

局所荷重を受ける水平補剛腹板の非線形挙動

NONLINEAR BEHAVIOUR OF LONGITUDINALLY STIFFENED PLATE GIRDER WEBS UNDER PATCH LOADING

堂垣正博*・田辺朝雄**・米澤 博***

By Masahiro DOGAKI, Tomoo TANABE and Hiroshi YONEZAWA

The nonlinear behaviour and load-carrying capacity of longitudinally stiffened plate girder webs under patch loading are predicted by finite difference method. The interactive behaviour among the web, flanges and longitudinal stiffener is analysed. The geometric and material nonlinearities are taken into account. A system of nonlinear equilibrium equations is precisely solved by a modified Newton-Raphson procedure with an incremental loading sequence, in which an advanced acceleration technique is incorporated to guarantee the convergent characteristics.

The numerical results are presented to examine the influences of the location and stiffness of longitudinal stiffener, length of patch loading, plate stiffnesses of web and flanges, and initial out-of-flatness on the post-critical behaviour and ultimate strength of plate girder webs under patch loading.

1. まえがき

プレートガーダーのような薄板構造の境界に局所荷重が作用すると、クリップリングが起きる危険性のあることはよく知られている。クリップリングの防止策として、局所荷重の作用直下に剛な垂直補剛材を設けることが考えられるが、送り出し架設時のローラー上のプレートガーダーや密な間隔で設置されたまくら木を直接支える鋼鉄道橋の縦桁などの場合には、荷重直下で腹板を垂直方向に補剛することは不可能である。別の方法として、プレートガーダーの腹板を厚くしたり、フランジの断面を増やしたり、あるいは局所荷重を受け持つ幅を広くしたりするほかに、水平補剛材で腹板を補剛することが考えられる。

1936年、Girkmann¹⁾が局所荷重を受ける周辺単純支持長方形板の弾性座屈を明らかにして以来、数多くの理論的・実験的研究がなされてきた。^{2)・6)} これらの中には、プレートガーダー腹板の幾何学的・材料的非線形性を考慮し、局所荷重を受けるプレートガーダーの変形性状と終局強度を理論的に求めたものがあり、垂直補剛材間の無補剛腹板を対象とした桁一パネルの解析が桑山⁷⁾、清水・吉田^{8)・9)}、Stein-Lambertz-Plank¹⁰⁾、Ramm-Weimar^{11)・12)}、堂垣・岸上・米澤¹³⁾などによってなされている。また、垂直補剛材間の腹板が水平補剛材で補剛された場合の桁一パネルも清水・堀井・吉田¹⁴⁾によって解析されているが、腹板の複合非線形挙動に及ぼすパラメータは多く、極めて高度な問題であるため、現在まで十分に検討されてきたとは言いがたい。したがってここでは、垂直補剛材間の腹板が水平補剛材で補剛された場合の桁一パネルを対象に、フランジ上に局所荷重が作用する場合の弾塑性有限変位挙動を差分法によって明らかにする。

* 工博 関西大学助教授 工学部土木工学科 (〒564 吹田市山手町3-3-35)

** 工修 大阪市 市民局市民部安全対策課 (〒530 大阪市北区中之島1-3-20)

*** 工博 関西大学教授 工学部土木工学科 (〒564 吹田市山手町3-3-35)

2. 弾塑性有限変位解析の基礎理論

図-1に示す垂直補剛材の間隔が a で、高さ b 、板厚 t の腹板、幅 b_f 、板厚 t_f の上下フランジおよび局所荷重の作用辺から距離 b_1 の位置で腹板の片面が突出幅 b_h 、板厚 t_h の水平補剛材によって補剛された垂直補剛材間の桁一パネルを対象に、分布幅 c の局所荷重が作用する場合の腹板、フランジおよび水平補剛材の複合非線形連成挙動を明らかにする。垂直補剛材間の腹板は軸力、2方向の曲げおよびねじりを受ける弾塑性はり一柱にモデル化されたフランジと水平補剛材によって弾性支持・弾性回転拘束され、その左右辺は単純支持されているものとする。

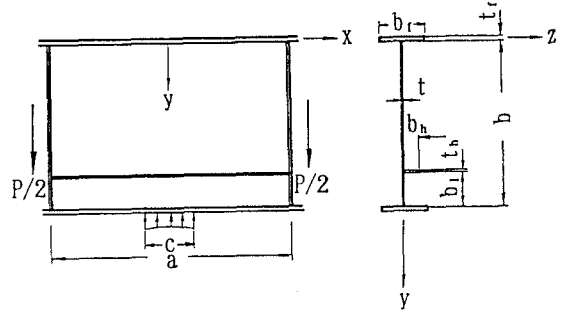


図-1 局所荷重を受け、水平補剛材で補剛された垂直補剛材間の桁一パネル

2.1 弾塑性腹板の力のつり合い

初期たわみ w_0 を有する腹板の弾塑性有限変位場の力のつり合い式を

①Kirchhoff-Loveの仮定

②腹板、フランジおよび水平補剛材は降伏点応力 σ_p の完全弾塑性体で、ひずみ硬化は生じない。

③部材の降伏は von Misesの降伏条件に従う。

の仮定のもとに誘導する。腹板の弾塑性有限変位挙動を解析するため、Lin¹⁵⁾やMassonnet¹⁶⁾の弾塑性平板理論を参考にKarman-Marguerreの弾性大たわみ理論を修正すれば、腹板における弾塑性域での x 、 y および z 方向の力のつり合い式がつぎのように得られる。¹³⁾

$$N_{x,x}^e + N_{xy,y}^e - (N_{x,y}^p + N_{xy,x}^p) = 0 \quad (1)$$

$$N_{xy,x}^e + N_{y,y}^e - (N_{xy,y}^p + N_{y,x}^p) = 0 \quad (2)$$

$$M_{x,x}^e + 2M_{xy,y}^e + M_{y,y}^e + N_{x,y}^e \bar{w}_{,xx} + 2N_{xy,x}^e \bar{w}_{,xy} + N_{y,y}^e \bar{w}_{,yy} - (M_{x,y}^p + 2M_{xy,x}^p + M_{y,y}^p + N_{x,y}^p \bar{w}_{,xx} + 2N_{xy,x}^p \bar{w}_{,xy} + N_{y,y}^p \bar{w}_{,yy}) = 0 \quad (3)$$

ここに N_x と N_y はそれぞれ x 方向と y 方向の膜力、 N_{xy} は膜せん断力、 M_x と M_y はそれぞれ y 軸と x 軸まわりの曲げモーメント、および M_{xy} はねじりモーメントで、これらはいずれも腹板の単位幅に作用する。断面力に付けられた上添字 e は、桁の一部が作用荷重の下で降伏し弾塑性状態にあっても、桁の全断面を弾性のままに仮定して求められる断面力を表し、弾性有限変位場では

$$\begin{aligned} N_x^e &= B \left[u_{,x} + \frac{1}{2} (\bar{w}_{,x}^2 - w_{0,x}^2) + \nu \left\{ v_{,y} + \frac{1}{2} (\bar{w}_{,y}^2 - w_{0,y}^2) \right\} \right], \\ N_y^e &= B \left[\nu \left\{ u_{,x} + \frac{1}{2} (\bar{w}_{,x}^2 - w_{0,x}^2) \right\} + v_{,y} + \frac{1}{2} (\bar{w}_{,y}^2 - w_{0,y}^2) \right], \\ N_{xy}^e &= \frac{(1-\nu)B}{2} (u_{,y} + v_{,x} + \bar{w}_{,x} \bar{w}_{,y} - w_{0,x} w_{0,y}), \\ M_x^e &= -D \{ (\bar{w}_{,xx} - w_{0,xx}) + \nu (\bar{w}_{,yy} - w_{0,yy}) \}, \\ M_y^e &= -D \{ \nu (\bar{w}_{,xx} - w_{0,xx}) + (\bar{w}_{,yy} - w_{0,yy}) \}, \\ M_{xy}^e &= -(1-\nu)D (\bar{w}_{,xy} - w_{0,xy}) \end{aligned} \quad (4)$$

