

ケーブル構造の一つの最適設計計算法について

On an Optimum Design Calculation of Structural Cable Networks

波田 凱夫・中西 宏**

By Yoshio Namita and Hiroshi Nakanishi

A method of optimum design calculation for structural cable networks is presented. In the analysis, the solution satisfies not only statical and design conditions regarding the equilibrium shape and member forces under stationary loadings, but also conditions under superimposed loadings as to member forces and deformation as well as cross-sectional areas of members.

Nonlinear optimization technique is used, in which the objective function is formulated in terms of "Desirability" with regard to shape, deformation and member forces.

Numerical examples show that a variety of solutions are possible in accordance with the design philosophy as to shape and stiffness by adjusting the value of a weight attached to each term of objective function.

1. まえがき

ケーブルネットやケーブルトラスなどの構造物においては、多くの場合、ケーブル部材の幾何学的非線形性のため、つり合形状があらかじめ想定された設計形状と一致しない。そのような場合には、部材長や部材力の値を制御して、つり合形状を出来るだけ初期に設定された目的形状に近づけようとする努力がなされる。

著者らは文献2)および3)において、このような操作を数値解析的に行なう方法を初めて公表し、これをケーブル構造の形状決定解析法と名づけた。これに引続き形状決定解析法に関するいくつかの実用的な方法を提示した^{4), 5), 6)}。これらの中でもとくに文献5)と6)は最適値問題の手法を用いたもので、ここでは形状と部材力に関して構造物に要求される"望ましさ"を数値的に定義して、これによって目的関数を定式化し、その停留点をもって解としている。

しかしながら、上記の手法^{2)~6)}はいずれも固定荷重(例えば死荷重)のもとでのケーブル構造物の形状と応力を論じるに止まっているため、実用的な設計計算手法としては限界を有していた。固定荷重には当然死荷重が含まれるから、形状決定計算をする前には部材の断面積を仮定しなければならない。一方、部材断面の設計は、積載荷重(後載荷重)のもとでの応力・変形状態が設計上の制約条件(たとえば許容応力、許容変位などに関するもの)を満たすようになされるべきものであるが、そのためには、形状決定解析によって前もって構造物の固定荷重下での完成状態を求めておく必要がある。したがって、ケーブル構造の設計計算

* 工博 摂南大学教授 工学部土木工学科 (〒572 大阪府寝屋川市池田中町17-8)

** 工博 ㈱神戸製鋼所 機械研究所主任研究員 (〒637-02 神戸市西区高塚台1-5)

の一般論として、部材断面の設計計算と、著者らが文献2)-6)で論じた形状決定計算とを互いに独立に論ずることは不合理である。

既往の研究をみた場合、上記のように形状決定を論じ、あわせて部材断面設計にまで言及したものはきわめて数少ない。Jendo⁹⁾は懸垂曲線状ケーブルの固定荷重下での最小重量および等応力設計の手法を論じているが、これに後載荷重が作用したときの応力や変形にはなんら言及していない。最近 Nishino et al.¹⁰⁾が発表したケーブル構造の設計解析法は興味深いものである。その手法によれば、既往の形状決定解析論がかつて論じたことのない "Multiple loading condition" のもとでの設計解析が可能であり、設計の要求に応じて適切な基準 (Criterion) を設定することにより、多様な解を得ることが可能であるとされている (ここでは、形状、応力、死荷重などに関して5つの基準が示されている)。おそらく、この解析法が現存するケーブル構造の最適設計計算法として最も精巧なものであらうと思われる。

しかしながら、このような "Multiple loading condition" を論ずるための基本的な考え方については、すでに著者らも (口頭発表⁷⁾、あるいは限定的な出版物⁸⁾によるものではあるが) その一端を公表している。文献1)はこれら著者らの既往研究に加筆し、集成したものであり、上述のような形状決定と部材断面設計とを併せ行う一つの自動設計計算法を示している。すなわち、固定荷重作用下での完成状態における形状・部材力、および後載荷重作用下での変形状態における応力・変形ならびに部材断面積のそれぞれに対する設計上の制約条件を可能なかぎり満たすような、形状決定解析と部材断面設計を同時に行なう一つの解析法を示すものである。この方法によれば、いわゆる形状決定計算で課せられる各種の設計上の制約条件を満たすことはもちろん、最小の部材重量で、設計上想定される各種の積載荷重による応力・変形を許容範囲内の値に収めるような完成状態と部材断面積が決定される。

本文は、文献1)に基づき、あらためてその解析理論を紹介し、かつ、基本的な数値計算例によって、ここである最適設計解析法の原理を説明することを目的とするものである。

2. 力学的条件と設計条件

本文の解析で用いる力学的条件と設計上の制約条件を以下に列挙する。

<力学的条件>

S-1: 内力と外力は安定なつり合状態にあること、

S-2: いかなる部材にも圧縮力が生じないこと、

<設計条件>

D-1: 固定荷重下での完成状態があらかじめ設定された目標形状にできるだけ近いものであること、

D-2: 任意に指定した部材の固定荷重下での張力を、設計上あらかじめ設定した値に一致させること、

D-3: 上記以外の任意部材の固定荷重下での張力を、定められた目標値に可能な限り近づけること、

D-4: 部材応力は、固定荷重下の完成状態においても、後載荷重作用下の変形状態においても、ともにあらかじめ定められた許容値以内にあること、

D-5: 後載荷重による変位は、設計の目的に応じたできるだけ小さい値であること、

D-6: 部材総重量はできるだけ小さいものであること。

上記の条件D-1は構造計画的あるいは機能的な観点から構造物の形状に関して要求されるものである。D-2は、例えば、境界部材の張力をあらかじめ規定しておき、ケーブル定着構造などの設計を容易ならしめようとするものである。従って、この条件で規定された部材の張力は設計変数からは取り除かれる。D-3は設計変数となる部材力に課せられるもので、例えば、部材力が局部的に過大あるいは過小になることを防ぎ、構造全体にほぼ均一な張力を分布させるようにしたり、あるいは、プレストレスを入れる部材の張力を目標値に合わせたりする働きをする。D-4は通常の部材断面設計に用いられる条件である。D-5は後

載荷重作用時の変形が構造物の機能を阻害せぬようにするための制約条件である。D-6は一見自明の様ではあるが、これは部材断面積が単にD-4を満たすようであれば良いと言うものではなく、後述のように(式(8)の定式過程参照)、実際のケーブル構造におけるケーブル配置を考慮したうえで部材総重量を可能な限り小さくしようとするものである。

3. 最適値問題としての定式過程

(1) 条件S-1

固定荷重下の完成状態におけるつり合方程式は、ケーブル構造の任意の節点*i* (Fig. 1) において

$$\sum_{m=1}^{N_i} (X_i - X_j) \varphi_m = F_{ix} \quad \sum_{m=1}^{N_i} (Y_i - Y_j) \varphi_m = F_{iy} \quad \sum_{m=1}^{N_i} (Z_i - Z_j) \varphi_m = F_{iz} \quad (1)$$

