

隅角部を有する介在物周辺の 破壊メカニズムに関する解析的研究

ANALYTICAL STUDY ABOUT THE FRACTURE MECHANISM AROUND THE INCLUSION WITH ANGULAR CORNERS

長谷部宣男* 上田稔** 山本泰幹*** 中村卓次****

By Norio HASEBE, Minoru UEDA, Yasumiki YAMAMOTO and Takuji NAKAMURA

For a better understanding about the strength and deformation properties of the material with inclusions, it is important to study the fracture mechanism of the material due to the inclusion. In this paper, a rhombic rigid inclusion with a debonding and with a debonding and two symmetrical cracks are analyzed as the mixed boundary value problem on plane elasticity. Stress singular values at a debounded tip, intensities of corner and stress intensity factors at the crack tip are investigated under uniform compression and tension. Fracture mechanism is investigated by these parameters.

1. まえがき

コンクリートの骨材とモルタルのはく離、高強度鋼の硬い介在物まわりののはく離、繊維強化複合材料の繊維端のはく離など、材料の強度において母材と介在物の界面のはく離及び介在物を起点とするクラック発生の問題は重要である。一般に母材より硬い介在物を有する材料の場合、界面に引張応力の集中が生じ、界面の付着強度が弱い場合、介在物界面にはく離が発生、進展する²⁷⁾。界面の初期欠陥からはく離が進展する場合もある。さらにはく離が生じた介在物から母材にクラックが発生して破壊が進行する。上記材料はこのような材料と考えられ、これら材料に対し破壊メカニズムが解明されれば、材料の強度がいかに決定されるかを知ることができる。そして例えば材料の要因(介在物の大きさ、形状、硬さ、付着の強さ、母材の強さなど)のその破壊メカニズムに及ぼす影響を考察して、その要因が強度に及ぼす影響を知ることにより、材料の強度特性の把握をより明確にするものと期待される。モデル化した介在物に基づき材料の強度を算出する試みもなされている^{1), 2)}。本研究はく形剛体介在物を対象として、隅角部にはく離がある状態やはく離が進展して到達した隅角部からクラックが発生した状態などの応力解析を行い、破壊力学における応力特異性値であるはく離先端のはく離の応力の強さ、クラックの応力拡大係数、隅角部の応力の強さを求めて、隅角部を有する介在物周辺の破壊メカニズムに関する研究を行なうものである。

-
- * 工博 名古屋工業大学教授 工学部 社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)
 ** 工修 中部電力(株) 電力技術研究所 (〒459 名古屋市緑区大高町字北関山20-1)
 *** 名古屋工業大学大学院 社会開発工学専攻 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)
 **** 工修 名古屋工業大学助教授 工学部 社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

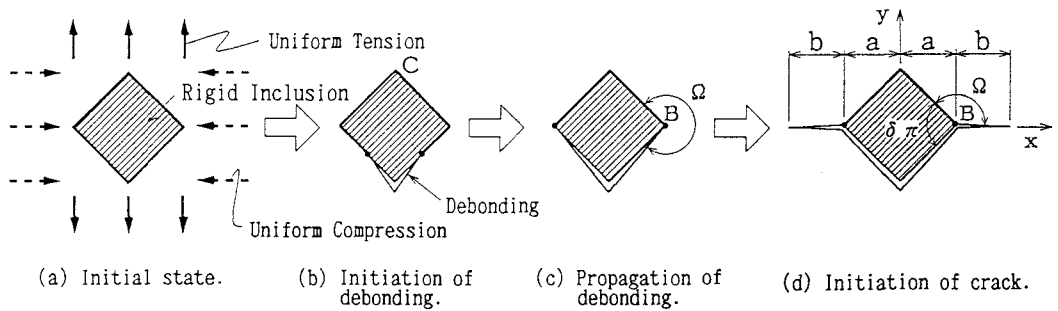


Fig. 1. Analytical model.

実際の介在物には角を持つ形状のものも多く存在し、その隅角点近傍における引張応力の集中により、優先的に角のある界面からはく離が発生する例が多いと考えられる。既に介在物を円形^{3)~9)}あるいは楕円形^{10)~12)}として、界面に1ヶ所または2ヶ所のはく離がある場合の応力解析は幾つかなされている。しかし円形及び楕円形の介在物の場合、はく離の進展とともに、はく離の進展方向（界面の方向）と作用荷重の方向のなす角が少しずつ変化するが、く形介在物の場合、はく離の進展方向が作用荷重の方向に対し一定であり、界面のはく離の進展が円形や楕円形の介在物と異なる事が予想される。さらに、はく離が到達した隅角点では、はく離域と接着域が形成する応力特異点となり母材にクラックが発生しやすい所である。したがって、はく離を生じた介在物隅角部から発生したクラックの応力拡大係数に与える介在物の影響など、隅角部を有する介在物周辺の破壊メカニズムに関する研究はきわめて重要である。隅角部をもつ介在物に関する研究としては、クラックを有するく形剛体介在物¹³⁾、1ヶ所のはく離を有する長方形剛体介在物¹⁴⁾、多角形剛体介在物¹⁵⁾の応力解析や、弾性介在物の隅角点先端における応力場の評価^{16), 17), 18)}などが見受けられる程度でその数は多くない。これは円形や楕円形と異なり、応力特異点となる隅角部をもつ形状の応力解析が難しくなるためであろう。また介在物に起因する破壊を考える場合、はく離とクラックを有する介在物の解析が必要であるが、介在物の形状にかかわらず、はく離とクラックを有する介在物の解析はほとんど見当たらない。しかし著者らの方法によれば、介在物は剛体とするものの、比較的任意形状の介在物にはく離¹⁹⁾かクラック¹³⁾あるいははく離とクラック⁷⁾のある状態の応力解析と応力特異性値の解析が可能で、く形剛体介在物にはく離とクラックの存在する場合の詳細な解析と、それにもとづく一般の弾性介在物に対する考察を行ったのでここに報告する。

2. 解析モデルと解法

図-1に示すとおり、(a) く形剛体介在物の隅角部先端付近の引張応力の集中により、(b) 発生したはく離が、(c) 介在物の片側全体にわたって隅角点まで進展し、(d) その隅角点からクラックが発生した状態までの一連の解析を行う。く形介在物はx軸、y軸に関し対称形とし、クラックは対称軸上に発生している。介在物の隅角部角度を変えて($\delta\pi = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$)解析を行い、隅角部角度の影響も調べる。荷重条件はy軸方向一様引張とx軸方向一様圧縮とする。

解析モデルは応力集中の生じやすい介在物隅角点や、コンクリートの骨材隅角部のブリージングなど介在物の非接着部を起点として進行する破壊のモデルと考えることもできる。実際の介在物の形状は非対称形が一般的であるが、モデルの形状は解析を単純化するため対称形とする。上記はく離の起点となる隅角部の位置、隅角部の角度、荷重の方向などの関係から最も優先的にはく離が発生、進展を開始する位置が存在する。

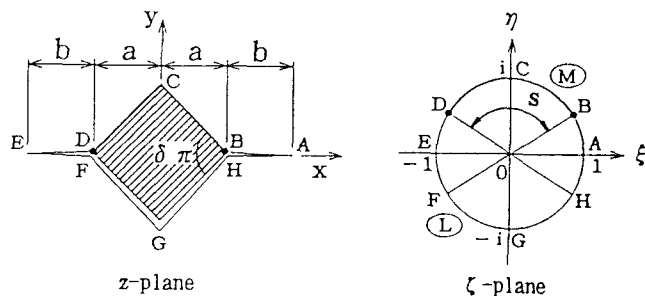


Fig. 2. Rhombic rigid inclusion with cracks and unit circle.

