

車両・橋梁系振動問題のための シミュレーション法についての一考察

A STUDY ON SIMULATION METHOD FOR VEHICLE-BRIDGE SYSTEM

* **
中島章典、津村直宜

By Akinori NAKAJIMA and Naoyoshi TSUMURA

A equation of motion describing a vibrational problem of the bridge under moving vehicle is a differential equation with varying coefficients. However, the equation of motion is usually solved by the mode-superposition method with iteration, employing the natural frequencies and mode shapes neglecting the effect of the moving vehicle.

In this paper, it is indicated that a procedure solving directly the equation of motion written in matrix form is equivalent to the conventional mode-superposition method.

Furthermore, some examples are analyzed by simulation methods including both procedures and accuracy of the results obtained are examined numerically, paying attention to the length of the time interval in step-by-step integration, number of elements in FEM analysis, the vehicle weight and the road surface roughness.

1. はじめに

最近、交通量の急激な増加と車両の大型化によって、これらが橋梁に及ぼす動的影響は無視できないものとなってきている。これまで、鋼道路橋の設計においては、走行車両の動的影響を衝撃係数として考慮している。しかし、各種橋梁形式のより正確な衝撃係数を算定する^{1)~6)}ため、あるいは周辺環境への振動問題^{7)~10)}、既設橋梁部材の疲労問題¹¹⁾などに対処するため、走行車両が橋梁の動的応答に及ぼす影響をシミュレーション法を用いて解析する機会が増えてきている¹²⁾。

このような車両・橋梁系の振動問題をシミュレーション法により解析する場合、マトリックス形の運動方程式を誘導し、これをモーダルアナリシス法によって解くことが多い。モーダルアナリシス法では、解析に先立ち、橋梁の固有振動数および固有振動形を求める必要があるが、これらは走行車両重量の移動の影響を受ける^{2), 13)}。しかし、一般にその影響は小さく、また車両重量の影響を考慮することは解析を複雑にすることから、車両重量の影響を無視した固有振動数および固有振動形に基づいて解析を進める場合が多い。一方、この問題を直接積分法により解析する方法も用いられているが¹⁰⁾、それぞれの解析手法の利点、欠点は明確にされていない。

したがって、車両・橋梁系の振動問題をシミュレーション法によって解く場合、得られる結果の信頼性を確認するためには、各解析手法による解の精度をある程度把握しておくことが必要であると考えられる。

そこで本文では、まず、マトリックス形で誘導された車両・橋梁系の基本的な運動方程式は本来、変係数の微分方程式であることを確認し、次にこの運動方程式を直接的に解く場合と、従来の運動方程式を収束計算により解く場合とが実質的に等価であることを示した。さらに、数値積分の時間刻み、FEM解析における橋梁モデルの要素分割数、車両重量、路面凹凸の有無などが各解析手法による解に及ぼす影響を数値的に

* 工博 宇都宮大学助教授 工学部建設学科建設工学コース (321 宇都宮市石井町2753)

** 工修 NKK 応用技術研究所耐風構造研究室 (210 川崎市川崎区南渡田町1-1)

検討した。

2. 車両・橋梁系振動問題のシミュレーション解法

(1) 運動方程式

動的荷重を受ける構造物の応答解析を行う場合、一般には構造物を構成する連続体の離散化を行い、剛性マトリックス $\mathbf{K}$ 、質量マトリックス $\mathbf{M}$ および減衰マトリックス $\mathbf{C}$ を構成する。このように構造物の振動特性を表す各マトリックスが構成されれば、任意の動的外力を受ける構造物の強制振動の運動方程式は、

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}_t + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}_t + \mathbf{K} \mathbf{x}_t = \mathbf{f}_t \quad (1)$$

と表される。ここに、 $\mathbf{x}_t$ および $\mathbf{f}_t$ はそれぞれ時刻 t における節点変位ベクトルおよび外力ベクトルである。通常式 (1) はモーダルアナリシス法、直接積分法などの方法によって解かれる。

また、橋梁上を通過する車両を図 1 に示す 1 自由度系にモデル化した場合、車両の運動方程式は、

$$m_U \ddot{Z}_{Ut} + k(Z_{Ut} - x_{jt} - Z_{R,j}) = 0 \quad (2)$$

となる。ここに、 m_U 、 k 、 Z_{Ut} は図 1 に示す諸量であり、 $Z_{R,j}$ 、 x_{jt} はそれぞれ車両位置の路面凹凸量および同位置の橋梁の鉛直変位である。一方、車両によって橋梁に加えられる力 f_{jt} は、

$$f_{jt} = (m_U + m_L)g - m_L \ddot{x}_{jt} + k(Z_{Ut} - x_{jt} - Z_{R,j}) \quad (3)$$

