

重力の影響を受けた地盤内に生ずる 波動についての基礎的研究

A FUNDAMENTAL INVESTIGATION ON WAVES EXCITED IN GRAVITATING ELASTIC LAYER

* **

森地 重暉、古賀 睦

By Shigeaki MORICHI and Atsushi KOGA

Unconsolidated sediments begin to lose their rigidity at dynamic strains occurring in large earthquake. In such conditions, soil layers approach to be unstable and gravitationally perturbed waves would be produced. Recently, it was reported that Mexico-city clay has so high water content that elastic wave is less likely to exist than the gravity wave during the 1985 Mexico earthquake.

In this paper, such that wave were found to be influenced by gravity, depending on the ratio between gravity wave velocity and shear wave velocity. Also, model experiment results show that gravitationally perturbed wave was observed in self-excited vibration condition.

1. はじめに

大地震時では軟弱地盤等の変形が余りにおおきいために、変形係数が異常に低下して塑性状になったり、また、流動化の状態を呈したりする事があり得る。このために土質地盤が不安定の状態になる。地盤の要素が上方に動かされて後に下方に戻されるのは弾性力によるのではなく重力による影響が強くなる場合もあり、弾性波とは異質の波動の生成も予想される(文献-1-9)。

この問題については、古く松沢の論文(文献-1)に示されており、高い振動数では固体状の、また、低い振動数では液体状の材料を想定して解析し、関東地震で生じたとされるものについて論じている。比較的最近では、Chile地震において弾性波とはまるで異なる短い波長(10-30m)をもつ速度の遅い波動の発生の目撃が報告されている(文献-3)。含水比が350-400%の粘性土は大変形時に液状の挙動をするのでMexico地震の際に生じたであろうと予測され、Mexico-cityの建造物の被害状況は弾性表面波とは異質の波長(10-30m)の短い波動によると述べられている(文献-4、6)。

実地盤におけるこの種の波動の発生の有無やその影響については、今後検討すべきであると考えられる。本文では、理論的に検討を行い、又、模型実験的にその種の波動の生成について調査した。

2. 重力の影響を受けた波動についての理論的検討

2.1 理論

弾性波が重力の影響を受ける問題については、Ewing et al が著書(文献-9)の中でA.H.E.LoveやBromwichの研究結果を示している。Gilbertは剛基層上にPoisson比0.5の弾性層があり、弾性層内を伝播する波動が重力の影響を受ける場合の分散状況について計算結果を示し若干の考察を加えている(文献-2)。GilbertはEwing et al の著書に基づいて計算結果を得たとしているが、その著書の中には直接に計算の基となる特性方程式を見いだすことは出来なかった。式の誘導が可能であるということで特性方程式を明示し

※ 工博 東京理科大学教授 理工学部土木工学科 (〒278千葉県野田市山崎東亀山 2641)

※※ 院生 東京理科大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 (同 上)

ていないと考えられるが、著者は分散状況やモードを理論的に検討する必要があると考えたので解析結果を示すことにした。

剛基層上に弾性層があり、そのPoisson比を0.5とする。カルテシアン座標系 x (右方を正)、 z (上方を正)をとり、層高さを H とする。波動に及ぼす重力の影響を調べるには運動方程式内の重力の項を考慮する必要があるが、そのままでは、周期解を求めるのは困難である。そこで、近似的な取り扱いではあるが、Bromwichの論文(文献-9)に従って重力の項を省き、境界条件の中で重力の影響を考慮することにした。

平面歪状態の場合、運動方程式は次のように与えられる。

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \Delta}{\partial x} + G \nabla^2 u \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \Delta}{\partial z} + G \nabla^2 w\end{aligned}\quad (1)$$

式中、 u, w, z 方向の変位、 $\Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}$ 、 ρ :密度、 G :せん断弾性率、 ν :Poisson比、 ∇^2 :Laplacian、 t :時間である。

地盤のPoisson比は0.5であるため材料の非圧縮性によって $\Delta=0$ となるが、圧力 $p (= \frac{G}{1-2\nu} \Delta)$ は有限値であると考えると(1)式は次のようになる(文献-9)。

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial p}{\partial x} + G \nabla^2 u \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial p}{\partial z} + G \nabla^2 w\end{aligned}\quad (2)$$

ω を円振動数、 k を波数、 i を虚数とし $V_s(=\sqrt{G/\rho})$ を横波速度とする。 u, w は $\exp(i(\omega t - kx))$ に比例すると考え、 $\Delta=0$ であることを考慮すると $\nabla^2 p=0$ が得られる。更に、 p も $\exp(i(\omega t - kx))$ に比例すると考える。

重力加速度を g とし、境界条件

$$z=0 \quad \text{で} \quad u=0, w=0$$

$$z=H \quad \text{で} \quad G \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \quad (3)$$

$$z=H \quad \text{で} \quad p + 2G \frac{\partial w}{\partial z} + \rho g w = 0$$

を用い、次の関係式を利用する。

$$s^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{V_s^2} = k^2 \left(1 - \frac{C^2}{V_s^2} \right) = k^2 (1 - c^2) \quad (4)$$

式中 C は位相速度、また、 $c=C/V_s$ である。

最終的に得られる特性方程式を示せば次のようになる。

$$\begin{aligned}4 - \cosh(kH) \cos(kH(c^2-1)^{1/2}) &\left[2 - c^2 + \frac{4}{2-c^2} - \right. \\ &- \frac{1}{(c^2-1)^{1/2}} \left(4 - c^2 - \frac{2c^2}{2-c^2} \right) \tanh(kH) \tan(kH(c^2-1)^{1/2}) + \\ &\left. + \frac{gH}{V_s^2} \frac{c^2}{2-c^2} \left(\frac{\tan(kH(c^2-1)^{1/2})}{kH(c^2-1)^{1/2}} - \frac{\tanh(kH)}{kH} \right) \right] = 0\end{aligned}\quad (5)$$

又、変位モードは次のようになる。式中 $\exp(i(\omega t - kx))$ は省いてある。

$$\begin{aligned}u &= i \left\{ \cosh(kz) - \cos(kz(c^2-1)^{1/2}) + D \{ \sinh(kz) + (c^2-1)^{1/2} \sin(kz(c^2-1)^{1/2}) \} \right\} \\ w &= \left[-\sinh(kz) + \frac{\sin(kz(c^2-1)^{1/2})}{(c^2-1)^{1/2}} + D \{ -\cosh(kz) + \cos(kz(c^2-1)^{1/2}) \} \right]\end{aligned}\quad (6)$$