また著者らの別の研究において²⁰⁾，図-1 (b) に示す，く形剛体介在物に存在する y 軸に対称で x 軸に非対称な大きさの違う2つのく離の進展特性は， y 軸方向一様引張と x 軸方向一様圧縮いずれの場合も，く離の大きさの大きい方はく離の応力の強さ（く離の応力の強さについては次節を参照）がく離の小さい方のそれよりも大きく，大きい方はく離が進展するにつれて，大きい方はく離の応力の強さは単調増加するが，小さい方は単調減少（ y 軸方向一様引張）かほとんど変化しない（ x 軸方向一様圧縮）。つまりはく離の大きさに違いがあれば，大きい方はく離が進展しやすい。このため一般に非対称のはく離が同時に進展するのではなく，優先的にはく離が生じた隅角点等から，はく離が進展することが多いと考えられる。これらのことから本解析においては，はく離は介在物の片側を進展するモデルを考える。

はく離の応力の強さやクラックの応力拡大係数の解析の他に，はく離の発生していない隅角部（図-1 (C)）のはく離発生について検討するため，図-1 に示すモデルに対してはく離の生じていない隅角部の隅角部の応力の強さ（隅角部の応力の強さについては次節を参照）の解析も行なう。またはく離が生じた介在物から発生したクラックの応力拡大係数に，介在物が与える影響を調べるため，介在物の全周にわたりはく離が生じてからクラックが発生した状態，即ちく形孔からクラックが発生した状態の応力拡大係数との比較を行なう。

介在物を剛体することについては，介在物が母材より十分硬いときの近似を与えること，また介在物が母材に比べ硬く，介在物と母材の接着性が弱い場合，母材と介在物の連成挙動が小さい低荷重段階ではく離進展が生じるため，比較的よい近似を与えると考えられる。著者らは，コンクリートの粗骨材を模擬した円形やく形のモデル骨材を有する供試体の圧縮試験のはく離やクラックの発生状況に対し，モデル骨材を剛体として求めたはく離の応力の強さや応力拡大係数を用い，破壊過程が定性的に説明可能であることを示している²⁸⁾。さらに母材より硬い円形モデル介在物を有する，純引張試験や圧縮試験の結果において，クラックの発生方向は引張荷重のときは荷重と直交する方向に²⁹⁾，圧縮荷重のときは荷重と同方向にクラックが発生する³⁰⁾。著者の一人は正方形のモデル骨材を有する供試体の純引張試験を行い，図-2 のような破壊状況であることを確認している。これらの試験においては介在物は剛体程硬いものでなく，このような場合に対してはクラックを対称軸上に発生するモデルとすることは妥当なものと考えられる。一般の弾性介在物の場合の応力状態は，介在物を剛体とした場合，介在物と母材が同一材料の場合，介在物が軟い場合の極限としての孔の場合のいずれかの中間に存在すると考えられる。したがって介在物を剛体とした一つの極限の応力状態を解析することにより，その中間の一般の弾性介在物の場合の応力状態を考察することも可能となる。

解法として写像関数 $\omega(\zeta)$ と複素応力関数 $\phi(\zeta)$ ， $\psi(\zeta)$ を用いる¹³⁾。境界条件は母材と介在物が接着している境界を変位のない剛境界 (M)，はく離やクラックの境界を応力自由境界 (L) とし，平面弾性混合境界値問題として解析を行う（図-2）。く形孔²¹⁾ または両側にクラックのあるく形孔²²⁾ を有する無限領域を単位円外に写像する分数式の和の形の写像関数を用いる。この写像関数を用い境界条件，荷

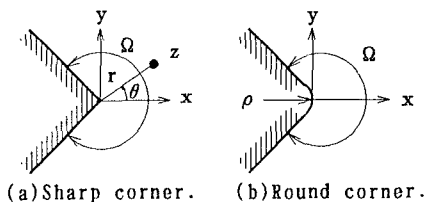
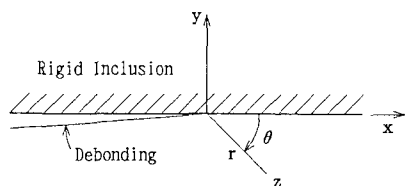


Fig. 3. Coordinates system in the tip of debonding. Fig. 4. Tip of the sharp and round corners.

重条件を満足する複素応力関数を閉じた形で求めることができ、有理写像関数の与える形状に対して厳密解を与える。この複素応力関数により応力分布や応力拡大係数、はく離の応力の強さを求めることができる。

紙面の都合上写像関数の作り方や解法については文献^{19), 21), 22)}に譲る。

3. 破壊力学的応力特異性値

(1) 応力拡大係数

次式で無次元化した応力拡大係数を用いる。aは介在物の寸法を表す(図-2)。

$$F_I + i F_{II} = (K_I + i K_{II}) / (p\sqrt{\pi a}) \quad (1)$$

(2) はく離の応力の強さ

図-3に示すとおり、はく離先端を原点にとり、はく離の進展方向をx軸、これに直交する方向をy軸とした場合、はく離先端近傍の界面上の応力は次式で表され、クラック先端近傍の応力場と同じく、はく離先端からの距離に対して-0.5乗の特異性をもつ^{23), 19)}。

$$\sigma_y = \frac{1 + \kappa}{r^{0.5}} |\beta_0| \cos \{ \theta_0 + \lambda \cdot \ln(r) \}$$

$$\tau_{xy} = - \frac{1 + \kappa}{r^{0.5}} |\beta_0| \sin \{ \theta_0 + \lambda \cdot \ln(r) \} \quad (2)$$

$$\sigma_x = \frac{3 - \kappa}{r^{0.5}} |\beta_0| \cos \{ \theta_0 + \lambda \cdot \ln(r) \}$$

ここに、 $\lambda = \ln \kappa / (2\pi)$ であり、 κ はポアソン比 ν の関数で、 $\kappa = 3 - 4\nu$ (平面ひずみ状態)、 $\kappa = (3 - \nu) / (1 + \nu)$ (一般化された平面応力状態)、 $\theta_0 = \arg(\beta_0)$ である。上式においてクラックの応力拡大係数と区別して、ここでははく離先端の特異性の大きさを示す値 $|\beta_0|$ をはく離の応力の強さと定義する。 β_0 は応力関数と写像関数より求められる¹⁹⁾。