となる。ここに、*m*は節点*i*に接続する部材の番号、*N_i*は点*i*に集まる部材の総数、*j*は部材*ij*の他端の番号、*X_i*、*X_j*などは部材*m*の両端節点の座標、 $\varphi_m = P_m / L_m$ は張力係数(*P_m*、*L_m*はそれぞれ部材*m*の張力および長さ)、*F_{ix}*などは点*i*に作用する荷重である。同様の方程式がすべての節点で得られ、その総数は構造の自由度*f*に等しい。それらを行列表示して

$$\Phi_T X_T = F \quad (2)$$

と書く。ここに、 Φ_T は φ_m からなる行列(*f*×*3n*: *n*は節点の総数)、*X_T*と*F*はそれぞれ節点座標ベクトル(*3n*×*1*)および外力ベクトル(*f*×*1*)である。ここで節点を境界節点と自由節点との2種に分類し、それぞれの座標を*X_C*、*X*として式(2)を

$$[\Phi : \Phi_C] \begin{Bmatrix} X \\ X_C \end{Bmatrix} = F \quad (3)$$

と書く。ここに、 Φ および Φ_C はそれぞれ*f*×*f*および*f*×(*3n*−*f*)の行列である。したがって、

$$X = \Phi^{-1} (F - \Phi_C X_C) \quad (4)$$

となる。

つぎに固定荷重*F*を

$$F = F_C + F_R \quad (5)$$

と表わす。ここに、*F_R*は部材重量のベクトル、*F_C*は部材重量を除いた固定荷重である。さらに*F_R*を次のように表わす。

$$F_R = C_r [L_m] A \quad \text{あるいは} \quad F_R = C_r [A_m] L \quad (6)$$

ここに、 $[L_m]$ 、 $[A_m]$ はそれぞれ部材長および部材断面積からなる*M_T*次の対角行列(*M_T*: 部材総数)である。また、*L*、*A*はそれぞれ部材長および断面積を要素とする*M_T*×*1*のベクトルである。したがって、 $[L_m] A$ および $[A_m] L$ はいずれも部材体積のベクトルとなる。

*C_r*は部材体積ベクトルと固定荷重ベクトルとを結び付ける行列(*f*×*M_T*)である。部材の重量は両端節点に均等に配分されると仮定すると、*C_r*の第*m*列は

$$C_{rm} = [0, \dots, 0, \frac{1}{2}\gamma_m C_x, \frac{1}{2}\gamma_m C_y, \frac{1}{2}\gamma_m C_z, 0, \dots, 0, \frac{1}{2}\gamma_m C_x, \frac{1}{2}\gamma_m C_y, \frac{1}{2}\gamma_m C_z, 0, \dots, 0]^T \quad (a)$$

となる。ここに、 γ_m は第*m*部材の単位容積重量であり、*C_x*、*C_y*および*C_z*はそれぞれ重力の作用方向の*X*、

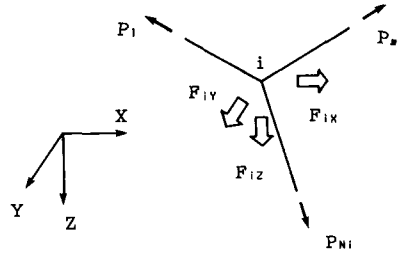


Fig. 1 Equilibrium at a joint

Y, Z軸の正方向に対する方向余弦である。

一方、ケーブル構造は多くのロープの組み合わせであるが、1本ずつのロープは通常2つの支点間に張り渡され、そしていくつかの節点で分割されて個々の部材が形成される。したがって、ひとつのケーブル構造の中では互いに等しい断面値を持つ部材が複数個存在するのが常である。実構造物のこのような性格を設計解析式の中に取り込むため以下の定式操作を行なう（前記D-6の説明参照）。部材断面値ベクトルAを次の形に書く。

$$A = C_P A_P \quad (7)$$

ここに、 A_P はロープ1本ごとの一定断面値（このような断面値を部材の特性断面値とよぶ）よりなる N_P 次のベクトル、 C_P は $M_T \times N_P$ の行列でその第m行は、第m部材の断面値が第k部材のそれに等しいとき

$$\begin{matrix} 1 & k & N_P \\ (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0) \end{matrix} \quad (b)$$

なる形をとる。ここに N_P は上記のような一定断面値の総数である。したがって式(6)は

$$F_R = C_Y \{L_m\} C_P A_P \quad (8)$$

となる。

つぎに、式(4)と(5)より完成状態における節点座標は

$$X = \Phi^{-1} (F_C + F_R - \Phi_C X_C) \quad (9)$$

となり、また、後載荷重作用下での変形状態においては、つり合方程式は

$$X' = \Phi_L^{-1} (F_C + F_R + F_L - \Phi_{LC} X_C) \quad (10)$$

となる。ここに、 X' と F_L はそれぞれ変形後の節点座標ベクトルおよび後載荷重ベクトル($f \times 1$)である。 Φ_L と Φ_{LC} は変形状態の張力係数から成る、前述の Φ および Φ_C と同様の行列である。すなわち、

$$\Phi_L = \Phi |_{\varphi_T = \varphi_L} \quad \Phi_{LC} = \Phi_C |_{\varphi_T = \varphi_L} \quad (c)$$

ここに、 φ_T と φ_L はそれぞれ完成状態と変形状態とにおける張力係数ベクトルであり、 φ_L の要素は

$$\varphi_{L,m} = \frac{P_m + P'_m}{L'_m} \quad m = 1, 2, \dots, M_T \quad (d)$$

である。ただし、 P_m は完成状態における第m部材の張力、 P'_m は変形状態におけるその増分、 L'_m は変形状態での第m部材の長さを表す。すなわち、

$$P'_m = \frac{E_m A_m}{L_m} e_m - \alpha E_m A_m \Delta T \quad L'_m = L_m + e_m \quad m = 1, 2, \dots, M_T \quad (e)$$

ここに、 L_m は完成状態における第m部材の長さ、 E_m 、 A_m 、 e_m はそれぞれヤング係数、断面値および弾性伸びである。また、 α および ΔT はそれぞれ線膨張係数および温度変化である。なお、以下の解析においては、完成状態と変形状態での部材長の変化は微小であるとして、近似的に

$$\varphi_{Lm} = \frac{P_m + P'_m}{L_m} = \varphi_m + \frac{E_m A_m}{L_m^2} e_m - \alpha \frac{E_m A_m}{L_m} \Delta T \quad m = 1, 2, \dots, M_T \quad (11)$$

が成り立つものとする。

なお、本文では後載荷重を1ケースの節点荷重と温度変化として記述しているが、実際には後載荷重は1ケースとは限らない。後載荷重が数ケース存在する場合には、それぞれの後載荷重に対する変形状態について以下に示す応力と変位の設計条件を考慮すればよい。

(2) 条件S-2

部材の非抗圧性を表わす条件は、完成状態と変形状態のそれぞれにおいて

$$\varphi_k > 0 \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (12)_a$$

$$\varphi_{Lm} \geq 0 \quad m = 1, 2, \dots, M_T \quad (12)_b$$

と書き表わされる。ここに、 M は次に述べる条件D-2を課せられる部材を除いた残りの総部材数である。

(3) 条件D-2

張力係数ベクトル φ_T (完成状態) を

$$\varphi_T = \begin{pmatrix} \varphi \\ \varphi_C \end{pmatrix} \quad (f)$$

と書く。ここに、 φ は未知の張力係数のベクトル ($M \times 1$)、 φ_C はD-2を課せられる部材の張力係数ベクトル ($(M_T - M) \times 1$) である。 φ_C の要素は設計変数ではなく、与えられた定数となる。

(4) 条件D-4

完成状態と変形状態のそれぞれについて、この条件を次のように書き表わす。

$$P_m \leq \frac{P_{cm}}{n_c} \quad P_m + \frac{E_m A_m}{L_m} e_m - \alpha E_m A_m \Delta T \leq \frac{P_{cm}}{n_s} \quad m = 1, 2, \dots, M_T \quad (13)$$