式中

$$D = \frac{2 \sinh(kH) - \frac{(2-c^2) \sin(kH(c^2-1)^{1/2})}{(c^2-1)}}{-2 \cosh(kH) + (2-c^2) \cos(kH(c^2-1)^{1/2})} \quad (7)$$

または

$$D = \frac{\frac{C^2 - V_s^2}{gH} kH \cosh(kH) + \frac{V_s^2}{gH} kH \cos(kH(c^2-1)^{1/2}) - \sinh(kH) + \frac{\sin(kH(c^2-1)^{1/2})}{(c^2-1)^{1/2}}}{-\frac{C^2 - V_s^2}{gH} kH \sinh(kH) + \frac{V_s^2}{gH} kH(c^2-1)^{1/2} \sin(kH(c^2-1)^{1/2}) + \cosh(kH) - \cos(kH(c^2-1)^{1/2})} \quad (8)$$

2.2 解析結果についての考察

以下において(5),(6),(7),(8)に関し若干の考察を加える。

特性方程式(5)において gH/V_s^2 を含む項を無視すると重力の影響を受けていない剛基層上の弾性層内伝播するRayleigh波の特性方程式が得られる。(5)において、 $kH(c^2-1)^{1/2} = m\pi$ ($m=1, 2, \dots$)で、又 $gH/V_s^2 \rightarrow \infty$ の場合、 $c(C/V_s) \rightarrow \infty$ の状況を推定すると次に示す式が得られる。

$$\frac{gH}{V_s^2} \left(\frac{C^2}{gH} - \frac{\tanh(kH)}{kH} \right) = 0 \quad (9)$$

(9)は重力波の波速を与える。

$kH(c^2-1)^{1/2} = ((2n+1)/2)\pi$ ($n=0, 1, 2, \dots$)で $kH \rightarrow 0$ の場合、層高に比べて波長が著しく長いRayleigh波の波速を与える(文献-10)。そのような場合、 gH/V_s^2 が無限大にならないならば、(5)は成り立つ。このことは、重力の影響があっても、波長の長い場合には、Rayleigh波の性質を示すことを意味する。

図-1には gH/V_s^2 が0, 4, 16, 64の場合の分散曲線が示されている。分散曲線の縦軸は C (位相速度)/ V_s (横波速度)、又、横軸に λ (波長)/ H (層高)である。図-1-b, -c, -dには重力波の分散曲線が併記されている。図-1の4つの図を比較すると gH/V_s^2 が大きくなるにつれて、 λ/H の小さい方から分散曲線が重力波のものに類似していく様子が示されていることが分かる。又、 λ/H の小さい範囲では、 gH/V_s^2 の増加に伴ない、高次モードの分散曲線ほど重力波のものに近づいていく様子が分かる。モード次数の高いほど、又、波長の長いほど λ/H の大きい程、重力の影響を受けにくいことが示されていて、前出の事を裏付けていると考えられる。

gH/V_s^2 は無限に長い波長を持つ重力波の速度と横波速度の比の2乗を意味する。それ故、 gH/V_s^2 が大きいほど弾性層の弾性率が低く層高が大きいことになる。密度を ρ 、せん断弾性率を G とすると次の式が成立する。

$$\frac{gH}{V_s^2} = \frac{\rho gH}{G} \quad (10)$$

右辺の分子は自重により弾性層の自由表面から H の深さで生ずる垂直応力である。Poisson比や側圧力に対する考慮をすべきであるが、上式の値は自重により表層地盤底部に生ずる歪のオーダーになっている。従って、 $gH/V_s^2 > 1$ の場合には、通常では地盤内に大きな歪みが発生していることを意味し、地盤は不安定な状態となり水と似たような性質を示すと思われるので、重力波に類似した波動の発生も予測される。

次に変位モードについて考察する。図-1中に示された各 gH/V_s^2 の波動の λ/H が2.0, 6.0, 8.0及び、16.0に対応する変位モードが図-2に示されている。弾性層の自由表面では、式(6)より明らかなように水平動 u と上下動 w は互いに 90° の位相差が生ずる。

自由表面における水平動 u と上下動 w の振幅比について検討する。Love波並びにRayleigh波の波長が層高に比べて著しく長い場合、分散状況をあらわす式は $kH(c^2-1)^{1/2} = ((2n+1))/2\pi$ ($n=0, 1, 2, \dots$)である(文献-10)。この関係が成り立つとき式(7)を用いると $D=2/(2n+1)\pi$ となり、式(6)を考慮すると $|u| \gg |w|$ となる。

又、 $kH(c^2-1)^{1/2} = m\pi$ ($m=1, 2, \dots$)のときで、しかも $kH \rightarrow 0$ の場合について考える。式(7)より $D=0$ となるので、式(6)を用いると次式が得られる。

