

弾性層内を伝播する表面波に対する 一模型実験方法について

ON A PROPOSED EXPERIMENTAL METHOD FOR PROPAGATING SURFACE WAVES IN ELASTIC LAYER

* **

森地 重暉 大西 康之

by Shigeaki MORICHI and Yasuyuki OHNISHI

An experimental method for examining on surface wave propagation was presented. Model material with low modulus of elasticity is expedient in carrying out wave experiment. Utilizing such a material, wave propagation is easy to be observed due to low velocity of shear wave propagation.

In order to examine availability of this method, elastic wave propagation in an elastic layer on a rigid base were analysed. As model material, steel was used for rigid base and acrylamide gel was adopted for surface layer. S-wave velocity of this material is 1-2 m/s and Poisson's ratio was 0.5. Wave phenomena were studied by measuring displacements.

Observed SH-waves were found to be characterized by Love wave, and wave modes in vertical direction also were examined in detail. Wave motions in vertical plane were characterized by Rayleigh wave. Minus group velocity calculated theoretically were researched experimentally.

1. はじめに

地中構造物等の耐震性を検討するに際しては、強震動についての波動論的究明が重要である。地盤内を伝播する地震波動に対してはアレイ観測を用いた強震観測が盛んに行なわれている。波動についての究明には、理論解析や数値解析の他に実験解析もまた有効である。前二者の進展に呼応して実験手法の開発も重要な意義をもつと考えられる。

伝播する波動についての実験の実施においては、模型材料の選定が一つの課題になるが、ウレタンフォーム、アルミニウム、アクリライト、ジュラルミン、プレキシグラス等が用いられている(文献1-5)。弾性率の高い模型材料を用いると現象の記録や波動の発生を通常の機器で行なうのは容易でない場合が多い。

一方、軟らかい模型材料を用いると波動現象の早さの低減が可能になるので、実験の実施面で有利になる。本文では、そのような性質をもつ模型材料を活用して伝播する波動に対する模型実験方法の開発を試みた。本実験方法の妥当性を検討するために剛基層上にある一様な高さの弾性層内を伝播する波動に対して本方法を適用して、実験結果を吟味した。

2. 予備実験

2.1 実験方法

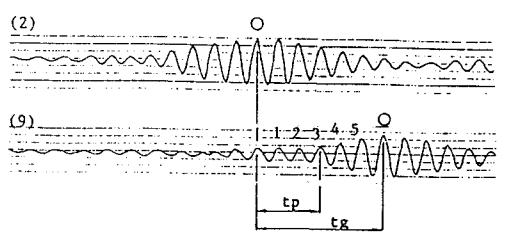
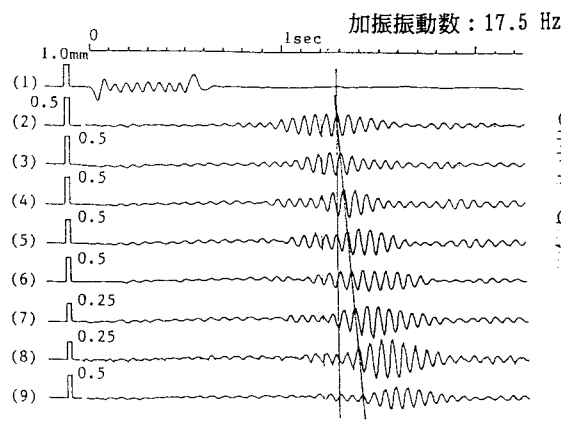
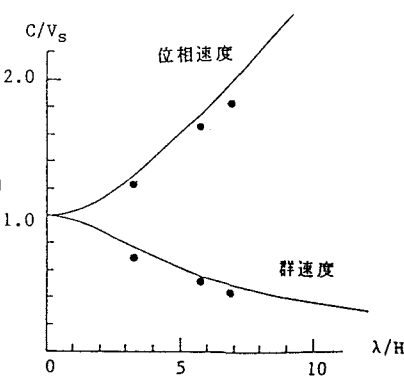
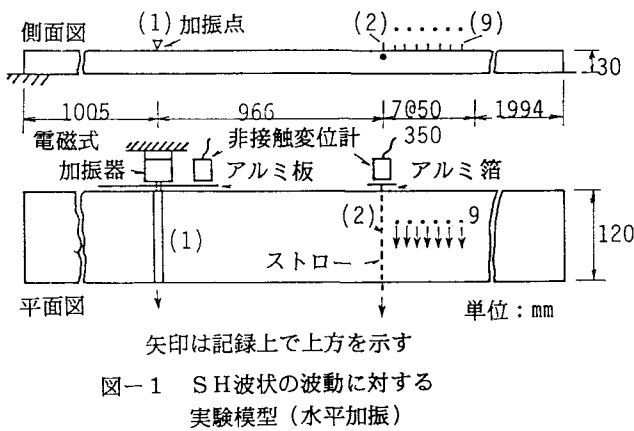
伝播する波動を実験的に把握することが可能か否か検討するために、予備実験として剛基層上にある一様

※ 工博 東京理科大学教授 理工学部土木工学科 (〒278 野田市山崎東亀山2641)

※※ 東京理科大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 (同 上)

な高さをもつ弾性層内を伝播する波動について実験を行なった。模型材料としては、剛基層には鋼材を、また、弾性層にはアクリルアミドゲルを用いた（文献6）。ここで用いたアクリルアミドゲルは横波速度が1.8 m/sで、また、Poisson比は0.5とみなしてよい。剛基層上の弾性層内を伝播する波動の問題は、基本的な課題であると思われる。この種の問題に対する実験の実施にはこのような模型材料は不可欠であるとする。弾性層模型は高さ30mm、奥行き120mm、また、長さ4315mmの直方体とした。これを鋼材の上にのせて実験を実施した。

波動の発生には、電磁式加振器を用いた。図-1に示すとおり、加振器の加振棒先端にはアルミニュームの角棒(10mm×10mm)を取り付け角棒は水平運動するように工夫した。角棒を弾性層模型に圧接して、模型の奥行き方向に正弦的に加振することで弾性層内にSH-波状の波を発生させた。発生する正弦波形は連続9ヶとした。振動数は12.5-25Hzとした。



波動の伝播により生ずる弾性層の変位の測定は次の通りとした。図-1に示されている測定点(2)-(9)において弾性層の上面近傍にストローを挿入固着して、ストローの先端にアルミニウム箔(厚さ0.06mm)を付け箔の変位を非接触変位計(ギャップセンサー：電子応用(株))を用いて測定した。又、加振棒の変位の測定は、加振棒位置にアルミニウム板(厚さ2mm)を取り付け、非接触変位計で板の変位を測定することで行った。変位波形はオシログラフにより記録した。なお、図-1に示された加振点と測定点の位置に示された矢印の方向は変位測定方向の正方向(記録紙の上では上方向)を意味している。

