

曲げを受ける集成木材ばりの力学的特性

MECHANICAL PROPERTIES OF GLUED LAMINATED TIMBER BEAMS UNDER BENDING

堀江 保* , 薄木 征三** , 倉西 茂***

by Yasushi HORIE, Seizo USUKI and Shigeru KURANISHI

This paper presents experimental and theoretical study on mechanical properties of glued laminated timber beams under bending. The deflections and strains of model beam are measured and compared with beam theory. Elastic modulus E and shearing modulus of elasticity G are evaluated from experimental strain values. Theoretical deflection using these values of E and G is compared with experimental value. And from the distribution of strains, double modulus theory is employed in order to obtain the reduced elastic modulus. Furthermore, four layers theory with different elastic modulus and thicknesses is developed and the bending rigidity calculated from this approach is able to explain the experimental deflection.

1. まえがき

木材をひき板にし、接着剤で積層した集成材を構造用材料として使用する場合、ひき板各々の力学的性状に加え、その集成材自身の性状を理解しておく必要があると思われる。すなわち、ひき板1枚ずつの材料定数を材料試験より測定しても、その測定値は鋼材等に比較しかなりのばらつきが予想され、また、ある程度以上の精度でそれらが求められたとしても、接着積層することにより一体となった集成材部材の材料定数を評価することも必要であると思われる。

木材は、本来、非均等質で異方性の材料であり、弾性係数ひとつ取ってもその方向により値が異なり、設計規準等¹⁾においても区別している。しかし、集成材をはり部材として用いる場合、木材の繊維方向と部材軸方向を一致させるので、材料定数としては、木材繊維方向の弾性係数 E が必要になる。さらに、木材の弾性係数比は $E/G = 15 \sim 20$ と鋼材に比べ非常に大きいので、せん断変形の影響を考慮しなければならず、繊維に直交面でのせん断弾性係数 G も必要になる。

本論文では、実際に簡単な集成材の模型ばりを製作しその曲げ実験を行い、ひずみ分布およびたわみを測定し、集成材ばりの力学的性状を確かめた。そして、実験より弾性係数 E およびせん断弾性係数 G を推定す

* 工修 秋田高専助教授 秋田高専土木工学科 (〒011 秋田市飯島文京町1-1)

** 工博 秋田大学教授 鉱山学部土木環境工学科 (〒010 秋田市手形学園町1-1)

*** 工博 東北大学教授 工学部土木工学科 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)

る方法を示した。弾性係数は、通常、たわみを測定し求めるが、ここでは、実測ひずみ値より推定する方法を示した。解析には、はり理論を用いたので、実験の際、できるだけはり理論に近い応力状態を得るために支点部および荷重点部を工夫し荷重伝達方法を検討した²⁾。これらの集成材ばりの曲げ実験の結果において、圧縮側と引張側で弾性係数が異なるはり理論をも展開し、等価弾性係数を誘導し検討した。

さらに、ひき板各々の力学的性質を考慮した理論、すなわち積層ばり理論を適用した。断面内で高さ方向にそれぞれ異なる弾性係数を有する集成木材ばりに積層ばり理論を適用し、曲げ剛性評価式を求め、等方性材料に対する理論および実験値と比較してみた。この評価式を利用すれば、断面内で任意に想定した各層ごと、あるいは、ひき板1枚ずつの弾性係数を用いて、はりとしての曲げ剛性が求められる。

2. 集成木材ばりの曲げ試験

集成木材の供試体ばりを製作し、曲げ試験を行った。供試体は、厚さ2.5 cmのひき板10枚を接着積層したもので、材種は杉である。接着後、プレナーで仕上げ図-1(c)に示す断面寸法となった。なお、実験終了後本供試体より試験片を取り出し含水率試験を行った結果、平均含水率は11%であった。実験は、図のように、スパン長120 cmとし、2点集中荷重とした。スパン長 l に対する桁高 h の比 h/l が約0.2と比較的大きい寸法比としたのは、せん断変形の影響をも検討するためである。直接桁へ荷重する方法(図(a))と、荷重点および支点部分の桁の両面に鋼板を接着し、この鋼板を介して力が伝達する方法(図(d))で実験し、比較してみた。鋼板を介する方法を用いたのは、できるだけはり理論に近い応力状態を得るためと、支点部分および荷重点部分の支圧による木材へのめり込みの影響を取り除くためである。初めに、直接荷重する方法で実験した後、同一の桁に鋼板を接着し実験した。