$$|u| = |\cosh(kH) - \cos(kH(c^2-1)^{1/2})| \quad (11)$$

$$|w| = |-\sinh(kH) + \frac{\sin(kH(c^2-1)^{1/2})}{kH(c^2-1)^{1/2}} kH|$$

m が奇数のとき、上式より $|u| \gg |w|$ となって水平動が卓越する。

m が偶数のとき(11)より次の式が成り立つ事が分かる。

$$\frac{|u|}{|w|} = \frac{|\cosh(kH)-1|}{|-\sinh(kH)|} \quad (12)$$

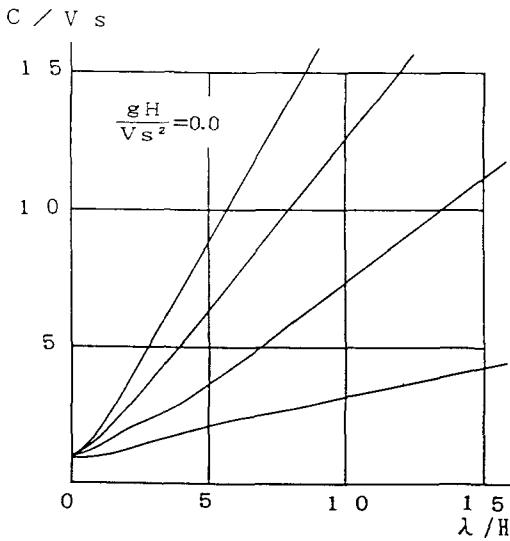


図-1-a

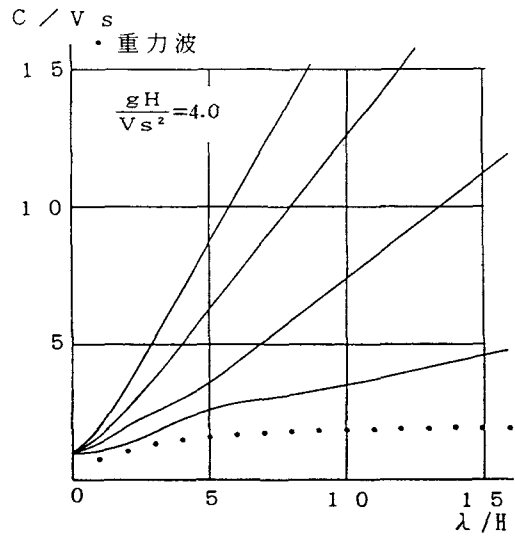


図-1-b

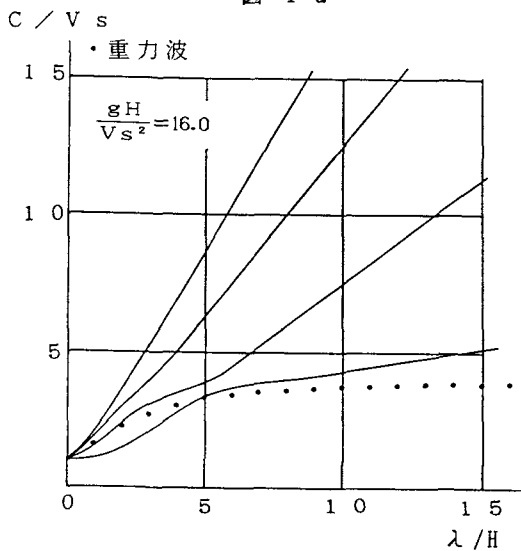


図-1-c

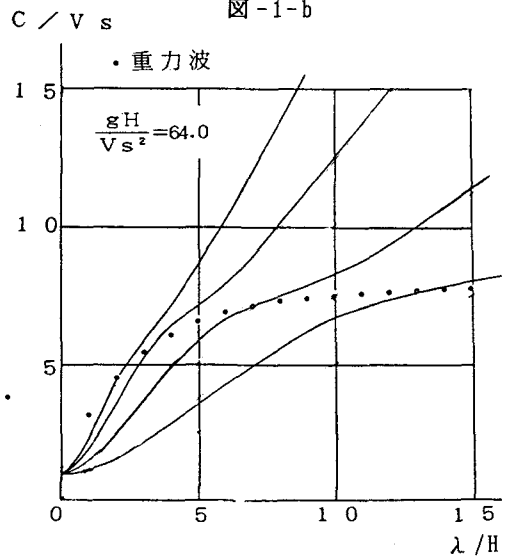
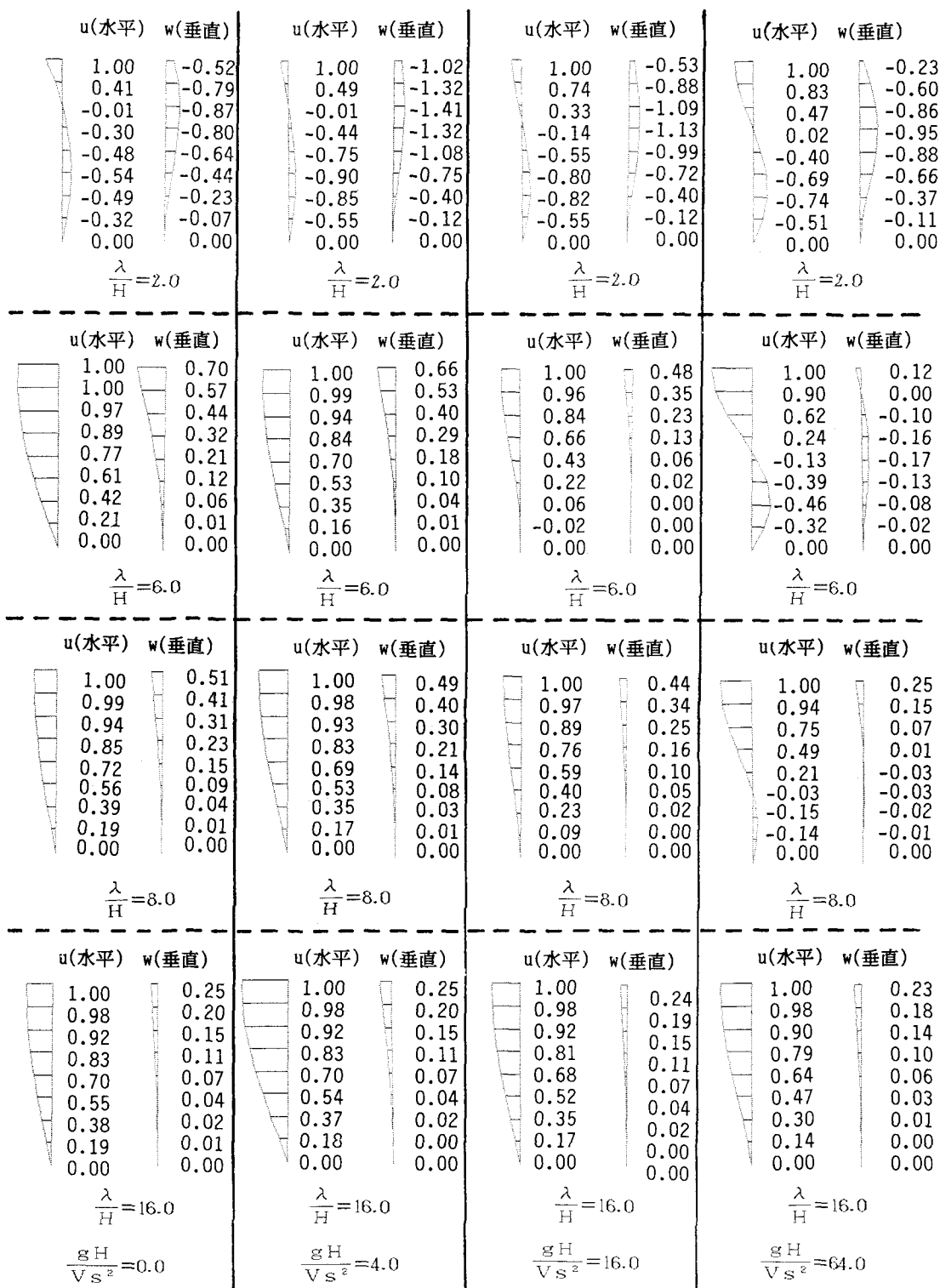