ここでは次式で無次元化した値を用いる。

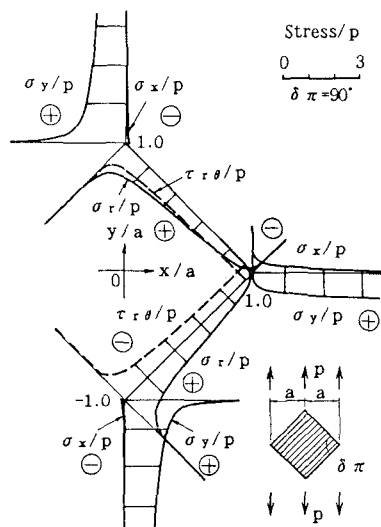
$$G = |\beta_0| / (p\sqrt{a}) \quad (3)$$

(3) 隅角部の応力の強さ

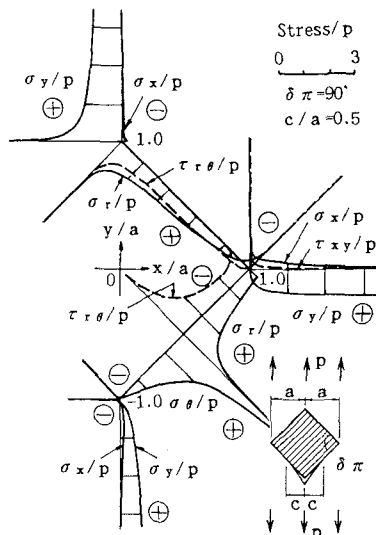
図-4に示す、鋭角な隅角部先端を原点にとり、原点からの距離をrとした場合、剛な隅角部先端の対称軸上の応力場は次式で表わされる^{23), 24)}。

$$\sigma_r = f_{r1} r^{m_1} + f_{r2} r^{m_2} + f_{r3} r^{m_3} + \dots \quad (4)$$

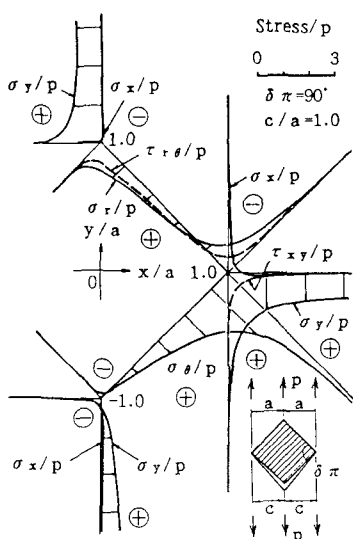
上式の右辺第1項の、べき乗の指数 m_1 は隅角部角度が $360^\circ \sim 180^\circ$ の場合、負の値となる。第1項の係数 f_r 値は特異性の大きさを表す値と考えることができる。隅角部角度が 360° の場合は、境界条件が固定のクラックの応力拡大係数に相当する。 f_r 値は法線方向応力 σ_r により隅角点にはく離を発生さ



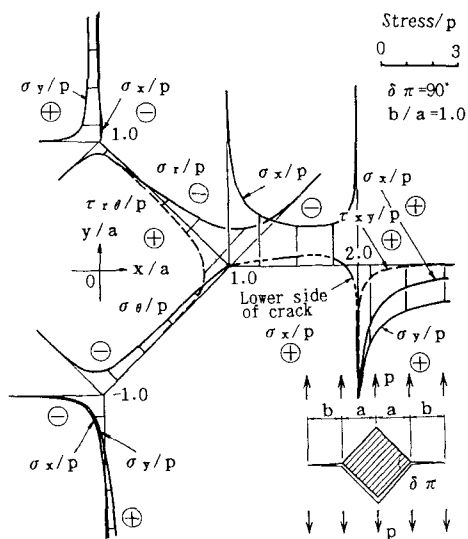
(a) Before initiation of debonding.



(b) After initiation of debonding ($c/a=0.5$).



(c) State when debonding propagates to corner tips ($c/a=1.0$).



(d) After initiation of cracks ($b/a=1.0$).

Fig. 5. Stress distributions for $\kappa=2$: uniform tension in y-direction.

せようとする応力の大きさを表わし、 f_r 値を隅角部の応力の強さと定義する。

f_r 値は次式により求めることができる^{(21), (24)}。

$$f_r = C_r \sigma_{r\max} / \rho^{m1} \quad (5)$$

ここに $\sigma_{r\max}$ は図-4に示すような小さな丸みのある隅角部頂点の応力（本解析に用いる有理写像関数が表す隅角部の形状は小さな丸みを有する）、 ρ はその丸みの曲率半径、 C_r は隅角部の角度とポアソン比によってきまる定数である^{(21), (24)}。ここでは次式で無次元化した値を用いる。

$$H = f_r / (p a^{-m1}) \quad (6)$$

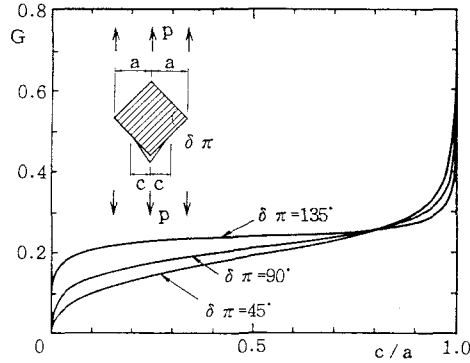


Fig. 6. Stress intensity of debonding at the debonding tip
for $\kappa=2$: uniform tension in y-direction.

4. 解析結果と考察

(1) 引張荷重の場合

はく離やクラックの発生状況に対応した応力分布の代表例を、介在物の角度 $\delta\pi = 90^\circ$ に対して図-5 (a) ~ (d) に示す。(a) ははく離が発生する前の状態、(b) ははく離がある状態、(c) ははく離が隅角点まで進展した状態、そして (d) 隅角点からクラックが発生した状態の応力分布である。図の σ_r 、 σ_θ は境界の法線および接線方向の応力を、 $\tau_{r\theta}$ は接線方向のせん断応力を表す。 σ_x 、 σ_y はそれぞれ x、y 方向の応力を表す。応力の符号はせん断応力を除いて圧縮が負、引張が正である。せん断応力は、反時計方向に回転させようとする $\tau_{r\theta}$ が正である。なお剛境界上の σ_r と σ_θ には $\sigma_\theta / \sigma_r = (3 - \kappa) / (1 + \kappa)$ の関係²⁵⁾ があり、図には σ_r のみを示している。応力の大きさは境界線、x、y 軸の法線方向の縦距として示されている。

く形剛体介在物の荷重に面する隅角部付近には引張応力の集中が生じ〔図-5 (a)〕、そのため隅角点に優先的にはく離が生じる。はく離発生後は、はく離先端で急激な応力集中がみられる。介在物界面を進展するはく離は、応力 σ_r が引張である、引張・せん断型のはく離である〔図-5 (b)〕。図-6 にははく離の大きさを c/a として介在物の角度 $\delta\pi$ ごとに G 値とはく離の大きさの関係を示す。このはく離先端の応力の強さは、はく離の大きさに対し単調増加であり、一旦はく離が進展すると、はく離は介在物の片側全体にわたって進展することがわかる。

