

2軸圧縮補剛板の終局強度の簡易評価法

A SIMPLE APPROACH TO PREDICT THE ULTIMATE STRENGTH
OF BIAXIALLY COMPRESSED STIFFENED PLATES

勇 秀憲*

By Hidenori ISAMI

This paper presents a unified approach to the ultimate strength of longitudinally stiffened plates under biaxial compression. The minimum required relative flexural rigidity γ^* of a stiffener to the plate panel is determined from the elastic interaction relationship between the longitudinal and transverse buckling coefficients. Then, the elasto-plastic buckling strength is obtained from the elasto-plastic equilibrium and the residual stresses in two directions. Finally, the ultimate strength of stiffened plates with γ^* is predicted using the present unified approach taking into account the failure mechanisms. The strength is found to be in good agreement with the Kitada's numerical results.

1. はじめに

斜張橋の主塔・主桁、吊橋の主塔、箱桁橋の腹板などの鋼薄板要素は、圧縮応力・曲げ応力・せん断応力やそれらの複雑な組み合わせ応力を受けている。特に、2軸圧縮力を受ける鋼矩形補剛板要素の弾塑性域における耐荷力・安定性等に関する研究は、非常に重要であるが、通常の一軸圧縮補剛板に対する研究に比べてあまりにも少ない¹⁻³⁾。

2軸圧縮矩形版の弾性座屈と後座屈に関する研究は、Prabhakara⁴⁾、Libove⁵⁾、Haslach⁶⁾やZhangら⁷⁾によって、一般化された von Kármán の式を用いて行われた。また上田ら⁸⁾は、圧縮、曲げとせん断を受ける矩形板の新しい弾性座屈の相関曲線を提案した。

2方向面内力を受ける矩形板の終局強度に関しては、Valsgård⁹⁾が終局強度の相関曲線を提案した。Dowlingら¹⁰⁾は動的緩和法を使った差分法により、終局強度と縦横比・幅厚比・初期たわみ・残留応力の関係を詳細に検討した。またNarayananら¹¹⁾は同様のことをエネルギー法により予測した。日本では、井上ら¹²⁾は弾塑性域・ひずみ硬化域の座屈直後の板の剛性から、座屈応力を算定した。大坪ら¹³⁾は有限要素法の結果から終局強度の簡潔な相関曲線を提案した。また、三上ら¹⁴⁾は2軸圧縮実験の結果から単一パネルの圧縮強度算定式を提案した。

2方向面内力を受ける補剛板の終局強度に関しては、北田ら^{15,16)}が有限要素法や実験結果からその相関曲線を提案し、さらにその設計法についても言及した。また、熊谷ら¹⁷⁾は2軸圧縮補剛板の補剛材の必要剛度等の簡易式を提案した。

* 工博 高知高専助教授 土木工学科 (〒783 高知県南国市物部乙200番地の1)

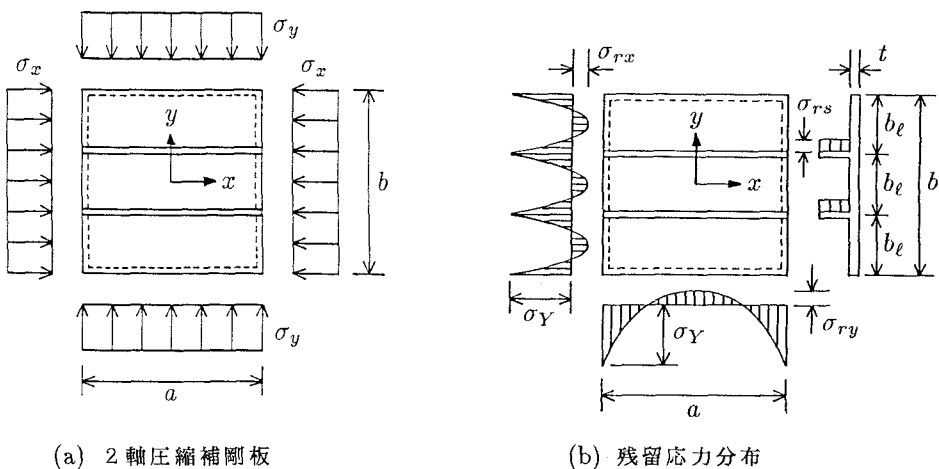


図-1 解析モデル ($n_s = 2$ のとき)

著者^{18,19)}は2軸圧縮矩形無補剛板に対し、弾塑性耐荷力の統一的簡易評価法を適用した。その評価法では、弾塑性大変形解析の複雑で膨大な非線形演算を行わず、パーソナルコンピュータレベルで十分に対応でき、特に残留応力と初期たわみの2つのパラメータを適宜変化させて終局強度を簡単に予測することができる。

本論文は、縦方向補剛材を有する矩形補剛板が2軸圧縮力を受ける場合を対象に、その弾塑性耐荷力を直接評価推定するため、統一的簡易評価法を適用し、数値解析例によりその有用性と妥当性を検討するものである。