図-1-d

図-1 理論分散曲線



図一2 理論変位モード図

$kH \rightarrow 0$ のとき上式は0に収束するので $|w| \gg |u|$ となって上下動が卓越することになる。特に、 $m=2$ の場合には顕著なことが生ずる。まず、 $kH(c^2-1)^{1/2}=2\pi$ のとき $c=V_s=\lambda/H$ となる。式(7)より $D=0$ となるが、同時に式(8)においても $D=0$ でなくてはならない。式(8)で $D=0$ とおき $kH(c^2-1)^{1/2}=2\pi$ とすると次式が成立する。

$$\frac{kH}{\frac{gH}{Vs^2}} \{ (c^2-1) \cosh(kH) + 1 \} = \sinh(kH) \quad (13)$$

$kH \rightarrow 0$ のとき上式より次式が得られる。

$$c^2 = \frac{C^2}{Vs^2} = \frac{gH}{Vs^2} \frac{\tanh(kH)}{kH} \quad (14)$$

上式は重力波の波速を与える。以上より分散曲線において直線 $C/V_s = \lambda/H$ と分散曲線との交点は重力波のものに対応し、その場合、自由表面において上下動は水平動よりも大きくなる。図-3には $gH/Vs^2=64, 128$ の場合が示されているが、図中の(★)印はその交点に対応し、また、それらの場合における変位モードが示されている。

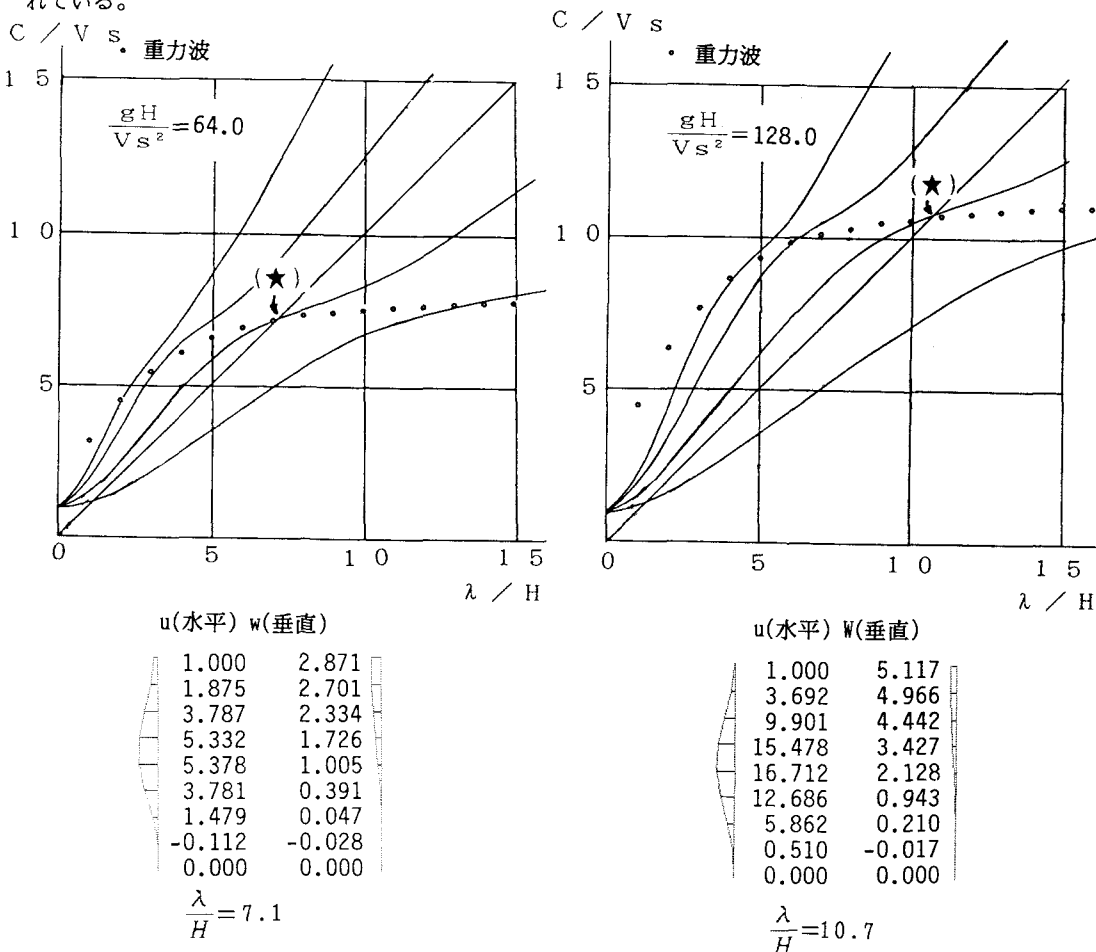


図-3 理論分散曲線と理論変位モード図

3. 実験

実験対象としたのは、剛基層上の弾性層で一樣な高さを持つ円盤上の地盤模型である。地盤の円周境界は変位拘束であるとした。模型地盤を振動台上に搭載し、模型底部を上下方向に定変位加振した。前章で示したとおり地盤模型材料が軟らかくなるに従って波動は重力の影響を受けやすくなるので、実験的にも、重力の方向に加振してその影響程度を検討することにした。

模型材料としては剛基層にはアルミニウムを、又、弾性層にはアクリルアミドゲルを用いた。Poisson比は0.5である。本実験の目的のためには、著しく軟らかいものを必要とするが、実際にはどの程度のものが検討しなくてはならず、数種の横波速度をもつ材料を用いて予備実験を行なった。