ここに、 P_{cm} は第 m 部材の引張強度であり、 n_c と n_s はそれぞれ完成状態と変形状態における安全率である。以下においては、 P_{cm} は断面積 A_m に比例するものとし、

$$P_{cm} = k A_m \quad m = 1, 2, \dots, M_T \quad (g)$$

と書く。ここに、 k は比例定数である。したがって、式(13)は

$$L_m \varphi_m \leq C_c A_m \quad L_m \varphi_m + \frac{E_m A_m}{L_m} e_m - \alpha E_m A_m \Delta T \leq C_s A_m \quad m = 1, 2, \dots, M_T \quad (14)$$

となる。ここに、 $C_c = k / n_c$ 、 $C_s = k / n_s$ である。

(5) 条件D-1, D-3, D-5およびD-6

これらの条件を定式化するため次の量を定義する。

$$\begin{aligned} W &= \sum_{i=1}^f \left(\frac{R_i}{q_{Ri}} \right)^2 + \sum_{k=1}^M \left(\frac{\varphi_k - \varphi_{ok}}{q_{\varphi k}} \right)^2 + \sum_{i=1}^f \left(\frac{x_i}{q_{xi}} \right)^2 + \sum_{m=1}^{M_T} \left(\frac{L_m A_m}{q_{Am}} \right)^2 \\ &= \| Q_R R \|^2 + \| Q_\varphi (\varphi - \varphi_o) \|^2 + \| Q_x x \|^2 + \| Q_A \{ L_m \} A \|^2 \end{aligned} \quad (15)$$

ここに、 R_i は目標形状と完成形状の節点の座標差、 φ_k は未知の張力係数、 φ_{ok} は目標張力係数 (目標張力を目標形状の部材長で除したもの)、 x_i は節点の変位であり、 R 、 φ 、 φ_o および x はこれらをベクトル表示したものである。また、 q_{Ri} 、 $q_{\varphi k}$ 、 q_{xi} および q_{Am} の逆数は、設計者の要求に応じて、それぞれ設計変数 R_i 、 $\varphi_k - \varphi_{ok}$ 、 x_i および $L_m A_m$ に与えられる重みであり、 Q_R 、 Q_φ 、 Q_x 、および Q_A はこれらの $(1/q)$ 一値を要素とする対角行列である。これらの重みの数学的意味については文献5)、6)で詳細に述べられている (q の値は設計変数の望ましい領域を表わす^{5), 6)})。

式(15)における R は式(9)によって

$$R = \Phi^{-1} (F_C + F_R - \Phi_C X_C) - X_o \quad (16)$$

と書換えられる。ここに、 X_o は目標形状の座標値ベクトルである。また、節点変位のベクトル x はつぎのように表わされる。

$$x = \Phi_L^{-1} (F_C + F_R + F_L - \Phi_{LC} X_C) - x \quad (17)$$

我々は式(15)のWの逆数をケーブル構造の設計における”望ましき”と名づけ、この望ましきが停留値をとるとき最適の設計がなされたものとする。

したがって、本文の解析の目的は、”未知張力係数 φ (M個)，および部材の特性断面積 A_p (N_p 個)を独立変数として、式(12)と(14)の制約条件式を満たし、式(15)の目的関数を最小とする φ および A_p を決定せよ”，という最適値問題を解くことになる。

4. 数値解析法

上述のような非線形最適値問題を繰返し計算により数値的に解くために、本文ではまず Gauss の方法によって近似解に対する修正ベクトルを計算する。

いま、 $\varphi^{(i)}$ と $A_p^{(i)}$ を第*i*回の繰返し計算における近似解とし、 $\Delta\varphi^{(i)}$ と $\Delta A_p^{(i)}$ をそれぞれの修正ベクトルとする。式(15)におけるベクトルR, $\mathbf{x}$ および $\{L_m\} A$ を修正ベクトルで書き表わすため、これらを $\Delta\varphi^{(i)}$ と $\Delta A_p^{(i)}$ に関して Taylor展開し、あらためてこれらを R_L , $\mathbf{x}_L$ および $\{L_m\} A\}_L$ と書く。すなわち

$$\begin{aligned} R_L &= R^{(i)} + M_1^{(i)} \Delta\varphi^{(i)} + M_2^{(i)} \Delta A_p^{(i)} \\ \mathbf{x}_L &= \mathbf{x}^{(i)} + M_3^{(i)} \Delta\varphi^{(i)} + M_4^{(i)} \Delta A_p^{(i)} \\ \{L_m\} A\}_L &= \{L_m\} A^{(i)} + M_5^{(i)} \Delta\varphi^{(i)} + M_6^{(i)} \Delta A_p^{(i)} \end{aligned} \quad (18)$$

ここでは、高次の微小項は省略されており、添字*i*は第*i*近似値を表す。また、

$$\begin{aligned} M_1^{(i)} &= \left(\frac{\partial R_j}{\partial \varphi_k} \right)^{(i)} & M_4^{(i)} &= \left(\frac{\partial x_j}{\partial A_{p,n}} \right)^{(i)} \\ M_2^{(i)} &= \left(\frac{\partial R_j}{\partial A_{p,n}} \right)^{(i)} & M_5^{(i)} &= \left(\frac{\partial (L_m A_m)}{\partial \varphi_k} \right)^{(i)} \\ M_3^{(i)} &= \left(\frac{\partial x_j}{\partial \varphi_k} \right)^{(i)} & M_6^{(i)} &= \left(\frac{\partial (L_m A_m)}{\partial A_{p,n}} \right)^{(i)} \end{aligned} \quad \left(\begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, f \\ k = 1, 2, \dots, M \\ m = 1, 2, \dots, M_T \\ n = 1, 2, \dots, N_P \end{array} \right) \quad (19)$$

である。

式(19)における $M_1^{(i)}$ ないし $M_6^{(i)}$ は以下のように計算される(以下添字*i*を省略)。

まず、式(6)および(16)より若干の計算の後 M_1 が次のように得られる。

$$M_1 = -(E - \Phi^{-1} C_T N_4)^{-1} \Phi^{-1} \{ \Delta X_k \} \quad (20)$$

ここにEは単位行列で、また、

$$N_4 = \left[\frac{\partial (L_m A_m)}{\partial X_j} \right] = \{ A_m \} \left[\frac{\partial L_m}{\partial X_j} \right] \quad \begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, f \\ m = 1, 2, \dots, M_T \end{array} \quad (21)$$

である。 ΔX_k は $f \times 1$ のベクトルでその要素は第*k*部材の両端の座標差である。すなわち

$$\Delta X_k = [0, \dots, 0, X_A - X_B, Y_A - Y_B, Z_A - Z_B, 0, \dots, 0, X_B - X_A, Y_B - Y_A, Z_B - Z_A, 0, \dots, 0]^T \quad (h)$$

M_2 は式(6), (7), (16)から直接得られ、

$$M_2 = (E - \Phi^{-1} C_T N_4)^{-1} \Phi^{-1} C_T \{L_m\} C_P \quad (22)$$

となる。

つぎに、式(17)と(h)より

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \varphi_k} = -\Phi_L^{-1} \left\{ \frac{\partial \Phi_L}{\partial \varphi_k} (\mathbf{x} + \mathbf{x}) + \frac{\partial \Phi_{LC}}{\partial \varphi_k} \mathbf{x}_C \right\} + \Phi_L^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_R}{\partial \varphi_k} - \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \varphi_k} \quad (23)$$