2.2 実験結果とその検討

図-2に実験結果の一例を示す。各変位波形を見ると明かに波群の進行していく様子が分かる。図-3には図-2の測定点(2)と(9)における変位波形を抜き出したものが示されている。波群の速度は(2)と(9)の最大変位を示す位相(○)の時間差 t_g と(2)と(9)との離隔距離 l を用いて求め、 l/t_g を群速度とした。ここで、 $t_g=0.34s$ 、 $l=35cm$ である。群速度 C_g は $l/t_g=1.0(m/s)$ となる。

(2)の(○)印のついた位相の到達時間はその位相と(9)の(○)印を付けたもの以外の位相との時間差、例えば、図-3に示す t_p がそれに対応する。図-2に示す記録だけでは位相の到達時間を求めることは出来ない。実験的には、例えば、映画撮影等を利用して進行する波動のある位相に着目してその伝播速度を求めるべきであるが、本文では、次の方法を試行した。伝播する波動の波長(波群の波長ではなく、応答波動の1サイクル分の波長)を求めるために、(2)から(9)までの同時刻における変位の位相差を調べてみた。隣接する測定点での位相を図-2に示すように結んでいくと(2)と(9)の間で約2波長分の位相差のあることが分かる。これより波長は約17.5cmとなる。波長と振動数との積から位相速度が約3.0m/sと算定できる。よって、図-3の2の番号を付けた位相が測定点(2)における(○)を付けた位相に対応するものと考えられる。位相速度は3.1m/sと見てよい。他の振動数についても同様な解析を行ない、群速度、位相速度及び波長を求めると、図-4に示す通りとなる。同図には、剛基層上の弾性層内を伝播するLove波の理論分散曲線が併記されている。縦軸は位相速度 C または群速度 C_g と横波速度 V_s との比率、横軸は波長 λ と層高さ H との比率を示す。理論値は実験値を説明すると見なせるため、本実験結果はLove波のよるものと考えられる。

3. 本実験

3.1 剛基層上の弾性層にSH波状の波動が伝播する場合

2.予備実験に示す通り、剛基層上にある一様な高さをもつ弾性層内を伝播するSH波状の波動はLove波であることが予測される。ここでは、この課題について詳細な検討を行なった。

地盤模型は図-5に示されている。予備実験の場合と異なり、模型地盤の上面近傍だけでなく、図-5中の測定点(4)においても変位の測定を行ない、(3)、(4)位置での位相の関係を求めることで進行する波動のモードを調べることにした。(3)、(4)位置での変位測定では、測定実施上の制約のために図-5中の矢印で示されるとおり、記録上で逆位相ならば実際には同位相になる。横波速度は1.8m/s、また、層の高さは49mmであった。模型の固有せん断1次振動数は9.2Hz、また、固有せん断2次振動数は28Hzである。加振方法は予備実験の場合と同様にした。

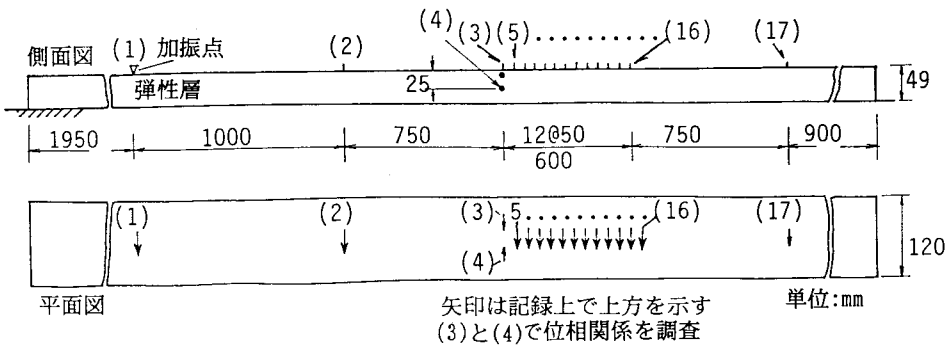
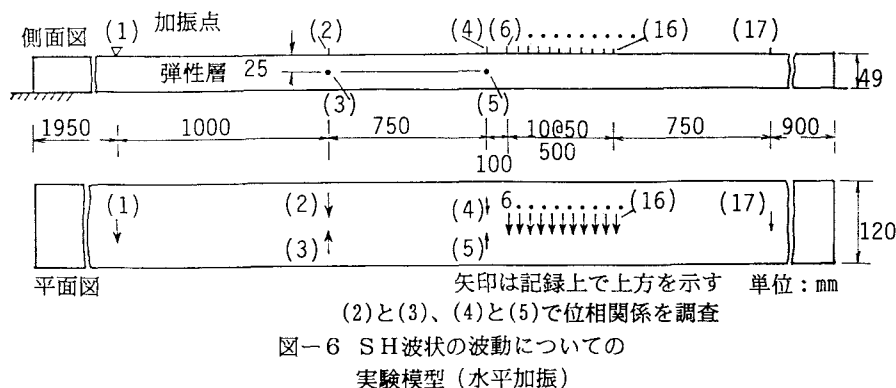


図-5 SH波状の波動についての
実験模型(水平加振)

又、波動のモードについて詳細に検討するために図-6に示すとおり、同一の模型を用いて(2)と(3)、(4)と(5)での変位を測定することで測定点(2)と(4)に対応する位置で深さ方向の変位の位相差を調べることとした。



代表的な記録を以下に示す。図-7-1、-2には、図-5に示された模型についての記録が、又、図-7-3、-4には、図-6に対する記録が示されている。

〔1〕図-7-1について：加振振動数 f は8.0Hzであって、模型全体が加振に合わせて振動しており、波動の伝播と言うよりは模型の固有振動が発生している感じである。記録より判断すると測定点(3)、(4)の位相は同位相であるため、深さ方向には、せん断一次の振動形でゆれていると考えられる。

〔2〕図-7-2について：加振振動数 f は14.0Hzであって、波群の伝播が明瞭にわかる。〔1〕の場合と異なり、加振点の動きに合った固有振動のようなものはなかった。また、記録より判断すると測定点(3)、(4)の位相は同位相であり、せん断1次振動のモードを呈している。

