

集成木材はりの横座屈解析と実験

ANALYSIS AND TESTS FOR LATERAL BUCKLING OF GLUED LAMINATED TIMBERS

長谷部 薫^{*}, 薄木 征三^{**}

By Kaoru HASEBE and Seizo USUKI

This paper presents the lateral stability of glued laminated timber beams with rectangular cross section. Using the incremental virtual work principle, the elastic lateral buckling moment for simply supported glued laminated timber beam is given. Lateral buckling tests are done with simply supported beams under pure bending moment applied at two ends. Wood species of tested glued laminated timber beams is Akita cedar. Experimental values of lateral buckling moment are compared with the numerical solutions. The mean value of differences is within 6 %, and the elastic buckling moment for glued laminated timber beams can be evaluated by calculations.

1. まえがき

近年、集成材を用いたはりやアーチのように、はりの幅に対して高さの大きい部材を用いて大スパン構造物が建てられるようになってきた。しかしながら、このようなはりには横安定性が低く、水平方向の曲げとねじりを伴う横座屈を起こしやすくなる。はりの横座屈について、鋼構造に関しては多くの研究が報告されているが、木構造に関するものは少なくわが国ではまだ体系化できる段階に達していない。

Hooleyら¹⁾は、集成材を使用した単純ばりと片持ばりの横座屈について、理論的および実験的研究を行い細長比と有効座屈長を提示しているが、座屈前の初期変形の項で面内と面外曲げに対する集成材のヤング係数を等しいとし、曲げねじりの影響は考慮していない。この研究成果は、アメリカ^{2), 3)}およびカナダ⁴⁾の横座屈に関する設計規準の基本となっている。また、Zahnら^{5) - 7)}は床構造や屋根における木材はりの横安定問題について報告している。山本ら⁸⁾は小断面の角材を用いて片持ばりの横座屈試験を行い、鋼構造のはりの設計で用いられている横座屈荷重を求める計算式が木質はりに適用できることを示し、細長比を定義しているが、初期変形と曲げねじり剛性は考慮していない。辻野⁹⁾は有限要素法を用いて木材はりの横座屈解析を行い、山本らの実験結果により解析法の検証を行っているが、解析に用いた変位場は変位の二次以上の項を無視しており、初期変形を考慮できない結果となっている。玉置ら¹⁰⁾は大断面集成材を用いて片持ば

* 工博 秋田大学助手 鉱山学部土木環境工学科 (〒010 秋田市手形学園町1-1)

** 工博 秋田大学教授 鉱山学部土木環境工学科 (同 上)

りの横座屈実験を行い、大断面集成材の座屈耐力は、山本らと同様に鋼はりの設計で用いられている弾性座屈理論に基づいて概ね評価できることを示している。また、フランジに L V L (Laminated Veneer Lumber) を用いウェブに合板を用いた I 形はりの横座屈についても報告されているが¹¹⁾、座屈解析において初期変形と曲げねじり剛性にはふれていない。

日本建築学会制定の木構造計算規準・同解説¹²⁾では、アメリカおよびカナダの規準に採用されている方法を採用しているが、わが国でもはりの横座屈に関する資料を蓄積して独自の設計規準を作成することが必要であると思われる。ここでは、これらの資料の基礎として、初期ねじれ等の初期不整のない木質はりの横座屈に関する固有値解析と、スギ集成材を用いて模型実験を行った。解析方法は仮想仕事の原理に増分理論を適用し、座屈直前の変形を考慮した純曲げによる横座屈荷重を求めた。

2. 解析方法

直線部材の変位場は、図-1の右手系直交座標系に対しで次式で与えられる¹³⁾。

$$\begin{aligned} u &= u_0 - y \sin \theta - x (1 - \cos \theta) \\ v &= v_0 + x \sin \theta - y (1 - \cos \theta) \\ w &= w_0 - x (u_0' \cos \theta + v_0' \sin \theta) \\ &\quad - y (v_0' \cos \theta - u_0' \sin \theta) - \omega \theta' \end{aligned} \quad (1)$$