3.1 予備実験

3.1.1 予備実験1

3種類の横波速度をもつ模型地盤を作り実験を行なった。剛基層上の円盤上の地盤模型は、層高8.0cm、直径60cmのものとした。地盤模型材料にはアクリルアミドゲルを用いた。通常の振動実験に用いるものに比べ相当量の水を加えている。横波速度を測定する際に、通常は直方体の供試体のせん断振動数を用いるが、本実験に用いる材料は余りに軟らかいために自立できず形状が保ちにくいので同様な測定はできない。そこで実験模型を製作したと同じ溶液で剛基層上にある周辺の変位を拘束した直方体地盤模型(60X60X6.0cm)を作り、それを振動台上に搭載して水平加振し検出したLove波を用いる等の工夫を施した。

アクリルアミドゲルは2液混合の高分子材料である。次の重量比でまずA-,B-液をつくる。

A-液：共重合剤（商品名：日東ss） 10、水 40、促進剤 0.4

B-液：水 50、開始剤 0.5

A-液とB-液を等量に、またその1.5倍程度の水を加えると横波速度2.0m/s程度のゲルができ、通常はこのような材料を用いる。表-1に示す配合で種々の横波速度を持つ材料を作成した。型枠に注型後、約10日間放置後、ゲル化を確認してから実験を行った。

模型No.		1	2	3
横波速度(m/s)		0.29	0.39	0.76
重量比	A 液	1	1	1
	B 液	1	1	1
	水	6.8	6.5	4.5

表-1 模型材料

このような方法で模型を作成し、振動台上に搭載して上下方向に定変位加振した。模型No.-1,-2については、幾つかの加振振動数で振動モードをうることができた。この予備実験では、各模型について確認した最も低い振動数で得られたモードに着目した。模型地盤の振動数の測定にはストロボスコープを用いた。本実験例では、通常の振動実験におけるよりも相当に大きな加振振幅を与えないと振動モードをうる事が出来なかった。また、加振振動数は発生する振動モードのものの2倍であり、加振振動数を振動モードのものにするとモードは発生しなかった。尚、模型No.-3については、模型No.-1,-2のものと同程度の加振振動数では振動モードを認めることは出来なかった。表-2には、振動台の加振振幅（全振幅）と各模型の固有振動数と思われるものが示されている。写真-1には、模型No.-2に生じた振動モードが示されている。モードを見やすくするために基準水平線からの振幅を黒く塗りつぶしている。模型No.-1,-2を大きな振幅で加振した場合、加振し始めてから数分間たって、写真-1に示すものと類似した上下動が現れ時間の経過とともに振幅が増大していつて不安定な挙動を示し最後に消滅した。そして円形地盤の中心軸を節とするようなLove波状の水平動が発生した。振幅が0.5mmの場合には振動モードが発生しなかった。また、加振振幅が大きいほど振動状態に達する時間が短くなり、固有振動数と思われるものが低下した。発生した振動モードは2.理論における gH/Vs^2 が各々9.3,5.2の場合に相当する。

a(mm)	No.1	No.2	No.3
1.0	*	*	*
2.0	2.25	2.42	*
2.5	2.25	2.42	*
3.0	2.25	2.42	*
4.0	2.25	2.42	*
5.0	2.25	2.42	*
7.0	2.23	2.38	*
9.0	2.21	2.32	*
14	2.14	2.29	*

a(mm):振動台 全振幅

*:モードの発生なし

表一 2 模型の振動数(Hz)

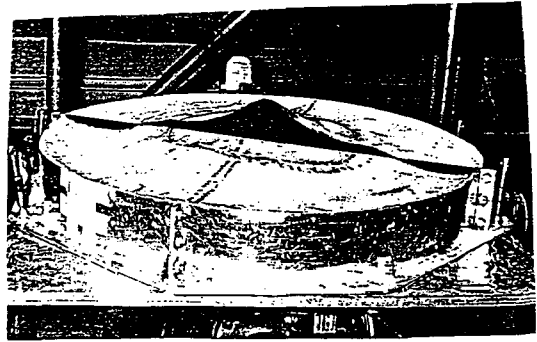


写真-1 実験結果

3.1.2 予備実験2

予備実験1の結果には次に示す特徴がある。(1)発生する振動モードの振動数は加振振動数の1/2である。(2)通常の振動実験と異なり、相当に大きな加振振幅を与えないと振動モードが得にくく、また、小さな振幅では振動状態になるまで相当の時間がかかる。(3)大きな振幅で加振する場合、振幅が増大していつて不安定な状態になる。

これらの特徴は以下に述べる水波の実験で水槽を上下加振して得られた結果のものと類似している。また、予備実験1では円盤状の模型を用いている。円盤状の模型を用いた理由は実験的に得られるモードに軸対称のものがあり考察しやすいものであろうと予測したためである。しかし、理論的検討で解析対象とした平面歪状態のものと形状が異なるので、形状の差異が波動の分散性に影響を及ぼさないか否かの追認と振動の発生しやすさに及ぼす加振振幅の差異の影響を調べるために水を対象として振動実験を行なうことにした。

A 直方体の容器の場合

高さ20cm、奥行き10cm、幅60cmの直方体状の容器を作り水を湛え水深を8cmとした。容器ごと振動台上にのせ上下方向に定変位加振した。振動台の振動数を測定するとともに波高計を用いて水の変位を測定した。

固有振動モードを得るには適切な加振振幅が必要で余り大きな振幅を与えると水の振幅が大きくなりすぎて砕波し、逆に小さな振幅では振動状態にするには相当な時間を要する。表-3に示したものは適当な振幅を見だした後に測定したものである。実験結果の一例は写真-2に示されている。表の資料より次のことがいえる。(1)発生した水の振動モードの振動数は振動台のものの1/2であり、式(14)に示す重力波の理論に基づいている。(2)低い振動数のものほど振動が生ずるためには大きな加振振幅を必要とする。

振動台の 全振幅(mm)	波長 (cm)	振動台の 振動数(Hz)	水の振動数(Hz)	
			実験	理論
3.0	60	2.68	1.38	1.3
2.0	40	3.70	1.78	1.8
1.5	30	4.44	2.23	2.2
1.5	24	5.10	2.50	2.5
1.5	20	5.60	2.81	2.7
1.5	17.5	6.07	2.98	3.0
1.0	15	6.44	3.16	3.2
0.5	13.5	6.84	3.57	3.4

表一 3 水波の実験結果(直方体水槽)