となり、この値は式 (1) 右辺の外力ベクトル $\mathbf{f}_t$ のうち、車両位置の項のみに関係する。したがって、車両が橋梁上の任意の節点間に位置する場合には、 f_{jt} を両側節点に分配し、対応する橋梁の応答は両側節点の値を用いて線形補間する。つまり、車両が図 2 のように橋梁の任意の節点 i 、 k 間に位置する場合、外力ベクトル $\mathbf{f}_t$ の節点 i 、 k の鉛直方向の項に関する値 f_{it} 、 f_{kt} は、

$$f_{it} = \psi_{it} f_{jt}, \quad f_{kt} = \psi_{kt} f_{jt} \quad (4)$$

となる。ここに、

$$\psi_{it} = \frac{d\ell - \xi}{d\ell}, \quad \psi_{kt} = \frac{\xi}{d\ell} \quad (5)$$

であり、逆に車両位置の鉛直変位 x_{jt} は近似的に、

$$x_{jt} = \psi_{it} x_{it} + \psi_{kt} x_{kt} \quad (6)$$

と算定される。ここに、 $d\ell$ は節点間の距離であり、 ξ は左側節点から車両位置までの距離を表す。車両位置の鉛直方向加速度 $\ddot{x}_{jt}$ も同様に補間すればよい。

(2) 収束計算を用いた解法

上述の式 (1)、(3)、(4) をまとめれば次式のように表すことができる。ここでは減衰項を省略している。

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}_t + \mathbf{K} \mathbf{x}_t = \mathbf{f}_t \quad (7)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdot & \cdot & m_{1n} \\ m_{21} & \cdot & & & \\ \cdot & & \cdot & & \\ \cdot & & & \cdot & \\ m_{n1} & & & & m_{nn} \end{bmatrix} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdot & \cdot & k_{1n} \\ k_{21} & \cdot & & & \\ \cdot & & \cdot & & \\ \cdot & & & \cdot & \\ k_{n1} & & & & k_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{nt} \end{bmatrix} \quad \mathbf{f}_t = \begin{bmatrix} 0 \\ \psi_{it} \{ (m_U + m_L)g - m_L \ddot{x}_{jt} + k(Z_{Ut} - x_{jt} - Z_{R,j}) \} \\ \psi_{kt} \{ (m_U + m_L)g - m_L \ddot{x}_{jt} + k(Z_{Ut} - x_{jt} - Z_{R,j}) \} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

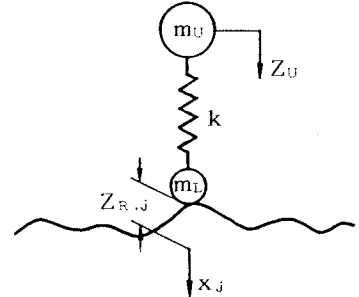


図 1 1自由度系車両モデル

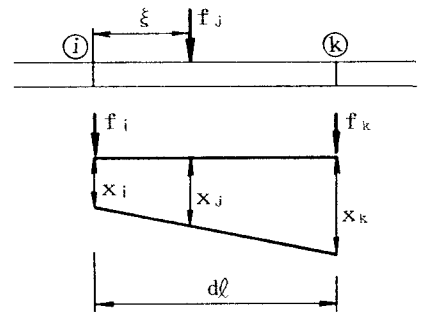


図 2 任意節点間の荷重分配および変位補間

以上のように車両・橋梁系の運動方程式(2)および(7)では、外力ベクトル $\mathbf{f}_t$ の中に橋梁自身の応答値 (x_{jt} , $\ddot{x}_{jt}$) が含まれている。したがって、式(2)および(7)を解くためには収束計算を行って解を求める必要がある。この解法には、モーダルアナリシス法（以下モード法）と直接積分法（以下収束計算を用いた直接積分法）があるが、収束計算の手順など解法の詳細は文献(2)などを参照されたい。