桁に鋼板を接着する際、鋼材と木材の接着性能を検討し、図-2に示す固定金具を考案し正しい位置に鋼板が接着できるよう工夫した。この金具を用いると、鋼板を山形鋼で挟んだ状態で桁に固定し、上からボルトで鋼板を締め付けることができ、鋼板がずれることがなく、さらに、安定した接着強度が得られることがわかった。数種類の接着剤を用い、木材片により予備実験を行った結果、取扱い易さと接着強度のばらつきが少なかったという理由で3M社製スリーボンド2086Bを使用した。前記固定金具を使用し、接着強度 10 kgf/cm^2 以上は保証できる接着方法が確認できた。実験では、鋼板と木材の接着強度より最大荷重4 tとしたが、これは、杉材の曲げ強度あるいは木材のたわ

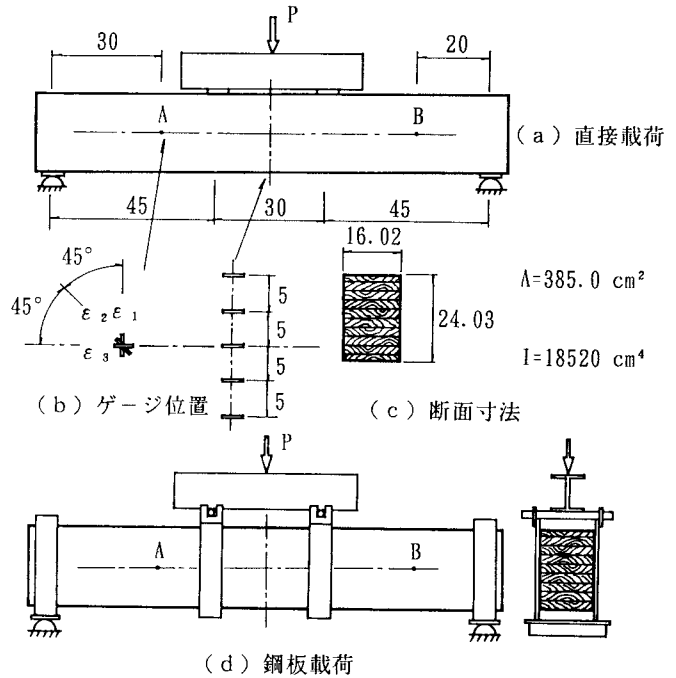


図-1 集成材ばりの曲げ試験

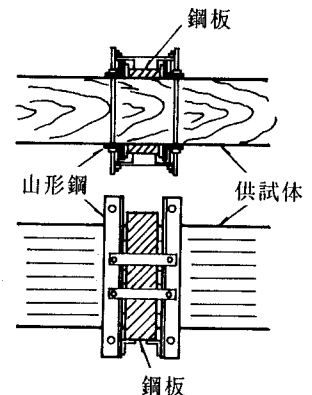


図-2 鋼板の固定金具

み制限に対しては十分余裕のある荷重である。

ひずみは、ゲージ長 30 mm のひずみゲージで測定し、桁中央断面では 1 軸ゲージ、支点と載荷点間の図心軸上に 3 軸ゲージを貼付した。これらのゲージ貼付位置を図-1 (b) に示す。3 軸ゲージ位置を桁の左右で A、B と変えたのは、載荷点付近の応力の乱れの影響を検討するためである。ひずみゲージは、すべて桁の両面に貼付し、解析には、その平均値を用いた。

たわみは、1/100 mm ダイヤルゲージを用いて、桁中央で測定した。木材のはりでは、支点部分の沈下が考えられるため、両支点の上部にもダイヤルゲージをセットし、それらの平均値を桁中央の実測たわみから引いたものを実たわみとして解析に用いた。

表-1 曲げひずみデータ (×10⁻⁶)

	z (cm)	P = 1 t	2 t	3 t	4 t	K ₁	K ₂ · z
直接 載荷	-10	-198.5	-384	-556.5	-739.5	-186.5	-160.4
	-5	-88.5	-182.5	-270	-360.5	-90.2	-80.2
	0	-5.5	-12.5	-20	-25.5	-6.4	0
	5	63.5	121.5	175.5	233	58.8	80.2
	10	145.5	287	419	556.5	140.1	160.4
鋼板 載荷	-10	-190.5	-382.5	-569.5	-758	-189.9	-165.1
	-5	-87	-175	-263.5	-352	-87.9	-82.6
	0	-4.5	-8	-13.5	-20	-4.7	0
	5	68	136.5	199.5	262.5	66.3	82.6
	10	148	297.5	438.5	579	145.8	165.1