2. 弾塑性耐荷力

(1) 基本的仮定

図-1に示すような、 n_s 本の縦方向補剛材を有する周辺単純支持矩形板が2軸圧縮応力 σ_x と σ_y を受ける場合を考える。簡単のために、補剛材のねじり剛性は無視する。本論文ではすべて、応力は材料の降伏応力 σ_Y で、面外たわみは板厚 t でそれぞれ無次元化する。材料は完全弾塑性体とし、塑性変形理論的に擬似弾性体として取り扱う。

この補剛板の1本の補剛材に対し、板パネル全体に対する断面積比 δ と曲げ剛比 γ は

$$\delta = \frac{A_s}{b t} \quad \text{および} \quad \gamma = \frac{EI_s}{b D_e} \quad (1)$$

で定義できる。ここに、 E は弾性係数で、 t 、 b と $D_e = Et^3/[12(1-\nu^2)]$ (ν はポアソン比)はそれぞれ板パネルの厚さ、全幅と曲げ剛性で、 A_s と I_s は1本の補剛材の断面積と断面2次モーメントである。

図-1に示すように、板パネル部分の縦 x 方向に垂直な断面には、最大引張応力の大きさが降伏応力 σ_Y 、最大圧縮応力の大きさが $\sigma_{r,x}$ で与えられる n_x 次曲線の残留応力分布が存在するものとする。また、横 y 方向に垂直な断面の残留応力分布も、最大圧縮残留応力の大きさが $\sigma_{r,y}$ の同様の n_y 次曲線であるとする。さらに、1本の縦 x 方向の補剛材に垂直な断面には一様な引張残留応力が存在するとし、その大きさを $\sigma_{r,s}$ とおく^{18,22)}。これらの残留応力分布は、それぞれの方向で独立に初期自

已平衡であるとする。このとき、無次元化平均圧縮応力 σ_x 、 σ_y と対応する平均ひずみ ε_x 、 ε_y は

$$\begin{cases} \sigma_i = 1 + \kappa_i(1 + \sigma_{ri})(1 - \kappa_i)^{n_i} - \frac{1 + \sigma_{ri}}{n_i + 1} \{ 1 - (1 - \kappa_i)^{n_i + 1} \} \\ \varepsilon_i = \frac{\sigma_Y}{E} \{ 1 + (1 + \sigma_{ri})(1 - \kappa_i)^{n_i} - \sigma'_{ri} \} \end{cases} \quad (i = x \text{ or } y) \quad (2)$$

ここに

$$\begin{cases} \sigma'_{rx} = \sigma_{rx} - \bar{\sigma}_{rs}, \quad \sigma'_{ry} = \sigma_{ry}, \\ n_x = \frac{1 + \bar{\sigma}_{rs}}{\sigma_{rx} - \bar{\sigma}_{rs}}, \quad n_y = \frac{1}{\sigma_{ry}}, \quad \bar{\sigma}_{rs} = \frac{n_s \delta}{1 + n_s \delta} \sigma_{rs} \end{cases} \quad (3)$$

この残留応力分布は、既往の数値解析で仮定されたブロック形等のものを内挿している^{10,15,16,19}。さらに、 κ_x と κ_y は、それぞれ x 軸と y 軸に垂直な板断面全体に対する断面の弾性域部分の比であり、断面の応力分布における接線係数 E_{tx} と E_{ty} として

$$E_{ti} = \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} = \kappa_i E \quad (i = x \text{ or } y) \quad (4)$$

で定義される。また、補剛板断面全体の平均的な割線係数 E_s は、無次元化等価圧縮応力 σ_{eq} と対応する等価ひずみ ε_{eq} を用いて

$$E_s = \left(\frac{\sigma_{eq}}{\varepsilon_{eq}} \right) \left(\frac{\sigma_Y}{E} \right) E \quad (5)$$

ここに

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y} \quad \text{および} \quad \varepsilon_{eq} = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 - \varepsilon_x \varepsilon_y} \quad (6)$$

(2) 弾塑性座屈強度

解析モデル (図-1) の境界条件から、弾性域および弾塑性域における座屈モードの大きさ w と対応する初期たわみモードの大きさ w_o を次の形で仮定する：

$$W = w \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad \text{および} \quad W_o = w_o \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (7)$$

ここに、 W と W_o は、面外たわみと初期面外たわみであり、板の縦方向に m 、横方向に n の半波数のモードを有する。

式 (5) の割線係数 E_s と修正された Airy の応力関数 F を使うと、完全系 (初期たわみ $W_o = 0$) の異方性板に対する弾塑性域における無次元化された基礎釣り合い方程式は、古典的な von Kármán の基礎方程式を修正して次のように誘導される¹⁹：

$$\begin{cases} \nabla^4 \tilde{F} = \left(\frac{E_s}{E} \right) \left(\frac{E}{\sigma_Y} \right) \left[\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right] \\ \nabla_p^4 W = \frac{1}{D_p} \left\{ t_x \frac{\partial^2 \tilde{F}}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{F}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \tilde{F}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right\} \end{cases} \quad (8)$$