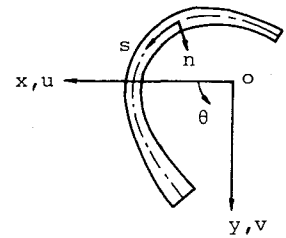


図-1 座標系

ここで、 u_0 、 v_0 、 w_0 は原点 O の x 、 y 、 z 方向の変位、 θ は断面のねじり角、 ω はそり関数、上指標 ' は z に関する微分を表す。ひずみと変位の関係式は

$$\begin{aligned} \varepsilon_z &= w_0' + (u_0'^2 + v_0'^2)/2 + (x^2 + y^2)\theta'^2/2 - x(u_0'' \cos \theta + v_0'' \sin \theta) \\ &\quad - y(v_0'' \cos \theta - u_0'' \sin \theta) - \omega \theta'' \\ \gamma_{sz} &= \theta \theta' \end{aligned} \quad (2)$$

ここで開断面に対して $\theta = -2n$ である。

安定なつり合い状態 Q_n から同じ荷重状態で、 Q_n 状態と少しだけ異なった安定なつり合い状態 Q_{n+1} がある場合の Q_{n+1} 状態での仮想仕事の原理は

$$\begin{aligned} &\int_0^L \int_F \{ (\sigma_z^0 + \sigma_z) \delta (\varepsilon_z^0 + \varepsilon_z) + (\tau_{sz}^0 + \tau_{sz}) \delta (\gamma_{sz}^0 + \gamma_{sz}) \} dF dz \\ &\quad - \int_0^L \int_F \{ q_x^0 \delta (u^0 + u) + q_y^0 \delta (v^0 + v) + q_z^0 \delta (w^0 + w) \} dF dz \\ &\quad - \int_0^L \int_F \{ \bar{\tau}_{xz}^0 \delta (u^0 + u) + \bar{\tau}_{yz}^0 \delta (v^0 + v) + \bar{\sigma}_z^0 \delta (w^0 + w) \} dF dz = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで上指標 0 は Q_n 状態、指標 0 を付さない量は Q_n 状態から Q_{n+1} 状態への増分量で、 δ は仮想の項を表している。 q_x^0 、 q_y^0 、 q_z^0 は x 、 y 、 z 方向への部材中間に作用する分布外力で、 τ_{xz}^0 、 τ_{yz}^0 、 σ_z^0 は両端断面に作用する表面力である。座屈前の Q_n 状態で、部材軸線の面外変位(面内： $y-z$ 面)は零とすると

$$u_0^0 = \theta^0 = u_0^{0'} = \theta^{0'} = u_0^{0''} = \theta^{0''} = 0 \quad (4)$$

Q_{n+1} 状態での変位増分は十分小さく、増分の2次まで考慮し、 Q_{n+1} 状態の変位とひずみを式(3)に代入すると座屈前と座屈後の変位支配方程式が得られる。座屈前の支配方程式は

$$(E_x I_x v_o''')'' = 0 \quad (5)$$

ここで $E_x I_x$ は x 軸まわりの曲げ剛性である。単純ばりの両端に等曲げモーメント荷重 M だけ作用する場合式(5)より座屈前の初期変形は

$$v_o'' = -M/(E_x I_x) \quad (6)$$

となり、微小変位理論の場合と同じになる。座屈後の変位支配方程式は

$$\{E_y I_y (u_o'' + v_o''' \theta)\}' + M \theta'' = 0 \quad (7)$$

$$(E_w C_w \theta'')' + E_y I_y (u_o'' + v_o''' \theta) \{v_o''' + M/(E_y I_y)\} - G J_T \theta'' = 0 \quad (8)$$