3. 実験値および解析結果

(1) 実験結果

曲げ試験は、荷重を 1 t から 4 t まで 1 t づつ変化させ行った。各荷重ごとの桁中央断面の曲げひずみ実測値は表-1

となった。この実測ひずみを荷重との直線性および平面保持が成り立つものとして整理した。各ひずみ位置 (z) において、荷重 P との直線性が成り立つものとして、 $\varepsilon_x = K_1 \cdot P$ と表すと最小 2 乗法より K₁ は次式となる。

$$K_1 = \frac{\sum P \cdot \varepsilon_x}{\sum P^2} \quad (1)$$

さらに、平面保持が成り立つものとし、 $\varepsilon_x (\times 10^{-6})$ と仮定すると、同様に最小 2 乗法より係数 K₂ は次式で求められる。

$$K_2 = \frac{\sum z \cdot \varepsilon_x}{\sum z^2} \quad (2)$$

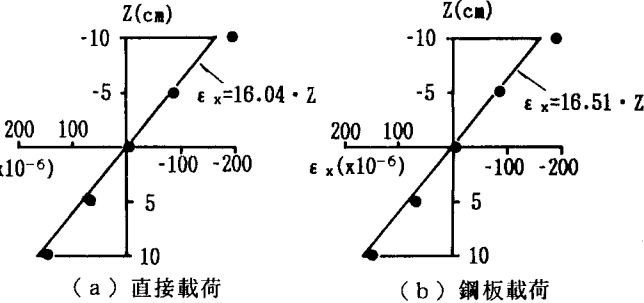


図-3 桁中央の曲げひずみ分布

(2) 式を計算する際、ひずみ ε_x は、すでに荷重との直線性は満たすものとし P = 1 t の時の値、すなわち K₁ の値を用いた。表-1 には、K₁ および K₂ の値も示した。直接載荷および鋼板載荷の各々について、荷重 P = 1 t の時の曲げひずみ分布は図-3 のようになり、ほぼ直線関係を満たしているものの図心を通らない直線で近似した方が良いようにも思われる。この点に関しては、後述の等価弾性係数の項で検討する。

一方、はり断面内の任意点のせん断ひずみ γ_{xz} は、その点での 3 方向の直ひずみを測定し求められる。桁の図心軸上で、その点の各々 45° 傾いた 3 方向の直ひずみを ε_1 、 ε_2 、 ε_3 とすると断面に沿う方向のせん断ひずみ γ_{xz} は次式によって計算される。

$$\text{モール円の中心 } a = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} \quad \text{モール円の半径 } r = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2}\right)^2 + (\varepsilon_2 - a)^2}$$

$$\text{主ひずみの方向 } \tan 2\theta = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_2 - a} \quad \text{を満たす } \theta \text{ (}\theta \text{ は桁軸方向 } x \text{ からの角度)}$$

$$\text{せん断ひずみ } \gamma_{xz} = 2(\varepsilon_2 - a) \quad (3) \text{ a-d}$$

3 軸ゲージのひずみ値および (3) 式で計算されるせん断ひずみ γ_{xz} は表-2 となった。せん断ひずみも荷重との直線性が成り立つものとし、 $\gamma_{xz} = K_3 \cdot P$ とおくと、 K_3 は表に示す値となる。

また、たわみ実測値は、表-3 のようになった。支点では、桁の上部にダイヤルゲージをセットしたので、表の負号は沈下していることを表す。たわみに関しても、荷重との直線性より $w = K_4 \cdot P$ と置き、整理した。

(2) E および G の推定値

2 点集中荷重の場合、桁中央断面では曲げモーメントのみが生ずるので、実測ひずみ分布と、理論曲げ応力度より弾性係数 E を推定してみた。はり理論の曲げ応力より、直ひずみは次式で与えられる。

$$\sigma_x = \frac{M}{I} z \quad \text{より} \quad \epsilon_x = \frac{M}{EI} z \quad (4) \text{ a, b}$$

ここで、M は曲げモーメント、I は断面 2 次モーメントである。実測ひずみは、断面内で $\epsilon_x = K_2 \cdot z$ の関係が成り立つので、これと上式を等しいと置き、曲げモーメント $M = P l_1 / 2$ を代入し、E は次式となる。

$$E = \frac{P l_1}{2 K_2 I} \quad (\text{kgf/cm}^2) \quad (5)$$

ここで、 l_1 は支点と載荷点間の距離である。実験で求めた直ひずみ分布から平面保持が成り立つものとして整理した表-1 の K_2 は、 $P = 1 \text{ t}$ の時の断面内分布を表すと考えられるので、 $P = 1000 \text{ kgf}$ を上式に代入すると弾性係数 E が求められる。また、 $K_2 = 16.04 \times 10^{-6}$ である。

一方、3 軸ゲージから計算されるせん断ひずみとはり理論のせん断応力よりせん断弾性係数 G を推定してみた。はり理論のせん断ひずみは、せん断応力より次式のようになる。

$$\tau_{xz} = \frac{QS}{bI} \quad \text{より} \quad \gamma_{xz} = \frac{QS}{GbI} \quad (6) \text{ a, b}$$