ここに

$$\begin{cases} \nabla^4 \tilde{F} = \frac{\partial^4 \tilde{F}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \tilde{F}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \tilde{F}}{\partial y^4} \\ \nabla_p^4 W = k_1 \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2(k_2 + 2k_4) \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + k_3 \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \\ \tilde{F} = \frac{F}{\sigma_Y t^2}, \quad D_p = \frac{D_e}{\sigma_Y t^3}, \quad t_x = 1 + (n_s + 1)\delta \end{cases} \quad (9)$$

t_x は補剛板の無次元化等価板厚である。また、 $k_j (j=1,2,3,4)$ は弾塑性域における異方性板の曲げ剛性とねじり剛性である。

Bleichの方法を拡張すると¹⁸⁻²⁰⁾、これらの剛性係数 k_j は弾塑性域において

$$k_1 = \kappa_x \{ 1 + (n_s + 1)\gamma \}, \quad k_2 = \sqrt{\kappa_x} \sqrt{\kappa_y}, \quad k_3 = \kappa_y \quad \text{および} \quad k_4 = \frac{1-\nu}{2} \sqrt{\kappa_x} \sqrt{\kappa_y} \quad (10)$$

ここに、 κ_x と κ_y は式(2)と(4)で与えられる。式(5)の E_s 、式(7)の W と式(10)の k_j を、式(8)に代入し Galerkin 法を適用すると、完全系の補剛板の弾塑性域における無次元化座屈強度 σ_{eq}^p と無次元化後座屈釣り合い径路 σ_{eq} は、座屈モードの大きさ w の放物線として以下のように求められる。

$$\sigma_{eq} = \sigma_{eq}^p + C_p w^2 \quad (11)$$

ここに、(i) $\sigma_x \neq 0$ (一般的な2軸圧縮の場合)

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{eq} = \sigma_x \sqrt{1 - \rho + \rho^2}, \quad \sigma_{eq}^p = \sigma_x^p \sqrt{1 - \rho + \rho^2}, \quad C_p = C_{px} \sqrt{1 - \rho + \rho^2}, \\ \sigma_x^p = f_x^p \sigma_x^e, \quad \sigma_x^e = \frac{1}{R_x^2}, \quad R_x = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 K_x} \frac{\sigma_Y}{E}}, \\ K_x = \frac{n^2 \{ (\frac{\alpha}{\phi} + \frac{\phi}{\alpha})^2 + (n_s + 1)\gamma (\frac{\alpha}{\phi})^2 \}}{1 + (n_s + 1)\delta + \rho (\frac{\phi}{\alpha})^2}, \quad K_y = \rho K_x, \\ f_x^p = \frac{\{ \sqrt{\kappa_x} (\frac{\alpha}{\phi}) + \sqrt{\kappa_y} (\frac{\phi}{\alpha}) \}^2 + \kappa_x (n_s + 1)\gamma (\frac{\alpha}{\phi})^2}{(\frac{\alpha}{\phi} + \frac{\phi}{\alpha})^2 + (n_s + 1)\gamma (\frac{\alpha}{\phi})^2}, \\ C_{px} = \frac{3(1-\nu^2)}{4K_x} \frac{1}{R_x^2} \frac{E_s}{E} \frac{n^2 \{ (\frac{\alpha}{\phi})^2 + (\frac{\phi}{\alpha})^2 \}}{1 + (n_s + 1)\delta + \rho (\frac{\phi}{\alpha})^2} \end{array} \right. \quad (12)$$

また、(ii) $\sigma_x = 0$ (σ_y のみを受ける横方向純圧縮の場合)

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{eq} = \sigma_y, \quad \sigma_{eq}^p = \sigma_y^p, \quad C_p = C_{py}, \\ \sigma_y^p = f_y^p \sigma_y^e, \quad \sigma_y^e = \frac{1}{R_y^2}, \quad R_y = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 K_y} \frac{\sigma_Y}{E}}, \\ K_y = \frac{n^2 \{ (\frac{\alpha}{\phi} + \frac{\phi}{\alpha})^2 + (n_s + 1)\gamma (\frac{\alpha}{\phi})^2 \}}{(\frac{\phi}{\alpha})^2}, \\ f_y^p = \frac{\{ \sqrt{\kappa_x} (\frac{\alpha}{\phi}) + \sqrt{\kappa_y} (\frac{\phi}{\alpha}) \}^2 + \kappa_y (n_s + 1)\gamma (\frac{\alpha}{\phi})^2}{(\frac{\alpha}{\phi} + \frac{\phi}{\alpha})^2 + (n_s + 1)\gamma (\frac{\alpha}{\phi})^2}, \\ C_{py} = \frac{3(1-\nu^2)}{4K_y} \frac{1}{R_y^2} \frac{E_s}{E} \frac{n^2 \{ (\frac{\alpha}{\phi})^2 + (\frac{\phi}{\alpha})^2 \}}{(\frac{\phi}{\alpha})^2} \end{array} \right. \quad (13)$$