から求められる。また上添字 p は、弾塑性状態の断面力を得るため、弾性断面力 $N_x^e, \dots, M_{xy}^e$ を補正するために導入された仮想的な断面力を表し、その算定法は2.3で述べる。 u と v はそれぞれ腹板の x 方向と y 方向の面内変位、 $\bar{w}$ は腹板における初期たわみ w_0 と荷重によるたわみ w の和すなわち全たわみである。

BとDはそれぞれ腹板の伸び剛さと曲げ剛さで、 $B = Et/(1-\nu^2)$ と $D = Et^3/12(1-\nu^2)$ で与えられる。Eはヤング率、 ν はポアソン比である。なお、コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表し、たとえば $u_{,x} = \partial u / \partial x$ である。

2.2 境界条件と連続条件

フランジと水平補剛材が局所荷重を受ける腹板の弾塑性有限変位挙動と終局強度に及ぼす影響を明らかにするため、垂直補剛材間の腹板、フランジおよび水平補剛材からなる桁一パネルを解析する。桁一パネルを構成するフランジと水平補剛材を軸力、 z 軸および y 軸まわりの曲げ、ならびにねじりが作用する弾塑性はり一柱にモデル化する。すなわち、腹板ははり一柱にモデル化されたフランジと水平補剛材によって弾性支持・弾性回転拘束され、その左右辺では単純支持されているものとする。

解析モデルに局所的な荷重を作用させる方法として、2通りの方法が考えられる。第1の方法は、幅 c の局所荷重とそれにつり合う左右辺のせん断力を同時に与える方法である。第2の方法は、桁中央で下フランジを幅 c にわたって鉛直方向に支持し、左右辺を鉛直下方に強制的に変位させる方法である。前者の方法では、局所荷重そのものを桁に作用させるため、比較的簡易な境界条件式となるが、局所荷重そのものの分布とそれにつり合う左右辺のせん断応力の分布を仮定しなければならない。また、プレートガーダー全体の変形を考えた場合、解析対象パネルの左右辺で隣接パネルとの変位の連続性を満足しなければならないが、前者の方法では考慮しにくい。一方後者では、局所荷重と等価な作用の鉛直変位を左右辺に与えるので、弾塑性域に達しても桁に局所荷重を作用させることができ、かつ隣接パネルとの変位の連続性も満足する。したがってここでは、後者の方法を採用する。なお、送り出し工法によって桁が架設される場合、局所荷重のほかに曲げやせん断も作用するが、組合せ荷重下の腹板の非線形挙動を論じる上で基になる局所荷重のみが作用する場合を取り扱う。

腹板の左右辺 ($x = \pm a/2$) で桁作用としての曲げモーメントと軸力が作用しないものとし、文献13)の境界条件式に水平補剛材の項を加味すれば

$$\begin{aligned} u \mp u_0 \pm \left(y - \frac{b}{2}\right) \phi &= 0, \quad v = v_0, \quad \bar{w} - w_0 = 0, \quad \bar{w}_{,xx} - w_{0,xx} = 0, \\ \int_0^b N_x^e dy + N_{fu}^e + N_{fl}^e + N_h^e - \left(\int_0^b N_x^p dy + N_{fu}^p + N_{fl}^p + N_h^p \right) &= 0, \\ \int_0^b N_x^e y dy + N_{fl}^e b + N_h^e (b - b_1) - \left\{ \int_0^b N_x^p y dy + N_{fl}^p b + N_h^p (b - b_1) \right\} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

の条件を得る。ここに u_0 と ϕ はそれぞれ左右辺における桁の中立軸での x 方向面内変位と中立軸まわりの回転角である。これらは解析する前に既知量として与えず、左右辺で軸力と曲げモーメントがともに生じない条件、すなわち式(6)の第5と6式を満足するように求められる。ただし、回転角 ϕ は桁に負の曲げが生じる方向を正とする。 v_0 は局所荷重と等価な作用をし、左右辺に与えられる鉛直方向の強制変位である。 N_f と N_h はそれぞれフランジと水平補剛材の軸力で、 N_f に付けられた下添字 u と l はそれぞれ上フランジと下フランジを表す。弾性断面力 N_f^e と N_h^e は

$$N_f^e = EA_f \left\{ u_{f,x} + \frac{1}{2} (\bar{w}_{f,x}^2 - w_{0f,x}^2) \right\} \quad (7)$$

$$N_h^e = EA_h \left\{ u_{h,x} + \frac{1}{2} (\bar{w}_{h,x}^2 - w_{0h,x}^2) \right\} \quad (8)$$

で与えられる。ここに A_f と A_h はそれぞれフランジと水平補剛材の断面積、変位に付けられた下添字 f と h はそれぞれフランジと水平補剛材を表す。

つぎに腹板の上下辺での境界条件について考える。 $y = 0$ 辺において、フランジは腹板に生じる y 方向の

膜力 N_y , 膜せん断力 N_{xy} , x 軸まわりの曲げモーメント M_y , および反力 $V_y(=M_{y,y}+2M_{xy,x})$ を受けるので, はり一柱にモデル化されたフランジの x , y および z 方向の力のつり合い式とねじりに関するつり合い式は, 腹板とフランジとの間の変位の連続性

$$u_f = u, \quad v_f = v, \quad \bar{w}_f - w_{0f} = \bar{w} - w_0, \quad \theta_f = \bar{w}_{,y} - w_{0,y} \quad (9)$$

を考慮し

$$\begin{aligned} N_{f,z}^e + N_{xy}^e - (N_{f,z}^p + N_{xy}^p) &= 0, \\ M_{f,z}^e + N_y^e + N_{f,z}^e v_{,xx} - N_{xy}^e v_{,x} - (M_{f,z}^p + N_y^p + N_{f,z}^p v_{,xx} - N_{xy}^p v_{,x}) &= 0, \\ M_{f,y}^e + M_y^e + 2M_{xy}^e + N_{f,z}^e \bar{w}_{,xx} - N_{xy}^e \bar{w}_{,x} \\ &\quad - (M_{f,y}^p + M_y^p + 2M_{xy}^p + N_{f,z}^p \bar{w}_{,xx} - N_{xy}^p \bar{w}_{,x}) = 0, \\ M_{f,t}^e + M_y^e - (M_{f,t}^p + M_y^p) &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