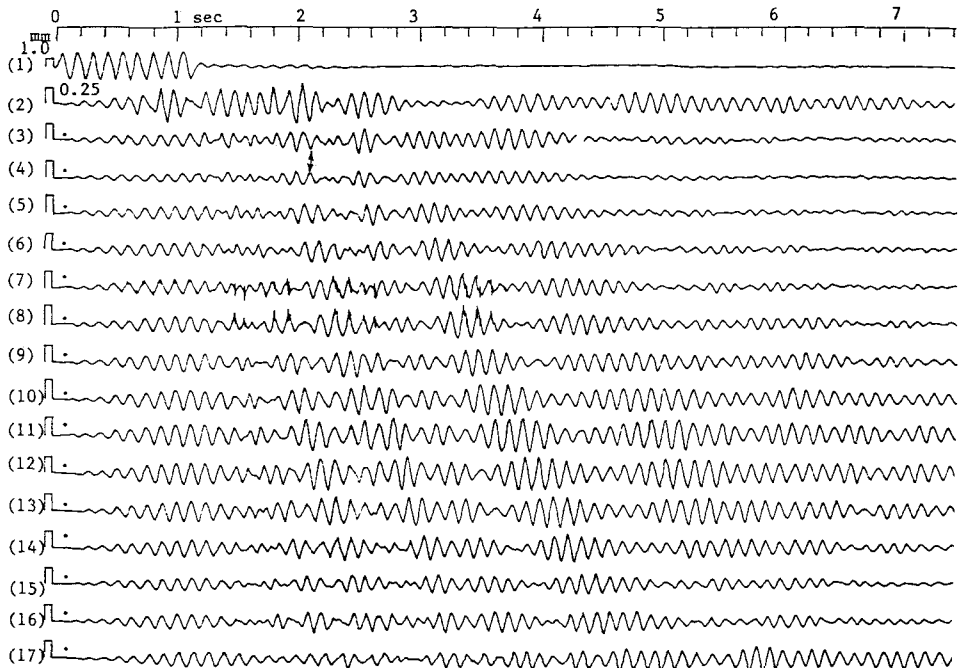
〔3〕図-7-3について：加振振動数 f は26.0Hzであって、波群の進行していく様子が明瞭に現われている。また、波群の進行していく以前に振動の状況が現れている。(4)、(5)での位相差をみると最初の間(矢印①—①')ではせん断2次振動の状態になっている。また、波群の最初のうち(矢印②—②')では、せん断1次振動と同様のモードとなっており、しばらく(矢印③—③')するとせん断2次振動状のものが現れ、せん断1次のものとは別の群速度で進行していく。(2)、(3)での位相差状況を併せ考えると2種類の波の群速度を求めることができる。

〔4〕図-7-4について：加振振動数 f は28.0Hzであって、波群の進行は明瞭であるが、〔3〕の場合とは異なり波群の前に現れる固有振動状のものは小さくなっていく。(4)、(5)での位相差を考えると波群も矢印①—①'の間ではせん断1次振動のモードと同様のものが現れ、また、矢印②—②'ではせん断2次振動のモードが現れて、2種類の波群が伝播していく。〔3〕と同様にして各波群の群速度を求めることができる。

変位波形の凹凸の対応から、上記のようにモードを判断したが、変位の正負をも考慮すると、例えば、〔3〕の(矢印③—③')の部分などは2種類のモードを含むこともあり得る。ここでは、少なくとも、上記のモードが現れるということの意味している。

以上の代表例以外の資料も含めて、分散の状況を示すと表-1の様になりこれらは図-8のように示される。図中にLove波分散曲線をも併記している。理論値は実験結果を説明すると考えられる。

これらの実験結果よりおおよそ次のことがいえる。〔1〕では波群の伝播の他に固有振動に似た動きを示している。しかも、振動のモードはせん断1次振動のものである。振動数を増加して模型のせん断1次振動数を越えた加振振動数にすると〔2〕に代表されるような波形が得られて波群の前に見える固有振動状のものはなくなっていく。更に振動数を増加すると、再び波群の前に固有振動状のものが現れてそれらはせん断2次振動を呈する。更に振動数を増加していくと固有振動状のものは消滅し波群のみが現れる。

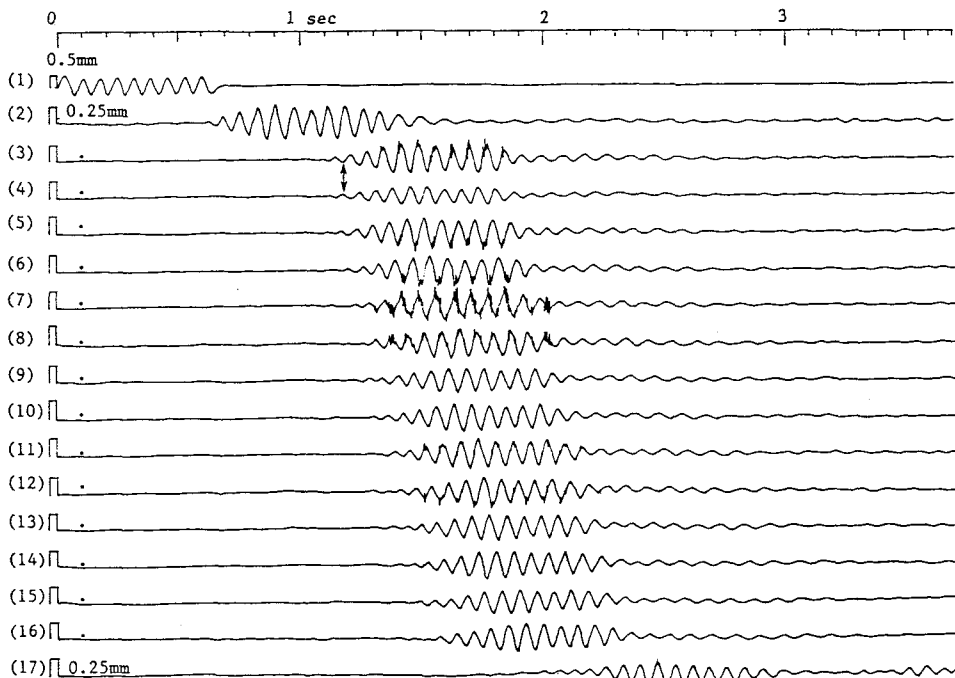


水平加振、加振振動数 8.0Hz

(3)(4)で位相差を測定

図-7-1 (SH波状の波動のついでの実験結果)