となるが、ここで変形状態の張力係数 φ_L を

$$\varphi_L = \left[\frac{\varphi}{\varphi_C} \right] + \varphi' \quad (24)$$

と書く。ここに、 φ および φ_C はそれぞれ完成状態における未知および既知の張力係数ベクトルである。また、 φ' は後載荷重による張力係数の増分であり、その要素は

$$\varphi'_m = \frac{E_m A_m}{L_m^2} e_m - \alpha \frac{E_m A_m}{L_m} \Delta T \quad m = 1, 2, \dots, M_T \quad (i)$$

である。式(23)の中の Φ_L と Φ_{LC} もまた

$$\Phi_L = \Phi + \Phi', \quad \Phi_{LC} = \Phi_C + \Phi'_C \quad (25)$$

と書かれる。いずれも、第1項は φ と φ_C から、第2項は φ' のみから成る行列である。式(25)を微分し、式(23)へ代入すると

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \varphi_k} = -\Phi_L^{-1} \left\{ \Delta \mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x}_k + N_5 \frac{\partial \varphi'}{\partial \varphi_k} \right\} + \Phi_L^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_R}{\partial \varphi_k} - \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \varphi_k} \quad (26)$$

となる。ここに、 $\Delta \mathbf{x}_k$ は $\Delta \mathbf{x}_k$ と同様のベクトルであり、節点の変位量の差から成る。また、 N_5 は $f \times M_T$ の行列でその第 m 列は $\Delta \mathbf{x}_m + \Delta \mathbf{x}_m$ なる列ベクトルより成るものである。

式(26)はさらに若干の計算の後、次のように書き換えられる。

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \varphi_k} = -\Phi_L^{-1} \left\{ \Delta \mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x}_k + N_5 \left(N_1 \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \varphi_k} + N_2 \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \varphi_k} \right) \right\} + \Phi_L^{-1} C_T N_4 \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \varphi_k} - \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \varphi_k} \quad (j)$$

ここに

$$N_1 = \left[\frac{\partial \varphi'}{\partial \mathbf{x}} \right] = \left[\frac{\partial \left(\frac{E_m A_m}{L_m^2} e_m - \alpha \frac{E_m A_m}{L_m} \Delta T \right)}{\partial X_j} \right] \quad N_2 = \left[\frac{\partial \varphi'}{\partial \mathbf{x}} \right] = \left[\frac{\partial \left(\frac{E_m A_m}{L_m^2} e_m \right)}{\partial X_j} \right] \quad (27)$$

$m = 1, 2, \dots, M_T \quad j = 1, 2, \dots, f$

である。したがって、式(19)における M_3 の定義より

$$M_3 = -(E + \Phi_L^{-1} N_5 N_2)^{-1} \{ \Phi_L^{-1} (\Delta \mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x}_k) + N_5 N_1 M_1 - C_T N_4 M_1 \} + M_1 \quad (28)$$

を得る。ここに、 $[\Delta \mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x}_k]$ は $f \times M$ の行列で、列ベクトル $\Delta \mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x}_k$ ($k=1, 2, \dots, M$)より成る。

M_4 は M_3 と同様の過程で計算される。式(17)を $A_{P,n}$ で微分し、式(25)、(26)を考慮すれば

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial A_{P,n}} = -\Phi_L^{-1} N_5 \frac{\partial \varphi'}{\partial A_{P,n}} + \Phi_L^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_R}{\partial A_{P,n}} - \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial A_{P,n}} \quad (29)$$

となるが、ここで

$$\frac{\partial \varphi'}{\partial A_{P,n}} = \sum_{j=1}^f \frac{\partial \varphi'}{\partial X_j} \frac{\partial X_j}{\partial A_{P,n}} + \sum_{j=1}^f \frac{\partial \varphi'}{\partial X_j} \frac{\partial X_j}{\partial A_{P,n}} + \sum_{m=1}^{M_T} \frac{\partial \varphi'}{\partial A_m} \frac{\partial A_m}{\partial A_{P,n}} = N_1 \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial A_{P,n}} + N_2 \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial A_{P,n}} + N_3 e_n \quad (30)$$

と書くことができる。ここに、 e_n は $N_P \times 1$ のベクトルで、その第 n 要素のみ1で、他は0である。また、

$$N_3 = \left[\frac{E_m}{L_m} \left(\frac{e_m}{L_m} - \alpha \Delta T \right) \right] C_P \quad (m = 1, 2, \dots, M_T) \quad (k)$$

ここに ϵ は $M_T \times M_T$ の対角行列を表す。式(29)と(30)より、若干の計算の後次式を得る。

$$M_4 = -(E + \Phi_L^{-1} N_5 N_2)^{-1} \{ \Phi_L^{-1} N_5 (N_1 M_2 + N_3) + (\Phi_L^{-1} - \Phi^{-1}) C_T (N_4 M_2 + \epsilon L_m C_P) \} \quad (31)$$

M_5 と M_6 は式(20)、(21)、(22)より直接

$$M_5 = N_4 M_1 \quad M_6 = N_4 M_2 + \epsilon L_m C_P \quad (32)$$

と得られる。

かくして第 $(i+1)$ 回の繰返しにおける目的関数の値は式(15)と(18)より

$$\begin{aligned} W^{(i+1)} &= \|Q_R R_L\|^2 + \|Q_\varphi(\varphi^{(i)} + \Delta\varphi^{(i)} - \varphi_0)\|^2 + \|Q_X x_L\|^2 + \|Q_A \{\zeta L_m \supset A\}_L\|^2 \\ &= \|Q_R(R^{(i)} + M_1^{(i)}\Delta\varphi^{(i)} + M_2^{(i)}\Delta A_P^{(i)})\|^2 + \|Q_\varphi(\varphi^{(i)} + \Delta\varphi^{(i)} - \varphi_0)\|^2 + \|Q_X(x^{(i)} \\ &\quad + M_3^{(i)}\Delta\varphi^{(i)} + M_4^{(i)}\Delta A_P^{(i)})\|^2 + \|Q_A(\{\zeta L_m \supset A\}^{(i)} + M_5^{(i)}\Delta\varphi^{(i)} + M_6^{(i)}\Delta A_P^{(i)})\|^2 \end{aligned} \quad (33)$$

となる。

$W^{(i+1)}$ を極小化すべき修正ベクトル $\Delta\varphi^{(i)}$, $\Delta A_P^{(i)}$ は

$$\frac{\partial W^{(i+1)}}{\partial \Delta\varphi_K^{(i)}} = 0, \quad \frac{\partial W^{(i+1)}}{\partial \Delta A_{P,n}^{(i)}} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, M, \quad n = 1, 2, \dots, N_P \quad (34)$$

によって定められる。すなわち、式(33), (34)より

$$\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\varphi^{(i)} \\ \Delta A_P^{(i)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \end{pmatrix} \quad \text{あるいは} \quad H \begin{pmatrix} \Delta\varphi^{(i)} \\ \Delta A_P^{(i)} \end{pmatrix} = -G \quad (35)$$