(3) 非線形的取扱いによる直接積分法

ところで、式(7)右辺の外力ベクトル $\mathbf{f}_t$ の一部を左辺に移項し、式(2)と組み合わせることによって、車両・橋梁系振動問題の運動方程式は次式のように書き換えることができる。

$$\mathbf{M}_t' \ddot{\mathbf{x}}_t' + \mathbf{K}_t' \mathbf{x}_t' = \mathbf{f}_t' \quad (8)$$

$$\mathbf{M}_t' = \begin{bmatrix} m_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & m_{1n} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ m_{i1} & \cdot & m_{ii} + \psi_{it} m_L & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ m_{k1} & \cdot & \cdot & m_{kk} + \psi_{kt} m_L & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ m_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & m_{nn} & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & m_{nj} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_t' = \begin{bmatrix} k_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & k_{1n} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ k_{i1} & \cdot & k_{ii} + \psi_{it} k & \cdot & \cdot & \cdot & -\psi_{it} k \\ k_{k1} & \cdot & \cdot & k_{kk} + \psi_{kt} k & \cdot & \cdot & -\psi_{kt} k \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ k_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & k_{nn} & 0 \\ 0 & \cdot & -\psi_{it} k & -\psi_{kt} k & \cdot & 0 & k \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_t' = \begin{bmatrix} x_{1t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{nt} \\ z_{jt} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}_t' = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \psi_{it} \{ (m_{ij} + m_L) g - k z_{R,j} \} \\ \psi_{kt} \{ (m_{kj} + m_L) g - k z_{R,j} \} \\ \cdot \\ \cdot \\ k z_{R,j} \end{bmatrix}$$

以上の式変形から、車両・橋梁系の運動方程式は、車両位置により質量マトリックス、剛性マトリックスが時々刻々と変化する変係数の微分方程式であることがわかる。したがって、各時刻ごとに質量マトリックス、剛性マトリックスなどを構成して、その運動方程式を直接的に解けば、走行車両重量の移動による系の剛性マトリックス、質量マトリックスの変化の影響を含んだ解を得ることができると考えられる。この解析手法を以下では、非線形的取扱いによる直接積分法と呼ぶ。

ところで、式(2)および(7)の運動方程式を解いて得られる解は、式(2)および(7)を変形した式(8)の運動方程式をも満足するはずであり、実質的に式(2)および(7)と式(8)とは等価であると言える。したがって、式(7)左辺がゼロベクトルに等しい自由振動の運動方程式に基づいて、車両重量の移動の影響を含まない固有振動数および固有振動形がモード法において用いられた場合でも、採用する振動形の個数がある程度多くすれば、車両重量の移動の影響を含んだ解を求めることができると考えられる。減衰項として、比例減衰マトリックスを仮定する場合には同様のことが言える。しかし、モード法において採用する振動形の個数が十分多くない場合あるいは数値積分の時間刻みが十分小さくない場合には、得られる解に誤差が含まれることになる。したがって、以下では数値計算例により各解析手法によって得られる解の精度を数値的に検討する。

3. 各シミュレーション解法の精度

(1) パラメーターと動的増幅率 (DIF)

本文では、一般的な断面諸元を有する単純桁橋の1主桁上を図1に示すモデル車両が走行する場合について、解析手法の差異、FEM解析における桁の要素分割数、時刻歴解析における時間刻みの大きさなどが解に及ぼす影響を数値的に検討する。ここでは、数値計算結果を解析解と比較するために、1自由度系の車両モデルを採用している。以下特に断らない限り、車両の走行速度は50km/h、総重量は20tf（車両上部重量18tf、車両下部重量2tf、ばね定数500tf/m）とし、橋梁のスパンL=30m、FEM解析における桁の要素分割数を16としている。この場合、車両部の固有振動数は約2.63Hzである。桁の要素分割数を16

表1 橋梁モデルの固有振動数および振動モード

次数	固有振動数 (Hz)	振動モード
1	4.25	曲げ振動1次
2	17.02	曲げ振動2次
3	31.54	縦振動1次
4	38.29	曲げ振動3次
5	68.09	曲げ振動4次
6	94.91	縦振動2次
7	106.43	曲げ振動5次
8	153.36	曲げ振動6次
9	159.21	縦振動3次
10	208.96	曲げ振動7次

とした場合の10次までの固有振動数および振動モードを表1に示す。

図3に、モデル橋が走行荷重を受ける場合のスパン中央部鉛直たわみの時刻歴曲線の例を1次振動形のみを考慮した解析解¹⁵⁾、収束計算を用いた直接積分法および非線形的取扱いによる直接積分法の場合について示す。図にはたわみの影響線も示しており、縦軸はたわみを影響線の最大値 δ_{smax} で無次元化して表している。また、横軸は車両の位置をスパンLで無次元化して示している。時刻歴曲線においては各解析手法の顕著な差異は認められないので、以下ではこのような解析結果を整理する場合によく用いられる次式の動的増幅率(DIF)に着目して各解析手法の精度を検討する。

$$DIF = \delta_{1,dmax} / \delta_{smax} \quad (9)$$

ここに、 $\delta_{1,dmax}$ は動たわみと静たわみ(影響線)との差の絶対値の最大値である。ただし、収束計算を用いた直接積分法と全自由度の固有振動形を考慮したモード法による結果は完全に一致している。