ここで、Q はせん断力、b は断面の幅、S はせん断応力を求めたい位置より下側の断面 1 次モーメントである。実測せん断ひずみ $\gamma_{xz} = K_3 \cdot P$ を上式と等しいと置き、 $Q = P / 2$ なので、せん断弾性係数 G は、次式となる。

$$G = \frac{S}{2 K_3 b I} \quad (\text{kgf/cm}^2) \quad (7)$$

表-2 の K_3 を上式に代入するとせん断弾性係数が計算できる。図-1 の載荷状態のはりのせん断変形を考慮

表-2 せん断ひずみデータ (×10⁻⁶)

荷重 P (t)		1. 0	2. 0	3. 0	4. 0	
直接 載荷	A 断面	ϵ_1	-35	-77.5	-123.5	-172.5
		ϵ_2	116.5	236	348	463.5
		ϵ_3	-3.5	-7	-12.5	-18
		γ_{xz}	271.5	556.5	832	1117.5
		$K_3 \cdot P$	278.4	556.7	835.1	1113.4
	B 断面	ϵ_1	-49	-104.5	-163.5	-228
		ϵ_2	97	196	288.5	382
		ϵ_3	-8.5	-20	-29.5	-41
		γ_{xz}	251.5	516.5	770	1033
		$K_3 \cdot P$	257.6	515.1	772.7	1030.4
鋼板 載荷	A 断面	ϵ_1	11	23	35.5	49
		ϵ_2	161	336	511.5	692.5
		ϵ_3	2.5	1.5	-1	-6
		γ_{xz}	308.5	647.5	988.5	1342
		$K_3 \cdot P$	331.2	662.7	994	1325.3
	B 断面	ϵ_1	-4	-9.5	-15.5	-23
		ϵ_2	138	280.5	424.5	571
		ϵ_3	-4	-6.5	-11.5	-17
		γ_{xz}	284	577	876	1182
		$K_3 \cdot P$	293.1	586.3	879.4	1172.5

表-3 たわみ実測値 (mm)

荷重 P (t)		1. 0	2. 0	3. 0	4. 0
直接 載荷	左支点	-0.126	-0.211	-0.282	-0.35
	右支点	-0.128	-0.239	-0.315	-0.382
	桁中央	0.37	0.736	1.061	1.392
	実たわみ	0.243	0.511	0.763	1.026
	$K_4 \cdot P$	0.255	0.510	0.766	1.021
鋼板 載荷	左支点	-0.153	-0.247	-0.335	-0.417
	右支点	-0.107	-0.178	-0.256	-0.33
	桁中央	0.432	0.811	1.166	1.52
	実たわみ	0.302	0.599	0.871	1.147
	$K_4 \cdot P$	0.29	0.58	0.87	1.16

した理論たわみは次式となる。

$$w = \frac{Pl^3}{48EI} \left\{ 3 \frac{l_i}{l} - 4 \left(\frac{l_i}{l} \right)^3 + 2\kappa \left(\frac{l_i}{l} \right) \left(\frac{h}{l} \right)^2 \left(\frac{E}{G} \right) \right\} \quad (8)$$

推定されたEおよびGの値、また、これらを理論たわみ式に代入したものと実測たわみを比較すると表-4となる。表において、誤差は、理論たわみと実測たわみの差の理論たわみに対する割合を表す。表-4より直接载荷より鋼板载荷の方が4%程度誤差が小さく、EおよびGの値をはり理論から推定していることを考えると、鋼板を用いて荷重を伝達した方がよりはり理論に近い状態となっていたものと想像される。また、A断面とB断面を比較すると、B断面の3軸ゲージより推定したGを用いた方がわずかではあるが誤差が小さくなり、载荷点による乱れの影響が小さかったものと思われる。

表-4 P = 1 t の時のたわみの比較

	実測たわみ (mm)	推定 E (kgf/cm ²)	推定 G (kgf/cm ²)	理論たわみ (mm)	誤差 (%)
直接载荷	0.255	75700	A 7000	0.335	23.9
			B 7560	0.327	22.0
鋼板载荷	0.290	73500	A 5880	0.361	19.7
			B 6640	0.347	16.4

(3) 等価弾性係数

集成材ばりの曲げひずみ分布の実験結果で述べたように、ひずみを図心を通る直線(図-3の実線)で近似すると実測値(図-3の黒丸)とのばらつきが大きくなる。これは、表-1の断面内の実測値において圧縮側と引張側の対応する位置での値が異なり、図心でゼロとならないことからも予想される。そこで、図-4(b)に示す図心を通らない直線分布のひずみを仮定し、前項で用いた実測値に適用し解析してみた。