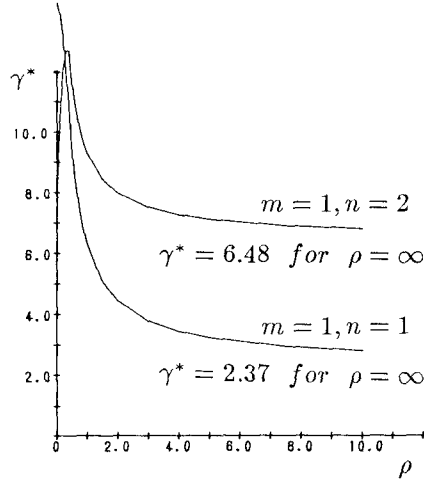


図-3 必要最小剛比 γ^* と応力比 ρ の関係 ($n_s = 2, \phi = 1, \delta = 0.1$)

さて、応力比 ρ 、補剛板の縦横比 $\phi = a/b$ 、座屈モード $\alpha = m/n$ 、補剛材本数 n_s と補剛材の断面積比 δ が与えられたとき、上記の板パネルの局部弾性座屈係数と補剛板の全体弾性座屈係数を一致させると、補剛材の最小必要剛比 γ^* を求めることができる。

$$\gamma^* = \frac{C_2 \{1 + (n_s + 1)\delta + \rho(\frac{\phi}{\alpha})^2\}}{(1 + C_1\rho)n^2} - (\frac{\alpha}{\phi} + \frac{\phi}{\alpha})^2 \quad (16)$$

$$(n_s + 1)(\frac{\alpha}{\phi})^2$$

この式は、横方向純圧縮の場合 ($\rho \rightarrow \infty$) を含んでいる。図-2 から、板パネルの相関曲線（実線）と補剛板の相関曲線（破線）の交点は、その曲げ剛比 γ が最小必要剛比 γ^* となるような応力比 $\rho = K_y/K_x$ を具体的に規定していることがわかる。

図-3 は、同じ補剛板に対し式 (16) から各座屈モードごとに必要最小剛比 γ^* と応力比 ρ の関係を求めたものである。北田ら¹⁶⁾の数値計算結果と比較するために、この関係を次のように近似にする。

$$\gamma^* = \begin{cases} 14.2667 - 5.267\rho & (0 \leq \rho \leq 0.3) \\ 12.6866 & (0.3 \leq \rho \leq 0.4) \\ 6.4572 + \frac{3.2508}{\rho} - \frac{0.4105}{\rho^2} + \frac{0.0427}{\rho^3} & (0.4 \leq \rho) \\ 6.4815 & (\rho = \infty) \end{cases} \quad (17)$$

(4) 崩壊機構と終局強度

補剛板の終局強度は、残留応力による弾塑性座屈強度や後座屈釣り合い径路のみならず、初期面外たわみや塑性崩壊機構曲線を考慮して求められる¹⁹⁾。

補剛板の弾塑性域で崩壊機構を座屈モード L1、L2、L3、G1、G2 に対応した 5 通りを考える（図-2 参照）。図中、補剛板内の実線が崩壊機構を形成する塑性関節線である。簡単のためにこの各塑性関節線上で

$$\sigma_{eq}^2 + \tilde{m}^2 = 1 \quad (18)$$

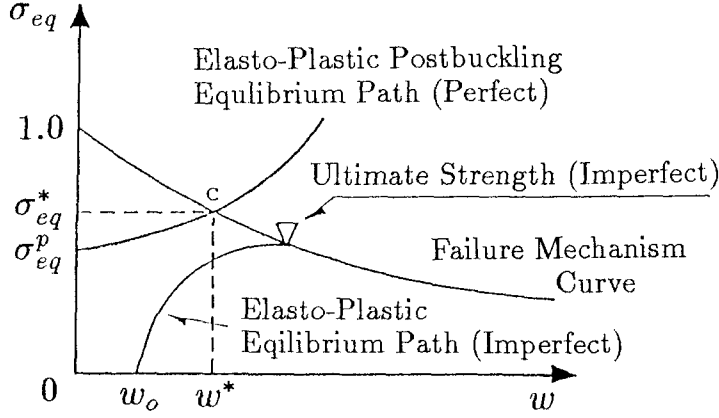


図-4 等価分岐点と終局強度

となる相関関係を仮定する。ここに、 $\tilde{m} = M/M_p$ で、 M と M_p はそれぞれ塑性関節に垂直な曲げモーメントと全塑性モーメントである。このとき、その塑性崩壊機構曲線はいずれも²¹⁾

$$w = A_p \frac{\sqrt{1 - \sigma_{eq}^2}}{\sigma_{eq}} \quad (19)$$

ここに、(i) $\sigma_x \neq 0$ (一般的な2軸圧縮の場合)

$$A_p = \begin{cases} \frac{1 + \delta(h_s/t)}{1 + \rho + (4/3)\delta} \sqrt{1 - \rho + \rho^2} & (m=1, n=1: \text{崩壊機構 G1}) \\ \frac{3 + 2\delta(h_s/t)}{2\{1 + 3\rho + (8/3)\delta\}} \sqrt{1 - \rho + \rho^2} & (m=1, n=2: \text{崩壊機構 G2}) \end{cases} \quad (20)$$