測定点の番号は図-5のものに対応

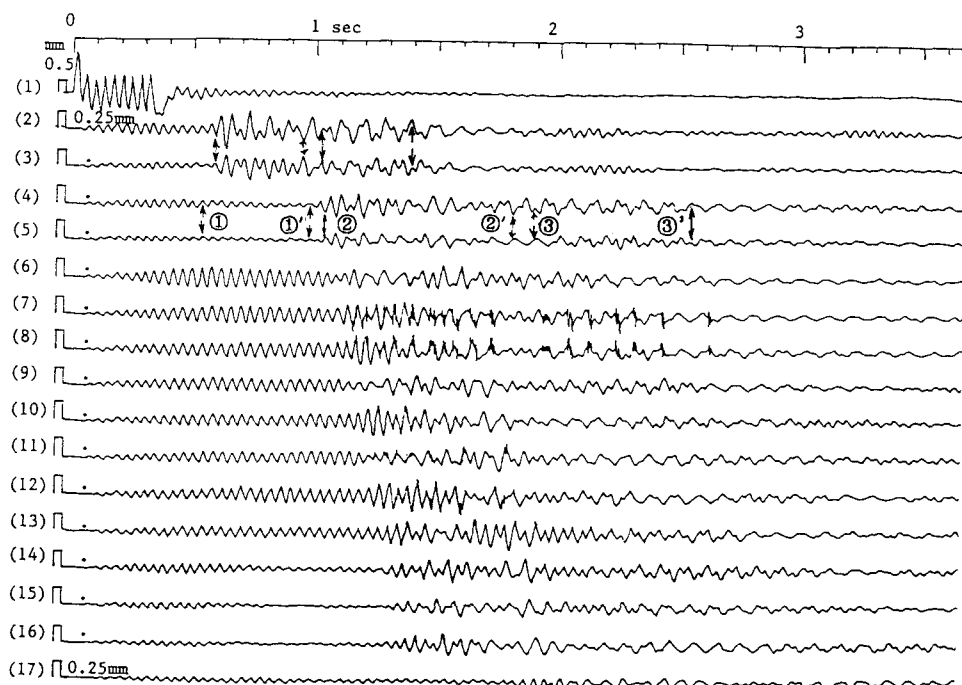


水平加振、加振振動数 14.0Hz

(3)(4)で位相差を測定

図-7-2 (SH波状の波動のついでの実験結果)

測定点の番号は図-5のものに対応

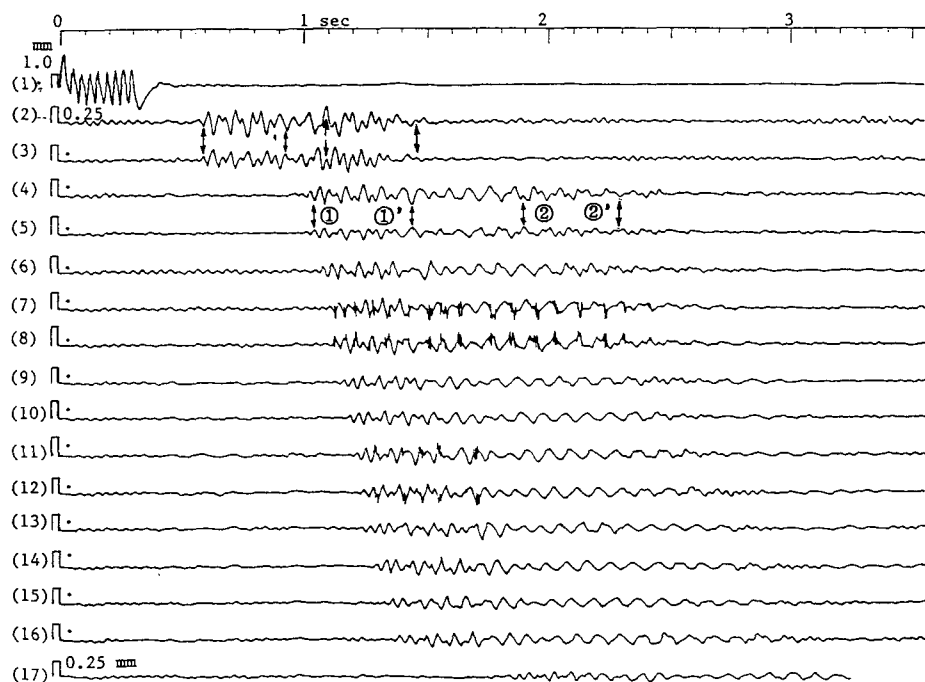


水平加振、加振振動数 26.0Hz

(2)(3),(4)(5)で位相差を測定

図-7-3 (SH波状の波動についての実験結果)

測定点の番号は図-6のものに対応



水平加振、加振振動数 28.0Hz

(2)(3),(4)(5)で位相差を測定

図-7-4 (SH波状の波動についての実験結果)

測定点の番号は図-6のものに対応

f	f ₀	λ	C	C _g	λ/H	C/V _s	C _g /V _s	実験模型
(Hz)	(Hz)	(cm)	(m/s)	(m/s)				
9.0	-	35	3.2	0.68	7.1	1.8	0.38	図-5 に示す
10	-	25	2.5	1.0	5.1	1.4	0.56	
12	-	18	2.2	1.1	3.7	1.2	0.56	
14	-	15	2.1	1.4	3.1	1.2	0.78	
16	-	13	2.1	1.5	2.7	1.2	0.83	
18	-	10	1.8	1.4	2.0	1.0	0.78	
26	25	8.0	2.0	1.7	1.6	1.1	0.95	図-6 に示す
	25	20	5.0	0.80	4.1	2.8	0.45	
28	-	8.0	2.2	1.7	1.6	1.2	0.95	
	-	15	4.2	1.0	3.1	2.6	0.56	

f：加振振動数、f₀：模型に生じた振動数、(-)印はfと等しいことを示す
λ：波長、C：位相速度、C_g：群速度、H：弾性層の高さ(49mm)、
V_s：横波速度(1.8m/s)

表一 1：SH波状の波動についての実験結果

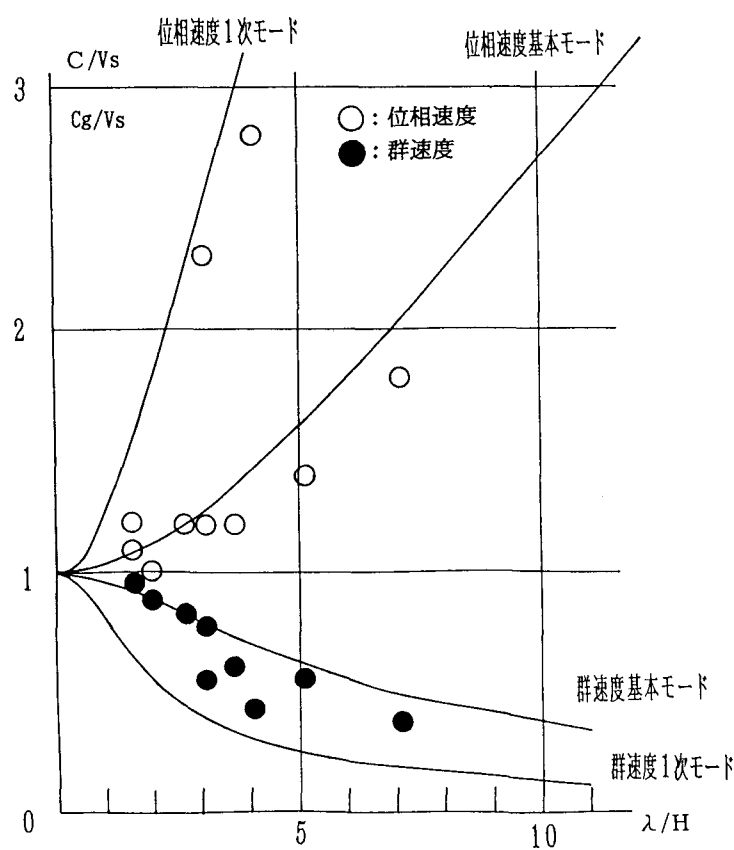


図-8：SH波状の波動の分散状況（表一 1の結果を図示）

以上のことについて若干の考察を加える。次のように記号を定める。

C:位相速度、H:弾性層高さ、x,y,z:カルテシアン座標系、t:時間、 ω :円振動数、u:y方向の変位とする。
z-軸は上向きを正とする。剛基層上の弾性層内をx方向に伝播するLove波の変位は次式にて示される。座標系の原点は弾性層底部にあるとする。

$$u = A \cdot \sin \frac{(2n+1)\pi z}{4H} \cdot \exp(i\omega (\frac{x}{C} - t)) \dots\dots\dots (1)$$