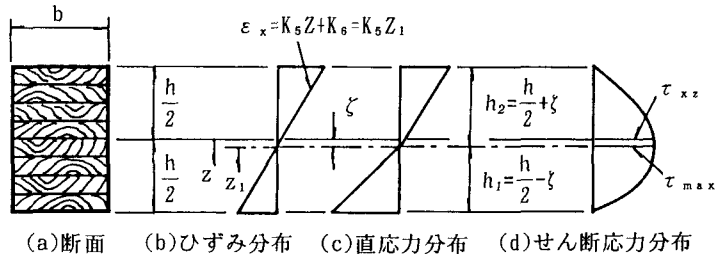


図-4 等価弾性係数の求め方

この仮定のひずみ分布を用いると、中立軸位置が図心位置とずれるので断面内の応力のつり合いから応力は、図-4(c)のように折れ線分布となり、したがって圧縮側と引張側では異なった弾性係数を持つことになる。これは、非弾性座屈に関する複弾性係数理論³⁾と同じことになり、それと同様にして等価弾性係数が求められる。以下にその手順を説明する。

断面内のひずみを $\varepsilon_x = K_5 z + K_6$ の直線分布と仮定すると、最小2乗法より K_5 、 K_6 は次式のように求められる。

$$K_5 = \frac{n \sum \varepsilon_x \cdot z - (\sum z) (\sum \varepsilon_x)}{n \sum z^2 - (\sum z)^2} \quad K_6 = \frac{(\sum \varepsilon_x) (\sum z^2) - (\sum z) (\sum \varepsilon_x \cdot z)}{n \sum z^2 - (\sum z)^2} \quad (9) \text{ a, b}$$

ここでは断面内で5個の実測値があるので $n = 5$ となり、また、 z は図心に関して上下対称にとっているので $\sum z = 0$ となる。図心と中立軸間の距離を ζ とすると、 $z = \zeta$ において $\varepsilon_x = 0$ の条件より、 ζ は次式で求められる。

$$\xi = -\frac{K_6}{K_5} \quad (10)$$

前式のより図-4における引張部および圧縮部の寸法 h_1 、 h_2 が求められる。

圧縮および引張に対する弾性係数を E_c 、 E_t とすると応力は次式となる。

$$\begin{aligned} \text{圧縮側} \quad \sigma_c &= E_c \cdot \varepsilon_x = E_c (K_5 z + K_6) = E_c \cdot K_5 \cdot z_1 \\ \text{引張側} \quad \sigma_t &= E_t \cdot \varepsilon_x = E_t (K_5 z + K_6) = E_t \cdot K_5 \cdot z_1 \end{aligned} \quad (11) \text{ a, b}$$

ここで、 z_1 は中立軸からとった座標である。(11) 式を曲げモーメントとのつり合い式に代入すると次式の関係が得られる。

$$M = \int \sigma z dA = \int_0^{h_1} \sigma_t z_1 dA + \int_0^{h_2} \sigma_c z_1 dA = K_5 (E_t I_1 + E_c I_2)$$

ここで、

$$I_1 = \int_0^{h_1} z_1^2 dA = \frac{1}{3} b h_1^3, \quad I_2 = \int_0^{h_2} z_1^2 dA = \frac{1}{3} b h_2^3 \quad (12) \text{ a-c}$$

また、 $\varepsilon_x = K_5 \cdot z_1$ の K_5 は曲率を表わし、曲率半径を ρ とすると (12) 式より

$$\frac{1}{\rho} = K_5 = \frac{M}{E_t I_1 + E_c I_2} \quad (13)$$

となり

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E_{ct} I} \quad \text{と置くと} \quad E_{ct} = \frac{1}{I} (E_t I_1 + E_c I_2) \quad (14)$$

と表わされる。 E_{ct} は通常の曲率とモーメントの関係の E の代わりに用いられ、等価弾性係数と呼ばれる。

(11) 式の応力を軸力ゼロの条件に代入して求められる $E_t h_1^2 = E_c h_2^2$ の関係と (12) 式より E_c 、 E_t は次式となる。

$$E_c = \frac{3 P l_1}{2 K_5 A h_2^2}, \quad E_t = \frac{3 P l_1}{2 K_5 A h_1^2} \quad (15) \text{ a, b}$$