(ii) $\sigma_x = 0$ (σ_y のみを受ける横方向純圧縮の場合)

$$A_p = \begin{cases} 1 + \delta(h_s/t) & (m=1, n=1: \text{崩壊機構 G1}) \\ \frac{3 + 2\delta(h_s/t)}{\delta} & (m=1, n=2: \text{崩壊機構 G2}) \end{cases} \quad (21)$$

で、 h_s は補剛材の高さである。 h_s/t は諸定数から定められる。なお、板パネルの崩壊機構L1、L2、L3に対する式(19)の係数 A_p の値は、縦横比3:1の2軸圧縮無補剛板のものを用いる^{18,19)}。

さて、完全系の板の弾塑性後座屈釣り合い径路(11)と、塑性崩壊機構曲線(19)との交点を等価分岐点と呼び、その点は次の3次方程式を解いて求められる^{18,19,22)}。

$$\sigma_{eq}^3 - [\sigma_{eq}^p - C_p A_p^2] \sigma_{eq}^2 - C_p A_p^2 = 0 \quad (22)$$

いま、この方程式の適切な解の1つを σ_{eq}^* とし、対応する座屈モードを w^* とすると、完全系の板の等価分岐点は図-4の点C(w^*, σ_{eq}^*)で示される。この点の近傍で擬似ポテンシャルを定義し、非線形分岐理論から、初期面外たわみモード w_o を持つ不完全系の板の終局強度 σ_m が予測できる¹⁹⁾。

$$\sigma_m = \sigma_{eq}^* \left[1 + \alpha^* w_o^* - \sqrt{2\alpha^* w_o^* \left(1 + \frac{1}{2} \alpha^* w_o^* \right)} \right] \quad (23)$$

ここに、 α^* は崩壊機構曲線 (19) の等価分岐点 C における勾配で、

$$\alpha^* = - \frac{1}{\sigma_{eq}^*} \frac{d\sigma_{eq}}{dw} \Big|_{\sigma_{eq} = \sigma_{eq}^*} = \frac{\sigma_{eq}^* \sqrt{1 - \sigma_{eq}^{*2}}}{A_p} \quad (24)$$

また、 w_o^* は等価初期たわみモードで、次式で与えられる。

$$w_o^* = \mu(R) w_o \quad (25)$$

ここに

$$\mu(R) = \mu_c \left(\frac{R}{R_p} \right)^\beta, \quad \beta = 2 \left(1 - \frac{R}{R_p} \right), \quad \mu_c = \frac{1}{4} \quad (26)$$

R は一般化幅厚比で、式 (12) の R_x か式 (13) の R_y のいずれかである。また、 R_p は座屈が純弾性から弾塑性に移行するときの R の値である。さらに、 $\mu(R)$ は、既往の数値解析^{10,11,15,16)}を参考に、その他の構造物への本評価法の適用¹⁸⁾を考慮して統一的な形で決定され、その形は2軸圧縮無補剛板のものと全く一致している¹⁹⁾。

結局、2軸圧縮力を受ける矩形補剛板の終局強度は、縦方向と横方向の終局強度 σ_{xm} と σ_{ym} の相関関係として求められる。与えられた応力比 ρ に対し

$$\sigma_{xm} = \frac{\sigma_m}{\sqrt{1 - \rho + \rho^2}} \quad \text{および} \quad \sigma_{ym} = \rho \sigma_{xm} \quad (27)$$

もちろん、 σ_y のみの横方向圧縮の場合には、 $\sigma_{ym} = \sigma_m$ 、 $\sigma_{xm} = 0$ である。

3. 数値解析例と考察

本論文では数値解析例として、北田ら¹⁶⁾の数値計算結果と比較するために、2本の縦補剛材を有する正方形補剛板の2軸圧縮問題を対象とする。つまり、縦横比 $\phi = a/b = 1$ 、補剛材本数 $n_s = 2$ 、断面積比 $\delta = 0.1$ とおき、曲げ剛比 $\gamma = \gamma^*$ と規定する。また、材料定数として $\sigma_Y/E = 1/875$ を使う。補剛板の板パネル部分の最大圧縮残留応力の大きさは $\sigma_{rx} = \sigma_{ry} = 0.3$ 、補剛材の一樣引張残留応力の大きさは $\sigma_{rs} = 0.2$ とする。さらに、初期たわみの大きさは $a/1000$ と $b_t/150$ ($b_t = b/3$)の2種類を独立して考え、それを5タイプの座屈モード、つまり補剛板の全体的な座屈モードG1とG2、板パネルの局所的な座屈モードL1、L2とL3について、式 (7) の形で与える。

板の幅厚比 b_t/t を与え、各ひずみ比 $\rho' = \varepsilon_y/\varepsilon_x$ を順次変化させて (一般に弾塑性域では、ひずみ比 $\rho' \neq \rho$)、式 (27) から終局強度の相関曲線 (σ_{xm}, σ_{ym}) を求める。