式中、nは0,1,2..を示し、n=0の時は基本モードであり、また、n=1のときは1次モードのLove波を示す。加振振動数をf、弾性層の固有せん断1次振動数をf' とするとCは次式にて表わされる。

$$C = \frac{4Hf'}{\sqrt{1-(2n+1)^2(\frac{f'}{f})^2}} \dots\dots\dots (2)$$

[1] の場合には、n=0でf<f' の場合に対応しているので根号のなかは負になるのでCは虚数にて表わされる。又、[3] の場合にはn=1,f<3f' に対応しているのでやはりCは虚数になる。そのために、これらの場合には変位は次式のように表わされる。

$$u = A \cdot \sin \frac{(2n+1)\pi z}{4H} \cdot \exp(-\frac{\omega x}{C'}) \cdot \exp(-i\omega t) \dots\dots\dots (3)$$

$$C' = \frac{4Hf'}{\sqrt{(2n+1)^2(\frac{f'}{f})^2 - 1}} \dots\dots\dots (4)$$

上式は振動状態を示しており、波群の到達以前の振動状態を説明すると考えられる。

3.2 鉛直面内に変位成分を持つ波動が剛基層上の弾性層内を伝播する場合

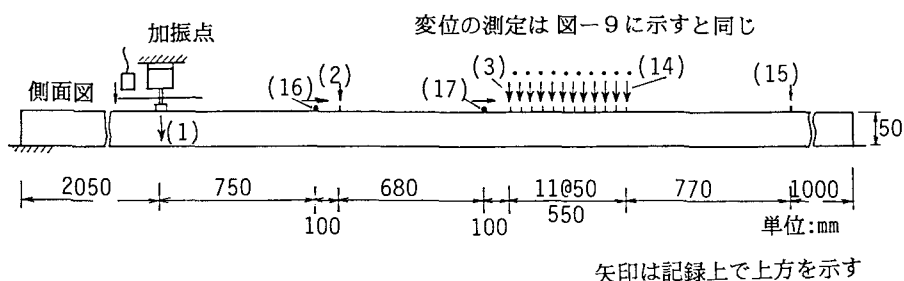
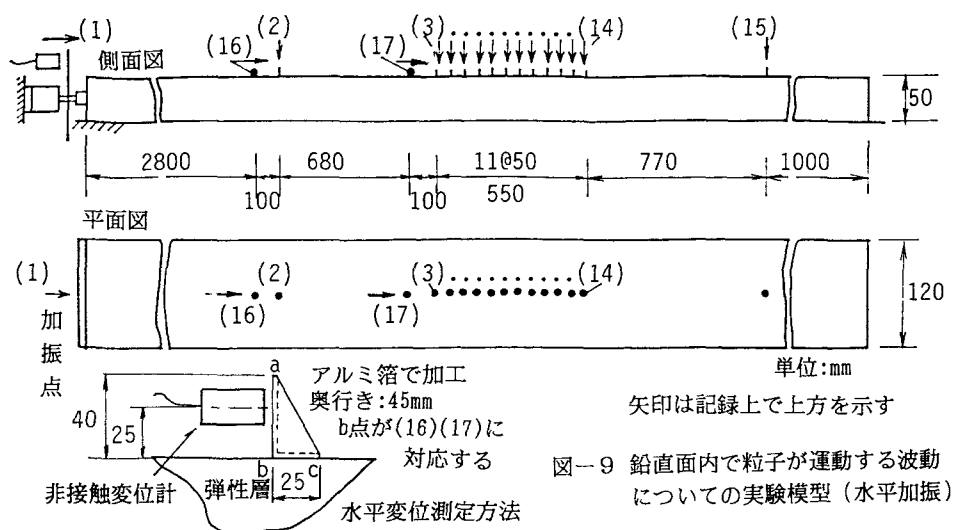
3.1では剛基層上の弾性層を伝播する波動を扱ったが、その場合、粒子は水平面内に運動すると考えた。ここでは、粒子は鉛直面内を運動する場合を考えた。波動の発生には、2種類の方法を用いた。一つは模型の端部の一点を長手方向に水平加振する方法であり、いま一つは模型上の1点を上下加振することによるものである。波動の伝播に伴い生ずる変位の測定は模型上面における上下動と水平動に対して行なった。

3.2.1 実験方法

剛基層上の弾性層内を伝播する波動について調べた。地盤模型の横波速度は1.7m/s、層の高さは50mm、また固有せん断1次振動数は8.5Hzであった。図-9には、模型端部を長手方向に水平加振する場合の実験状況が示されている。電磁式加振器を加振方向が模型の長手方向になるように設置し、模型の奥行き方向に一樣に加振するように工夫した。加振器の加振棒の変位の測定は2.1に示すと同様の方法で行なった。

変位の測定状況について述べる。水平動の測定は次のようにした。図-9に示すようにアルミニウム箔を加工して測定箇所置き、箔の変位を非接触変位計で測定しこれを測定箇所での水平変位とした。上下動と水平動が同時に発生するが、変位計は箔の面の法線方向の成分のみを検出する。また、上下動の測定は次のようにした。測定箇所置きアルミニウム箔(25mm×25mm)置き、非接触変位計により箔の面の法線方向変位を測定しこれを測定箇所の上下動とした。アルミニウム箔と地盤模型材料のアクリルアミドゲルとはよく密着する。

図-10には、模型地盤の上面の一点を上下加振して行なう場合の実験状況が示されている。電磁式加振器の加振棒の先端にアルミニウム棒を付け棒を模型に圧着して上下方向に加振した。変位の測定は図-9の場合と同様である。



3.2.2 実験結果

図-9に示された模型を水平加振した場合の代表的な実験結果を図-11-1,-2,-3に、又、上下加振した場合(図-10)のものを図-12-1,-2に示す。

[1] 図-11-1について: 加振振動数 f は8.0Hzであって、上下動は小さいが、水平動は大きくでる。また、加振と同位相で水平動が現われており、上下動の波群と見られるものよりも先に発生して固有振動状態を呈している。

[2] 図-11-2について: 加振振動数 f は18.0Hzであって、上下動がおおきくなり波群の進行と見られるものが明瞭にでている。また、水平動も波群が表われているが18.0Hz以前に約10Hz程度(矢印①-①')の波群が確認できる。