はく離が介在物の隅角点に達すると、隅角点近傍には急激な応力集中が生じる。図-5 (b) と (c) の隅角点近傍の応力を比較するとそのことがよくわかる。これは剛境界によってつくられている隅角部が、はく離が隅角点に達することにより、剛境界と応力自由境界によってつくられる隅角部となり、隅角点近傍の応力特異性の位数の値が変化するためである。Williams²³⁾ は隅角点近傍の応力は隅角部先端からの距離に対して負のべき乗の特異性をもち、境界条件 (①自由-自由、②剛-剛、③剛-自由) ごとに、この負のべき乗の大きさ m と隅角部角度 Ω の関係を図-7 のように示した。これによれば隅角部の境界条件が②剛-剛から③剛-自由になると負のべき乗の大きさが大きくなることがわかる。弾性介在物の場合 ($\Omega = 180^\circ \sim 360^\circ$) の隅角点近傍は、はく離が達する以前は図-7 の①自由-自由と②剛-剛の間の場合 (領域 I) に相当し、はく離が隅角点に達することにより①自由-自由、と③剛-自由の間の場合に変化し、負のべき乗の大きさが大きくなる。介在物が母材より硬い場合は③剛-自由と -0.5 の線 (母材と介在物を同一材料とした場合、はく離は開き角を有しないクラックに相当し、負のべき乗の大きさは -0.5

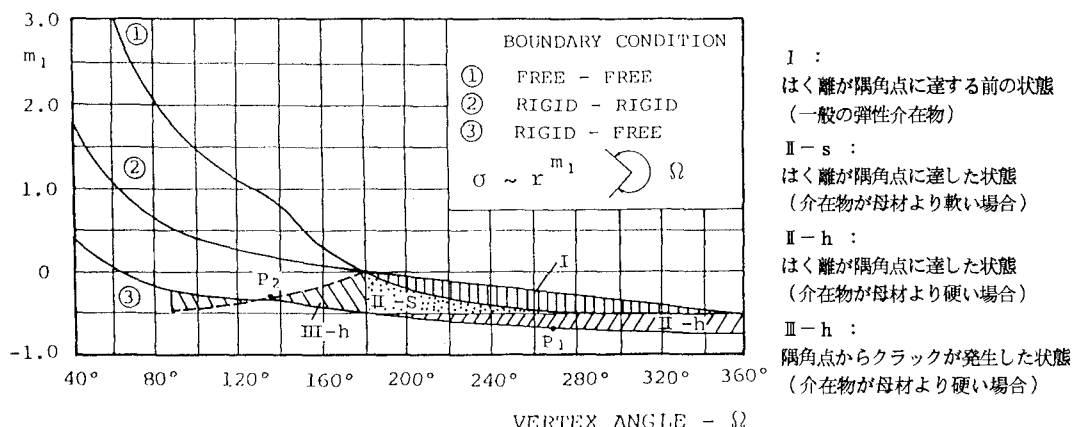


Fig. 7. Eigen values in the vicinity of corner tip for some boundary conditions.

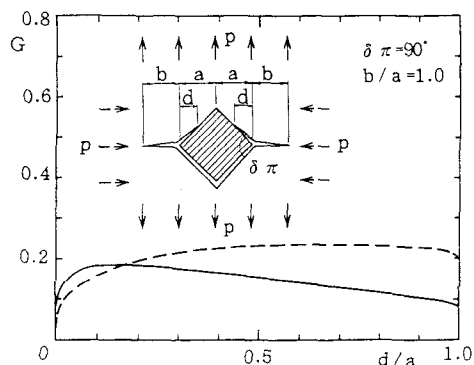


Fig. 8. Stress intensity of debonding at the debonding tip for $\kappa=2$,
solid line : uniform tension in y-direction,
dashed line : uniform compression in x-direction.

になる)の間(領域II-h)に、介在物が母材より軟い場合は、①自由-自由と $m_1 = -0.5$ の線の間(領域II-s)に変化する。なお介在物を一般の弾性体とした場合の、隅角部先端の応力特異性値は求められている。はく離が達した隅角点〔図-1(c)のB点〕にはy軸方向に急激な応力集中が認められるが〔図-5(c)〕, 上記のことからはく離が達した隅角点からは、クラックが発生する可能性が大きく介在物が硬い程発生しやすい。

はく離の達した隅角点からクラックが発生すると、隅角部の境界条件(剛-自由)は変わらないが、母材の弾性体の隅角部角度が小さくなる。このため隅角部先端の応力特異性を示す負のべき乗の大きさも小さくなる。たとえば $\delta \pi = 90^\circ$ でx軸上にクラックが発生した場合、隅角部角度は 270° (図-1(c)の Ω)から 135° (図-1(d)の Ω)になり、これに対して m_1 の値は -0.65 (図-7の P_1)程度から、 -0.35 (P_2)程度となる。介在物と母材が同一材料と仮定した場合、クラック発生後の隅角点の応力特異性は、はく離とクラックがなす隅角部角度(図-1(d)の $\Omega + \delta \pi$)の応力特異性となるため、隅角部角度 $\delta \pi$ が $0^\circ \sim 180^\circ$ に対して①自由-自由の $180^\circ \sim 270^\circ$ の場合に相当する。この場合の応力特異性 m_1 を横軸 Ω (図-1(d)参照)として図-7に示すと図中の点線として得られる。この点線は①自由-自由の $\Omega = 180^\circ \sim 270^\circ$ の部分を $\Omega = 180^\circ$ のところで対称に $180^\circ \sim 90^\circ$ の範

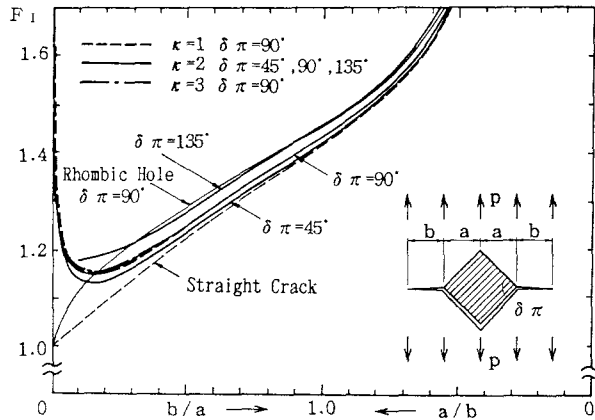


Fig. 9. Nondimensional stress intensity factors of mode I :
uniform tension in y-direction.

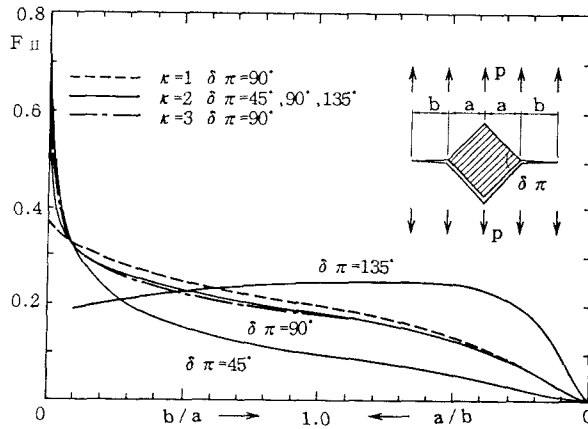


Fig. 10. Nondimensional stress intensity factors of mode II :
uniform tension in y-direction.