を得る。ここに、行列 H および G を構成する要素は次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} H_{11} &= M_1^{(i)T} Q_R^2 M_1^{(i)} + Q_\varphi^2 + M_3^{(i)T} Q_X^2 M_3^{(i)} + M_5^{(i)T} Q_A^2 M_5^{(i)} \\ H_{12} &= M_1^{(i)T} Q_R^2 M_2^{(i)} + M_3^{(i)T} Q_X^2 M_4^{(i)} + M_5^{(i)T} Q_A^2 M_6^{(i)} \\ H_{21} &= H_{12}^T \\ H_{22} &= M_2^{(i)T} Q_R^2 M_2^{(i)} + M_4^{(i)T} Q_X^2 M_4^{(i)} + M_6^{(i)T} Q_A^2 M_6^{(i)} \\ G_1 &= M_1^{(i)T} Q_R^2 R^{(i)} + Q_\varphi^2(\varphi^{(i)} - \varphi_0) + M_3^{(i)T} Q_X^2 x^{(i)} + M_5^{(i)T} Q_A^2 \{\zeta L_m \supset A\}^{(i)} \\ G_2 &= M_2^{(i)T} Q_R^2 R^{(i)} + M_4^{(i)T} Q_X^2 x^{(i)} + M_6^{(i)T} Q_A^2 \{\zeta L_m \supset A\}^{(i)} \\ Q_R^2 &= Q_R^T Q_R = Q_R Q_R, \quad Q_\varphi^2 = Q_\varphi^T Q_\varphi = Q_\varphi Q_\varphi, \quad Q_X^2 = Q_X^T Q_X = Q_X Q_X, \quad Q_A^2 = Q_A^T Q_A = Q_A Q_A \end{aligned} \quad (36)$$

つぎに、式(35)において修正ベクトルの収束を早めるため Maximum neighborhood method¹¹⁾を用いる。その手法に従い、式(35)に関連して

$$\{\zeta h_{jj} \supset H \zeta h_{jj} \supset^{-1} + \lambda E\} \begin{pmatrix} \Delta\varphi_*^{(i)} \\ \Delta A_{P*}^{(i)} \end{pmatrix} = -\zeta h_{jj} \supset^{-1} G \quad (37)$$

なる式を作る。ここに、

$$\begin{pmatrix} \Delta\varphi^{(i)} \\ \Delta A_P^{(i)} \end{pmatrix} = \zeta h_{jj} \supset^{-1} \begin{pmatrix} \Delta\varphi_*^{(i)} \\ \Delta A_{P*}^{(i)} \end{pmatrix} \quad (1)$$

で、また、 $\zeta h_{jj} \supset$ は対角行列でその要素 h_{jj} ($j=1, 2, \dots, M+N_P$)は行列 H の対角要素の平方根である。 λ はあらかじめ複数個設定された正の定数で、修正ベクトルの方向を変化させる役割をする。文献5)と6)において、この数値実験的な性格を持った Maximum neighborhood method について検討を加え、また、この方法における λ の値の取り方について論じている。結局、式(37)を解くことにより、設定された λ の数だけの修正ベクトル $\Delta\varphi^{(i)}$, $\Delta A_P^{(i)}$ の組が出来る。

これに続き、さらにこの修正ベクトルを改良して解の収束を早めるために、著者らが文献5), 6)で示した手法を適用する。すなわち、上述のように、あらかじめ設定された n_B 個の λ の値に対して n_B 組の修正ベクトルが得られるから、これを用いて第 $(i+1)$ 回目の n_B 組の解を

$$\begin{pmatrix} \varphi_n^{(i+1)} \\ A_{P,n}^{(i+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi^{(i)} \\ A_P^{(i)} \end{pmatrix} + S_n \begin{pmatrix} \Delta\varphi_n^{(i)} \\ \Delta A_{P,n}^{(i)} \end{pmatrix} \quad (38)$$

と書く。ここに、添字 n は n 番目の λ の値に対応する値であることを示す ($n=1, 2, \dots, n_B$)。また、 S_n は式(37)で与えられる修正ベクトルを改良するためのステップサイズであり、

$$W_n^{(1+1)} = W(\varphi_n^{(1+1)}, A_{P,n}^{(1+1)}) = W(S_n) \quad n = 1, 2, \dots, n_B \quad (39)$$

を最小にするように決められる。文献5)、6)にはこの最適ステップサイズ S_n をどのように決めるかについて詳述されている。(最適ステップサイズ決定の際には、解の修正ベクトルの向きと長さを補正して、解の近似値が常に許容領域にあるように操作をする^{5), 6)}。)

Fig. 2 に計算の流れを示す。図に示した Loop A で目的関数が最小化され、Loop B では修正ベクトルと最適ステップサイズが計算される。また、図中*1)および*2)と記された部分では有限変形解析が行われ、各段階ごとのつり合状態が決定される。前述の設計条件、式(12)と(14)は*2)において考慮される。

収束の判定は

$$\frac{|W^{(1)} - W^{(1+1)}|}{W^{(1)}} < \varepsilon_c \quad (40)$$

によってなされる。ここに、 ε_c は任意に設定された正の微小な数である。

5. 数値計算例

本文の解析法を具体的に説明するため2つの計算例を示す。なお、いずれの計算例においても以下の数値を用いる。

① すべての部材につき弾性係数： $E = 2.0 \times 10^7 \text{ t/m}^2$

② 部材の単位体積当りの重量： $\gamma = 8.32 \text{ t/m}^3$

③ 部材断面積と破断張力との比例定数(式(g))： $k = 1.32 \times 10^5 \text{ t/m}^2$

④ 完成状態及び変形状態における安全率(破断張力/許容張力：式(13))： $n_c = 3.0, n_s = 2.7$

⑤ 収束条件(式(40))： $\varepsilon_c = 10^{-3}$

⑥ Maximum neighborhood method における定数： $\lambda = 10^{-3}$, および 10^{-1}

なお、本計算例ではすべて2倍精度計算とした。

(1) 計算例1：単一部材

本文の解析法の原理を示すため、まずFig. 3 に示したような最も簡単な単一部材によって最適解の計算過

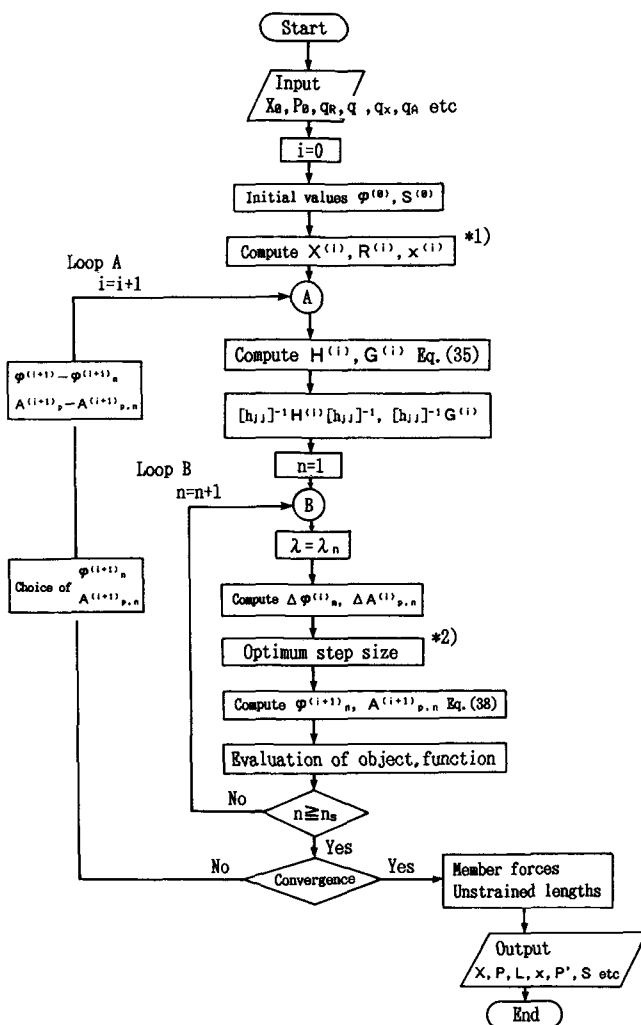


Fig. 2 Flow of computation

程を説明する。図において、部材重量を除く固定荷重の大きさ F_c は、節点2のX、Y方向にそれぞれ10ton ずつとし、積載荷重 F_L はX方向に0、Y方向に10ton とする。また、図のような状態を目標形状とする。