北田ら¹⁶⁾の数値結果は、同様の補剛板について有限要素法を用いた弾塑性有限変位解析によるパラメトリック解析から求められたものである。初期たわみは、補剛板全体モード $a/1000$ と板パネルの局部モード $b_t/150$ の連成モードを与えている。残留応力は、縦・横方向は $\sigma_{rx} = 0.3$ 、 $\sigma_{ry} = 0.3$ のブロック型の分布を、補剛材は台形型の分布を仮定している。また、補剛材の剛比 $\gamma = \gamma^*$ を規定し、補剛材の高さとその板厚の比を一定 ($= 13$) としている。

図-5~7は、それぞれ幅厚比 $b_t/t = 30, 40, 60$ に対する正方形補剛板の終局強度の相関曲線で、初期たわみの大きさは $a/1000$ である。実線が全体座屈モードG1とG2に対する本評価法の終局強度で、長い破線は局部座屈モードL1、L2とL3に対する本評価法の終局強度である。破線の曲線はvon Misesの降伏条件と北田らの数値計算による終局強度である。結局、本評価法による終局強度は、各座屈モード (崩壊機構) に対する5本の相関曲線の安全側を包絡する形で推定できる。

図-5のような小さな幅厚比 $b_t/t = 30$ のときには、座屈モード G1 と L3 に対する本評価法の終局強度が北田らの数値結果にほぼ一致している。

図-6の幅厚比が $b_t/t = 40$ のときには、座屈モードに関わらず本評価法の終局強度は、北田らの結果に比べて全体的に少し危険側にある。また、図-7のように弾性座屈が生じやすい比較的大きな幅厚比 $b_t/t = 60$ のときには、図-5の場合とは逆に、座屈モード G2 のとき北田らにほぼ一致した終局強度を、座屈モード G1 のとき北田らより少し危険側の終局強度を、それぞれ本評価法は推定している。

図-5～7で、本評価法が北田らの数値結果より全般的に少し危険側にあるのは、北田らが2種類の初期たわみモードの連成モードを対象としているのに対し、本評価法は式(7)の形の1つの初期たわみモードを対象にしているためであると考えられる。

図-8～10は、それぞれ幅厚比 $b_t/t = 30, 40, 60$ に対する正方形補剛板終局強度の相関曲線である。初期たわみの大きさは $b_t/150$ である。図5～7と同様に、5つの座屈モードに対応する5本の相関曲線が示される。

図-8と9のような幅厚比 $b_t/t = 30, 40$ のときには、座屈モード G1 と L3 に対する本評価法の終局強度は、一部の応力比 ρ の領域を除いて、北田らの数値結果に一致している。応力比 ρ がかなり大きくほとんど横方向座屈に近い領域で、本終局強度は北田らの結果に比べてかなり危険側を推定している。本論文の定式化はすべて、(i) 一般的な2軸圧縮と(ii) 横方向純圧縮で整合性を保つようになされており、この原因は明白ではない。ただし、横方向純圧縮座屈の場合には両者はまたほぼ一致している。したがって、このような実用的な範囲の幅厚比では、本評価法は十分妥当な終局強度の相関曲線を与えていると考えられる。

また、図-10のように弾性座屈と思われる比較的大きな幅厚比 $b_t/t = 60$ のときには、応力比 $\rho \approx 1$ つまり $\sigma_x \approx \sigma_y$ の近くの領域では、本評価法は北田らの結果より若干安全側の終局強度を推定しており、それ以外の領域では前者は後者に比べてほんの少し危険側の終局強度を与えている。

本評価法では、初期たわみモードに関わらず全体的に、横方向純圧縮強度はほぼ正確に推定されているが、縦方向純圧縮強度を若干過大評価する傾向にある。幅厚比 b_t/t が60から30へと小さくなるにつれてその傾向は小さくなり、縦方向圧縮強度自身も適切に推定できているように思われる。

筆者は¹⁹⁾すでに2軸圧縮無補剛板に対し本評価法と類似の方法により、Dowling¹⁰⁾や北田ら¹⁶⁾の結果に十分に一致する終局強度が推定できることを示した。したがって、板パネルの局部座屈に対する本評価法による終局強度は十分妥当なものであろう。本論文では補剛材の曲げ剛比を $\gamma = \gamma^*$ としており、補剛板の全体座屈と板パネルの局部座屈の同時座屈に対する終局強度を対象としていると見ることができる。幅厚比 b_t/t が30から60へと大きくなると、座屈モード G2 と L3 の終局強度、G1 と L2 の終局強度は、 $\sigma_{xm} < \sigma_{ym}$ の領域で、それぞれ非常に良く一致する。また、 $\sigma_{xm} > \sigma_{ym}$ の領域では、座屈モード G2 と L2 の終局強度がほぼ一致する。幅厚比 b_t/t の大きな弾性座屈では、補剛板の全体座屈強度と板パネルの局部座屈強度が一致しているだけでなく、それぞれ対応する終局強度もまた一致していることが分かる。このことは、図-2の座屈係数の相関曲線からも推測できることである。

初期たわみモードの連成が終局強度に及ぼす影響を、本評価法では考慮していないが、数値計算例から見ると、本論文で対象とした幅厚比の範囲の補剛板については、その同時座屈に対する終局強度を、北田らの有限変位数値解析の結果に比べて十分妥当に推定できると考えられる。つまり逆に数値計算例からみると、終局強度に及ぼす北田らの全体・局部初期たわみモードの連成の影響は、本評価法では同程度の大きさの単独の初期たわみとして考慮されていると思われる。