囲に折り返した線として得られる。よって介在物が母材より硬い場合、応力特異性はこの点線と③剛-自由の線の間（領域Ⅲ-h）にある。つまり介在物が母材より硬い場合にはクラックが発生することにより、隅角部先端の応力特異性を示す負のべき乗の大きさは、図-7の領域Ⅱ-hから領域Ⅲ-hに移り小さくなるが、クラック発生後も負の応力特異性を有していることがわかる。クラックが隅角点から発生すると、負のべき乗の大きさが小さくなることにより、図-1（d）のB点からはく離がさらに進展する可能性は小さくなくなると考えられる。このことについてさらに考察するため、図-8には隅角部角度 $\delta\pi=90^\circ$ の場合でクラック長さ $b/a=1.0$ の場合に対し、はく離の大きさ d/a を変えてはく離先端のはく離の応力の強さ G 値を求めた結果を示す。はく離が小さいと G 値は0に近づく傾向を示しており、 G 値からもクラックが隅角点から発生した後はく離が進展しにくくなることがわかる。また、図-6の場合と比較して G 値は小さく、単調増加になっていないため、一旦はく離が生じても停止する可能性がある。以上考察したとおり、はく離が到達した隅角点は介在物に起因する破壊を考える場合極めて重要な点であることがわかる。

図-9, 10にはいくつかの介在物の角度 $\delta\pi$ の、 F_I 値、 F_{II} 値とクラック長さ b/a ($0 \leq b/a \leq 1$)、 a/b ($1 \geq a/b \geq 0$) の関係を示す。図-9のモードIに関しては、く形孔からクラックが発生

した場合（以下く形孔の場合と呼ぶ）と直線クラックの場合の値をも示す。短いクラックの F_I 、 F_{II} 値はともに大きな値を示しており、く形孔の場合や直線クラックの場合と違う。これは剛体介在物の場合、図-1（d）に示す、クラックの付け根におけるB点に応力集中が生じるので、クラックが短いほどその影響が大きいためである。このときの応力は図-7の曲線③より、隅角部の角度が $36.0^\circ \sim 63^\circ$ の範囲で、隅角部先端（B点）からの距離に対して負のべき乗の特異性をもつ。一般の弾性介在物の場合、応力特異性は①自由-自由、③剛-自由の間となるが、介在物が母材より硬い場合は前述のとおり負の応力特異性を有し、介在物が硬い程隅角点の応力集中が大きく、小さな隅角部の角度の場合まで影響を与える。このことから短いクラックの応力拡大係数は介在物の影響を大きく受け、介在物の周りのはく離状態が、応力拡大係数に大きく影響することが分かる。クラックの進展については、 F_I 値が極小値を持っているので、破壊靱性値が極小値より大きければ短いクラックでクラックは停止する。極小値が現れるのは、クラックが進展するにつれて、上記のクラックの付け根における、隅角部の応力集中の影響が弱まる一方、クラック長の増加による F_I 値の増大（クラックが長くなることにより、変形しやすくなることが応力拡大係数を大きくすると思われる）があるためである。一般の弾性介在物の場合、短いクラックの応力拡大係数は、図-9、10の剛体介在物の場合とく形孔の場合（今の場合対称性より F_{II} 値は $F_{II}=0$ ）の間にあると思われる。介在物が母材より硬い場合には、クラックの付け根の隅角点に負の応力特異性があるため、剛体介在物の場合と同様極小値を有すると考えられる。剛体介在物の場合に比べ、極小値をとるクラック長さは介在物が軟い程短く、そのクラック長さより短いクラックの応力拡大係数は剛体介在物のそれより小さくなる。これは上述したとおり介在物が軟い程クラックの付け根における応力集中の程度が弱まるためである。剛体介在物の場合、極小値をとるクラック長さより長いクラックの F_I 値は、直線クラックの場合の F_I 値に近い値を示している。またその値は、く形孔の場合の F_I 値よりも小さくなっている。そして介在物の影響は弱くなりく形孔のそれよりも小さいことがわかる。く形孔の場合の F_I 値が、介在物や直線クラックの場合のそれより大きいのは、く形孔によってクラックが開きやすくなっているためと思われる。 F_{II} 値はクラックが短い時は、 F_I 値と同様クラック付け根の隅角点の応力集中の影響を受け大きい、 $\delta\pi=135^\circ$ を除いてクラックの進展とともに小さくなる。一般の弾性介在物の場合は、剛体介在物の場合の F_{II} 値と孔の場合の間となり、弾性介在物が母材より硬い場合の F_I 値の極値に比べてそのときの F_{II} 値はかなり小さく考えられる。以上一般に、母材より硬い介在物のはく離が達した隅角点からはクラックが発生しやすい。母材の破壊靱性値が極小値の F_I 値より大きいときクラックは、短いクラック長さまでは安定成長して停止する。母材の破壊靱性値が極小値より小さければ、クラックは不安定成長する。極小値の F_I 値と破壊靱性値が同じ値を与える荷重 p の大きさが、この場合の引張強度に大きく関係すると考えられる。なお、 F_I 値の極小値は介在物の隅角部角度 $\delta\pi$ の違いによりあまり差がない。このため介在物の大きさ（図-2のa）が同じであれば引張強度はあまりばらつかないと思われる。

図-11にはいくつかの介在物の角度 $\delta\pi$ の、隅角部の応力の強さ H 値とはく離の大きさ c/a またはクラックが発生した状態におけるクラック長さ b/a との関係を示す。 y 軸方向一様引張の場合、はく離やクラックの進展とともにはく離の生じていない隅角点Cの H 値は単調減少を示し、隅角点からはく離発生の可能性は破壊の進行とともに弱まることからわかる。コンクリートの純引張試験において、供試体の打込み方向と同方向に引張荷重を載荷した場合（この場合、引張荷重に面する粗骨材の下面にブリージングがあり、骨材とモルタルの接着の弱い部分が存在する）、供試体の破断面では粗骨材の大部分がブリージングのない上側の破断面に付着していたと報告されている²⁶⁾。著者の1人らが行った純引張試験においてもこれと同様の事実が確認されている。図-6に示した G 値が単調増加であり、一旦はく離が進展するとはく離は介在物の片側全体にわたって進展すること及びはく離の生じていない隅角点の H 値が、はく離やクラックの進展とともに単調減少することは、上記のコンクリートの純引張試験における破断面の状況を裏付けている。

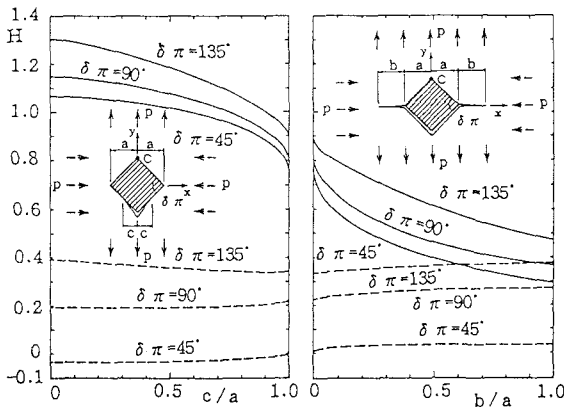


Fig. 11. Stress intensity of corner at the corner tip (point C) for $\kappa=2$,
solid line : uniform tension in y-direction,
dashed line : uniform compression in x-direction.