この構造につき、式(15)における設計変数の望ましい領域を表す数値、 q_{Ri} その他、を以下のように与えて4種の計算を行う。なお、この例では部材の特性断面積 A_p は部材断面積 A と同一である。

- Case 1: $q_{Ri}=1.0m$, $q_{\varphi}=1.0t/m$, $q_{xi}=1.0m$, $q_A=10^{-3}m^3$
Case 2: " " $q_{xi}=10^{-1}$, $q_A=10^{-2}$
Case 3: " " $q_{xi}=10^{-2}$, $q_A=10^{-1}$
Case 4: " " $q_{xi}=10^{-3}$, $q_A=1.0$

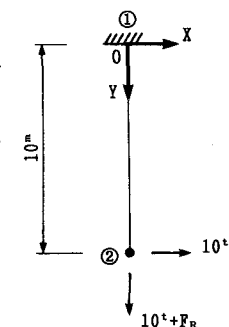


Fig. 3 Example 1: Single rope

なお、いずれの場合においても目標張力を20ton (目標張力係数2.0t/m)，設計変数 φ および A_p の初期値をそれぞれ2.0t/m，および $5.0 \times 10^{-4}m^2$ とする。

上記のような q 値の設定は、Case 1~4の順に、変位に対する望ましい領域を小さく、したがって目的関数における変位に対する重みを増すことを意味している。また、同様の順に部材体積に対する望ましい領域が大きくとられているが、それらの値はかなり大きく設定されており、そのため、この計算例に関する限り、部材体積に関する設計条件はそれほど解に影響を与えない。

Fig. 4 はCase 1 についての、目的関数の値の等高線および解の許容領域を示したものであり、図中の等高線上の数字は目的関数の値である。これより、張力係数 φ および部材断面積の解は、それぞれ2.5t/mおよび $4.5 \times 10^{-4}m^2$ の近くにあることがわかる。

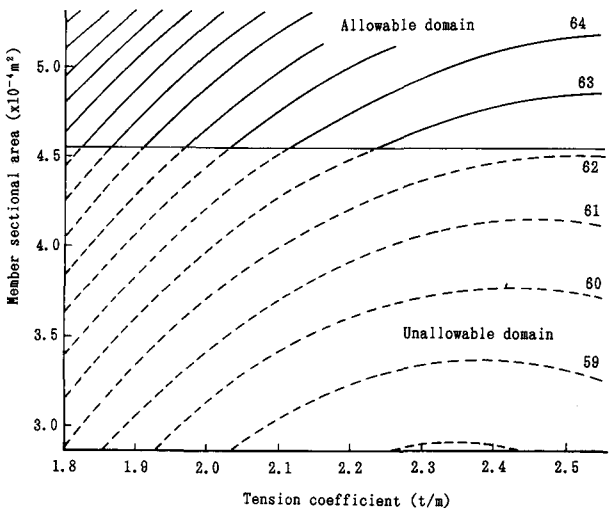


Fig. 4 Contour line of objective function

Table 1 Iterative process of approximate solutions (Example 1)

i	n	$\Delta \varphi_n^{(i)}$	$\Delta A_{p,n}^{(i)}$	S_n	$W_n^{(i+1)}$	$\varphi^{(i+1)}$	$A_p^{(i+1)}$
1	1	1.7220×10^{-1}	-4.544×10^{-4}	3.218	62.207	2.554	4.584×10^{-4}
	2	4.3150×10^{-2}	9.773×10^{-6}	5.755	66.927		
2	1	-3.3428×10^{-1}	-7.310×10^{-4}	1.598×10^{-1}	62.157	2.501	4.567×10^{-4}
	2	-2.1450×10^{-2}	-1.616×10^{-5}	1.0	62.165		
		t/m	m^2			t/m	m^2

(1ton=9.8kN)

式(37)より求めた修正ベクトル $\Delta \varphi_n^{(i)}$ および $\Delta A_{p,n}^{(i)}$ ，ステップサイズ S_n ，ならびに式(39)の目的関数 $W_n^{(i+1)}$ のそ

れぞれの繰返し段階における値をTable 1 に示す。また、それぞれの繰返し段階で式(37)より $\lambda=10^{-3}$ および 10^{-1} のそれぞれに対応した修正ベクトルを求めているが、この修正ベクトルより定まる2個の近似解の

うち、目的関数の値が小さくなる方の近似解の値をTable 1 の最右欄に示す。第1回の計算では、 $W_1^{(2)}=62.207 < 66.927$ であるから、 $n=1$ の方の値を次回の近似解にとる。第2回目でも $W_1^{(3)}=62.157 < 62.165$ であるから、同様に $n=1$ の方を次回の近似解にとる。この繰返しにより、 $(W^{(2)}-W^{(3)})/W^{(2)}=8.038 \times 10^{-4} < \varepsilon_c=10^{-3}$ となり、収束条件が満たされる。前述のようにFig. 4 からこの結果が求める解

Table 2 Solutions for tension coefficient and member sectional area (Example 1)

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
φ	2.534	6.882	21.708	68.266
A	4.568×10^{-4}	4.567×10^{-4}	4.566×10^{-4}	4.565×10^{-4}

であることがわかる。

Table 2 に張力係数と部材断面積の解を、また、Table 3 に固定荷重下での完成形状の節点座標と部材力、および、積載荷重による節点変位と部材力の値を示す。Table 4 には繰返し計算の収束状態における各変数の値の2乗和、すなわち、完成形状と目標形状の節点座標差の2乗和 ($\|R\|^2$)、完成状態の張力係数 φ の解とその目標値との差の2乗、積載荷重による節点変位の2乗和 ($\|x\|^2$) および部材体積の2乗を示す。

Table 3 Completed state and deformation under superimposed loads (Example 1)

	Completed state		Deformed state			
	Shape		Member		Member	
	X	Y	force	Displacement	force	Member
				x	y	
Case 1	3.946	3.950	14.150	-1.447	1.048	22.350
Case 2	1.453	1.454	14.145	-0.533	0.386	22.344
Case 3	0.461	0.461	14.143	-0.169	0.122	22.343
Case 4	0.146	0.146	14.142	-0.054	0.039	22.341
	m		ton	m		ton

(1ton=9.8kN)

Table 4 Sum of squares in objective function (Example 1)

	$\ R\ ^2$	$(\varphi - \varphi_0)^2$	$\ x\ ^2$	$(L \cdot A)^2$
Case 1	52.17	0.2853	3.193	6.505×10^{-6}
Case 2	75.15	23.84	4.333×10^{-1}	8.809×10^{-7}
Case 3	91.21	388.4	4.350×10^{-2}	8.850×10^{-8}
Case 4	97.09	4317	4.480×10^{-3}	9.096×10^{-8}
	m ²	1/m ²	m ²	m ⁹