[3] 図-11-3について: 加振振動数 f は24.0Hzであって固有せん断2次振動数に近い。水平動が大きく水平動の波群が明瞭に現われている。3.1の[3](図-7-3)の場合と明らかに異なる点がある。すなわち、固有せん断2次振動数に近いに拘らず、波群の前には固有振動状のものが現われていない。

[4] 図-12-1について: 加振振動数 f は18.0Hzであって、前出と同様上下動が顕著になる。また、水平動も明瞭な波群を形成している。

[5] 図-12-2について: 加振振動数 f は24.0Hzであって、水平動は前出と同様に現れているが、明瞭な波群を形成している。この場合でも、3.1で現れたような波群の前の固有振動状のものは現れなかった。

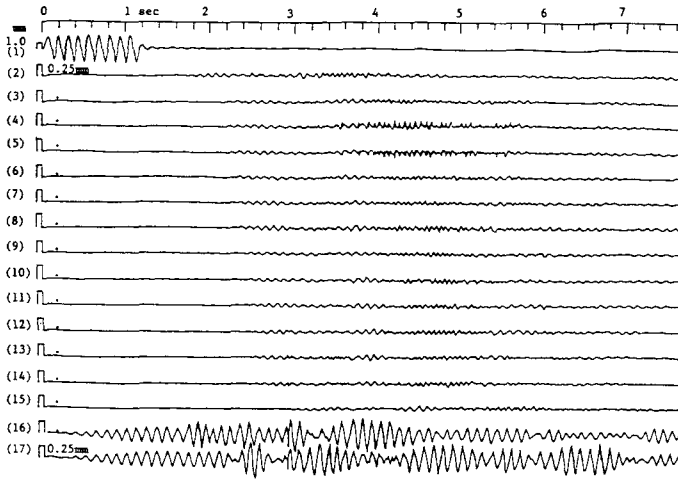


図-11-1

鉛直面で粒子が運動する
波動のついでの実験結果

水平加振、加振振動数 8.0Hz
測定点の番号は図-9に対応
(16)(17)は水平方向の変位

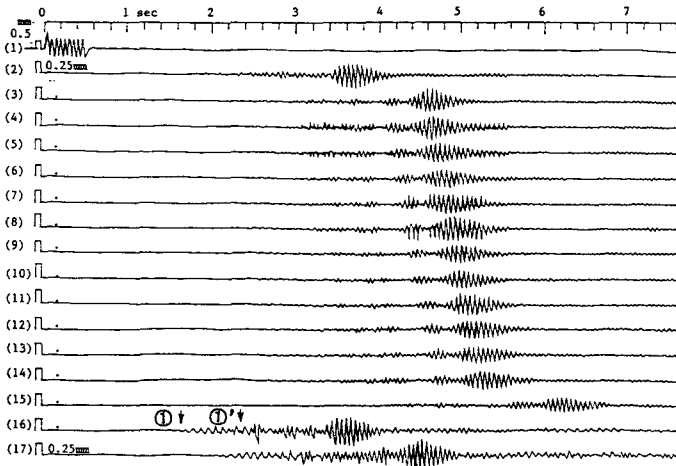


図-11-2

鉛直面で粒子が運動する
波動のついでの実験結果

水平加振、加振振動数 18.0Hz
測定点の番号は図-9に対応
(16)(17)は水平方向の変位

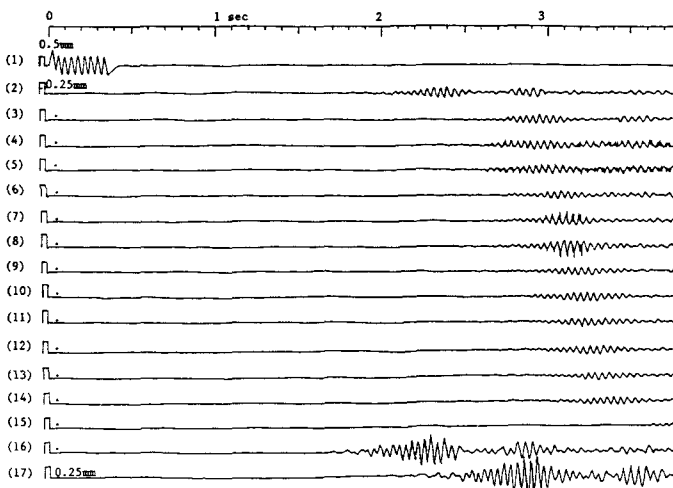
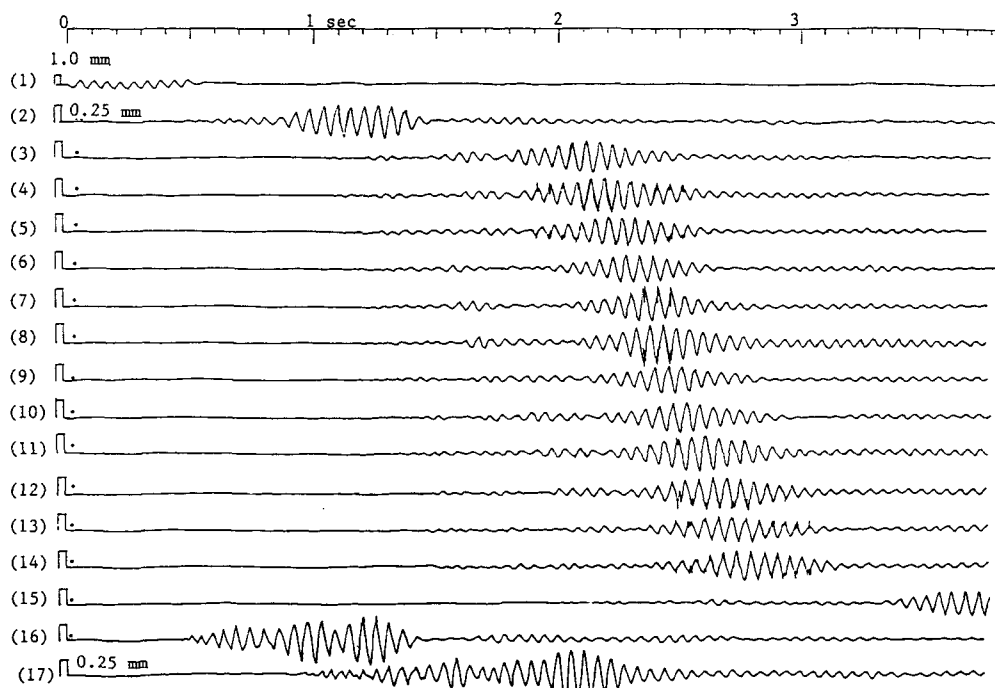