のように得られる。¹³⁾ ただし $M_{f,z}$ と $M_{f,y}$ はそれぞれフランジの z 軸と y 軸まわりの曲げモーメント, $M_{f,t}$ はねじりモーメントで

$$\begin{aligned} M_{f,z}^e &= -EI_{fz} v_{f,xx}, \\ M_{f,y}^e &= -EI_{fy} (\bar{w}_{f,xx} - w_{0f,xx}), \\ M_{f,t}^e &= GJ_f \theta_{f,x} \end{aligned} \quad (11)$$

から求められる。ここに EI_{fz} と EI_{fy} はそれぞれフランジの z 軸と y 軸まわりの曲げ剛さ, GJ_f はサンブナンの純ねじり定数である。 v_f , $\bar{w}_f$ および θ_f はフランジの y 方向と z 方向の変位およびねじり角である。

$y = b$ 辺では, 垂直補剛材間の桁一パネルの中央部分が幅 c にわたって支持された区間とそれ以外の無支持の区間に分けて考える。桁が剛に支持される中央部分 ($-c/2 \leq x \leq c/2$)では, 腹板は x 方向には自由に変位できるが, 鉛直方向と面外方向に変位拘束され, かつたわみ角も生じないものとすれば

$$N_{f,z}^e - N_{xy}^e - (N_{f,z}^p - N_{xy}^p) = 0, \quad v = 0, \quad \bar{w} - w_0 = 0, \quad \bar{w}_{,y} - w_{0,y} = 0 \quad (12)$$

の条件を得る。一方, 無支持の区間($x < -c/2$, $x > c/2$)では上フランジと同様

$$\begin{aligned} N_{f,z}^e - N_{xy}^e - (N_{f,z}^p - N_{xy}^p) &= 0, \\ M_{f,z}^e + N_y^e + N_{f,z}^e v_{,xx} + N_{xy}^e v_{,x} - (M_{f,z}^p + N_y^p + N_{f,z}^p v_{,xx} + N_{xy}^p v_{,x}) &= 0, \\ M_{f,y}^e + M_y^e - 2M_{xy}^e + N_{f,z}^e \bar{w}_{,xx} + N_{xy}^e \bar{w}_{,x} \\ &\quad - (M_{f,y}^p + M_y^p - 2M_{xy}^p + N_{f,z}^p \bar{w}_{,xx} + N_{xy}^p \bar{w}_{,x}) = 0, \\ M_{f,t}^e + M_y^e - (M_{f,t}^p + M_y^p) &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

の条件を得る。

下フランジから距離 b_1 での腹板と水平補剛材の間の連続条件はつぎのようである。腹板を水平補剛材で区切られる2枚のパネルに分ける。水平補剛材を上下フランジと同様, 2枚の腹板パネルに生じる y 方向膜力 N_{y1} と N_{y2} , 膜せん断力 N_{xy1} と N_{xy2} , x 軸まわりの曲げモーメント M_{y1} と M_{y2} , および反力 V_{y1} と V_{y2} を受けるはり一柱にモデル化し, 2枚の腹板パネルと水平補剛材との間の変位の連続性

$$\begin{aligned} u_h &= u_1 = u_2, \\ v_h &= v_1 = v_2, \\ \bar{w}_h - w_{0h} &= \bar{w}_1 - w_{01} = \bar{w}_2 - w_{02}, \\ \theta_h &= \bar{w}_{1,y} - w_{01,y} = \bar{w}_{2,y} - w_{02,y} \end{aligned} \quad (14)$$

を考慮し, x , y および z 方向の力のつり合い式とねじりに関するつり合い式を誘導すれば

$$\begin{aligned} N_{h,z}^e - (N_{xy1}^e - N_{xy2}^e) - \{N_h^p - (N_{xy1}^p - N_{xy2}^p)\} &= 0, \\ M_{h,z}^e + N_h^e v_{,xx} + (N_{xy1}^e - N_{xy2}^e) v_{,x} - (N_{y1}^e - N_{y2}^e) \\ &\quad - \{M_{h,z}^p + N_h^p v_{,xx} + (N_{xy1}^p - N_{xy2}^p) v_{,x} - (N_{y1}^p - N_{y2}^p)\} = 0, \\ M_{h,y}^e + N_h^e \bar{w}_{,xx} + (N_{xy1}^e - N_{xy2}^e) \bar{w}_{,x} - (M_{y1}^e - M_{y2}^e) - 2(M_{xy1}^e - M_{xy2}^e) \\ &\quad - \{M_{h,y}^p + N_h^p \bar{w}_{,xx} + (N_{xy1}^p - N_{xy2}^p) \bar{w}_{,x} - (M_{y1}^p - M_{y2}^p) - 2(M_{xy1}^p - M_{xy2}^p)\} = 0. \end{aligned}$$

$$M_{ht}^e, x + (M_{y1}^e - M_{y2}^e) - \{M_{ht}^p, x + (M_{y1}^p - M_{y2}^p)\} = 0 \quad (15)$$

のように得られる。ここに θ_h 水平補剛材のねじり角, M_{hz} , M_{hy} および M_{ht} はそれぞれ水平補剛材の z 軸と y 軸まわりの曲げモーメント, およびねじりモーメントで

$$\begin{aligned} M_{hz}^e &= -EI_{hz} V_{h,xx}, \\ M_{hy}^e &= -EI_{hy} (\bar{W}_{h,xx} - W_{0h,xx}), \\ M_{ht}^e &= GJ_h \theta_{h,x} \end{aligned} \quad (16)$$

から求められる。ここに $EI_{hz} (= b_h t_h^3/12)$ と $EI_{hy} (= b_h^3 t_h/3)$ はそれぞれ水平補剛材の z 軸と y 軸まわりの曲げ剛さ, $GJ_h (= b_h t_h^3/3)$ は水平補剛材の純ねじり定数である。

以上の基礎式, 境界条件および連続条件式に断面力-変位関係式(4), (5), (7), (8), (11), (16)を代入すれば, 変位 u , v および w を未知量とする連成した非線形偏微分方程式を得る。それらを任意の荷重強度, すなわち任意の鉛直方向強制変位 v_0 のもとに解けば, 非線形解を求めることができる。

2.3 部材の降伏条件と仮想断面力

解析対象の桁-パネルが弾塑性状態にあれば, 基礎式, 境界条件および連続条件式に含まれる仮想的な断面力を求める必要がある。これらの値は以下のようにして計算される。まず, 腹板を板厚方向に, フランジと水平補剛材を幅と板厚方向にそれぞれ細分割し, 前荷重段階で求められた変位から全ひずみを断面内の各点で計算する。すなわち腹板, フランジおよび水平補剛材でそれぞれ

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xw} &= u, x + \frac{1}{2} (\bar{W}_{,x}^2 - W_{0,x}^2) - Z(\bar{W}_{,xx} - W_{0,xx}), \\ \varepsilon_{yw} &= v, y + \frac{1}{2} (\bar{W}_{,y}^2 - W_{0,y}^2) - Z(\bar{W}_{,yy} - W_{0,yy}), \\ \gamma_{xyw} &= u, y + v, x + \bar{W}_{,x} \bar{W}_{,y} - W_{0,x} W_{0,y} - Z(\bar{W}_{,xy} - W_{0,xy}) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_f &= u_f, x + \frac{1}{2} (\bar{W}_f, x^2 - W_{0f, x}^2) - y v_f, xx - Z(\bar{W}_f, xx - W_{0f, xx}), \\ \gamma_{xzf} &= -Z \theta_{f, x} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_h &= u_h, x + \frac{1}{2} (\bar{W}_h, x^2 - W_{0h, x}^2) - y v_h, xx - Z(\bar{W}_h, xx - W_{0h, xx}), \\ \gamma_{xzh} &= -Z \theta_{h, x} \end{aligned} \quad (19)$$