写真-2 水波の加振モード

B 円筒状の容器の場合

容器の形状の異なりが分散性に影響を与えないか否かの追認を行なうとともに次の検討を行なった。予備実験1では、実験に適当な振幅を求めるのに時間を要した。ここでは、加振振幅の差異によって振動状態の生ずるに要する時間がどのように異なるか調査した。用いた容器は直径80cm、高20cmの底盤を持つ円筒状のもので湛水して水深を4.0cmとした。容器ごと振動台上にのせ底部にて上下方向に加振した。

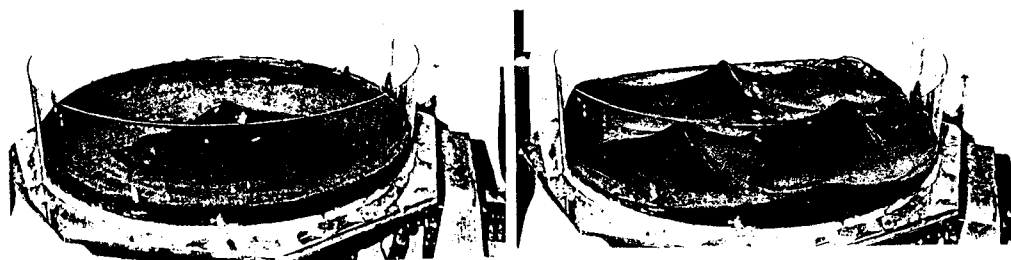
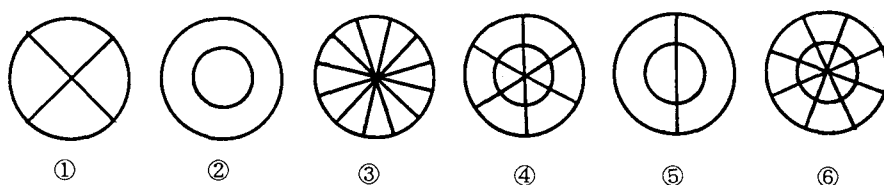


写真-3 水波のモード②, ④



—— は節線
外周円は腹線

図-4 水波の上下動 ①...⑥は表-4中のモード番号

振動台の 全振幅 (mm)	振動台の 振動数 (Hz)	湛水の 振動数 (Hz)	振動の発生 に要した時間	振動台の 全振幅 (mm)	振動台の 振動数 (Hz)	湛水の 振動数 (Hz)	振動の発生 に要した時間
1	① 3.17	1.58	4' 30"	4	① 3.17	1.58	35"
	② 3.23	1.62	7' 30"		② 3.23	1.62	1' 00"
	③ 3.46	1.71	9' 10"		③ 3.46	1.73	50"
	④ 3.61	1.83	5' 00"		④ 3.61	1.79	30"
	⑤ 3.85	1.93	1' 30"		⑤ 3.85	1.92	30"
	⑥ 4.08	2.04	1' 30"		⑥ 4.02	2.04	30"
2	① 3.17	1.59	1' 30"				
	② 3.23	1.63	1' 30"				
	③ 3.46	1.73	2' 00"				
	④ 3.61	1.85	3' 50"				
	⑤ 3.85	1.93	40"				
	⑥ 4.08	2.07	30"				

表-4 水波の実験結果(円柱水槽)

結果の一部を表-4に示す。写真-3には、②と④のモードが示されてる。水の振動数は振動台の振動数の1/2であった。振動モードは明瞭に得られたもののみを表示している。また、図-4には上下動の略図が示されている。円内の線は節線を意味する。円周は上下動の腹線になっている。同じ加振振幅でもモードによって出やすいものと出にくいものがあった。なお、振動台の全振幅が0.5mmの場合には振動状態が生じなかった。

3.1.3 実験結果の考察

3.1.1並びに3.1.2に示した予備実験より、三者の実験とも共通して次に示す特徴があるといえる。(1)発生する振動モードの振動数は加振振動数の1/2である。(2)通常行なわれる振動実験と異なり相当の大きな加振振幅を与えないと振動モードは得にくく、また、小さな振幅では振動状態にするのに相当に時間を要する。(3)大きな振幅で加振する場合、振幅が増大していつて不安定な状態になる。

以上のことを考えると、3.1.1に示した模型地盤は湛水と類似した動きを示すことが予測される。また、円筒状の容器にある水と矩形の容器にあるものが同一の分散性を示すか否か追認する。

周囲をかこんで様な高さにある湛水を底部で上下方向(z方向)に加振することを考える。生ずる自由水面の動きをBenjamin et al(論文-11)に従って示す。次のように記号を定める。

ξ: 自由水面の上昇量、g: 重力加速度、ω: 加振円振動数、t: 時間、f: 底面の加速度、h: 湛水の深さ、x, y, z: 座標系、γ: 表面張力、ρ: 密度、∇²: Laplacian.

水面の上昇量ξは変数分離の形で次のように表わされる。

$$\xi = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) S_n(x, y) \quad (15)$$

式中 $S_n(x, y)$ は直交関数系、 $a_n(t)$ は時間の関数である。 k_n を波数とし、境界条件、水面での連続条件等を考慮すると、Bernoulliの定理を用いて次式を得ることが出来る。

$$\frac{d^2 a_n}{dt^2} + k_n \tanh(k_n h) \left(\frac{k_n^2 \gamma}{\rho} + g - f \cos(\omega t) \right) a_n = 0 \quad (16)$$

上式はMathieuの方程式である。周知のとおり、この式より、加振円振動数が湛水の固有円振動数の2倍であるとき自励振動を生じ不安定な状態を呈することがいえる。予備実験の例では、アクリルアミドゲルの地盤模型でも、湛水の場合でも、減衰の影響があるために小さな加振振幅では、加振による振動エネルギーが消費されてしまうので自励振動が発生しにくくなるものと考えられる。

$S_m(x, y)$ については、Bernoulliの定理、境界条件、水面での連続条件等より次式が成立つといえる。

$$(\nabla^2 + k_m^2) S_m(x, y) = 0 \quad (17)$$

円筒状の容器の場合、極座標系(r, θ)を用いると(17)は次式のようになる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + k_m^2 \right) S_m(r, \theta) = 0 \quad (18)$$