(2) 時間刻みの大きさの影響

解析手法の差異および時刻歴解析における時間刻みの大きさ Δt とDIFとの関係を図4に示す。図中の記号はそれぞれ1次振動形のみを考慮した解析解とモード法、10次振動形までを考慮したモード法、全自由度の固有振動形を考慮したモード法、収束計算を用いた直接積分法および非線形的取扱いによる直接積分法に対応している。ここでは、路面凹凸を無視し、桁は16要素に分割してFEMモデルを構成している。縦軸は時間刻みの大きさが最も小さい場合の解析解によるDIFで無次元化したDIFを示し、横軸は時間刻みの大きさを時刻歴解析の時間ステップ数 $T_L/\Delta t$ (T_L :車両が桁を通過するに要する時間)で表している。

1次振動形のみを考慮したモード法による解は、時間刻みの大きさにかかわらず比較的解析解に近い値となっているが、10次振動形まであるいは全自由度の固有振動形を考慮したモード法による解はそれよりも幾分小さい値に収束する傾向が認められる。また、収束計算を用いた直接積分法による解は全自由度の固有振動形を考慮したモード法による解に完全に一致している。これに対して、ここで用いた時間刻みの範囲では、非線形的取扱いによる直接積分法によって得られる解はあまり収束性がよくない。しかし、非線形的取扱いによる直接積分法によって得られた解は収束計算を用いた直接積分法および全自由度の固有振動形を考慮したモード法による解と同程度の値に収束する傾向が認められる。ただし、解析解および1次振動形のみを考慮したモード法と他の手法では、DIFが生じるときの車両の位置が異なっている。

また、図5(a)および(b)には、車両の走行速度あるいは橋梁のスパンLを変えた場合を示している。同じ断面で $L=40m$ とした橋梁の1次固有振動数は2.39Hzとなり、この値は車両部の固有振動数に接近しているが、いずれの手法による解とも無次元化DIFと時間刻みとの関係は図4の場合と同様の傾向を示すことがわかる。

図6には、図4と同じパラメーターを有する場合について、車両通過までに生じるスパン中央部の鉛直方向加速度応答の最大値と時間刻みの大きさとの関係を示す。縦軸は加速度応答の最大値を解析解による収束値で無次元化して示している。10次振動形までを考慮したモード法において、10次固有周期(0.00478sec)に対し十分小さい時間刻みを用いた場合でも、加速度応答の最大値はまだ収束しているとは言えない。したがって、信頼のできる加速度応答値を得るためにはさらに時間刻みを小さくする必要があると考えられる。

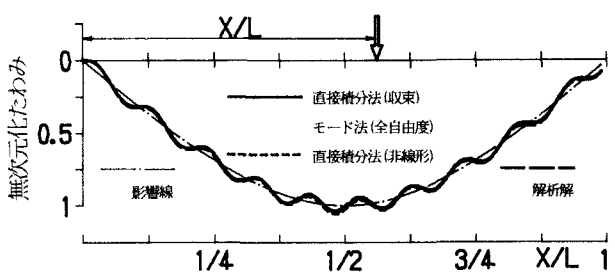


図3 動たわみの時刻歴曲線(路面凹凸無視)

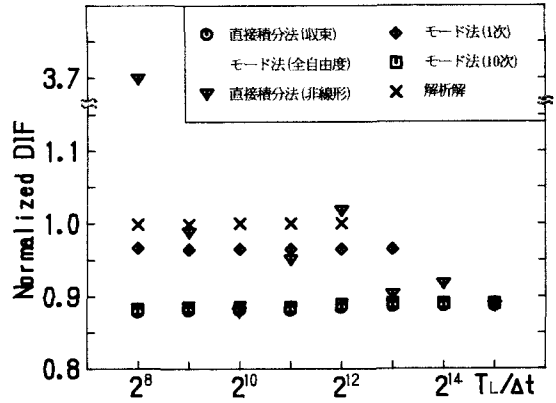


図4 時間刻みの大きさとDIFの関係
(路面凹凸無視、 $L=30m$, $v=50km/h$)