を計算する。これらのひずみを用いれば, 腹板, フランジおよび水平補剛材の弾性応力が

$$\begin{aligned} \sigma_{xw}^e &= \frac{E}{(1-\nu^2)} (\varepsilon_{xw} + \nu \varepsilon_{yw}), \\ \sigma_{yw}^e &= \frac{E}{(1-\nu^2)} (\nu \varepsilon_{xw} + \varepsilon_{yw}), \\ \tau_{xyw}^e &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xyw} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\sigma_f^e = E \varepsilon_f, \quad \tau_{xzf}^e = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xzf} \quad (21)$$

$$\sigma_h^e = E \varepsilon_h, \quad \tau_{xzh}^e = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xzh} \quad (22)$$

で求められる。これらの応力を von Mises の等価応力式

$$\begin{aligned} \text{腹板} \quad : \quad \sigma_{eqw} &= \sqrt{(\sigma_{xw}^e - \sigma_{xwb}^p)^2 + (\sigma_{yw}^e - \sigma_{ywb}^p)^2} \\ &\quad - (\sigma_{xw}^e - \sigma_{xwb}^p)(\sigma_{yw}^e - \sigma_{ywb}^p) + 3(\tau_{xyw}^e - \tau_{xywb}^p)^2 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\text{フランジ} : \sigma_{eqf} = \sqrt{(\sigma_f^e - \sigma_{fb}^p)^2 + 3(\tau_{xzf}^e - \tau_{xzf}^p)^2} \quad (24)$$

$$\text{水平補剛材} : \sigma_{eqh} = \sqrt{(\sigma_h^e - \sigma_{hb}^p)^2 + 3(\tau_{xzh}^e - \tau_{xzh}^p)^2} \quad (25)$$

に代入し、降伏点応力 σ_p と比較する。ここに σ_{xwb}^p , σ_{ywb}^p , τ_{xywb}^p , σ_{fb}^p , τ_{xzf}^p , σ_{hb}^p , τ_{xzh}^p はそれぞれ前荷重段階ですでに求められている腹板、フランジおよび水平補剛材の仮想応力である。荷重の負荷により応力が常に漸増する場合はよいが、荷重が減少したり、荷重の負荷にも関わらず応力の減少や反転が生じたりする場合に仮想応力が正確に算定できるよう荷重段階の増加とともにその都度降伏曲面の原点を前荷重段階で求められた仮想応力分だけ修正し、式(23)～(25)で降伏判定する。

仮に $\sigma_{eqw} \geq \sigma_p$, $\sigma_{eqf} \geq \sigma_p$ あるいは $\sigma_{eqh} \geq \sigma_p$ であれば、腹板、フランジあるいは水平補剛材に塑性域が生じている。この場合、腹板、フランジあるいは水平補剛材の仮想応力は次式から求められる。

$$\begin{aligned} \sigma_{xw}^p &= \sigma_{xwb}^p + (1 - \sigma_p / \sigma_{eqw}) (\sigma_{xw}^e - \sigma_{xwb}^p), \\ \sigma_{yw}^p &= \sigma_{ywb}^p + (1 - \sigma_p / \sigma_{eqw}) (\sigma_{yw}^e - \sigma_{ywb}^p), \\ \tau_{xyw}^p &= \tau_{xywb}^p + (1 - \sigma_p / \sigma_{eqw}) (\tau_{xyw}^e - \tau_{xywb}^p) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \sigma_f^p &= \sigma_{fb}^p + (1 - \sigma_p / \sigma_{eqf}) (\sigma_f^e - \sigma_{fb}^p), \\ \tau_{xzf}^p &= \tau_{xzf}^p + (1 - \sigma_p / \sigma_{eqf}) (\tau_{xzf}^e - \tau_{xzf}^p) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \sigma_h^p &= \sigma_{hb}^p + (1 - \sigma_p / \sigma_{eqh}) (\sigma_h^e - \sigma_{hb}^p), \\ \tau_{xzh}^p &= \tau_{xzh}^p + (1 - \sigma_p / \sigma_{eqh}) (\tau_{xzh}^e - \tau_{xzh}^p) \end{aligned} \quad (28)$$

一方、 $\sigma_{eqw} < \sigma_p$, $\sigma_{eqf} < \sigma_p$, $\sigma_{eqh} < \sigma_p$ であれば、フランジ、腹板あるいは水平補剛材は弾性のままだ、あるいは荷重の除荷に伴って応力が減少したことになる。この場合には仮想応力は前荷重段階の値をそのまま用いる。したがって腹板、フランジおよび水平補剛材の仮想応力は次式で与えられる。

$$\sigma_{xw}^p = \sigma_{xwb}^p, \quad \sigma_{yw}^p = \sigma_{ywb}^p, \quad \tau_{xyw}^p = \tau_{xywb}^p \quad (29)$$

$$\sigma_f^p = \sigma_{fb}^p, \quad \tau_{xzf}^p = \tau_{xzf}^p \quad (30)$$

$$\sigma_h^p = \sigma_{hb}^p, \quad \tau_{xzh}^p = \tau_{xzh}^p \quad (31)$$

結局、式(26)～(28)あるいは(29)～(31)で求められた仮想応力を断面内で積分すれば、腹板、フランジおよび水平補剛材の仮想断面力がそれぞれ

$$\begin{aligned} N_x^p &= \sum \sigma_{xw}^p \Delta t, \quad N_y^p = \sum \sigma_{yw}^p \Delta t, \quad N_{xy}^p = \sum \tau_{xyw}^p \Delta t, \\ M_x^p &= \sum \sigma_{xw}^p z \Delta t, \quad M_y^p = \sum \sigma_{yw}^p z \Delta t, \quad M_{xy}^p = \sum \tau_{xyw}^p z \Delta t \end{aligned} \quad (32)$$

$$N_f^p = \sum \sigma_f^p \Delta A_f, \quad M_{fy}^p = \sum \sigma_f^p z \Delta A_f, \quad M_{fz}^p = \sum \sigma_f^p y \Delta A_f, \quad M_{ft}^p = \sum \tau_{xzf}^p y \Delta A_f \quad (33)$$

$$N_h^p = \sum \sigma_h^p \Delta A_h, \quad M_{hz}^p = \sum \sigma_h^p z \Delta A_h, \quad M_{ht}^p = \sum \sigma_h^p y \Delta A_h, \quad M_{ht}^p = \sum \tau_{xzh}^p y \Delta A_h \quad (34)$$

から決定される。ここに、 Δt は腹板の微小板厚、 ΔA_f , ΔA_h はそれぞれフランジおよび水平補剛材の微小断面積である。

3. 数値解析法

腹板での x , y および z 方向の力のつり合い式(1)～(3)を境界条件式(6), (9), (10), (12), (13), および連続条件式(14), (15)とともに解けば、桁一パネルの弾塑性有限変位の非線形解を得る。しかし、前述の連成した複雑な非線形偏微分方程式を厳密に解くことは極めて困難である。ここでは差分法を用い、非線形偏微分方程式を多元連立の非線形代数方程式に置き換え、近似的に解析する。2枚の腹板パネルを x および y 方向にそれぞれ等間隔に(n_x , n_{y1}) および(n_x , n_{y2}) 分割する。図-1に示すように、解析対象の局所荷重を受ける桁一パネルは y 軸に対して左右対称であり、かつ対称な初期たわみ分布を仮定すれば

$$u(-x, y) = -u(x, y), \quad v(-x, y) = v(x, y), \quad \bar{w}(-x, y) = \bar{w}(x, y) \quad (35)$$