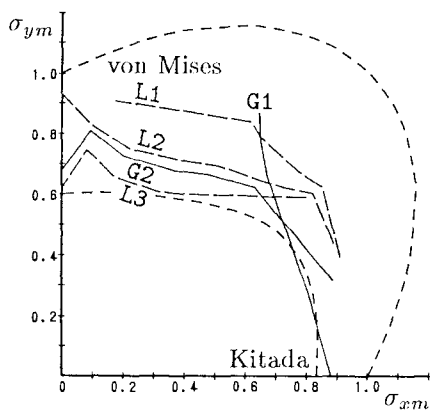


図-5 補剛板の終局強度の相関曲線
($b/t = 30, w_o = a/1000$)

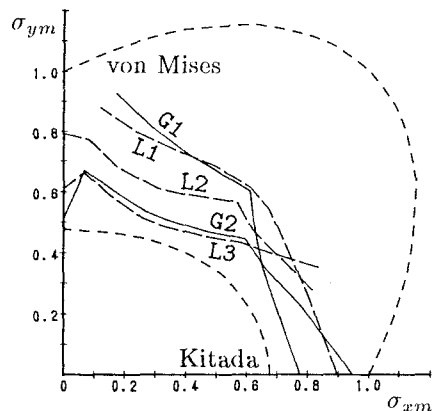


図-6 補剛板の終局強度の相関曲線
($b/t = 40, w_o = a/1000$)

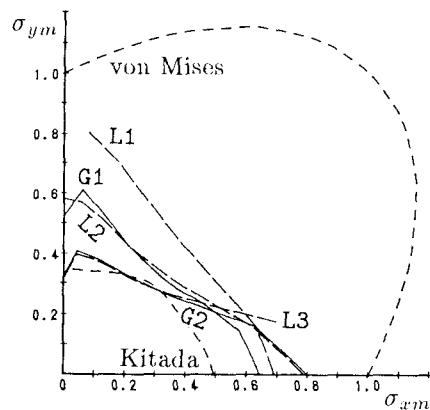


図-7 補剛板の終局強度の相関曲線
($b/t = 60, w_o = a/1000$)

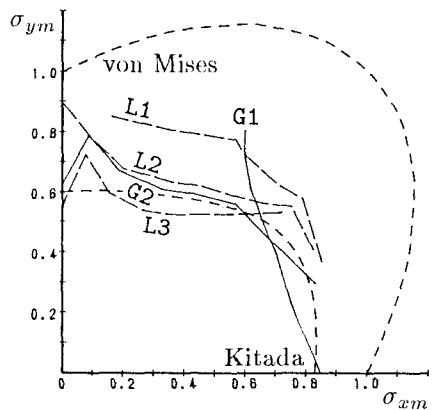


図-8 補剛板の終局強度の相関曲線
($b/t = 30, w_o = b_t/150$)

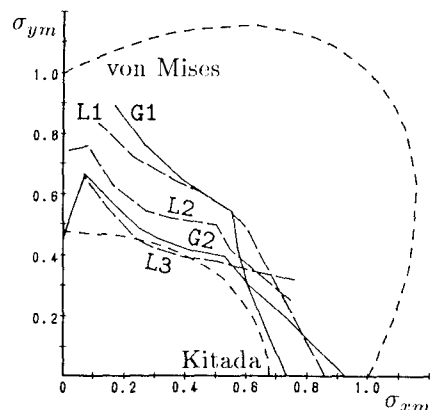


図-9 補剛板の終局強度の相関曲線
($b/t = 40, w_o = b_t/150$)

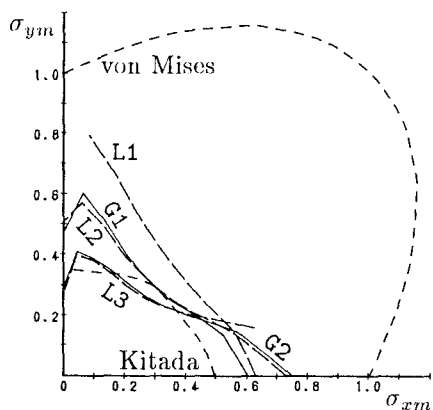


図-10 補剛板の終局強度の相関曲線
($b/t = 60, w_o = b_t/150$)