ここで $E_y I_y$ は y 軸まわりの曲げ剛性、 $G J_T$ はねじり剛性、 $E_w C_w$ は曲げねじり剛性であり、長方形断面の場合 $J_T = b^3 h^3 / 3$ 、 $C_w = b^3 h^3 / 144$ である(図-5 参照)。座屈曲線を次式により仮定する。

$$u_o = a \sin(\pi z/L), \quad \theta = b \sin(\pi z/L) \quad (9)$$

ここで a と b は未定係数である。式(6)と(9)を式(7)と(8)に代入すると、これらの式の固有値から次の座屈モーメントが求まる。

$$M = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{E_y I_y}{\left(1 - \frac{E_y I_y}{E_x I_x}\right)}} G J_T \left(1 + \frac{\pi^2 E_w C_w}{G J_T L^2}\right) \quad (10)$$

式(10)で式(6)の初期変形を無視すると

$$M = \frac{\pi}{L} \sqrt{E_y I_y G J_T \left(1 + \frac{\pi^2 E_w C_w}{G J_T L^2}\right)} \quad (11)$$

また、式(11)で曲げねじり剛性を無視すると

$$M = \frac{\pi}{L} \sqrt{E_y I_y G J_T} \quad (12)$$

式(10)で $E_x = E_y$ とし、曲げねじり剛性を無視すると Hooley ら¹⁾ が用いた座屈モーメントと一致する。

3. 模型実験

(1) 実験方法

模型実験で用いた試験体は基本断面が 3×24 cm の長方形断面で、2 cm 厚の秋田杉のひき板12枚をレゾルシンノール樹脂接着剤で接着積層した集成材である。図-2 に示すように長さ 5 m の試験体を単純支持し、H 形鋼を介して電動ジャッキで集成材の支点からの張出部 a に2点同時載荷させ等曲げモーメント荷重とした。支間 L は 4 m, 3 m, 2 m とし、6 本の試験体を用いて18ケースの実験を行った。試験体の諸量を表-1 に示す。図-2 に示すように、載荷部と支点部は半円柱の鋼と鉄板を用いてめり込みを防止し、支点上でも半円柱の鋼を用いてねじりを拘束している。実験測定量は、支間中央における垂直変位、水平変位、支点部の支点変位および直ひずみであり、ダイヤルゲージと箔ひずみゲージを用いて測定を行った。水平変位の測定位置は、断面の重心軸と重心軸から上下 9 cm の3箇所とし、水平変位よりねじり角を求めた。

(2) ヤング係数の測定

集成材の積層面が荷重方向と直交する場合の繊維方向のヤング係数 E_x は、後述の横座屈実験のデータを用い、単純ばりの両端に等曲げモーメント荷重が作用する場合の支間中央における垂直変位の式より求めた。等曲げモーメント荷重故にはりのせん断力は零となり、表-1 に示した E_x は真のヤング係数となっている。

集成材の積層面が荷重方向と平行する場合の繊維方向のヤング係数 E_y は、図-3 に示すように支間 L を 4 m, 3 m, 2 m とし、支間中央に集中荷重を作用させて支間中央の変位を測定し、曲げによる変位の式を用いて求めた。ここで、支間と桁高の比 $L/h = 200/3 = 66.7 > 18$ (日本農林規格) で、変位に及ぼすせん断変形の影響は 0.3% 程度でありせん断力の影響を考慮せずに E_y を求めた。表-1 より E_x/E_y は平均で 1.11 であり、特級のスギ集成材に対する 1.13¹²⁾ とほぼ等しい値である。なお、それに関するヤング係数 E_w は E_x と E_y の相乗平均と仮定し $E_w = \sqrt{E_x \cdot E_y}$ とした。

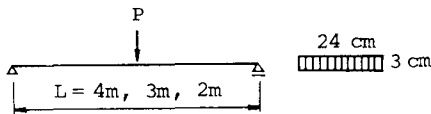


図-3 ヤング係数 E_y の測定

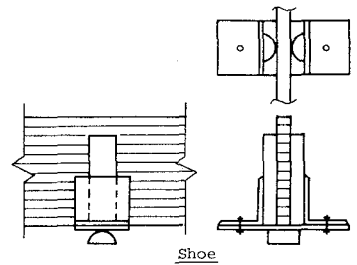
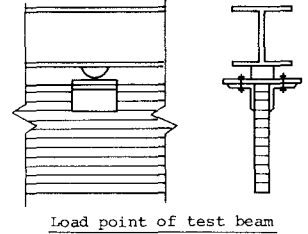
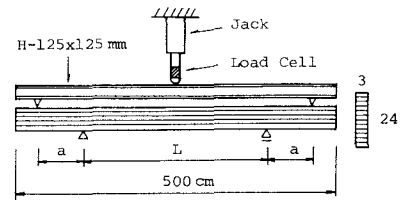