の対称条件を用いて腹板の半分を解析すればよい。

2枚の腹板パネル内に設けられた分点でつり合い式を、境界辺で境界条件式を、および水平補剛材上で連

続条件式を差分表示し、それらをマトリックス表示すれば

$$[K] \{\delta\} = \{f\} \quad (36)$$

を得る。ここにマトリックス $[K]$ は、つり合い式(1)～(3)、境界条件式(6)、(9)、(10)、(12)、(13)および連続条件式(14)、(15)の差分表示において、線形項のみからなる係数行列を表す。ベクトル $\{\delta\}$ は $\{u_1, v_1, \dots, u_n, v_1, \dots, u_n, v_n, u_0, \phi, \bar{w}_1, \dots, \bar{w}_1, \dots, \bar{w}_m\}^T$ からなる未知変位ベクトルで、下添字 n, m はそれぞれ $n=(n_x/2+1) \cdot (n_{y1}+2+n_{y2}+2)$, $m=(n_x/2+2) \cdot (n_{y1}+4+n_{y2}+4)$ である。ベクトル $\{f\}$ は作用荷重、塑性化に伴う仮想的な擬荷重および幾何学的非線形項からなり、前荷重段階の反復解を代入して得られる既知ベクトルである。

上式を反復して解くこともできるが、ここでは非線形代数方程式の解法に修正ニュートン・ラフソン法を採用し、式(36)を

$$[K] \{\Delta \delta\} = \{R\} \quad (37)$$

に修正して解く。ここに、ベクトル $\{\Delta \delta\}$ は未知増分変位、ベクトル $\{R\}$ は前反復回での非線形解をつり合い式、境界条件および連続条件式に代入して得られる残差不平衡力である。この不平衡力が微小量になるまで反復して解く。なお、一般に修正ニュートン・ラフソン法は接線剛性法に比較して解の収れんが遅いので、Lagrangeの補間法や加速Jacobi法によって解の収束を早めた。また、帯行列の性質を利用するとともに、マトリックス $[K]$ が荷重の大きさに無関係なため、式(37)を反復計算する前にマトリックス $[K]$ を三角分解し、多元連立一次方程式の求解に要する演算時間を短縮した。

4. 数値計算結果とその考察

前述の基礎式と数値解析法を用い、局所荷重の分布幅と腹板の長さの比 c/a 、腹板の幅厚比 $\beta_w = b/t$ 、フランジと腹板の断面積の比 $\delta_f = A_f/bt$ 、フランジの幅厚比 $\beta_f = b_f/t_f$ 、水平補剛材の取り付け位置 $\eta_1 = b_1/b$ 、水平補剛材と腹板の断面積の比 $\delta_h = A_h/bt$ 、水平補剛材の幅厚比 $\beta_h = b_h/t_h$ などが桁一パネルの変形性状と終局強度に及ぼす影響を明らかにする。ただし、正方形腹板のみを考察する。その際、式(37)の多元連立非線形代数方程式を無次元化して解析した。

製作時に不可避免的に生じる初期たわみの分布形はかなり複雑である。強度に大きく影響すると思われる初期たわみの代表的な分布形として、腹板全体に半波の初期たわみが生じている場合や水平補剛材が節となり、垂直方向に2半波の初期たわみが生じている場合が考えられる。いずれの場合も解析できるが、水平補剛材が腹板の非線形挙動に及ぼす影響は前者の場合の方が顕著と思われるので

$$w_0 = w_{0\max} \cdot \cos \pi x/a \cdot \sin \pi y/b$$

の初期たわみを仮定することにした。ここに $w_{0\max}$ は最大初期たわみ量である。なお腹板、フランジと水平補剛材の降伏点応力 σ_p は 2400 kgf/cm^2 、ヤング率 E は $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 ν は 0.3 とした。

4.1 差分分解の精度

腹板の幅厚比 $\beta_w = 250$ で、フランジの幅厚比 $\beta_f = 25$ 、フランジの断面積比 $\delta_f = 0.5$ 、水平補剛材の取り付け位置 $\eta_1 = 0.2$ 、水平補剛材の幅厚比 $\beta_h = 12.5$ 、水平補剛材の曲げ剛比 γ が現行道路橋示方書¹⁷⁾ で定められた最小曲げ剛比 γ^* と同一の場合を対象に、種々の差分分割数と解の精度を調べ、解析に必要な分割数を決定する。ただし最大初期たわみ $w_{0\max}$ は現行道路橋示方書で定められた制限値 $b/250$ の $1/10$ とした。 x および y 方向の差分分割数 n_x と $n_{y1}+n_{y2}$ が $10 \sim 36$ の範囲で解の精度を検討し、 $n_x = 20$ 、 $n_{y1}+n_{y2} = 30$ の分割数で十分よい精度の解を得た。また腹板の板厚方向の分割数は $n_z = 10$ 、フランジの分割数は $n_{fz} = 6$ 、 $n_{fz} = 10$ 、および水平補剛材の分割数は $n_{hz} = 6$ 、 $n_{hz} = 10$ でよいことが分かった。

つぎに本数値解と実験結果を比較し、解の精度と妥当性を検討する。筆者ら¹⁸⁾ および Janus-Karnikova-

Skaloud¹⁹⁾の行った実験を参照し、理論の妥当性を検証する。図-2に理論終局強度（縦軸）と実験崩壊荷重（横軸）の関係を示す。両軸はともに桁の全塑性せん断力 $V_y (= \sigma_y \cdot b t / \sqrt{3})$ で無次元化した終局強度である。ここに降伏点応力 σ_y は各々の実験桁の材料試験で得られた値を用いた。なお、腹板の初期たわみの大きさと形状はその非線形挙動と終局強度にかなり影響するが、¹³⁾パラメトリック解析と同様、半波の初期たわみとした。図中、□と○はそれぞれ筆者らと Janusらの結果を示す。図から明らかなように、理論終局強度 $P_{ult}^{th} / 2V_y$ が0.1から0.2の範囲に求められた腹板の幅厚比 β_w が250以上の実験に対して理論値は一点鎖線で示す対角線近傍にその多くが分布し、本解析結果は実験値とよい相関関係にあることが分かる。また、理論終局強度 $P_{ult}^{th} / 2V_y$ が0.3以上の腹板の幅厚比 $\beta_w = 122$ の比較的厚い腹板の場合、理論値は実験値を上回っている。Janusらの実験によれば、腹板が厚い試験桁の場合、載荷点でフランジが腹板の局部変形とともにねじれ、載荷点でのたわみ角が拘束されていないため、載荷点を固定として解析した本理論値が実験値を上回ったものと考えられる。