(1ton=9.8kN)

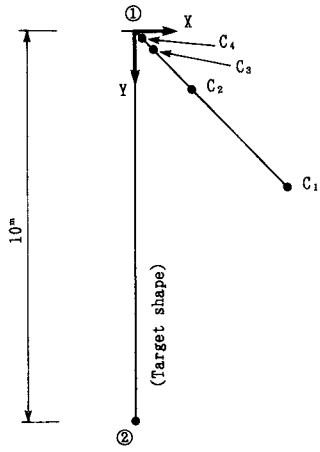


Fig. 5 Completed state

Table 2 では、張力係数は、Case 1, 2,...の順に大きくなっており、部材断面積は、各計算例ともほぼ等しい値となっている。また、Table 3 に示すように、完成形状の節点座標値および積載荷重による節点変位の値はCase 1, 2,...の順に小さくなっており、Table 4 より $\|R\|^2$ および $(\varphi - \varphi_0)^2$ の値は順に大きく、 $\|x\|^2$ および $(L \cdot A)^2$ の値は順に小さくなっていることがわかる。これは節点変位に対する望ましい領域 q_{x1} をCase 1, 2,...の順に小さくした結果を端的に示すものである。Fig. 5 は完成状態における節点2の座標を示すもので、図のように節点2の位置はCase 1~4のそれぞれにつき、点C₁~C₄となり、順次節点1に近づいている。これよりCase 1, 2,...の順に積載荷重による変形が小さい（剛性が高い）完成状態が得られていることがわかる。

(2)計算例2：ケーブルトラス

Fig. 6 のケーブルトラスにつき、その完成状態を決定すると共に、変形や部材総重量に対する設計上の制約条件も考慮して部材断面積を決定する。

Table 5 の第2, 3欄にそれぞれ部材の重量を除く固定荷重および後載荷重が、第4, 5欄にこの構造の目標形状が

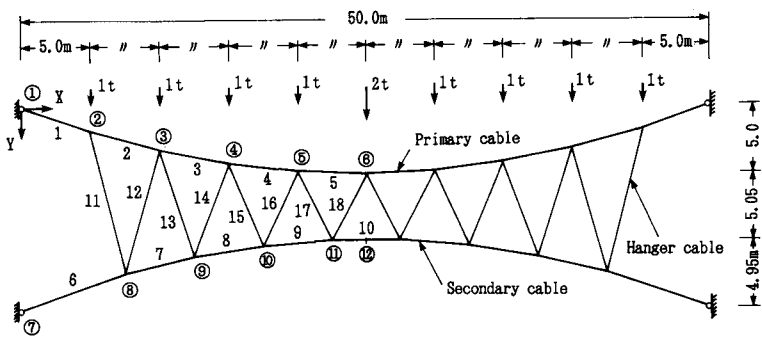


Fig. 6 Example 2: Cable truss

Table 5 Loads, target shape and completed shape (Example 2)

Node No.	F_c (t)	F_l (t)	Target shape		Case 1		Case 2	
			X	Y	X	Y	X	Y
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1.0	1.0	5.0	1.8	5.084	1.692	5.012	1.758
3	1.0	1.0	10.0	3.2	10.109	3.090	9.995	3.176
4	1.0	1.0	15.0	4.2	15.081	4.070	14.984	4.210
5	1.0	1.0	20.0	4.8	20.028	4.672	19.981	4.874
6	1.0	1.0	25.0	5.0	25.0	4.881	25.0	5.182
7	0	0	0	15.0	0	15.0	0	15.0
8	0	1.0	7.5	12.45	7.674	12.975	7.308	12.202
9	0	1.0	12.5	11.25	12.652	12.007	12.350	10.850
10	0	1.0	17.5	10.45	17.623	11.352	17.379	9.997
11	0	1.0	22.5	10.05	22.623	11.038	22.436	9.595
12	0	1.0	25.0	10.05	25.0	11.039	25.0	9.596

(1ton=9.8kN)

(unit: m)

示されている。また、Table 6 の第2, 3欄には部材の張力係数と部材力の目標値が与えられている。後載荷重としては上弦材（主吊り材）と下弦材（押え材）の中央の節点で鉛直方向に2ton, その他の全節点については1tonとしている（対称性によりTable 5 は左半部のみ示す）。部材重量による節点荷重としては、それぞれの部材重量の1/2が両端節点にふり分けられるものとする。また、部材の特性断面積は上弦材、下弦材、腹材のそれぞれについて1個ずつの値を有するものとする。計算を始めるための初期値として、張力係数についてはTable 6 の目標値を、部材の特性断面積としてはTable 7 の第3欄の値を用いる。

また、式(15)における q_{Rj} その他の値を次のようにとって2通りの計算を行う。

Case 1: $q_{Rj}=0.5m$, $q_{\varphi k}=\varphi_{0k}$, $q_{xj}=0.01m$, $q_{\alpha m}=10^{-3}m^3$ ($j=1,2,\dots,f$, $k=1,2,\dots,M$, $m=1,2,\dots,M_T$, $f=18$, $M=18$, $M_T=18$)

Case 2: $q_{xj}=10000m$ (その他はCase 1に同じ)

この計算例では、形状及び部材力に関する望ましい領域を両者とも同等に設定しているが、後載荷重による変位については、Case 1ではCase 2にくらべてその領域を非常にきびしく制限している。

計算の結果をTable 5 ないしTable 10, ならびにFig. 7 に示す。Table 7 の右半部に部材の特性断面積の解を、Table 5 およびTable 6 の右半部にそれぞれ完成形状の節点座標および完成状態における張力係数と部材力の解を示す。また、Table 8 とTable 9 に積載荷重による節点変位および変

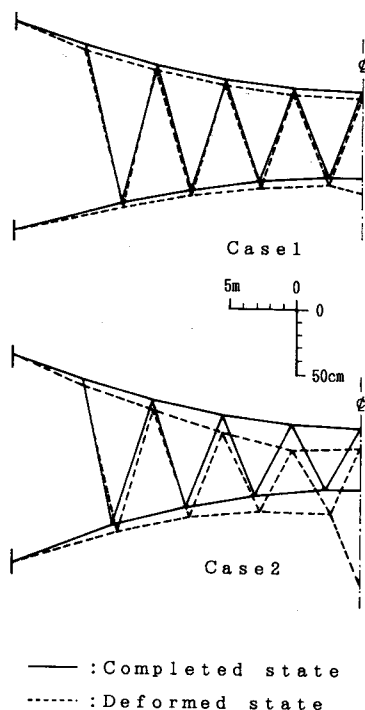


Fig. 7 Completed and deformed shape

Table 6 Member force and tension coefficient (Example 2)