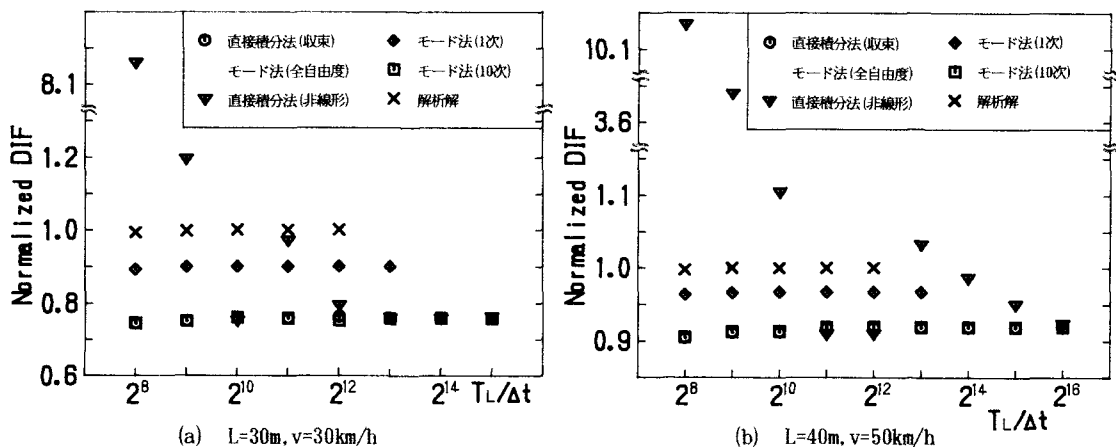


図5 時間刻みの大きさとDIFの関係

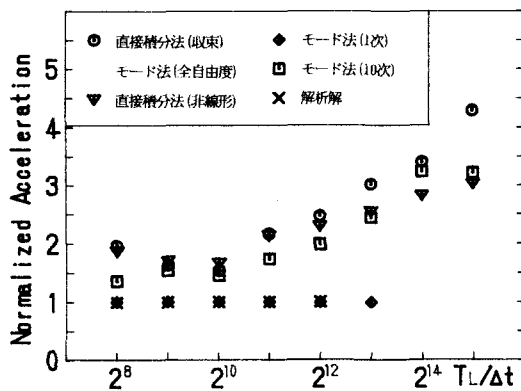


図6 時間刻みの大きさと最大加速度応答の関係

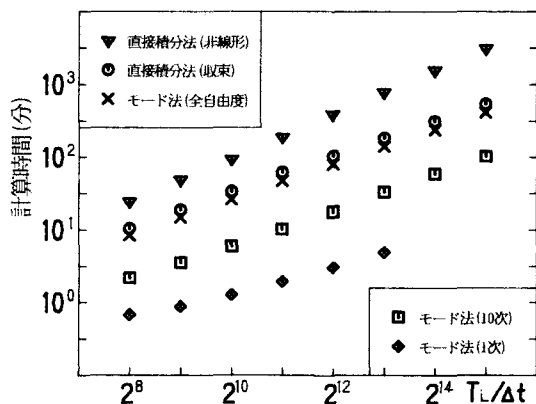


図7 時間刻みの大きさと計算時間の関係

一方図7には、図4のうち、解析解以外の計算手法における演算時間と時間刻みの大きさとの関係を示している。非線形的取扱による直接積分法は他に比較して多くの計算時間を要する。モード法では、採用する固有振動形の個数が増えるほど計算時間を多く必要とするが、全自由度の固有振動形を考慮した場合でも収束計算を用いた直接積分法より計算時間は短いことがわかる。

(3) 桁の要素分割数の影響

FEMを用いて橋梁をモデル化する際の要素分割数とDIFとの関係を、収束計算を用いた直接積分法、非線形的取扱による直接積分法およびモード法の場合について図8に示す。縦軸は図4と同じく時間刻みが最も小さい場合の解析解で無次元化したDIFを、横軸は要素分割数である。非線形的取扱による直接積分法以外の場合では、要素分割数が増えるにつれてしだいに一定値に収束する傾向があり、また、1次振動形のみを考慮したモード