4.2 水平補剛材の取り付け位置

現行道路橋示方書では、水平補剛材が一段設けられる場合、その最適位置は圧縮フランジ縁から0.2の位置に規定されている。水平補剛材の取り付け位置 η_1 は局所荷重を受ける桁一パネルの非線形挙動と終局強度にも大いに影響するものと思われる。

水平補剛材の取り付け位置を $\eta_1 = 0.15 \sim 0.5$ の範囲で変化させた場合、桁の左右端における鉛直変位 v_b/t^2 と局所荷重 $P/2V_y$ の関係を示すと図-3を得る。ただし、局所荷重の分布幅 $c/a=0.1$ 、腹板の幅厚比 $\beta_w=250$ 、フランジの幅厚比と断面積比 $\beta_f=25$ 、 $\delta_f=0.5$ 、水平補剛材の曲げ剛比 γ と最小剛比 γ^* との比 $\bar{\gamma}=1$ 、その幅厚比 $\beta_h=12.5$ の場合を計算し、最大初期たわみ量は $w_{0max}=b/2500$ とした。なお、図中には参考までに無補剛桁の荷重-変位曲線を描き、初期降伏を曲線上に●印で示した。図から明らかなように、水平補剛材の取り付け位置 η_1 が0.15~0.3の局所荷重の作用辺に比較的近い位置で腹板を補剛した場合には、初期降伏前までの荷重-変位曲線はほぼ直線で、終局強度（最高荷重）に達する直前に変位が増大して崩壊した。一方、水平補剛材の取り付け位置 η_1 が0.4~0.5の場合には、荷重-変位曲線には比較的低い荷重段階から非線形性が現れている。これは局所荷重の作用で腹板に面外方向のたわみが生じやすくなり、桁の剛性が早い段階で失われるためである。

最高荷重時の腹板のたわみ分布と塑性域の拡がりや水平補剛材の取り付け位置が $\eta_1=0.15, 0.2, 0.4$ の補剛桁と無補剛桁に対して示すと図-4のようになる。図中、●印は腹板が一部分でも降伏した点を、また中央断面での初期たわみと崩壊時のたわみモードも示した。無補剛桁のたわみ分布によれば、腹板は板全体にわたってほぼ半波のたわみモードで崩壊している。さらにわずかではあるが、局所荷重の近傍の腹板には局部的なたわみが発生している。水平補剛材が局所荷重近傍の腹板位置 $\eta_1=0.15$ に設けられると、水平補剛材の

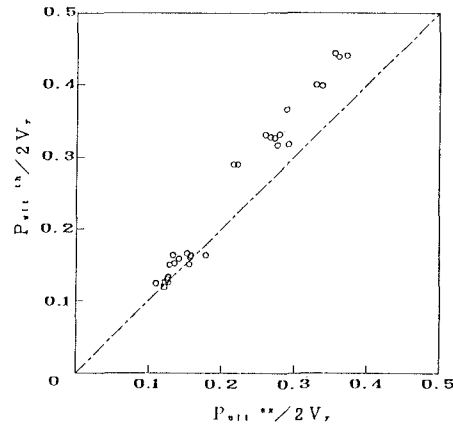


図-2 理論値と実験値の比較

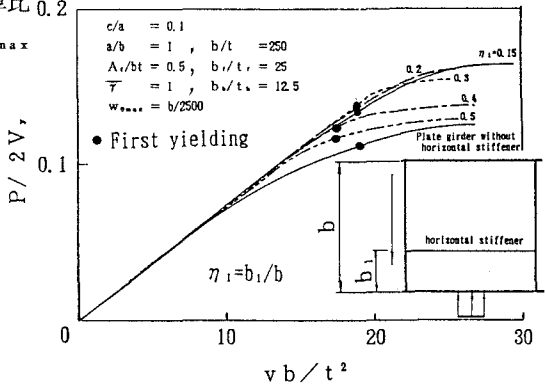


図-3 水平補剛材の取り付け位置の相違による荷重-変位曲線

曲げ剛比 γ が最小剛比 γ^* と同程度で水平補剛材は変形の節として働き、鉛直方向に2半波のたわみモードを呈するようになる。このため、無補剛桁の場合よりも荷重近傍の腹板でのたわみが顕著となる。水平補剛材が $\eta_1=0.2, 0.4$ のように局所荷重の作用辺から離れるにしたがって、下フランジと水平補剛材で囲まれたpanel 1 のたわみがより顕著となる。

無補剛桁および $\eta_1=0.15$ や 0.2 の補剛桁の場合には、腹板中央の初期たわみが大きい部分で初期たわみの方向に変形が進み、パネル幅の小さいpanel 1 は水平補剛材が節として働くため、初期たわみとは逆の方向に変形する。一方、 $\eta_1=0.4$ の場合には、先の場合と異なってpanel 1 で初期たわみの方向に変形が進み、panel 2 では初期たわみの方向とは逆に変形している。

水平補剛材の取り付け位置の違いによる塑性域分布の相違を調べる。 $\eta_1=0.2$ までの補剛桁は無補剛桁とほとんど変わらず、局所荷重の作用点近傍の腹板に生じている。この場合、局所荷重による膜応力により降伏している。補剛材の取り付け位置が局所荷重から離れるとともに、塑性域は鉛直方向に徐々に拡がるようになり、 $\eta_1=0.4$ の場合にはpanel 1 で2箇所に別れて分布するようになる。panel 1 の中央部分の塑性化は板曲げによる。

種々の局所荷重の分布幅に対して、水平補剛材の取り付け位置と終局強度の関係を示すと、図-5を得る。ここに $b/t=250$, $A_f/bt=0.5$, $b_f/t_f=25$, $\bar{\gamma}=1$, $b_h/t_h=12.5$ で、初期たわみは示方書の制限値の1/10とした。ただし、縦軸には補剛桁の終局強度を無補剛桁のそれで除した値を用い、補剛効果が評価しやすいように図示した。

図から明らかなように、いずれの分布幅の場合にも終局強度が最大となる補剛材の最適取り付け位置は $\eta_1=0.1 \sim 0.2$ となり、ほぼ $\eta_1=0.15$ が最適位置のようである。曲げを受けるプレートガーダーにおける現行道路橋示方書の最適位置 $\eta_1=0.2$ より圧縮フランジに近づくことによって水平補剛材の補剛効果を高めることができる。また、局所荷重の分布幅が広いほど水平補剛材の取り付け位置の相違による終局強度の差異が著しい。

4.3 水平補剛材の曲げ剛比

$c/a=0.1$, $b/t=250$, $A_f/bt=0.5$, $b_f/t_f=25$, $b_h/t_h=12.5$ で、初期たわみが示方書の制限値の1/10の場合、水平補剛材の剛比 $\bar{\gamma}$ と終局強度との関係を水平補剛材の取り付け位置が $\eta_1=0.15 \sim 0.5$ に対して