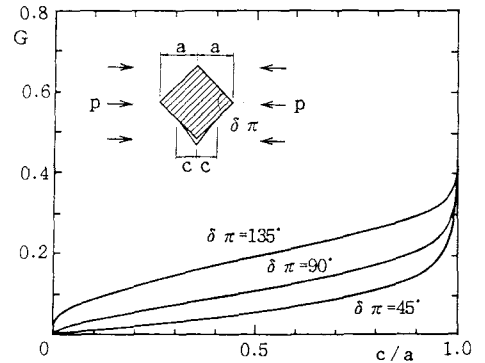


Fig. 13. Stress intensity at the debonding tip for $\kappa=2$: uniform compression in x-direction.

(2) 圧縮荷重の場合

引張荷重の場合と同様に、はく離やクラックの発生状況に対応した応力分布及び応力特異性値の解析結果を示す。図-12は、(a) はく離が発生する前の状態、(b) はく離がある状態、(c) はく離が隅角点まで進展した状態、(d) クラックが発生した状態の応力分布である。3つの介在物の隅角部角度 $\delta\pi$ に対して、G値とはく離の大きさの関係を図-13に、 F_I 、 F_{II} 値とクラック長さの関係を図-14、15に、H値とはく離やクラック長さの関係を図-11に示す。

荷重方向と直交する隅角部近傍に圧縮荷重によってもたらされる引張応力の集中がみられ、界面のはく離が発生しやすいことが分かる〔図-12(a)〕。はく離発生後は、はく離先端で急激な応力集中がみられる。はく離先端の応力場は境界面に垂直な応力 σ_r が圧縮である圧縮・せん断型の応力場である〔図-12(b)〕。このはく離先端のはく離の応力の強さは、はく離の大きさに対し単調増加し(図-13)、介在物の隅角部角度にかかわらず一旦はく離が進展すると介在物の片側全体にわたって進展することがわかる。圧縮荷重を受けるこの場合のはく離進展は、せん断応力による。はく離が発生したのち繰返し荷重のように、荷重の向きが変わるならば引張・せん断型のはく離進展になる。

はく離が達した介在物の隅角点近傍には急激な応力集中が生じる〔図-12(c)〕。これは引張荷重の場合に述べたとおり、はく離が隅角点に達すると、隅角点近傍の応力特異性が変化するためである。図-12(b)と(c)の隅角点近傍の応力を比較してそのことがよくわかる。この隅角点近傍x軸上の応力はせん断応力の集中が大きい。

隅角点からクラックが発生した場合は、引張荷重の場合に述べたとおり、隅角点の応力特異性は小さくなる。また図-8には引張荷重の場合と同様に、隅角点からクラックが発生してさらにBC、DC面上にはく離が進展した場合のはく離先端のはく離の強さG値を示すが、はく離が小さいとG値は0に近づく傾向を示している。以上からクラックが隅角点から発生した場合、はく離がBC、DC面上に進展しにくくなることがわかる。

図-14に示すx軸上に発生したクラックの応力拡大係数 F_I 値は、短いクラックのときに負($\kappa=2$, 3のとき)で、クラックが長くなるとその絶対値は急激に値が小さくなっている。これはクラックの進展とともに隅角点の応力集中の影響が弱まるため、 F_I 値は $b/a=0.2 \sim 0.3$ のクラック長さで0に近い値になる。図-14にはく形孔の場合の F_I 値も示すが、一般の弾性介在物の場合には剛体介在物の場合とく形孔の場合の間の値を取り、クラックの長さに対し零に漸近する。 F_{II} 値はクラック長さに対し単調減少