$S_m(r, \theta)$ は次に示すようにL次のBessel関数と周期関数の積になる。

$$S_m(r, \theta) = J_L(k_{im} r) \sin_{\cos} L\theta \quad (19)$$

容器の半径をRとすると $k_{im} R$ は $J'(x) = 0$ のm番目の根を意味する。

予備実験2のBの結果は自由水面の形状が上式にて表されている。対応するモードを(19)に当てはめると、表-5に示すとおりになる。波長が求められるので、(14)式の重力波の分散式から理論的に位相速度を求め波長との関係から振動数を求めることが出来る。表-5には、それらの振動数と実測した振動数と比較されており、理論と実験との一致が確認出来る。

モード番号	l	m	$k_{lm}R$	波長 (cm)	振動数(Hz)	
					実験	理論
①	2	2	6.7	38	1.58	1.6
②	0	2	7.0	36	1.62	1.6
③	6	1	7.5	34	1.71	1.7
④	3	2	8.0	31	1.83	1.8
⑤	1	2	8.6	29	1.93	1.9
⑥	4	2	9.2	27	2.04	2.0

表一5 実験結果(円筒状水槽)

3.2 本実験

以上の予備実験結果を踏まえて本実験を行なった。実験対象としたのは剛基層上の弾性層で一樣な地盤高さを持つ円盤上の地盤模型である。横波速度の測定には正確を期するために本実験に用いた地盤模型そのものを用いることにした。

3.2.1 模型地盤の横波測定の方法

本実験に用いる模型地盤は相当に軟らかいものであることから上下方向の振動では重力の影響が混入するので、動力学的に横波速度の測定を行うには重力の影響のない水平方向だけの振動モードを利用することが望ましい。そのために、以下に示すようなモードを利用した。

円筒座標系において(r, θ, z (上方に正))において半径(r)方向の変位と深さ(z)方向変位は発生せず、円周方向(θ 方向)の変位 u のみが発生し、しかも u は θ に依存しないと考える。地盤高さを H 、半径を R とする。基本式は次のようになる。

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) \quad (20)$$

式中 ρ :密度、 G :せん断弾性率である。 u を次のようにおく。

$$u = F(r) \sin k z \sin \omega t \quad (21)$$

k :未知量、 ω :円振動数である。

境界条件

$$z=0 \text{ で } u=0 \quad (22)$$

$$z=H \text{ で } \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

を考慮し、横波速度を V_s として次の関係式

$$-k^2 + \frac{\omega^2}{V_s^2} = s^2 \quad (23)$$

を用いると、最終的に $F(r)$ は次に示すように1次のBessel関数で表される。

$$F(r) = J_1(s r) \quad (24)$$

$J_1(x)=0$ の最初の根は3.832..であるため(23),(24)式を考慮し振動数を f とおくと横波速度 V_s は次式のようなになる。

$$V_s = \frac{4Hf}{(2n+1) \sqrt{1 + \frac{3.832^2}{\left\{ \frac{(2n+1)\pi}{2} \right\}^2 \left(\frac{H}{R} \right)^2}}} \quad (25)$$

この振動状態では、円周を節線、中心軸を節とするモードが得られる。このような振動モードを出すために次のようにした。固定したテーブルの上に模型をのせ、中心軸を回転軸として2、3度ゆすって後静止し、上式中n=0の場合の自由振動モードを得た。得られた自由振動の20回程度の往復に要する時間を測定して振動数をもとめ(25)式を用いて横波速度を算出した。

3.2.2 本実験と実験結果の考察

表-6に示すとおり2種類の円盤状の地盤模型を用いた。地盤高さをH、直径をDとする。模型材料を作成するに当たり、A-液、B-液および水の配合比(重量比)は1:1:7とした。

	H(cm)	D(cm)	横波速度(cm/s)
模型 I	8.0	60	20
模型 II	4.0	80	22

表-6 実験模型

地盤の周辺境界は変位拘束であるとした。模型地盤を振動台上に搭載し、模型底部を上下方向に定変位で正弦加振した。模型-Iについては7ヶ、また、模型-IIについては9ヶのモードを得ることが出来た。予備実験の場合と同様に、得られたモードの振動数はいずれも加振振動数の1/2であった。写真-4にモードの一例を示す。小さな振幅では振動状態になるまで時間がかかり、また、大きな振幅ではすぐに不安定な状態になった。何度かの試行の後、適切な加振振幅を求めて、振動モードを観察するようにしたが、えられた自由表面の上下動は水の振動で得られたものと殆ど同様であった(図-5)。但し、水の場合と異なり、模型材料のアクリルアミドの性質上壁面に密着してしまうので、円周境界では上下動、水平動ともに固定の状態になった。(19)式より、模型地盤表面の上下動とは次のようになる。

$$\zeta = J_1(k_{im}r) \frac{\cos}{\sin} l \theta \sin \omega t \tag{26}$$

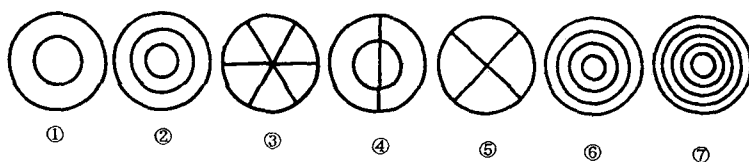
モード番号		振動台の 全振幅(mm)	l	m	kR	波長 (cm)	位相速度 (cm/s)	振動数(Hz)	
								模型	振動台
模型 I	①	14	0	2	5.5	34	58	1.71	3.48
	②	14	0	3	8.7	22	42	1.92	3.83
	③	14	3	1	9.8	19	37	1.95	3.93
	④	4.0	1	1	7.0	27	60	2.21	4.50
	⑤	4.0	2	1	8.4	22	57	2.57	5.17
	⑥	4.0	0	4	12	16	42	2.61	5.30
	⑦	4.0	0	5	15	13	38	2.93	5.88
模型 II	①	14	0	2	5.5	46	78	1.69	3.39
	②	14	1	1	7.0	36	69	1.93	3.88
	③	14	2	1	8.4	30	67	2.23	4.50
	④	14	0	3	8.7	29	71	2.46	4.91
	⑤	4.0	3	1	9.8	26	64	2.47	4.98
	⑥	4.0	4	1	7.6	33	88	2.67	5.37
	⑦	2.5	2	2	12	22	62	2.83	5.70
	⑧	2.5	0	4	12	21	61	2.90	5.81
	⑨	1.5	0	5	15	17	60	3.50	7.00