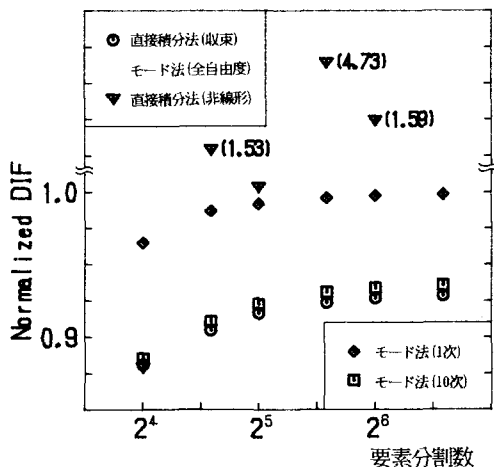


図8 桁の要素分割数とDIFの関係

法による解に比較して、10次振動形まであるいは全自由度の固有振動形を考慮したモード法による解は小さい値に収束する傾向がみられる。しかし、非線形的取扱いによる直接積分法の解には、要素分割数が多くなるにつれて逆に誤差が大きくなる含まれることがわかる。ただし、収束計算を用いた直接積分法によるDIFはこの場合も全自由度の固有振動形を考慮したモード法による結果と一致している。

(4) 車両重量の影響

車両・橋梁系の運動方程式をモーダルアナリシス法を用いて解く場合、一般にその固有振動形は走行車両重量の移動の影響を考慮していないため、採用する固有振動形の個数が十分多くない場合には、車両重量（質量）が大きくなるにつれて解の精度が低下すると予想される。

そこで、各解析手法によって得られるDIFと車両重量との関係を図9に示す。縦軸はそれぞれの車両重量による解析解のDIFによって無次元化されたDIFを、横軸は車両重量である。車両重量が変化することによって、1次振動形のみを考慮したモード法による解と他の解析手法による解は交差する結果となっているが、1次振動形のみを考慮したモード法以外の解はほぼ一致している。したがって、車両の移動の影響を含まない10次の固有振動形までを用いたモード法においても、車両の影響を含んだ解を得ることができると言える。ただし、この場合も収束計算を用いた直接積分法による解は、全自由度の固有振動形を考慮したモード法による解に完全に一致している。また、車両重量を変える場合、車両部の固有振動数は変化しないようばね定数も変えている。

(5) 路面凹凸の影響

これまでの数値的検討においては、路面凹凸の影響を考慮していない。しかし、路面凹凸がある場合には、走行車両による橋梁の動的応答値に高次振動が影響するなど、シミュレーション解法の面から路面凹凸の影響を検討しておく必要がある。

そこで、路面凹凸波形のパワースペクトル密度 $S_R(\Omega)$ が次式の指数関数で表されるものとして、サンプル波形を人工的に作成する。

$$S_R(\Omega) = \alpha \Omega^{-n} \tag{10}$$

ここに、 Ω は空間周波数(c/m)、 α は路面の平坦性を表す平滑度パラメーター、 n は周波数によるパワーの分布を示す指数である。ここでは、 $\alpha=0.003\text{cm}^2/(\text{m}/\text{c})$ 、 $n=2$ 、 $\Omega=0.1\sim5(\text{c}/\text{m})$ とし、約12cm間隔の路面凹凸のサンプル波形を文献(6)を参考にして2個作成した。

図10および11は、作成された路面凹凸のサンプル波形の1つとそのパワースペクトルを示している。時間刻みの大きさを変える場合には、さらに細かい路面凹凸の離散値が必要になるが、その値は3次のスプライン関数を用いて補間している¹⁴⁾。また、タイヤの接地長の影響は考慮していないが、シミュレートされたサンプル波形の平滑化を行っている。そのため、図11の高周波数域におけるパワースペクトルの値が少し低下している。図12は、作成された路面凹凸を有する橋梁上に車両が走行した場合のスパン中央部たわ