図-11-3

鉛直面で粒子が運動する
波動のついでの実験結果

水平加振、加振振動数 24.0Hz
測定点の番号は図-9に対応
(16)(17)は水平方向の変位



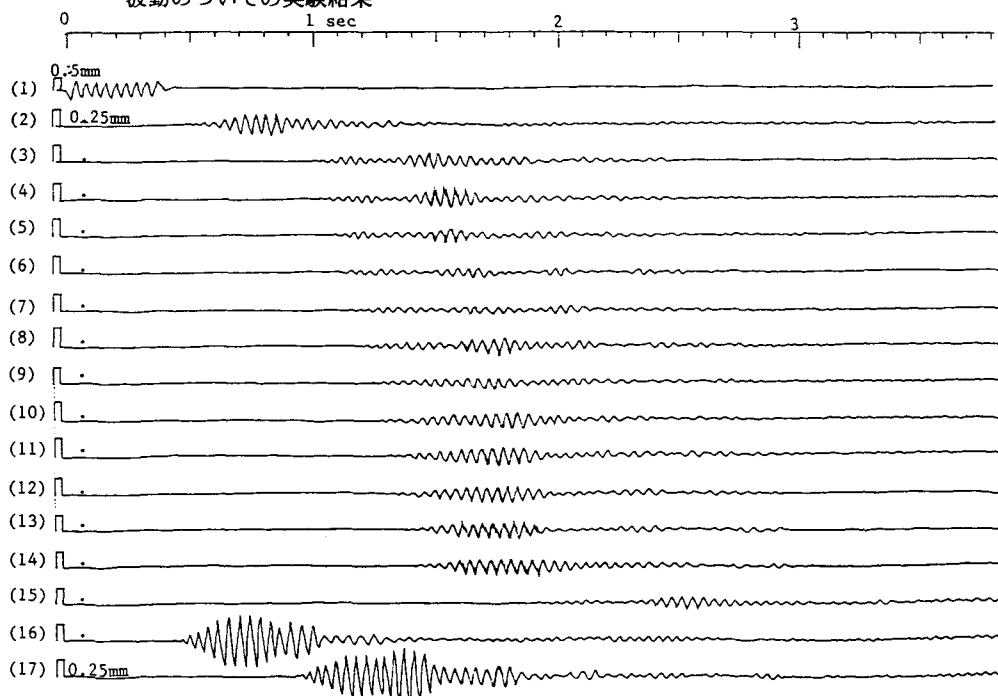
上下加振、加振振動数18.0Hz

(16)(17)は水平方向の変位

図-12-1 鉛直面で粒子が運動する

測定点の番号は図-10に対応

波動のついでの実験結果



上下加振、加振振動数24.0Hz

(16)(17)は水平方向の変位

図-12-2 鉛直面で粒子が運動する

測定点の番号は図-10に対応

波動のついでの実験結果

3.2.3 実験結果の検討

各振動数について求められる波長、群速度、位相速度の値より分散性を調べると表-2、図-13に示すようになる。図中にはRayleigh波分散曲線を併記しているが理論は実験結果を説明すると考えられ、実験結果はRayleigh波により生じたものと考えてよい。

f (Hz)	f。 (Hz)	λ (cm)	C (m/s)	Cg (m/s)	λ/H	C/Vs	Cg/Vs	実験模型	加振方法
13	-	25	3.3	1.3	5.0	1.9	0.77	図-9に 示す	水平加振
16	-	20	3.2	1.2	4.0	1.9	0.70		
18	-	12	2.2	0.82	2.4	1.3	0.48		
20	-	9.3	1.9	1.3	1.9	1.1	0.77		
22	-	8.5	1.9	1.0	1.7	1.1	0.59		
24	23	8.5	2.0	1.2	1.7	1.2	0.71	図-10 に示す	上下加振
28	-	6.3	1.8	1.5	1.3	1.1	0.88		

f：加振振動数、f。：模型に生じた振動数、(-)印はfと等しいことを示す

λ ：波長、C：位相速度、Cg：群速度、H：弾性層の高さ(50mm)、

Vs：横波速度(1.7m/s)

表-2：鉛直面内に粒子が運動する波動についての実験結果

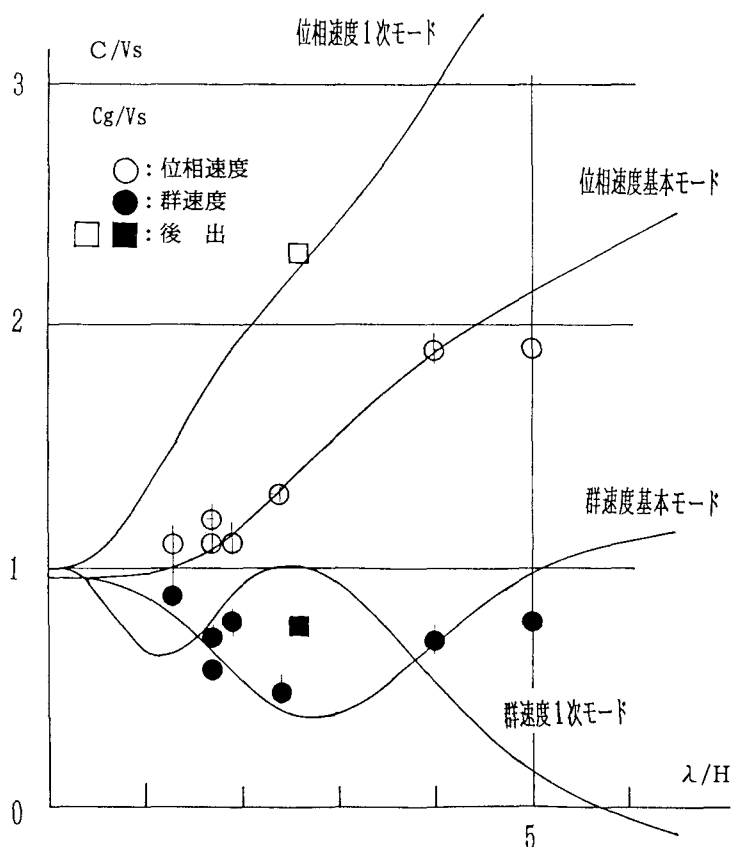


図-13：鉛直面内を運動する波動の分散状況（表-2の結果を図示）

Love波の場合と異なり、Rayleigh波1次モードについて λ/H の大きい部分では理論的に負の群速度を示すことがある。負の群速度については、弾性波動論（文献-7）だけでなく光の問題（文献-8）や水理学での内部重力波（文献-9）に関連して数人の著者により述べられている。この件に関してこの実験資料を基に述べる。 λ/H が6以上の負の群速度の生ずる振動数の範囲はせん断2次振動数に近いものである。3.1のLove波における結果から推測すると、その範囲での波動が存在すれば、その近くの振動数で加振した場合進行波群のまえにせん断2次振動のような固有振動状のものが現れるべきであろう。ここで示した資料では、せん断1次振動状のものは現れたが、せん断2次振動状のものは現れなかった。追認のために行なった実験がある。図-14に実験模型が示されている。横波速度は1.9m/sであり、加振は長手方向に行なった。ここでは、せん断2次振動数以上で加振したが、10Hz程度の固有振動状のものは現れたが、せん断2次振動は現れなかった（図-15）。波群は1次モードのものであったが、 λ/H の小さい場合に対応している。図-13中には(□)、(■)印等でその結果を示す。 $\lambda=13\text{cm}$, $C=4.3\text{m/s}$, $C_g=1.4\text{m/s}$ であった。加振振動数を低くしても、 λ/H が6以上の1次モードに対応するものは得られなかった。