図-2 荷重方法と支点部

表-1 断面諸量と座屈モーメント

Case	L (cm)	a (cm)	I_x (cm ⁴)	I_y (cm ⁴)	E_x (kg/cm ²)	E_y (kg/cm ²)	G (kg/cm ²)	M_{ex} (kgcm)	Eq. 10 (kgcm)	Eq. 11 (kgcm)	Eq. 12 (kgcm)	$\frac{M_{ex}}{Eq. 10}$
1	400	35	3621	56.32	95654	88778	7025	26040	22365	22203	22093	1.164
2	400	35	3579	55.32	98780	90952	7313	25690	22701	22539	22430	1.132
3	400	35	3734	56.40	112255	99540	7452	25165	24425	24261	24129	1.030
4	400	35	3634	56.19	105606	95875	7346	27265	23692	23525	23403	1.151
5	400	35	3727	56.20	113326	99267	6283	24115	22345	22197	22053	1.079
6	400	35	3620	55.90	111517	96372	7475	24990	23860	23700	23576	1.047
7	300	45	3621	56.32	90726	89175	7025	31680	30008	29777	29523	1.056
8	300	45	3579	55.32	94806	89719	7313	30780	30175	29953	29703	1.020
9	300	45	3734	56.40	109249	100741	7452	36630	32908	32678	32365	1.113
10	300	45	3634	56.19	107161	95340	7346	35055	31624	31406	31117	1.108
11	300	45	3727	56.20	113100	98448	6283	31455	29816	29620	29282	1.055
12	300	45	3620	55.90	103184	94930	7475	32580	31703	31477	31199	1.028
13	200	58	3621	56.32	86864	83753	7025	47212	44033	43701	42918	1.072
14	200	58	3579	55.32	95327	87751	7313	43674	45211	44888	44063	0.966
15	200	58	3734	56.40	111909	93318	7452	45762	48012	47709	46725	0.953
16	200	58	3634	56.19	99132	91736	7346	45298	47019	46681	45785	0.963
17	200	58	3727	56.20	113592	99964	6283	50402	45714	45410	44261	1.103
18	200	58	3620	55.90	100138	89445	7475	47734	46615	46292	45427	1.024
Mean			3653	56.06	103463	93617	7149					1.059

(3) せん断弾性係数の測定

木材のせん断弾性係数 G は、アメリカ材料学会 (ASTM)¹⁴⁾ によると、ねじり試験か曲げ試験を行うことにより求めることができ、ここでは曲げ試験を行って G を求めた。図-4 に示すように支間 L を 1.3m, 1.5m, 2m および 4m とし、支間中央に集中荷重を作用させて載荷点の変位を測定した。支間中央における曲げとせん断による変位の式は

$$v = \frac{P L^3}{48 E_x I_x} + \frac{\kappa P L}{4 G A} \quad (13)$$

ここで A は断面積、 κ はせん断補正係数で長方形断面の場合 1.2 である。式(13)で右辺第 2 項のせん断の影響を無視すると

$$v = \frac{P L^3}{48 E' I_x} \quad (14)$$

ここで E' は変位に及ぼすせん断の影響を含むみかけのヤング係数である。式(13)と(14)より

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{E_x} + \frac{\kappa}{G} (h/L)^2 \quad (15)$$

式(15)は $y = 1/E'$ 、 $x = (h/L)^2$ 、 $m = \kappa/G$ および $n = 1/E_x$ に置き換え、 $y = mx + n$ の関係で表すことができる。図-5 は一例として、ケース 6 桁の変位の実測値から E' を求め、 y と x との関係を示したものである。図中の黒丸を結んだ線の傾き m を求めると、せん断弾性係数は $G = \kappa/m$ の関係より求めることができる。6 本の試験体に対する G を表-1 に示しているが、 E_y/G の平均値は 13.1 でスギ集成材に対する計算規準値¹²⁾ の 15 より 13% 小さな値となっている。

