eng. Vol. 3, No. 2, 395s-405s, October 1986, Japan Society of Civil Engineers (Proc. of JSCE No. 374 / I - 6).
- 7) Salmon C. G. and Johnson J. E. : Steel Structures [Design and Behavior, Second Edition], Harper & Row Publishers, 1980.
- 8) 土木学会 : 鋼鉄道橋設計標準解説 (1974 年改訂版)、昭和 55 年 4 月。

- 9) 日高・高木・寺田：プレートガーダー腹板の高力ボルト継手試験、日本国有鉄道構造物設計資料、No. 72, 1982-12。
- 10) 長嶋・野木：面内純曲げモーメント作用下の摩擦接合継手のすべり強度解析、構造工学論文集、Vol. 35 A, 1989年 3月。
- 11) 山田・長嶋：任意方向の微小すべりを考慮した摩擦接合継手のすべり強度解析、土木学会第44回年次学術講演会、I-214, 1989年。
- 12) 長嶋：複合応力場における摩擦接合継手のすべり強度について、土木学会第45回年次学術講演会、I-126, 1990年。
- 13) Fisher, J. W. and Struik J. H. A. : Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joints, John Wiley & Sons, Inc., 1974.

付 録

係数Cを求める
 プログラム (BAS
 IC言語) を Fig.
 A- 1に示す。当プ
 ログラムは矩形配
 置で、2または3
 本の垂直列 (ゲー
 ジライン) を有す
 る継手に対しての
 み計算可能である。
 また、偏心量 e
 と水平列の数 m に
 対して、それぞれ
 初期値、最終値お
 よび刻み幅を与え
 ることによって、
 種々のケースを一
 括して計算できる。
 ここで例示した
 プログラムは、垂
 直列 (ゲージライ
 ン) [NGALN] が2
 列、ピッチ [PITCH]
 が 100mm、ゲージ
 [GAGE] が 75 mm、
 偏心距離が 20 [ES]
 ～ 100 [EL] mm (刻
 み幅 [DE] 20mm)、
 水平列が 2 [NS] ～

```

10 ' COEFFICIENT C
20 DIM PS(2,100)
30 P1=3.14159
40 '-----
50 NGALN=2
60 PITCH=100:GAGE= 75
70 ES= 20:EL= 100:DE= 20
80 RZZ=0!:DRZZ=1!
90 NS= 2:NL= 5:DN=1
100 '-----
110 LPRINT "Num. of gage lines :";NGALN
120 LPRINT "Pitch :";PITCH;" Gage :";GAGE
130 LPRINT "Eccentricity : From ";ES;" to ";EL;" step ";DE
140 LPRINT "Num. of bolts in a vertical row : From ";
150 LPRINT NS;" to ";NL;" step ";DN:LPRINT ""
160 LPRINT " e m C r C*0.97":LPRINT ""
170 '
180 FOR IE=ES TO EL STEP DE
190 FOR IN=NS TO NL STEP DN
200 NOB=NGALN*IN
210 FOR JN=1 TO NOB STEP NGALN
220 IF NGALN=2 THEN PS(1,JN)=-GAGE/2:PS(1,JN+1)=GAGE/2
230 IF NGALN=3 THEN PS(1,JN)=-GAGE:PS(1,JN+1)=0:PS(1,JN+2)=GAGE
240 PS(2,JN)=-PITCH/2*(IN-1)*PITCH*INT(JN/NGALN)
250 IF NGALN=2 THEN PS(2,JN+1)=PS(2,JN)
260 IF NGALN=3 THEN PS(2,JN+1)=PS(2,JN):PS(2,JN+2)=PS(2,JN)
270 NEXT JN
280 RZ=RZZ
290 *CONT1:SUMD=0:SUMT=0
300 FOR JN=1 TO NOB
310 SUMD=SUMD+SQR(PS(2,JN)^2+(PS(1,JN)+RZ)^2)
320 A1=PS(2,JN):A2=PS(1,JN)+RZ
330 IF A1>0 THEN *PLAS ELSE *MINUS
340 *PLAS:IF A2>0 THEN T=ATN(A1/A2) ELSE T=ATN(A1/A2)+PI
350 GOTO *ANGLE
360 *MINUS:IF A1=0 THEN *ZERO
370 IF A2>0 THEN T=ATN(A1/A2) ELSE T=ATN(A1/A2)+PI
380 GOTO *ANGLE
390 *ZERO:IF A2>0 THEN T=0 ELSE T=PI
400 *ANGLE:SUMT=SUMT+T
410 NEXT JN
420 CC=SUMD/(IE+RZ)
430 PRINT RZ,CC,SUMT
440 IF CC<SUMT THEN *CONV
450 RZ=RZ+DRZZ:GOTO *CONT1
460 *CONV:PRINT IE,IN,CC,RZ,CC*.97:RZZ=RZ
470 LPRINT USING "#### ### ##.## #####. # ##.##";IE,IN,CC,RZ,CC*.97
480 NEXT IN
490 RZZ=0!:LPRINT ""
500 NEXT IE
510 STOP
520 END

```

Fig. A-1 Computer program to calculate the coefficient C (BASIC lists)

5[NL] 列（刻み幅[DN] 1列）の場合である。これらの値は予めプログラム中の指定された箇所に書き込む必要がある。

また、これらの設定と共に、収束計算に必要な2つの定数を与えなければならない。すなわち、ボルト群の中心から同時回転中心までの距離 r_0 の初期値 [RZZ]と刻み幅[DRZZ]である。

ここで、 r_0 の初期値は零に固定してかまわない（初期値が零に設定されていても、水平列のみ増加させるルーチン内においては前回求められた値を今回の初期値として自動的に設定するようになっており、計算時間の短縮を計っている）が、刻み幅は計算精度と計算時間に関係するので、適当な値を与える必要がある。刻み幅の目安とし

ては、偏心距離が 20～500mmに対して 1mm、500～1000mmに対して 0.5mm、1000～8000mmに対して 0.2mm程度とすれば良い。刻み幅をあまり細かくしても計算時間の割りには精度が上がらない。

以上の計算条件はプログラムの行番号50～90において設定する。上記のプログラムを実行した結果をFig. A-2に示す。

Num. of gage lines : 2				
Pitch : 100 Gage : 75				
Eccentricity : From 20 to 100 step 20				
Num. of bolts in a vertical row : From 2 to 5 step 1				
e	m	C	r	C*0.97
20	2	3.73	142.0	3.62
20	3	5.83	337.0	5.65
20	4	7.87	623.0	7.64
20	5	9.90	996.0	9.60
40	2	3.22	85.0	3.12
40	3	5.39	170.0	5.23
40	4	7.53	308.0	7.30
40	5	9.62	492.0	9.33
60	2	2.74	65.0	2.66
60	3	4.84	112.0	4.70
60	4	7.04	201.0	6.83
60	5	9.19	321.0	8.92
80	2	2.34	53.0	2.27
80	3	4.29	80.0	4.16
80	4	6.48	147.0	6.28
80	5	8.67	235.0	8.41
100	2	2.03	46.0	1.97
100	3	3.78	58.0	3.66
100	4	5.91	115.0	5.73
100	5	8.10	182.0	7.86

Fig. A-2 Output lists

(1991年 9月30日受付)