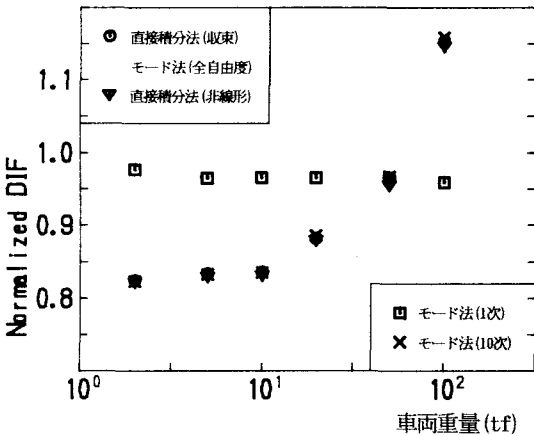


図9 車両重量とDIFの関係

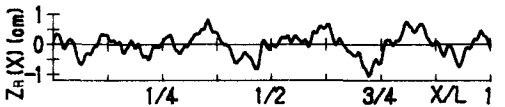


図10 路面凹凸のサンプル波形の例

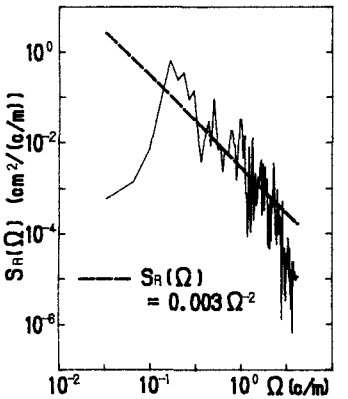


図11 サンプル波形のパワースペクトルの例

みの時刻歴曲線の例を示している。実線、点線および破線はそれぞれ収束計算を用いた直接積分法あるいは全自由度の固有振動形を考慮したモード法、非線形的取扱いによる直接積分法および1次振動形のみを考慮したモード法による結果であり、一点鎖線は影響線である。縦軸はたわみを影響線の最大値で無次元化して示している。路面凹凸があると動たわみの振幅はかなり大きく、路面凹凸を無視した場合(図3)に比較して、DIFもかなり大きくなる。しかし、解析手法の差異が時刻歴曲線に及ぼす顕著な影響は認められない。

一方図13は、時刻歴解析における時間刻みの大きさおよび解析手法の差異とDIFとの関係を示している。縦軸は、1次振動形のみを考慮したモード法を用い、時間刻みを最も小さくした場合に得られるDIFで無次元化したDIFを表している。非線形的取扱いによる直接積分法の結果を除いて、路面凹凸を無視した場合(図4)に比較し、DIFの大きさに及ぼす解析手法の差異の影響は数値的にはあまり小さくなく、路面凹凸がある場合も、時間刻みが小さくなるにつれて一定値に収束する傾向が見られる。

4. まとめ

本文では、まず、橋梁上を車両が走行する場合の振動問題を記述した車両・橋梁系の運動方程式は、基本的には走行車両重量の移動につれて系の剛性マトリックス、質量マトリックスなどが刻々と変化する変係数の微分方程式であることを示した。しかし、この運動方程式を直接的に解く場合と従来の収束計算を用いた解析手法は実質的に等価であると言える。したがって、従来のモーダルアナリシス法においても、採用する振動形の個数を十分多くすれば車両重量の移動の影響を考慮した解が得られる。

しかし、数値積分の時間刻みの大きさがあまり大きくない場合、非線形的取扱いによる直接積分法は、他法に比べて多くの計算時間を必要とし、解の精度はあまりよくない。これに対して、収束計算を用いた直接積分法による解と全自由度の固有振動形を考慮したモーダルアナリシス法による解は完全に一致し、変位については時間刻みの大きさによらず比較的安定した結果が得られる。

以上のことから、数値積分の時間刻みの大きさをあまり小さくできない場合には、モーダルアナリシス法において、採用する振動形の個数をある程度多くすれば、比較的信頼できる解が得られると考えられる。このとき、時間刻みの大きさを小さくするよりも橋梁構造の要素分割数を増す方が解の精度に顕著に影響する。

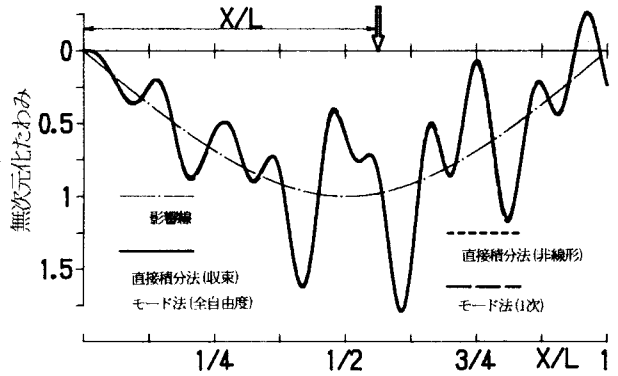
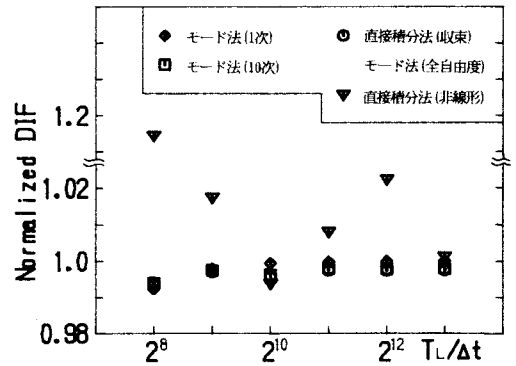
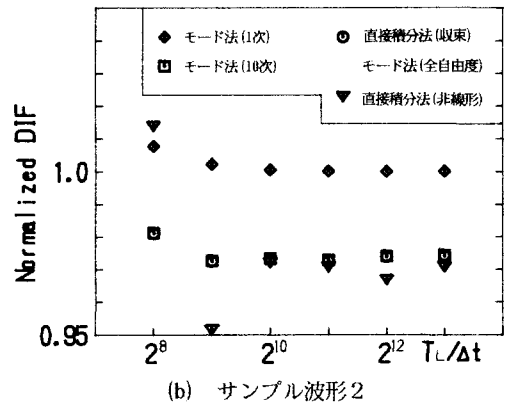