(4) 横座屈実験結果

図-6 は、支間 4m で支点からの張出部 $a = 35$ cm の点に 2 点集中荷重を作用させ等曲げモーメント荷重としたときの、ケース 6 桁の荷重 P と支間中央における重心の水平変位 u および垂直変位 v との関係を示したものである。図より、横座屈荷重 $P = 650$ kg に H 形鋼と載荷器具の重量 64kg を加算すると座屈モーメント M_{ex} は 714 kg $\times$ 35 cm = 24990 kgcm となり、表-1 に示すように式(10)から得られる値 23860 kgcm より 5% 程度大きな値となっている。

図-7 は、ケース 6 桁の荷重 P と支間中央におけるねじり角 θ の関係を示したものであり、図-6 に示した $P-u$

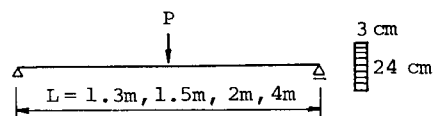


図-4 せん断弾性係数 G の測定

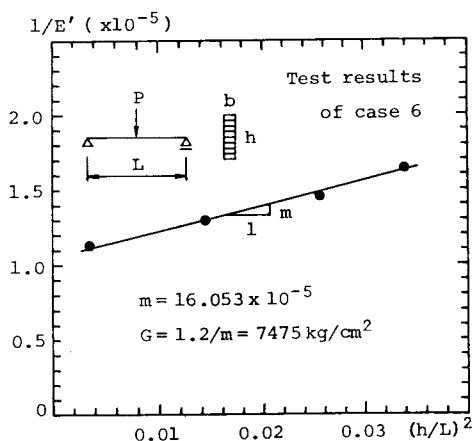


図-5 せん断弾性係数の決定

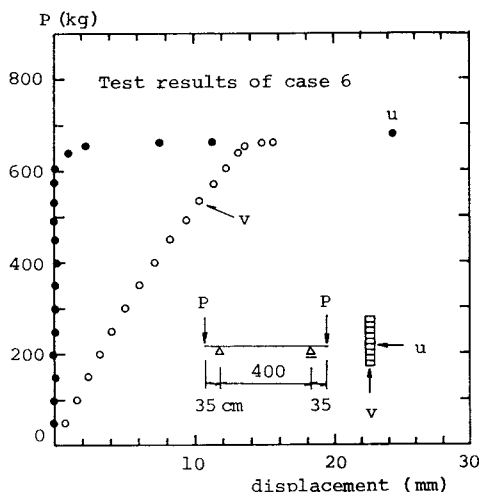


図-6 荷重-変位関係

曲線とほぼ等しい傾向を示している。図より、座屈前は面外変位がほとんど生じないが、ある限界を越えると水平方向の変位が生じ、わずかな荷重の増加に対しても水平方向へ大きく変形しねじり角が大きくなるのがわかる。

図-8は、ケース6桁の荷重 P と支間中央における直ひずみの関係を示したものである。図より、図中の下縁部2の直ひずみは、荷重がある限界に達するまではほぼ直線関係の圧縮ひずみとなっているが、その限界を越えると、水平方向へのねじりを伴う曲げによって引張ひずみが卓越するのがわかる。

図-9は、ケース1桁の荷重 P と支間中央における重心の水平変位 u および垂直変位 v との関係を示したものである。図より、荷重が小さいうちから水平方向の変位が生じており、偏心荷重が加わったものと考えられる。このような荷重-変位曲線から座屈荷重を求める方法として、山本⁸⁾と同様に、図-10に示すように荷重 P と水平変位の二乗 u^2 の関係曲線を描くと最大荷重付近で P と u^2 がほぼ直線関係となることから、それを延長して縦軸との交点を座屈荷重 P_{cr} とした。