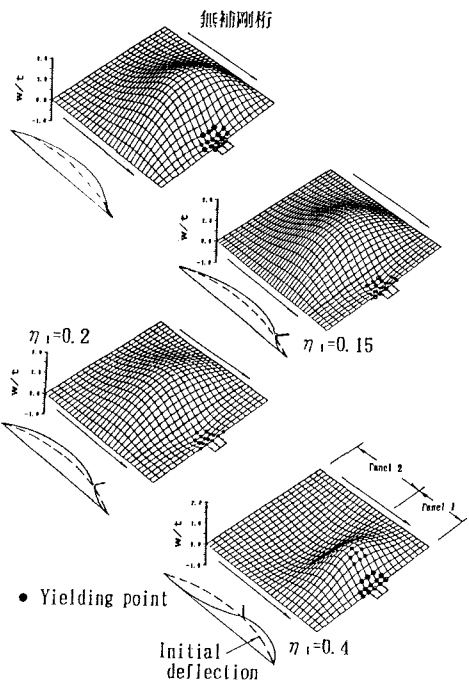


図-4 水平補剛材の取り付け位置の相違によるたわみ分布と塑性域の拡がり

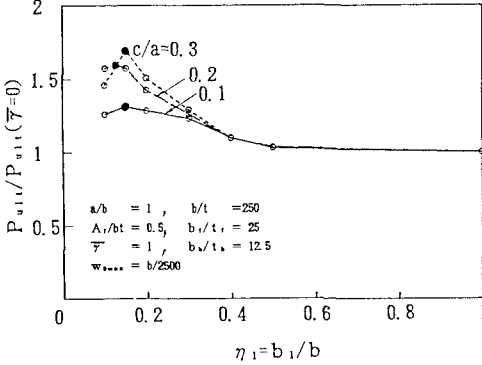


図-5 種々の分布幅による水平補剛材の取り付け位置と終局強度の関係

図示すれば図-6を得る。図中、 $\eta_1=0.2$ の場合には、 $\bar{\gamma}=0.1, 0.3, 0.5, 1, 2$ に対する桁中央断面のたわみ分布も参考までに描いた。

図から明らかなように、水平補剛材の取り付け位置が $\eta_1=0.4$ 以下の場合、終局強度は曲げ剛比と最小剛比の比が $\bar{\gamma}=0\sim 0.5$ の範囲で曲げ剛比の増加とともに急増する。曲げ剛比をそれ以上増加させても終局強度の増大はあまり望めない。また、終局強度が一定の値に収束するために必要な曲げ剛比の最小値は、補剛材が局所荷重の近傍に設けられるほど大きくなる。一方補剛材の取り付け位置が $\eta_1=0.5$ の場合には、終局強度は水平補剛材の曲げ剛比にほとんど影響されない。

種々の水平補剛材の幅厚比 b_b/t_b に対して、水平補剛材の曲げ剛比と終局強度との関係を示すと、図-7を得る。ここに $c/a=0.1$, $b/t=250$, $A_f/bt=0.5$, $b_f/t_f=25$, $\eta_1=0.2$ で、初期たわみが示方書の制限値の1/10の場合の解析結果を示した。また図中には、弾性座屈解析に基づくSmith-Giekliniski²⁰⁾ および実験に基づくJanus-Karnikova-Skaloud¹⁹⁾ による水平補剛材の必要最小曲げ剛比をそれぞれ○と●印で示した。図によれば、水平補剛材の幅厚比が小さくなるほど終局強度が一定の値に収束するための曲げ剛比は大きくなる。また、弾性座屈解析に基づいて決定された水平補剛材の必要最小曲げ剛比は若干小さめであり、Janus-Karnikova-Skaloud によって定められた必要最小曲げ剛比は最高荷重がほぼ一定の値に収束する時点での値を与えているようである。

4.4 局所荷重の分布幅

局所荷重の分布幅と終局強度の関係を示すと、図-8を得る。ここに、 $b/t=250$, $A_f/bt=0.5$, $b_f/t_f=25$, $\eta_1=0.2$ で、初期たわみが示方書の制限値の1/10の場合を示した。図から明らかなように、分布幅が $0.1 \leq c/a \leq 0.3$ の範囲では、いずれの水平補剛材の曲げ剛比の場合でも局所荷重の分布幅と終局強度との間にはほぼ線形の関係が成り立つ。また無補剛桁に比較して、補剛桁の場合には局所荷重の分布幅の相違による強度差が大きいようである。

崩壊時のたわみ分布と塑性域の拡がりを示すと、図-9のようになる。ただし、水平補剛材の剛比が $\bar{\gamma}=1$ の場合を示した。いずれの分布幅でも腹板は垂直方向に水平補剛材を節とする2半波のたわみ波形で崩壊して

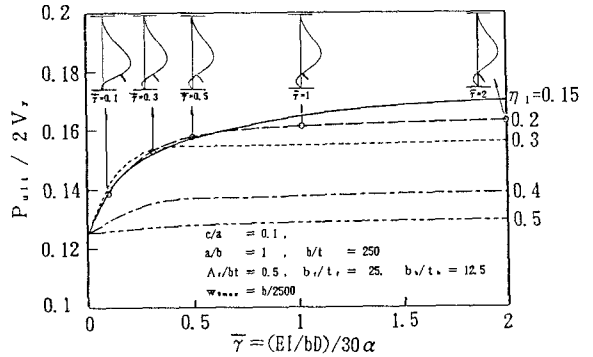


図-6 水平補剛材の取り付け位置の相違による水平補剛材の曲げ剛比と終局強度の関係

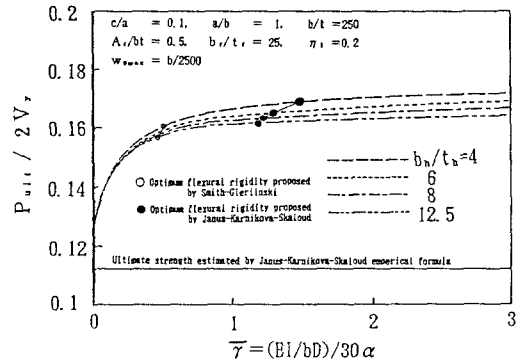


図-7 種々の水平補剛材の幅厚比による水平補剛材の曲げ剛比と終局強度の関係

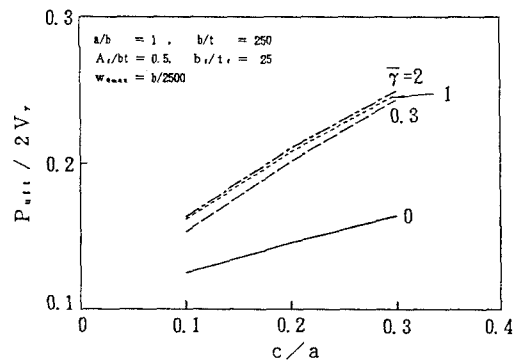


図-8 種々の水平補剛材の曲げ剛比による局所荷重の作用幅と終局強度の関係

いる。分布幅が広いほど大きなたわみが生じているが、これは作用する荷重強度そのものが増えたためである。

塑性域の分布に注目すれば、荷重幅が広いほど多くの分点で降伏し、局所荷重を腹板の広い範囲で支持するようになることが分かる。なおこの場合、フランジは降伏していない。これは桁一パネルが短い場合を解析したため、桁作用としての曲げがほとんど生じないこと、最高荷重に達した後の挙動を解析していないことなどが考えられる。