また、(14) 式に I および (12) 式の I_1 、 I_2 を代入すると E_{ct} は次式のようにになる。

$$E_{ct} = \frac{4 E_c E_t}{(\sqrt{E_c} + \sqrt{E_t})^2} \quad (16)$$

また、せん断弾性係数 G についても図-4 (d) の図心におけるせん断応力 τ_{xz} から推定した方が妥当であると思われる。せん断応力 τ は、直応力とのつり合いより次式で求められる。

$$\tau = \int_{z_1}^{h_2} \frac{d\sigma_c}{dx} dz \quad (\text{圧縮側}) \quad (17)$$

ここで、 σ_c は(11)式より求められ、(13)式(14)式を用いて次式となる。

$$\sigma_c = E_c K_5 z_1 = E_c \frac{M}{E_t I_1 + E_c I_2} z_1 = \frac{E_c}{E_{ct}} \frac{M}{I} z_1 \quad (18)$$

(18)式を(17)式に代入すると τ が求められ、そこで $z_1 = \xi$ と置くことにより τ_{xz} は次式となる。

$$\tau_{xz} = \frac{E_c}{2E_{ct}} \frac{Q}{I} (h_2^2 - \xi^2) \quad (19)$$

これより G_{ct} は次式となる。

表-5 等価弾性係数 E_{ct} および G_{ct} (kgf/cm²)

	E_c	E_t	E_{ct}	G_{ct}	
直接載荷	64000	90900	75700	A	6950
				B	7510
鋼板載荷	63400	85000	73000	A	5850
				B	6620

$$G_{ct} = \frac{1}{\tau_{xz}} \frac{E_c Q}{2E_{ct} I} (h_2^2 - \xi^2) \quad (20)$$

今回の実測値を用い、(16)式より E_{ct} 、(20)式より G_{ct} を計算すると表-5となる。表より、 E_c と E_t はかなり異なった値となるものの、それより計算される E_{ct} は、表-4の E とほぼ等しい値となった。また、 G_{ct} の値も表-4の G とほぼ等しくなり、したがって、 E_{ct} および G_{ct} を用いて計算したたわみも E 、 G より計算されるたわみと差が無かった。

4. 積層ばり理論

前項においては、集成木材ばりの実験結果を解析する際、鋼材等を対象とした通常の等方性材料に関する理論を用いた。すなわち、ひき板自身は弾性定数等がそれぞれ異なるものの、それらを接着積層した集成木材ばりとした場合のはりとしての力学的特性を論じ、それを用いて集成木材ばりの曲げ実験結果を解析した。

本項では、それに対し、ひき板各々の力学的性質を考慮した積層ばり理論を適用した。断面内で高さ方向にそれぞれ異なる弾性係数を有する集成木材ばりの曲げ剛性評価式をはり理論の応力のつりあい式より求め⁴⁾、前項の等方性材料に対する理論および実験値と比較してみた。この評価式を利用すれば、断面内で任意に想定した各層ごと、あるいは、ひき板1枚ずつの弾性係数を用いて、はりとしての曲げ剛性が求められる。したがって、個々の弾性係数の違いが全体のはりに及ぼす影響が確かめられ、合理的なひき板の配置が可能となる。

本項では、主に、曲げが支配的な場合を対象に、外層と内層で弾性係数が異なる集成木材ばりの弾性係数評価式を用いて、前項の解析解および実験結果と比較した。

(1) 曲げ剛性評価式の誘導

図-5に示すように、断面の上下を外層と内層の計4個に分割した時の評価式を求めた。それぞれの高さを h_1 、 h_2 とし、断面の高さを h とすれば $h_2 = h/2 - h_1$ の関係が得られ、 h_1 を任意の値に取れば、断面

内で任意の厚さの外層および内層を持つ断面が考えられる。外層、内層の厚さは、上下対称としたが、弾性係数は外層と内層の区別はしても上下対称とはならないので、各部分ごとに異なるものとし、それらを $E_1 \sim E_4$ とした。この曲げ剛性評価式により、外層と内層の弾性係数の違い、また、圧縮側と引張側での弾性係数の違いがどの程度曲げ剛性に影響を及ぼすか確かめられる。

本評価式は、平面保持が成り立ち、Hookeの法則が成り立つものとして求めた。それより、図-5 (b)、(c) に示すような直線のひずみ分布、階段状の応力分布が得られる。図のひずみ分布を次の直線式で表す。