18ケースの実験ともに弾性状態で座屈が生じており、表-1に実験値と計算値の比較を示している。表より実験値と式(10)から得られる弾性座屈理論値との比は0.95~1.16の範囲で良い対応を示しており、弾性状態における集材材の座屈耐力は式(10)でほぼ評価できと思われる。表中には式(11)と(12)から得られる値も示

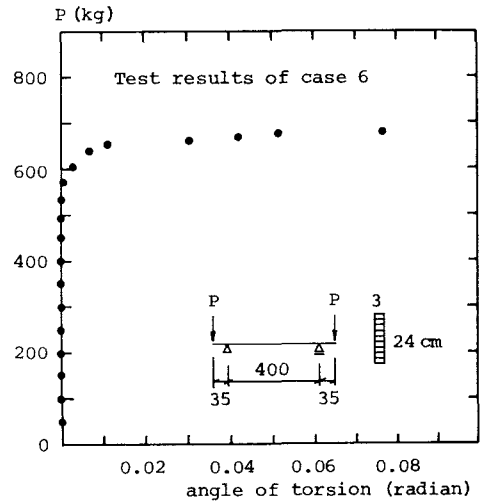


図-7 荷重-ねじり角関係

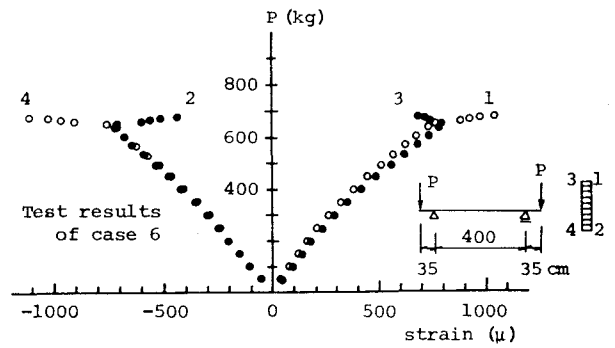


図-8 荷重-直ひずみ関係

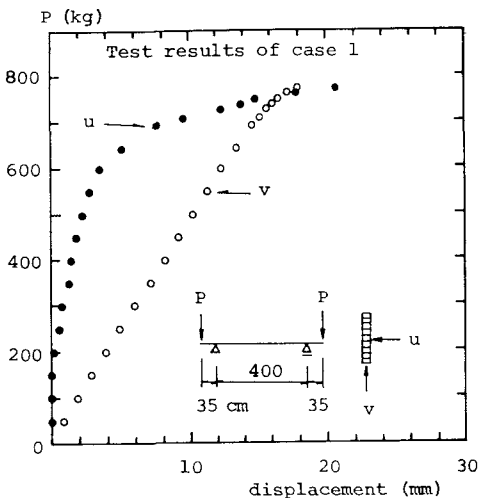


図-9 荷重-変位関係

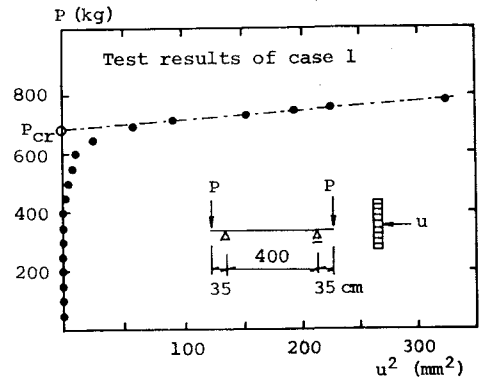


図-10 荷重-水平変位の二乗関係

しているが、ここで用いた試験体の場合、座屈荷重に及ぼす初期変形の影響は1%、曲げねじりの影響も2%と小さくこれらを無視しても実験値を評価できる結果となっている。

木構造計算規準¹²⁾によると、断面寸法と支間で曲げ材の横座屈細長比 C_s が与えられ、 C_s の値によって横座屈が生じないはり、非弾性域で横座屈するはり、弾性域で横座屈するはりに分類される。18ケースの実験結果について、実験値と式(10)から得られる計算値の比 M_{ex}/M_{cal} と C_s の関係を図-11に示す。図よりここで用いた試験体の場合、全て弾性域で横座屈するはりとなっており、計算値と実験値の適合性が高いことがわかる。図中の C_k は横座屈係数で、 $C_k = 0.8 \sqrt{E_y / f_{bx}}$ で与えられ、 f_{bx} はx軸に関する許容曲げ応力度である。特級のスギ集成材に対する $E_y = 80000 \text{ kg/cm}^2$ と $f_{bx} = 135 \text{ kg/cm}^2$ を用いると $C_k = 19$ となる。