図12 動たわみの時刻歴曲線(路面凹凸有り)



(a) サンプル波形1



(b) サンプル波形2

図13 時間刻みの大きさとDIFの関係(路面凹凸有り)

謝 辞

本文をまとめるに当たり、有益な助言をいただいた大阪大学 川谷充郎助教授、ならびに宇都宮大学 池田裕一助手に深く感謝いたします。なお、本研究の一部は文部省科学研究費の補助を受け、また数値計算には、宇都宮大学工学部建設学科所有のMicro VAX-IIを使用したことを付記する。

参考文献

- (1) 成田信之・桂樹正隆・江本勝：路面凹凸を考慮した橋梁の衝撃係数、土木技術資料、Vol. 20, No. 3、pp. 27-32、1978, 3
- (2) 小松定夫・川谷充郎：斜張橋の自動車走行による動的応答と衝撃係数に関する研究、土木学会論文報告集、第275号、pp. 13-28、1978, 7
- (3) 本田秀行・小堀為雄・山田善一：多径間連続桁橋の動的応答と衝撃係数に関する考察、土木学会論文報告集、第331号、pp. 65-73、1983, 3
- (4) 川谷充郎・小松定夫・佐々木孝：走行自動車荷重を受けるプレートガーダー橋の動的応答特性に関する研究、土木学会論文集、第392号/I-9、pp. 351-358、1988, 4
- (5) 横山功一・井上純三：自動車走行モードと道路橋の衝撃係数、土木学会論文集、第422号/I-14、pp. 391-394、1990, 10
- (6) 川谷充郎・嶋田玲志・田邊裕之：桁橋の走行車両による不規則応答に基づく衝撃係数の評価法、構造工学論文集、Vol. 35A、pp. 741-748、1989, 3
- (7) 梶川康男・大嶋信太郎：周辺環境への影響を考慮した高架橋の防振効果に関する一解析法、土木学会論文集、第341号、pp. 79-86、1984, 1
- (8) 大島俊之・能町純雄・月田良博・三上修一：はり理論による低周波空気振動の放射音圧レベルの解析、土木学会論文集、第356号/I-3、pp. 527-536、1985, 4
- (9) 深沢泰晴・杉山俊幸・中原和彦・水上浩之：車両走行時に道路橋から放射される低周波音の基本特性、構造工学論文集、Vol. 37A、pp. 945-956、1991, 3
- (10) 五郎丸英博・白石捷夫・原公・小森武：単一走行車両による単純桁橋の低周波空気振動の解析、土木学会論文集、第427号/VI-14、pp. 133-142、1991, 3
- (11) 梶川康男・織田一郎・松本正信：走行荷重による鋼アーチ橋の疲労損傷照査に対する動的立体解析の適用、構造工学論文集、Vol. 37A、pp. 1089-1096、1991, 3
- (12) 前田研一・米田昌弘・西土隆幸・磯光夫：走行荷重による立体骨組構造物の動的応答解析法と留意点、川田技法、Vol. 6、pp. 115-119、1987, 1
- (13) 藤掛一典・大野友則・西岡隆：走行質量の影響を考慮したアーチ橋の動的応答、土木学会論文集、第374号/I-6、pp. 389-398、1986, 10
- (14) 市田浩三・吉本富士市：スプライン関数とその応用、シリーズ新しい応用の数学20、教育出版、東京、1979, 6
- (15) 小坪清真：土木振動学、森北出版、東京、1973, 4

(1991年9月30日受付)