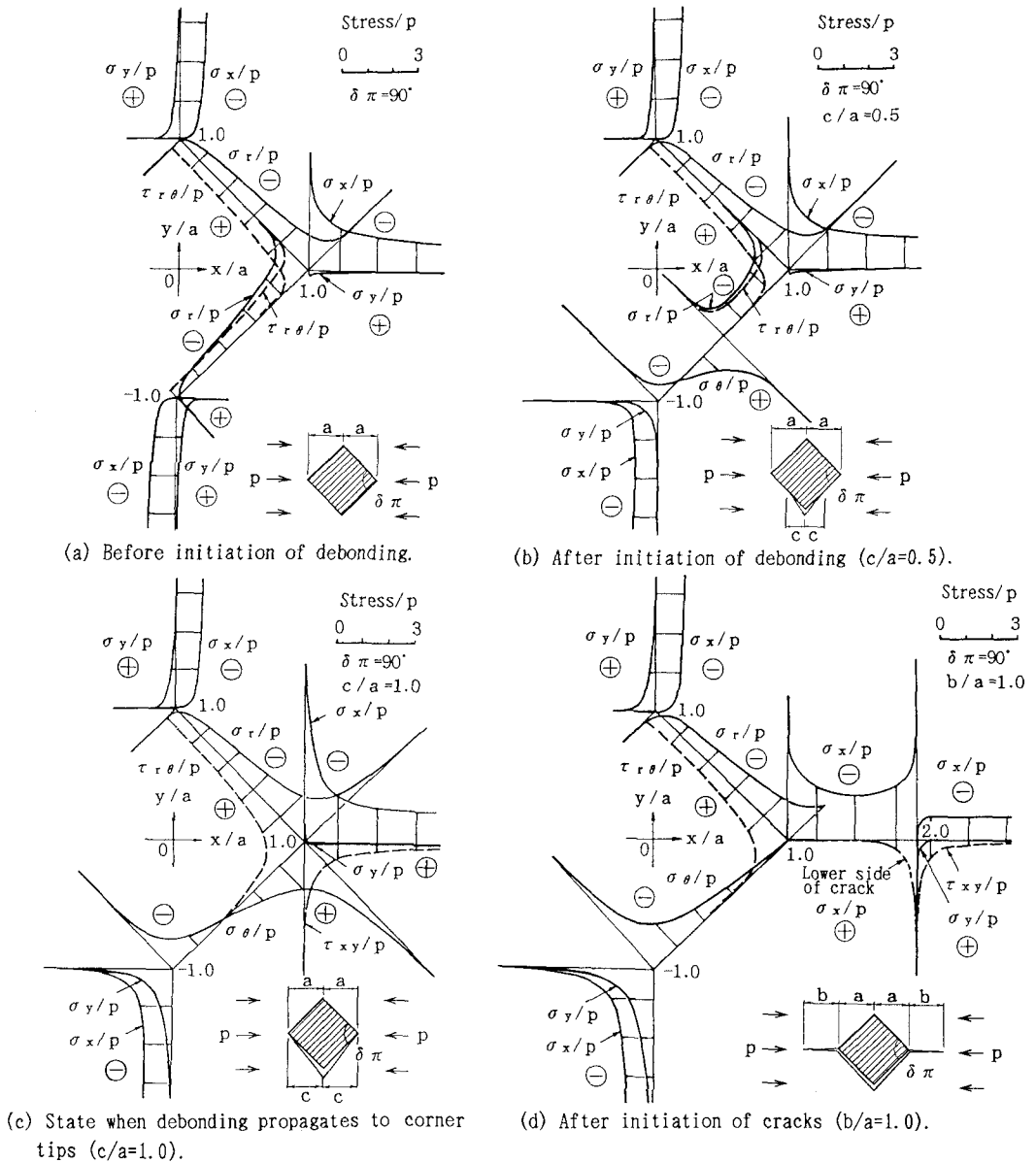


Fig. 12. Stress distributions for $\kappa=2$: uniform compression in x-direction.

であり、一般の弾性介在物の場合は剛体介在物の場合と孔の場合 ($F_{II} = 0$) の間の値をとる (図-15)。このためクラックが進展する場合には、クラックは安定成長する。なお本解析は x 軸上のクラックを考えているが、応力状態が実際には x 軸に对称でないため、クラックは x 軸よりずれた方向に発生しよう。どの方向に発生するかは実験等を含め今後さらに検討が必要である。ただしクラックが長くなると x 軸に平行になると考えられる。

はく離やクラックが進展しても、はく離の生じていない隅角部の H 値はあまり変化せず (図-11)、 C 点でののはく離発生の可能性があまり高まることはない。介在物の片側や一部分のはく離を結ぶクラックがつながって、破壊が進行するモデルが見受けられることや^{1), 2)}、大きな粗骨材を含むダムコンクリートの圧縮試験において、供試体の破断面は大きな粗骨材の片側界面を含み、かつ破断面の一方には大きな粗骨材が

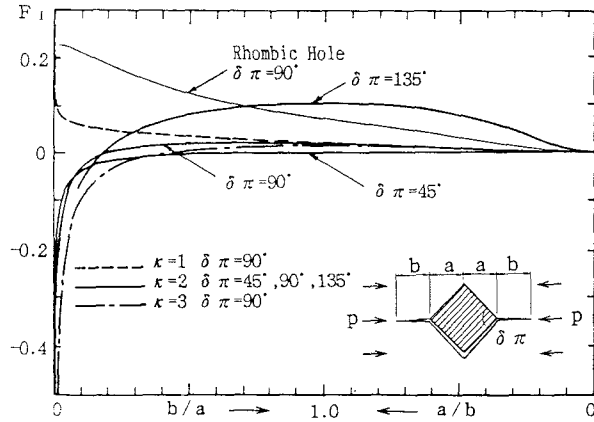


Fig. 14. Nondimensional stress intensity factors of mode I : uniform compression x-direction.

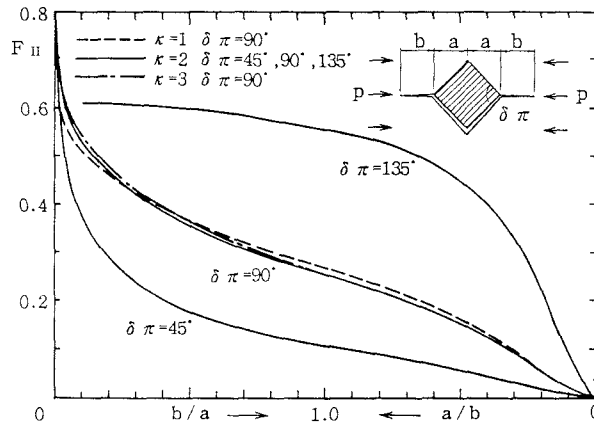


Fig. 15. Nondimensional stress intensity factors of mode II : uniform compression in x-direction.

付着した状態で破壊することが観察されるが、このH値の傾向と前述したG値が単調増加で一旦はく離が進展すると、介在物の片側全体にわたって進展すると考えられることは、これを裏付けていると考えられる。

5. 結語

隅角部を有する介在物に起因する介在物周辺の破壊メカニズムについて、く形剛体介在物の隅角部に着目して考察した。そのため応力分布、はく離の応力の強さ、応力拡大係数、隅角部の応力の強さを調べた。

介在物が母材より硬い場合には、y軸方向引張荷重の場合、荷重方向に面する隅角部に、x軸方向圧縮荷重の場合、荷重方向と直交する隅角部に引張応力の集中が生じ、はく離が発生しやすい。そしてこのはく離はG値がy軸方向引張荷重、x軸方向圧縮荷重ともに隅角部角度にかかわらず単調増加であり、一旦進展すると介在物の隅角部角度にかかわらず、別の隅角点まで進展する。よって、介在物のはく離に起因する材料強度の低下を防ぐには、界面の接着性を高めることが必要であるといえる。圧縮荷重の場合は、はく離が進展するに連れて徐々にG値が大きくなるのに対し、引張荷重の場合は比較的小さなはく離でG値が大きくなっており、圧縮荷重によるG値より大きい。このことから引張荷重の場合、圧縮荷重の場合に比べ初期欠陥としての母材と介在物隅角部界面の非接着部が比較的小きくても、初期はく離が界面のはく離進展ひいては

材料の強度に及ぼす影響が大きいと考えられる。はく離が達した隅角点は、はく離が達する前に比べ隅角点近傍の応力特異性が大きくなり、クラックが発生しやすくなる。そして隅角点からクラックが発生すると、はく離はBC、DC面には進展しにくくなる。はく離が達した隅角点は、介在物に起因する破壊を考える場合極めて重要な点である。また、はく離やクラックの進展により破壊が進行しても、はく離の生じていない隅角点Cからはく離が発生する可能性は小さい。

引張荷重が作用し、介在物が母材より硬い場合、はく離が達した隅角点から発生したクラックの応力拡大係数は極小値を有する。したがってある長さまで安定成長するクラック長さや不安定成長するクラック長さが存在する。この応力拡大係数が極小値をとるクラック長さは介在物の大きさに比べ短く、介在物が硬い程長い。これはクラック発生点の隅角部の応力特異性による。またこの極小値は介在物の隅角部角度の影響をあまり受けない。そしてこの応力拡大係数の極小値が引張強度を与えると考えられる。