表-1に示す模型桁のヤング係数 E_x 、 E_y とせん断弾性係数 G の平均値を用い、断面の幅 $b = 3 \text{ cm}$ として高さ h を変化させ、支間を模型実験と同じ $L = 2 \text{ m}$ 、 3 m 、 4 m とした場合の式(11)と(10)から得られる計算値の比と C_s の関係を図-12に示す。図より、座屈モーメントに及ぼす初期変形の影響は、細長比が小さくなるにつれて大きくなり、同じ細長比でも断面の幅が同一ならば支間が長く高さが小さい程初期変形の影響が大きくなる。しかしながら、初期変形の影響が大きく現れる細長比は10~20前後の非弾性域で横座屈するはりの範囲であり、弾性域で横座屈するはりに対しては C_s の値が25以上になるとその影響は無視できる程度となっている。図中の $L = 4 \text{ m}$ に対する破線は、ヤング係数 E_x と E_y を等しいとした場合の結果であり、初期変形の項でヤング係数の差の影響は無視できる程度であると考えられる。

図-13は、式(12)と(11)から得られる計算値の比と C_s の関係を示している。図より、座屈モーメントに及ぼす曲げねじり剛性の影響は、細長比が大きくなるにつれて大きくなり、同じ細長比でも断面の幅が同一ならば支間が短く高さが大きい程曲げねじりの影響が大きくなる。

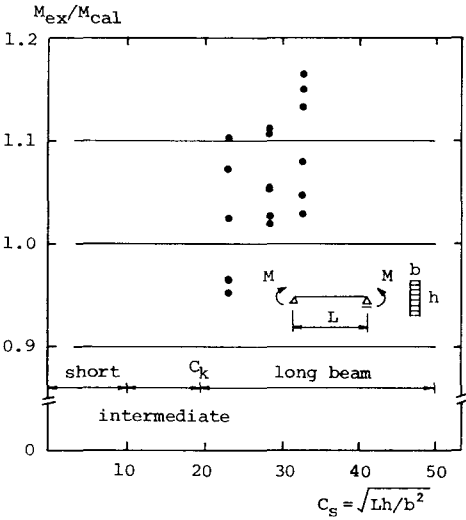


図-11 M_{ex}/M_{cal} と細長比の関係

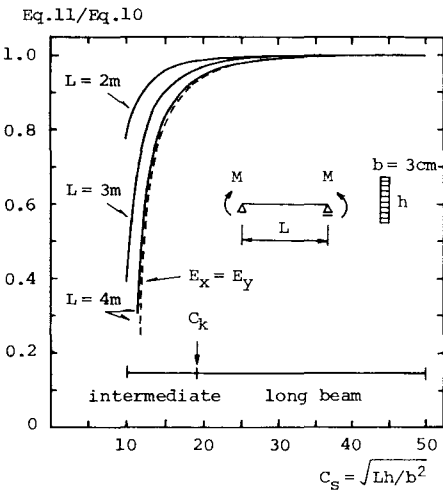


図-12 初期変形の影響

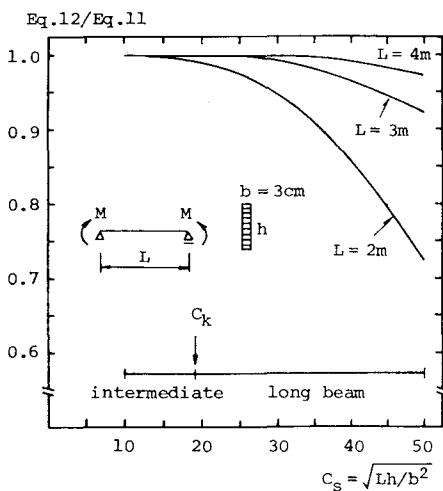


図-13 曲げねじりの影響

4. あとがき

曲げを受ける木質はりの横座屈解析を行い、座屈前の初期変形の影響を考慮できる横座屈モーメントを求めた。集成材をはりとした場合、面内曲げと面外曲げに対するヤング係数が異なり、この影響も考慮できる表示式となっている。