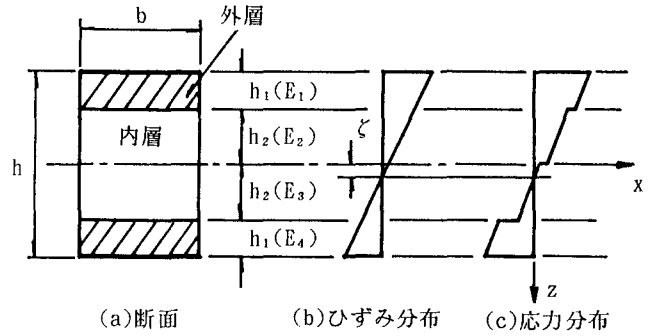


図-5 積層ばり理論

$$\varepsilon = a_1 (z - \zeta) \quad (21)$$

ここで、 a_1 は曲率、 ζ は図心と中立軸間の距離である。断面内で弾性係数が変化すれば、上下対称断面でも中立軸位置は、図心軸と一致しない。(21)式より、各部分の応力 σ_i ($i=1 \sim 4$)は次式となる。

$$\sigma_i = \varepsilon E_i = a_1 (z - \zeta) E_i \quad (i=1 \sim 4) \quad (22)$$

前式を軸力 N の定義式に代入すると次式が得られる。

$$N = \int \sigma_i dA = b a_1 \left\{ \int_{-(h_1+h_2)}^{-h_2} E_1 (z - \zeta) dz + \int_{-h_2}^0 E_2 (z - \zeta) dz + \int_0^{h_2} E_3 (z - \zeta) dz + \int_{h_2}^{(h_1+h_2)} E_4 (z - \zeta) dz \right\} \quad (23)$$

軸力 $N=0$ (断面内の圧縮合力と引張合力は等しい)の条件より、(23)式の各項を積分すると、 ζ は次式のように表される。

$$\zeta = \frac{h_1 \left(\frac{h_1}{2} + h_2 \right) (-E_1 + E_4) + \frac{h_2^2}{2} (-E_2 + E_3)}{E_1 h_1 + E_2 h_2 + E_3 h_2 + E_4 h_1} \quad (24)$$

また、(22)式を断面内のモーメント M の定義式に代入すると次式となる。

$$M = \int \sigma_i z dA = b a_1 \left\{ \int_{-(h_1+h_2)}^{-h_2} E_1 (z^2 - \zeta z) dz + \int_{-h_2}^0 E_2 (z^2 - \zeta z) dz + \int_0^{h_2} E_3 (z^2 - \zeta z) dz + \int_{h_2}^{(h_1+h_2)} E_4 (z^2 - \zeta z) dz \right\} \quad (25)$$

(25) 式の積分を実行し、等質材料に関する曲率とモーメントの関係式 $a_1 = M/EI$ の弾性係数 E の代わりに E_T とおくと、 E_T は、次式のように求められる。

$$E_T = \frac{1}{h^3} \left[\frac{1}{3} h_1 (h_1^2 + 3h_1 h_2 + 3h_2^2) (E_1 + E_4) + \frac{1}{3} h_2^3 (E_2 + E_3) - \frac{\left\{ h_1 \left(\frac{h_1}{2} h_2 \right) (-E_1 + E_4) + \frac{h_2^2}{2} (-E_2 + E_3) \right\}^2}{E_1 h_1 + E_2 h_2 + E_3 h_2 + E_4 h_1} \right] \quad (26)$$

この E_T は、断面内で4個の異なる弾性係数を有するはりの等価弾性係数である。

(2) 等質材料の解析解および実験値との比較

前項の模型集成材ばりを切断し、各々の部分ごとに、JASによる曲げ試験方法⁵⁾を適用して求めた弾性係数 E_i を、(26) 式に代入し、等価弾性係数 E_T を計算してみた。そして、等質材料として求めた理論たわみおよび実験値と、この E_T を用いた理論たわみを比較した。

桁を幅方向に2等分、高さ方向に4等分、合計8本の部材に切断し、各部材ごとに曲げ試験によりたわみを求め、弾性係数 E を求めた。幅方向の2部材の平均値を用い、高さ方向の弾性係数 $E_1 \sim E_4$ は、表-6となった。表において、幅方向の2部材の弾性係数が異なるのは、幅方向に接着した板(幅はぎ)を用いた集成木材ばかりだからである。平均弾性係数は、外層の値が内層よりも大きい値を示し、圧縮側で 78700 kgf/cm^2 、引張側で 86100 kgf/cm^2 となり、引張側が弾性係数の大きいほうである。高さ方向に断面を4等分したので、(26) 式において、 $h_1 = h_2 = h/4$ とおいた次式を用いて E_T を計算した。

表-6 断面各層の弾性係数(kgf/cm²)

各層	各部材の弾性係数		平均 E
E_1	84100	73300	78700
E_2	53700	74200	64000
E_3	75800	89500	82700
E_4	87800	84400	86100

$$E_T = \frac{1}{16} \left\{ 7(E_1 + E_4) + (E_2 + E_3) - \frac{3(3E_1 + E_2 - E_3 - 3E_4)^2}{4(E_1 + E_2 + E_3 + E_4)} \right\} \quad (27)$$