4. 結論

本論文は、2軸圧縮力を受ける矩形補剛板の終局強度を非線形分岐理論に基づく統一的簡易評価法により推定するものである。得られた結論をまとめると次の通りである：

- (1) 本評価法は、2軸圧縮力を受け、縦補剛材を有する一般的な矩形補剛板に対して定式化された。
- (2) 弾性座屈係数の相関曲線から、縦補剛材の最小必要剛比 γ^* を各種パラメータの関数として表現し、特に最小必要剛比 γ^* と応力比 ρ の関係を明確にした。
- (3) 補剛材剛比を常に $\gamma = \gamma^*$ で規定した2本の縦補剛材を持つ正方形補剛板の終局強度の相関曲線を数値計算例で示した。
- (4) 与えられた残留応力と初期たわみに対して、補剛板の終局強度は弾塑性後座屈経路と崩壊機構曲線の交点である等価分岐点の近傍で、非線形分岐理論から初期不整の敏感性曲線の形で推定評価できた。
- (5) 初期たわみは統一的な形の等価初期たわみに置き換えて修正された。
- (6) 適当な初期たわみモードに対し、本評価法による終局強度の相関曲線は、北田らの数値結果と比較してやや危険側ではあるが全般によく一致している。
- (7) すべての演算は、パーソナルコンピュータだけで実行でき、簡潔で容易である。
- (8) 本論文で提案した手法は、圧縮柱、梁-柱の曲げ座屈、一軸圧縮板・補剛板、圧縮円筒シェル、圧縮円筒パネルや2軸圧縮無補剛板だけではなく、剛骨組み、アーチやトラス構造の耐荷力評価にも統一的に適用できると考えられる。

参考文献

- 1) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., *Theory of Elastic Stability*, 2nd Edition. McGraw-Hill, 1961.
- 2) Allen, H.G. and Bulson, P.S., *Background to Buckling*. McGraw-Hill, 1980.
- 3) 福本 (編), 座屈設計ガイドライン. 土木学会, 1987.
- 4) Prabhakara, M.K. and Chia, C.Y., Post-buckling behaviour of rectangular orthotropic plates. *J. Mech. Eng. Sci.*, Vol. 15, 1973, pp.25-33.
- 5) Libove, C., Buckle pattern of biaxially compressed simply supported orthotropic rectangular plates. *J. Composite Materials*, Vol. 17, 1983, pp.45-48.
- 6) Haslach, Jr., H.W., Post-buckling stability of orthotropic, linear elastic, rectangular plates under biaxial loads. *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 28, 1986, pp.739-756.
- 7) Zhang, J.-W. and Shen, H.-S., Postbuckling of orthotropic rectangular plates in biaxial compression. *J. Eng. Mech.*, ASCE, Vol. 117, 1991, pp.1158-1170.
- 8) 上田・Rashed・白, 矩形板の弾性座屈相関関係式. 日本造船学会論文集, 157, 1985, pp.425-438.
- 9) Valsgård, S., Numerical design prediction of the capacity of plates in biaxial in-plane compression. *Computers & Structures*, Vol. 12, 1980, pp.729-739.
- 10) Dier, A.F. and Dowling, P.J., The strength of plates subjected to biaxial forces. *Behaviour of Thin-Walled Structures* (Eds. J.Rodhes and J.Spence). Elsevier Applied Science Publishers, 1984, pp.329-353.
- 11) Narayanan, R. and Shanmugam, N.E., Compressive strength of biaxially loaded plates. *Plated Structures - stability and strength* (Ed. R.Narayanan). Applied Science Publishers, 1983, pp.195-219.
- 12) 井上・加藤, 二軸方向に面内圧縮力を受ける鋼板の塑性流れ域における曲げ剛性と座屈. 日本建築学会構造系論文報告集, 371, 1987, pp.1-13.

- 13) 大坪・吉田, 組み合わせ応力下での長方形板の最終強度(その1)二軸圧縮. 日本造船学会論文集, 156, 1984, pp.323-329.
- 14) 三上・木村・徳田, 単一パネルの2軸圧縮強度の検討. 土木学会第46回年次学術講演会講演概要集, I-63, 1991, pp.164-165.
- 15) 北田・中井・吉田・鈴木, 2方向面内力を受ける補剛板の極限強度に関する研究. 構造工学論文集, Vol. 34A, 1988, pp.203-214.
- 16) Kitada, T., Nakai, H. and Furuta, T., Ultimate strength and interaction curve of stiffened plates subjected to biaxial in-plane forces. *Struct. Eng./Earthq. Eng., Proc. JSCE*, Vol. 8, 1991, pp.113s-122s.
- 17) 熊谷・井浦・三浦, 2軸圧縮補剛板の簡易設計法の一提案. 土木学会第46回年次学術講演会講演概要集, I-301, 1991, pp.640-641.
- 18) Isami, H., A new strength prediction method for biaxially compressed plates. *Theo. Appl. Mech.*, Vol. 39, 1990, pp.109-118.
- 19) 勇, 2方向面内圧縮力を受ける鋼矩形版の耐荷力推定のための新しいアプローチ. 構造工学論文集, Vol. 37A, 1991, pp.219-228.
- 20) Bleich, F., *Buckling Strength of Metal Structures*. McGraw-Hill, 1952.
- 21) 勇, 圧縮矩形版の崩壊機構曲線. 高知工業高等専門学校学術紀要, 第33号, 1990, pp. 83-91.
- 22) Niwa, Y., Watanabe, E. and Isami, H., A new approach to predict the strength of compressed steel stiffened plates. *Struct. Eng./Earthq. Eng., Proc. JSCE*, Vol. 2, 1985, pp. 281s-290s.

(1991年9月30日受付)