表一7 実験結果(本実験)



模型 I

写真-4 アクリルアミドゲルの加振モード



模型 II

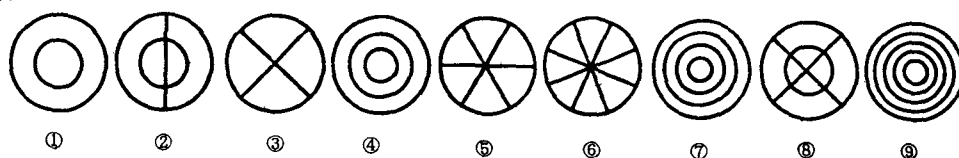


図-5 アクリルアミドゲルの上下動

——は節線

(C/V_s) ---- 重力波の分散曲線
 ° 実験値

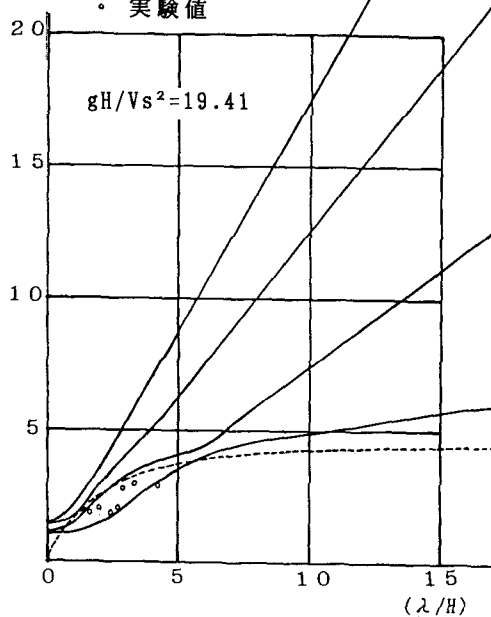


図-6-a

(C/V_s) ---- 重力波の分散曲線
 ° 実験値

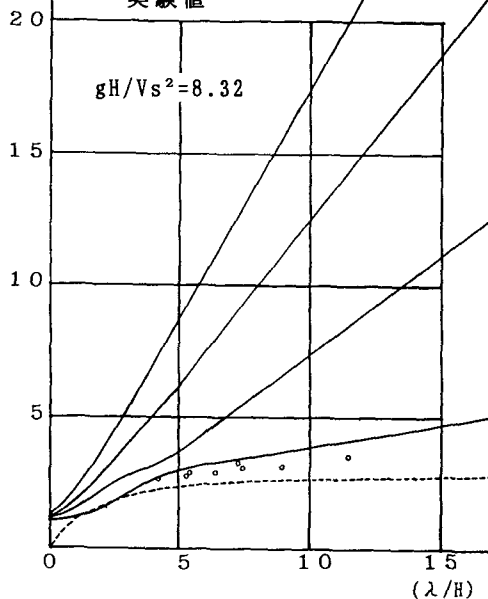


図-6-b

図-6 理論分散曲線と実験値

水の場合には壁面で上下動が極値をとるが、本実験では前述の境界条件から円周境界で上下動が0になる。 $J_1(x)=0$ の根として実験結果にあう番号(m)のものを求め、それを用い波長を算出した。また、波長と振動数の積から位相速度を求めた。これらの結果は表-7に示されている。また、得られた結果を理論分散曲線と共に図-6に示す。理論は実験結果を説明すると考えられる。図中には重力波の分散曲線も併記した。実験値はこれらの値に近いと見てよく、実験的に得られたモードは水波に類似した性状を持つものと考えられる。

4. 結び

地盤内に生ずる弾性波が重力の影響を受ける場合の挙動について理論的及び実験的検討を行った。理論的検討の結果、重力の弾性波に及ぼす影響は（重力波速度／横波速度）の値に依存し、その値が大きくなるほど重力波に似た分散性を示すこと、又、変位モードは大抵の場合上下動より水平動が大きいが特別な場合には上下動が大きくなることが明かになった。又、実験的検討から次のことがいえる。（重力波速度／横波速度）²の値がある程度以上（本文では5.2以上）になると底部で上下加振を受けている地盤模型は加振振動数の1/2の振動数で振動して自動振動の状況を呈し水波と類似した挙動を示す。

<文献>

- 1.松沢：*On the Possibility of Gravitational Waves in Soil and Allied Problems*；天文物理輯報、Vol.3.,1925,pp161-174
- 2.F.Gilbert：*Gravitationally Perturbed Elastic Waves*；Bull.of Seis.Soc. of Amer.,Vol.57,No.4, August,1967,pp789-794
- 3.C.Lomnitz：*Some Observations of Gravity Waves in the 1960 Chile Earthquake*；Bull.of Seis.Soc. of Amer.Vol.60,No.2, April,1970,pp.669-670.
- 4.C.Lomnitz：*Mexico 1985:the Case for Gravity Waves*；Proc.for the 4th Inter. Conf.on Soil Dynamics and Earthquake Eng.Oct.,1989,pp27-35
- 5.C.Lomnitz：*Gravity in Earthquakes?*Vol.29.,Eng.Geology,1990,pp.95-97
- 6.C.Lomnitz：*Mexico 1985:the case for Gravity Waves*；Geophys. J. Insti.(1990),No.102,pp569-572
- 7.森地、田村：”重力の影響を受けた弾性層内に生ずる波動についての模型実験的研究”；第8回日本地工学シンポジウム論文集、1990年12月、pp1005-1010..
- 8.C.Lomnitz：*On the Transition between Rayleigh Waves and Gravity Waves* Bull. of Seis.Soc. of Amer.Vol.81,No.1, Feb.1991.pp273-275
- 9.W.M.Ewing, W.S.Jardetzky and F.Press：*Elastic Waves in Layered Media”；McGraw-Hill Book Company 1957,ISBN 07-019860-8
- 10.森地、大町、年縄、宮井”Rayleigh波として特性づけられる弾性層の振動モードについての基礎的研究”構造工学論文集 Vol.33.A,1987年3月、pp631-644
- 11..T.B.Benjamin and F.Ursell：*The Stability of Plane Free Surface of a Liquid in Vertical Periodic Motion*；Proc.Roy.Soc.(London)A225,1954,pp505-515.

(1991年9月30日受付)