表-6の $E_1 \sim E_4$ を(27) 式に代入すると、等価弾性係数 E_T は 81000 kgf/cm^2 となった。この値は、鋼板を使用して荷重を伝達し、ひずみ分布より推定した桁の弾性係数 $E = 73500 \text{ kgf/cm}^2$ より、 75000 kgf/cm^2 大きくなった。

この E_T を用いた理論たわみと、集成木材桁の解析たわみおよび実測たわみを比較してみた。等価弾性係数を用いると、曲率とモーメントの関係が $a_1 = M/E_T I$ と表せるので、たわみ式は、弾性係数 E を E_T で置き換えるだけで求められる。すなわち、前項の理論たわみを求める際使用した(8) 式の E を E_T で置き換えることにより求められる。 $E_T = 81000 \text{ kgf/cm}^2$ とし、また、今回の弾性係数評価式には、各層ごとのせん断弾性係数の影響は含まれないので、表-4の結果より $E_T/G = 1.0$ と仮定し理論たわみ(理論値1とする)を計算した。これと、表-4の鋼板を使用した理論たわみ(理論値2とする)および実測たわみを比較すると表-7となり、本解析法で計算した理論値は、実測値をかなり精度良く評価できることが認められた。

表-7 理論たわみの比較

実測値	理論 1	誤差	理論 2	誤差
0.290 mm	0.306 mm	5.2%	0.347 mm	16.4%

5. まとめ

実際に、集成材のはりを作り、曲げ試験よりひずみ分布およびたわみを測定してみた。測定したひずみ値およびたわみ値を荷重との直線性、断面内での直線分布が成り立つものとして整理し、はり理論と比較した。具体的には、ひずみ値より弾性係数 E およびせん断弾性係数 G を推定し、それらを用いて計算される理論たわみと実測たわみを比較するという方法を用いた。その結果、直接荷重をかけるよりも鋼板を介して荷重を伝達した方がよりはり理論に近い状態が得られ、また、せん断弾性係数 G の推定に用いるひずみは、載荷点および支点部の影響が少ない点を選ぶと、より実測たわみに近い値が得られることがわかった。

実測曲げひずみ分布より、図心を通らないひずみ分布を仮定し、圧縮側と引張側で異なる弾性係数を有する理論を展開した。それより計算される等価弾性係数 E_{eq} 、せん断弾性係数 G_{eq} を用いて理論たわみを求め実測たわみと比較したところ、図心を通るひずみ分布を仮定し、圧縮部、引張部とも同一の弾性係数を持つものとして計算した理論たわみとほぼ一致することがわかった。

さらに、断面内で弾性係数が異なる積層はり理論を適用し弾性係数評価式を求め、実験に用いた集成材ばりを切断し各部分ごとに求めた弾性係数をこの評価式に適用したところ、実測たわみとよく一致することがわかった。今回の弾性係数評価式には、せん断弾性係数の影響は含まれないため、計算には、ひずみ分布より推定した弾性係数比 E/G より G を仮定したが、せん断弾性係数が異なる場合も含めた評価式を展開し、はりとしてのせん断剛性を評価する方法を今後の課題としたい。せん断剛性の評価は、集成木材ばりで、ほとんどの場合、せん断変形の影響を考慮せざるを得ないので、曲げにともなうせん断たわみを求める際必要となる。

断面の高さ方向の弾性係数およびせん断弾性係数の違いを考慮したはりの剛性が評価できれば、例えば、曲げ部材において、曲げが支配的な部分（単純支持桁の桁中央等）では、外層に弾性係数の大きいものを配置し、せん断が支配的な部分（単純支持桁の支点等）では、図心付近の内層にせん断弾性係数の大きいものを配置する等の合理的なはりが製作できる。本論文では、杉材を用いた集成材を対象としており、杉は、他の木材に比べ剛性および強度が優れているわけではないが、本論文の剛性評価法を用いれば、剛性の小さい板もその配置を考慮すれば使用可能となり、耐力部材として安全性の高いはりの設計ができる。

参考文献

- 1) 日本建築学会：木構造計算規準・同解説，1988.
- 2) 堀江 保，薄木 征三：集成木材ばりの弾性係数推定法，土木学会第45回年講概要集，1-298，1990.
- 3) 小西 一郎他共著：構造力学，第1巻，丸善.
- 4) 堀江 保，薄木 征三，倉西 茂：異なる弾性係数を有する集成木材ばりの曲げ剛性，土木学会第46回年講概要集，1-43，1991.
- 5) 日本合板検査会：構造用大断面集成材の日本農林規格（日本農林水産省告示第2054号，昭和61年）.

（1991年9月30日受付）