秋田杉集成材を使用し、単純ばりの両端に等曲げモーメント荷重を作用させて模型実験を行った。6本の試験体を用いた18ケースの実験結果は弾性座屈理論値と良い対応を示しており、ここで示した理論値で弾性状態における集成材の座屈耐力をほぼ評価できることが認められた。模型実験で用いた試験体の場合、座屈荷重に及ぼす初期変形の影響は1%、曲げねじりの影響も2%と小さくこれらを見捨てても実験値を評価できる結果となっているが、横座屈細長比の値によりこれらを見捨てない場合があることが数値計算によって確かめられた。数値計算より、座屈モーメントに及ぼす曲げねじり剛性の影響は、細長比が大きくなるにつれて大きくなり、同じ細長比でも断面の幅が同一ならば支間が短く高さが大きい程曲げねじりの影響が大きくなることが認められた。また、座屈モーメントに及ぼす初期変形の影響と初期変形の項でヤング係数の差の影響は、弾性域で横座屈するはりの場合無視できる程度であることが認められた。非弾性域で横座屈するはりの場合初期変形の影響を見捨てなくなるが、非弾性横座屈については今後の課題としたい。

参考文献

- 1) Hooley, R.F. and Madsen, B. : Lateral Stability of Glued Laminated Beams, Jour. of the Struct. Division, ASCE, Vol.90, No.ST3, pp.201-218, 1964.
- 2) American Association of State Highway and Transportation Officials : Standard Specifications for Highway Bridges, 13th edition, 1983.
- 3) National Forest Products Association : National Design Specification for Wood Construction, Washington, D.C., 1986.
- 4) Ontario Ministry of Transportation and Communications : Ontario Highway Bridge Design Code, Downsview, Ontario, Canada, 1983.
- 5) Zahn, J.J. : Lateral Stability of Deep Beams with Shear-Beam Support, USDA Forest Service Research Paper FPL 43, 1965.
- 6) Jenkinson, P.M. and Zahn, J.J. : Lateral Stability of Beam and Deck Structure, Jour. of the Struct. Division, ASCE, Vol.98, No.ST3, pp.599-609, 1972.
- 7) Zahn, J.J. : Lateral Stability of Wood Beam-and-Deck Systems, Jour. of the Struct. Division, ASCE, Vol.99, No.ST7, pp.1391-1408, 1973.
- 8) 山本宏・松本勝彦：木質梁の横安定性について（第1報），北海道林産試験場研究報告，第62号，pp.1-29，1974.
- 9) 辻野哲司：木質材料の応力と変形解析，岩手大学教育学部研究年報，第41巻，pp.77-132，1982.
- 10) 玉置昌孝・小野徹郎・緑川光正・井戸田秀樹：木質大断面集成材の横座屈に関する実験的研究 その2，日本建築学会大会学術講演梗概集，pp.173-174，1990.
- 11) Tokuda, M. and Miyakoshi, M. : Lateral Buckling Strength of I-Beams Made of LVL Flanges, Proc. of the 1990 International Timber Engrg. Conf., Tokyo, Japan, Vol.2, pp.464-469, 1990.
- 12) 日本建築学会：木構造計算規準・同解説，1988.
- 13) 西野文雄・倉方慶夫・長谷川彰夫・奥村敏恵：軸力と曲げおよびねじりを受ける薄肉断面部材，土木学会論文報告集，第225号，pp.1-15，1974.
- 14) American Society for Testing and Materials : Standard Methods of Static Tests of Timbers in Structural Sizes, D198, 1984.

(1991年9月30日受付)