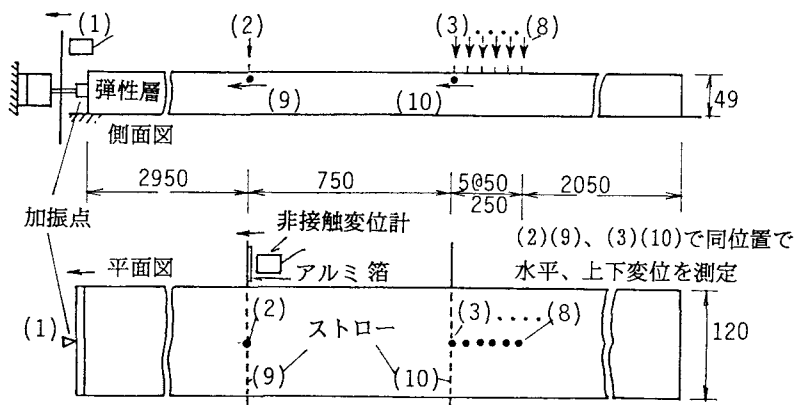
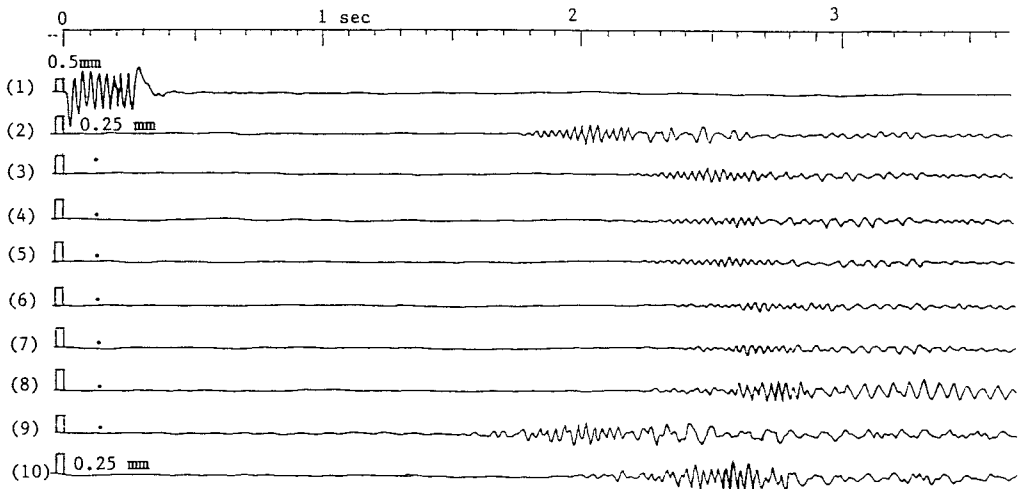


図-14 鉛直面内で粒子が運動する波動
についての実験模型（水平加振）



水平加振、加振振動数34.0Hz

(9)、(10)は水平変位、測定点の番号は図-14に対応

図-15（鉛直面内を粒子が運動する波動についての実験結果）

本実験結果では、負の群速度を持つ波動は検出されなかった。負の群速度は物理的には有り得ないと考えられるが、不安定なものと考えても良い。振動数を f 、波長を λ 、位相速度を C とすると $f=C/\lambda$ の関係がある。全微分をとると

$$df = \frac{1}{\lambda} dC - \frac{C}{\lambda^2} d\lambda = \frac{d\lambda}{\lambda} \left(\frac{dC}{d\lambda} - \frac{C}{\lambda} \right) \dots\dots\dots (5)$$

よって振動数の波長に対する変化率は次のようになる。

$$\frac{df}{d\lambda} = - \frac{1}{\lambda} \left(\frac{C}{\lambda} - \frac{dC}{d\lambda} \right) = - \frac{C_g}{\lambda^2} \dots\dots\dots (6)$$

式中 C_g は群速度を示す。 $df/d\lambda > 0$ のとき C_g が負になる。この場合には、波長が大きく（小さく）なると振動数が増大（減少）する。位相速度が益々増大（減少）することにより不安定な状態になる。そのために仮にそのような波動が生じて振動数あるいは波長がなんらかの原因で変動し始めると安定な状態になるまで変動が続く。安定な状態とは $df/d\lambda < 0$ の場合であり、その場合は波長が大きく（小さく）なると振動数が小さく（大きく）なり位相速度は一定になる。

4結び

弾性体内を伝播する波動に対する模型実験方法を呈示した。本方法の妥当性を例示するために実験を行なった。剛基層上の弾性層内を波動が伝播する場合、SH-波状の波動はLove波として特性づけられることを示し、深さ方向のモードについても検討した。粒子の動きが鉛直面内に限られる場合には波動はRayleigh波として特性づけられることを示し、また、理論上負になる群速度についても実験的に検討した。

文献

- (1) King, J.L. and Brune J.N.: Modeling the Seismic Response of Sedimentary Basins, Bull. Ses. Soc. Am. Vol. 71, No. 5, pp1469-1487, 1981.
- (2) Rogers, A.M. et al: Topographic Effects on Ground Motion for Incident P Waves, Bull. Ses. Soc. Am. Vol. 64, No. 2, pp437-456, 1974
- (3) 藤井和成 他3名、溝を通過するレイリー波群について (I), (II), 地震、第2輯、第33巻、1980, pp1-10, 11-22.
- (4) Martel, L. et al, Transmission and Reflection of Rayleigh Wave Through a Step, Bull. Ses. Soc. Am. Vol. 67, No. 5, pp. 1277-1290, 1977.
- (5) Kuo, J. t. and Thompson, G. A., Model Studies on the Effect of a Sloping Interface on Rayleigh Waves, Jour. Geophys. Res., Vol. 68, No. 22, pp6187-6197, 1963.
- (6) 森地重暉、田村浩一、剛基層上の弾性層内を伝播する表面波に対する一模型実験法、第8回日本地震工学シンポジウム論文集、pp. 999-1004, 1990.
- (7) Tolstoy, I., Wave Propagation, Macgraw-Hill, 1973.
- (8) Brillouin, L., Wave Propagation and Group Velocity, Academic Press, 1960
- (9) Acheson, J. D., Elementary Fluid Dynamics, Clarendon Press, 1990. ISBN-0-19-85979.

(1991年9月30日受付)