Member No.	Target value		Case 1		Case 2	
	Ten. coef.	Tension	Ten. coef.	Tension	Ten. coef.	Tension
1	3.258	17.313	10.550	56.527	3.478	18.484
2	3.219	16.716	10.583	55.200	3.493	18.101
3	3.173	16.178	10.647	53.952	3.490	17.783
4	3.147	15.850	10.616	52.914	3.478	17.536
5	3.119	15.606	10.504	52.271	3.453	17.362
6	0.546	4.326	6.017	47.750	0.328	2.563
7	0.865	4.449	9.304	47.171	0.471	2.457
8	0.866	4.386	9.370	46.981	0.473	2.412
9	0.877	4.400	9.366	46.919	0.478	2.425
10	1.793	4.482	19.828	47.131	0.965	2.474
11	0.009	0.1	0.175	2.024	0.012	0.129
12	0.010	0.1	0.131	1.336	0.018	0.170
13	0.012	0.1	0.223	2.063	0.018	0.147
14	0.013	0.1	0.120	0.997	0.015	0.107
15	0.015	0.1	0.275	2.122	0.028	0.176
16	0.016	0.1	0.188	1.332	0.011	0.061
17	0.017	0.1	0.291	1.999	0.033	0.175
18	0.018	0.1	0.189	1.245	0.010	0.050
unit	ton/m	ton	ton/m	ton	ton/m	ton

(1ton=9.8kN)

形状での部材力の値を、Table 10 に完成形状と目標形状の節点座標差の2乗和 ($\|R\|^2$)、完成状態の張力係数と目標張力係数の差の2乗和 ($\|\varphi - \varphi_0\|^2$)、節点変位の2乗和 ($\|x\|^2$) および部材体積の2乗和 ($\|L_m \supset A\|^2$) の繰り返し計算における収束値を示す。

これらより以下のことがわかる。

① Table 7 より、上・下弦材の断面積は、Case 1 のものがCase 2 より大となっており、とくにCase 1 における下弦材の断面積はCase 2 のその15倍となっている。

② Table 5 より、Case 2 の完成形状の方が Case 1 のそれより目標形状に近い。

③ Table 6 より、Case 1 における完成状態の張力係数および部材力はそれぞれの目標値よりかなり大きい値となっている。一方、Case 2 ではこれらの張力係数および部材力は目標値にかなり近い。

④ Table 8 および Fig. 7 より、積載荷重による節点変位は Case 1 の方が Case 2 のものよりかなり小さい。

⑤ Table 9 にて、Case 2 の変形状態において部材の一部にゆるみがみられる。

⑥ 逆に、積載荷重による変位をできるだけ小さくすることに重きを置かない場合 (Case 2) には、相対的に部材体積を小さくすることや、完成形状を目標形状に近付けることなどに重きが置かれることになる。Table 10 にはそのような結果が端的に示されている。

以上の結果よりわかるように、変位に対する制約を厳しくし、積載荷重による変位をできるだけ小さくすることに重きを置いた場合 (Case 1) には、完成形状と目標形状との節点座標差は大きくなるが、部材張力および部材断面積の値がCase 2 より大となり、変形に対する剛性の高い構造が得られることになる。

6. 結 論

本文は、さきに著者らが公表した文献¹⁾に基づき、あらためてケーブル構造の最適設計のための一つの解析理論を紹介し、基本的な数値計算例によってその原理を説明したものである。これによれば、ケーブル構造の完成状態における形状と部材力に関する設計条件のほかに、後載荷重下での応力と変形に関する制約条件、ならびに部材重量に関する条件をも考慮し、自動計算によって構造物の設計形状、設計部材力ならびに最適部材断面が決定される。そこでは、部材の張力係数と部材断面積を独立変数として構造物に要求される“望ましさ”を定式化して目的関数を組立て、Gauss の方法と Maximum neighborhood 法を用い、さらに繰り返し計算における最適ステップサイズを計算するための著者らの方法を併せ用いてこれを最小化している。

Table 7 Cross-sectional area (cm²) (Example 2)

Member	No.	I.V.	Case 1	Case 2
Upper chord	1-5	2.0	18.2	9.84
Lower chord	6-10	1.0	15.2	1.04
Web	11-18	0.1	0.863	0.494

(I.V.=Initial value)

Table 8 Joint displacement due to additional loads (m) (Ex. 2)

Joint No.	Case 1		Case 2	
	x	y	x	y
1	0	0	0	0
2	-0.007	0.031	-0.007	0.046
3	-0.005	0.033	-0.008	0.072
4	-0.004	0.039	-0.009	0.125
5	-0.002	0.046	-0.010	0.186
6	0	0.052	0	0.141
7	0	0	0	0
8	0.005	0.032	0.022	0.052
9	0.004	0.037	0.029	0.072
10	0.003	0.043	0.039	0.114
11	0.002	0.052	0.047	0.170
12	0	0.116	0	0.677

Table 9 Member force in deformed state

Member	Case 1	Case 2
1	76.439	47.848
2	74.546	46.551
3	72.505	45.370
4	70.559	44.232
5	68.778	42.723
6	35.279	2.983
7	35.179	3.169
8	35.671	3.509
9	36.522	4.033
10	37.480	5.133
11	25.638	1.278
12	0.791	0
13	3.158	1.341
14	0.120	0
15	3.466	1.406
16	0.191	0
17	3.639	2.364
18	1.007	0.242

(ton: 1ton=9.8kN)

Table 10 Sum of squares in objective function (Ex. 2)

Case	$\ R\ ^2$	$\ \varphi - \varphi_0\ ^2$	$\ x\ ^2$	$\ L_m \supset A\ ^2$
1	3.804	844.7	0.0289	7.734×10^{-4}
2	0.898	1.648	0.591	1.302×10^{-4}
	(m ²)	(t ² /m ²)	(m ²)	(m ⁶)

(1ton=9.8kN)

本文の手法により、各種の設計上の要求にこたえるさまざまな解を得ることが出来る。例えば、目的関数の中で変形に関する制約の重みを大きくすれば、必要なだけの剛性を持ったケーブル構造が得られるし、また、死荷重の項の重みを大きくすることによって、構造物の全重量を減ずる事が出来る。

参考文献

- 1) Namita, Y. and Nakanishi, H. : Optimum design analysis of structural cable networks, Proc. JSCE No. 432/I-16, July 1991
- 2) 波田凱夫, 中西宏: 吊構造の形状決定計算に関する一考察, 日本建築学会論文報告集, No. 212 1973年10月
- 3) Namita, Y. and Nakanishi, H. : A method of computation for determining the shape of cable structures, Internat. Conf. Tension Roof Structures, Paper 2. 1, IABSE (London) Apr. 1974
- 4) 中西宏, 波田凱夫: 吊構造の形状決定に関する一計算手法について, 日本建築学会論文報告集 No. 224, 1974年10月
- 5) 中西宏, 波田凱夫: 最適値問題の手法による吊構造の形状決定解析, 日本建築学会論文報告集 No. 238 1975年12月
- 6) Nakanishi, H. and Namita, Y. : Shape determination analysis of cable structures by means of the methods for optimization problem, Internat. Symp. Wide-Span Surface Structures, Sonderforschungsbereich 64, Univ. Stuttgart, Apr. 1976
- 7) 中西宏, 波田凱夫: 吊構造の形状決定に関する研究(その4), 日本建築学会昭和51年度大会学術講演梗概集 No. 2278
- 8) 中西宏: 吊構造の形状決定解析法に関する研究, (大阪大学工学部学位請求論文) 1980年5月
- 9) Jendo, S. : Determination of shape of axi-symmetric hanging structures, Proc., 1971 IASS Pacific Symp. Part II on Tension Structures and Space Frames, Paper No. 1-8
- 10) Nishino, F., Duggal, R. and Loganathan, S. : Design analysis of cable networks, J. Structural Eng. ASCE, Vol. 115, No. 12, Dec. 1989
- 11) Marquardt, D. W. : An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, J. Soc. Indust. Appl. Math. Vol. 11, No. 2, Jun. 1963

(1991年9月30日受付)