4.5 腹板の幅厚比

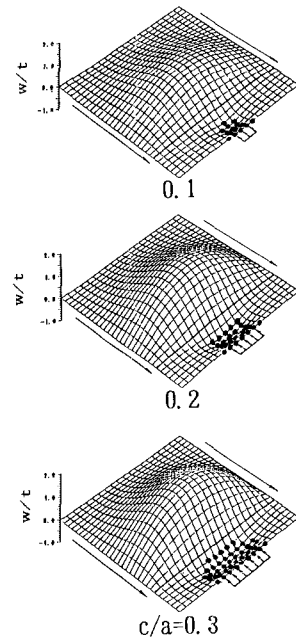
種々の水平補剛材の曲げ剛比に対し、腹板の幅厚比と終局強度の関係を求めると、図-10 を得る。ここに $\eta_1=0.2$, $b_b/t_b=12.5$, $c/a=0.1$, $A_f/bt=0.5$, $b_f/t_f=25$ で、初期たわみが示方書の制限値の1/10の場合である。図から明らかなように、水平補剛材の曲げ剛比が異なっても腹板の幅厚比と終局強度との間には顕著な相違はない。

5. あとがき

局所荷重を受け、水平補剛材で補剛された垂直補剛材間の桁一パネルの非線形挙動と終局強度を弾塑性有限変位解析から明らかにした。フランジおよび水平補剛材を軸力、2方向の曲げおよびねじりを受ける弾塑性はり一柱にモデル化し、フランジと水平補剛材が腹板の変形状や終局強度に及ぼす影響を検討した。数値解析の結果は次のとおりである。

- (1) 水平補剛材の取り付け位置と腹板の弾塑性有限変位挙動との関係を明らかにし、その荷重-変位曲線、たわみ分布、塑性域の拡がりを示した。局所荷重を受ける桁の場合、水平補剛材の最適位置は荷重の作用端から腹板高のほぼ0.15である。
- (2) 水平補剛材の取り付け位置と断面形状を種々変化させ、水平補剛材の必要最小曲げ剛比を求めた。実験に基づく Janaus-Karnikova-Skaloud の最小曲げ剛比の提案値は本解析による値とほぼ一致した。
- (3) 水平補剛材の曲げ剛比の大小に関わらず、局所荷重の分布幅と終局強度の間にはほぼ線形関係が成立し、荷重幅の増加とともに終局強度は増加する。無補剛桁に比較して、補剛桁の場合には荷重の分布幅の増加とともに終局強度の増加の割合が著しい。荷重幅が狭いときには、塑性域は荷重直下の腹板の一部にしか現れない。荷重幅が広い場合には、腹板内にも塑性域が形成される。
- (4) 腹板の幅厚比と終局強度の関係を明らかにした。

なお、局所荷重と曲げモーメントが同時に作用するプレートガーダーの複合非線形解析は現在研究中であり、まとも次第報告したい。



$$\begin{aligned} a/b &= 1, & b/t &= 250, & A_f/bt &= 0.5, & b_f/t_f &= 25 \\ \eta_1 &= 0.2, & \bar{\gamma} &= 1, & b_b/t_b &= 12.5, & w_{max} &= b/2500 \end{aligned}$$

図-9 局所荷重の作用幅の相違によるたわみ分布と塑性域の拡がり

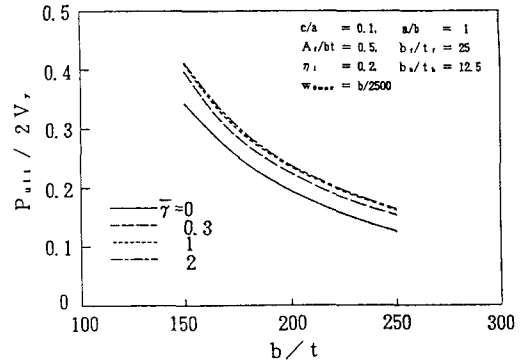


図-10 種々の水平補剛材の曲げ剛比による腹板の幅厚比と終局強度の関係

参考文献

- 1) Girkmann, K. : Die Stabilitat der Stegbleche vollwandiger Trager bei Brucksichtigung ortlicher Lastangriffe, IABSE, 3rd Congr. Final Report, Berlin 1936.
- 2) Roberts, T. M. : Patch loading on plate girders, Plated Structures - Stability and Strength, ed. by R. Narayanan, Applied Science Publishers, London, pp.77-102, 1983.
- 3) Elgaaly, M. : Web design under compressive edge loads, Engineering Journal, AISC, pp.153-171, 1983.
- 4) Dubas, P. and Gehri, E.(eds.) : Behaviour and Design of Steel Plated Structures, ECCS, TCS, SSTWG8.3, Applied Statics and Steel Structures, ETH-Honggerberg, Zurich, 1986.
- 5) 福本 秀士編 : 座屈設計ガイドライン, 土木学会, 1987.
- 6) Galambos, T. V.(ed.) : Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 4th ed., John Wiley & Sons, pp.223-230, 1988.
- 7) 桑山八洲男 : 部分縁荷重を受ける長方形板の一座屈, 後座屈解析, 土木学会論文報告集, No.337, pp.47-56, 1983-9.
- 8) 田代孝吉・清水 茂・吉田俊弥 : 局所荷重をうける板の有限変位解析, 第42回土木学会年次学術講演会講演概要集, I-82, 1987.
- 9) Shimizu, S., Horii, S. and Yoshida, S. : The collapse mechanisms of patch loaded web plates, Jour. of Construct. Steel Research, Vol.14, pp.321-337, 1989.
- 10) Stein, E., Lambertz, K.-H., Plank, L. : Traglastberechnung dünnwandiger Strukturen bei grossen elastoplastischen Deformationen, Der Stahlbau, Jg.54, Ht.1, S.9-13, 1985.
- 11) Ramm, E. und Weimar, K. : Traglasten unverteifter Tragerstegbleche unter konzentrierten Lasten, Der Stahlbau, Jg.55, Ht.4, S.113-118, 1986.
- 12) Weimar, K. and Ramm, E. : ECCS Colloquium on Stability of Plate and Shell Structures, Ghent University, 6-8 April, pp.79-84, 1987.
- 13) 堂垣正博・岸上信彦・米澤 博 : 部分縁荷重を受けるプレートガーダーの極限強度, 構造工学論文集, Vol.36A, pp.155-165, 1990-3.
- 14) 清水 茂・堀井滋則・吉田俊弥 : 局所荷重を受ける水平補剛材つき腹板の挙動, 構造工学論文集, Vol.37A, pp.229-238, 1991-3.
- 15) Lin, T. H. : Theory of Inelastic Structures, John Wiley & Sons, 1968.
- 16) Massonnet, Ch. : General theory of elastic-plastic membrane-plates, Engineering Plasticity, eds. by J. Heyman and F. A. Leckies, Cambridge University Press, pp.443-471, 1968.
- 17) 日本道路協会 : 道路橋示方書・同解説, I 共通編・II 鋼橋編, 1980-2.
- 18) Dogaki, M., Murata, M., Nishijima, Y., Okumura, T., and Yonezawa, H. : Ultimate strength of plate girders with longitudinal stiffener under patch loading, Technology Reports of Kansai University, No.33, pp.121-132, 1991-3.
- 19) Janus, K., Karnikova, I., and Skalous, M. : Experimental investigation into the ultimate load behaviour of longitudinally stiffened steel webs under partial edge loading Acta Technica CSAV, pp.158-195, 1988.
- 20) Smith, T. R. G. and Gierlinski, J. T. : Buckling of stiffened webs by local edge loading, Jour. of the Struct. Div., Proc. of ASCE, Vol.108, No.ST6, pp.1357-1366, 1982.

(1991年 9月30日受付)