引張荷重と圧縮荷重の場合を比較すると、はく離先端の応力場が、引張荷重の場合は引張・せん断、圧縮荷重の場合は圧縮・せん断である。また引張荷重の場合の方が比較的小さなはく離で、はく離の応力の強さが大きくなっている。引張荷重の場合、応力拡大係数は極小値をとるまでは単調減少するが、介在物の大きさに比べ短いクラック長さから単調増加するのに対し、圧縮荷重の場合、 F_{II} 値は単調減少であり、 F_I 値は零に漸近する。これらのことから引張荷重の場合の方が、圧縮荷重の場合に比べ破壊が進行しやすいメカニズムであることがわかる。このため母材より硬い介在物を有し、界面の接着性が弱い材料の場合、圧縮強度に比べ引張強度が小さくなる。大きな粗骨材を有するコンクリートはこのような材料の一つであると考えられる。本論文では、複数の介在物がある場合の介在物の相互干渉などは考慮せず、基本となる単一介在物に起因する破壊を扱った。相互干渉の程度にもよるが、はく離の進展、応力拡大係数の極小値の存在、隅角部の応力の強さなどの定性的な事柄は変わらないであろう。しかし、相互干渉を考慮した研究は今後の研究を待ちたい。

参考文献

- 1) Zaitsev, Y. B. and Wittmann, F. H. : Simulation of Crack Propagation and Failure of Concrete, *Materiaux et constructions*, Vol. 14, No. 83, pp. 357-365, 1981.
- 2) Fanella, D. A. : Fracture and Failure of Concrete in Uniaxial and Biaxial Loading, *J. of Engng. Mech.*, Vol. 116, No. 11, pp. 2341-2362, 1990.
- 3) Toya, M. : A Crack along the Interface of a Rigid Circular Inclusion Embedded in an Elastic Solid, *Int. J. of Fract.*, Vol. 9, pp. 463-470, 1973.
- 4) Toya, M. : A Crack along the Interface of Circular Inclusion Embedded in an Infinite Solid, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 22, pp. 325-347, 1974.
- 5) England, A. H. : An Arc Crack Around a Circular Elastic Inclusion, *J. of Appl. Mech.*, Vol. 33, ASME, pp. 637-640, 1966.
- 6) Hasebe, N., Okumura, M. and Nakamura, T. : A Debonding and a Crack on a Circular Rigid Inclusion Subjected to Rotation, *Int. J. of Fract.*, Vol. 33, pp. 195-208, 1987.
- 7) Hasebe, N., Okumura, M. and Nakamura, T. : Stress Analysis of a Debonding and a Crack around a Circular Rigid Inclusion, *Int. J. of Fract.*, Vol. 32, pp. 169-183, 1987.
- 8) 中西博・馬川省吾・赤崎智康・鈴木恵 : 円形介在物のはく離の応力拡大係数, *機械学会論文集報告集*, (A)52巻479号, 1655-1662, 1986.
- 9) Zhou Rui-Zhong and Liu Guan-Ting: Fracture Analysis for Curved Cracks on the Junction-Surface between Aggregate and Cement-Mortar, *International Conference on*

Micromechanics of Failure of Quasi-Brittle Materials, pp. 444-452, 1990.

- 10) Toya, M. : Debonding along the Interface of an Elliptic Rigid Inclusion, Int. J. of Fract., Vol 11, pp. 989-1002, 1975.
- 11) 中西博・馬川省吾・鈴木恵 : だ円形剛体介在物の界面はく離の応力拡大係数, 機械学会論文集報告集, (A編)55巻516号, pp. 1756-1762, 1989.
- 12) Karihaloo, B. L. and Viswarathan, K. : Elastic Field of a Partially Debonded Elliptic Inhomogeneity in an Elastic Matrix, J. of Appl. Mech., Vol. 52, ASME, pp. 835-840, 1985.
- 13) Hasebe, N., Ueda, M., Ito, Y. and Nakamura, T. : A Crack Initiating from Rhombic Rigid Inclusion J. of Engng. Mech., Vol. 115, No. 12, pp. 2738-2748, 1989.
- 14) 石川晴雄・河野好秀 : 長方形剛体介在物の界面き裂の応力拡大係数, 日本機械学会第68期通常総会講演会講演論文集(Vol. A), pp. 463-465, 1991.
- 15) Gdoutos, E. E. and Kattis, M. A. : Partially Bonded Rigid Rounded-off Corners Polygonal Inclusions in an Elastic Matrix, Int. J. of Fract., Vol. 43, pp. 133-159, 1990.
- 16) 河野好秀・石川晴雄 : 強化繊維端部における特異応力, 変位場特性, 日本機械学会 [No. 900-86] 材料力学講演会講演論文集, pp. 117-119, 1990.
- 17) 陣玳珩・西谷弘信 : モードⅠとモードⅡの荷重による介在物の応力特異場, 日本機械学会 [No. 900-86] 材料力学講演会講演論文集, pp. 114-116, 1990.
- 18) 陣玳珩・西谷弘信 : 介在物先端における応力場の $K_{I\lambda}$, $K_{II\lambda}$ に基づく評価, 日本機械学会第68期通常総会講演会講演論文集(Vol. A), pp. 154-156, 1991.
- 19) Hasebe, N., Tsutsui, S. and Nakamura, T. : Debondings at a Semielliptic Rigid Inclusion on the Rim of a Half-Plane, J. of Appl. Mech., Vol. 55, pp. 574-579, 1988.
- 20) 未発表
- 21) Hasebe, N. and Iida, J. : Intensity of Corner and Stress Concentration Factor, J. of Engng. Mech., Vol. 109, No. 1, pp. 346-356, 1983.
- 22) Iida, J., Hasebe, N. and Nakamura, T. : Approximate Expressions for SIF of Crack Initiating from Notch for Thin Plate Bending and Plane Problems, Engng. Fract. Mech., Vol. 36, No. 5, pp. 819-825, 1990.
- 23) Williams, M. L. : Stress Singularities Resulting from Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates in Extension, J. of Appl. Mech. 74(Dec.) pp. 526-528, 1952.
- 24) 長谷部宣男・飯田宇朗・中村卓次 : 平面及び薄板の曲げ問題における切欠きの力学, 構造工学論文集, Vol. 35A, pp. 241-254, 1989.
- 25) Hasebe, N. : Uniform Tension of a Semi-Infinite Plate with a Crack at an End of a Stiffened Edge, Ingenieur-Archiv, Vol. 48, pp. 129-141, 1979.
- 26) Fenwick, R. C. and Sue, C. F. C. : The Influence of Water Gain upon the Tensile Strength of Concrete, Mag. Concr. Res., Vol. 34, No. 120, pp. 139-145, 1982.
- 27) 村上敬宣・清水真佐男 : 疲労強度に及ぼす介在物, 微小欠陥, 微小き裂の影響, 日本機械学会論文集, (A編), 54巻, 499号, pp. 413-425, 1988.
- 28) 上田稔・東側豊二・長谷部宣男・梅原秀哲 : ダムコンクリートの粗骨材に起因する内部挙動の破壊力学的研究, 土木学会第46回年次学術講演会, V-244, pp. 504-505, 1991.
- 29) 斎藤満・榎場重正・川村満紀 : 複合材料としての引張り強度特性に関する研究, 日本複合材料学会誌, Vol. 6, pp. 16-22, 1980.
- 30) 太田福男 : コンクリートの破壊機構に関する基礎的研究, 名古屋大学学位論文, 1989.

(1991年 9月30日受付)