

面外初期たわみのある有孔板の大変形解析

A LARGE DEFLECTION ANALYSIS OF PLATES WITH A HOLE HAVING INITIAL OUT-OF-PLANE DEFLECTION

清水 茂* 吉田俊弥**

By Shigeru SHIMIZU and Shunya YOSHIDA

The elasto-plastic large-deflection analysis using FEM is made on plates having a hole subjected to a set of tensile load. This analysis is made with a relation on the problem of "tension buckling", the buckling caused by compression stresses appeared near the hole due to the tensile load, and is following to the Authors' analysis on the tension buckling as a bifurcation problem. Shapes and magnitudes of initial deflections and so on are adopted as parameters. From the analysis, influences of the material yielding caused by stress intensity on the buckling strength are found. The contributions of shapes of initial deflections are also cleared through the analysis.

1. まえがき

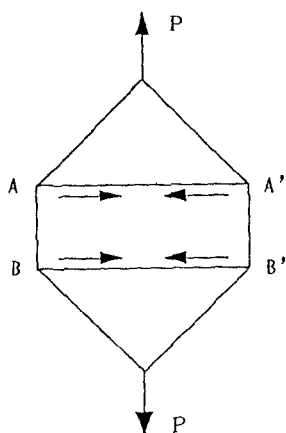
本論文は、面外初期たわみを有する有孔板の弾塑性大変形解析を行ない、「引っ張り座屈」と初期たわみの関係などについて考察しようとするものである。引っ張り荷重を受ける有孔板は、多くの場合、応力集中問題として扱われている。引っ張り荷重のもとでは、通常、座屈に対しては全く注意が払われていない。しかし、有孔板では、引っ張り荷重のもとでも、孔の周囲に局部的に圧縮応力が発生し、それが板の局部座屈を起こす場合もあることが、Bamberger らによって指摘されている¹⁾。Fig.1 は、この、孔の周囲の圧縮応力による座屈を模式的に表わしたものである。

Fig.1(a)は、上下にPなる引っ張りを受ける骨組み構造である。このとき、部材A-A'およびB-B'には、圧縮の部材力が発生し、場合によってはこれらの部材が座屈によって破壊する。同様のことが、Fig.1(b)のような有孔板においても生じる。すなわち、Fig.1(b)の斜線部には、引っ張り荷重によって圧縮応力が発生し、場合によってはこれが板の局部座屈を引き起こす。この座屈を、本論文では「引っ張り座屈」と言うこととする。

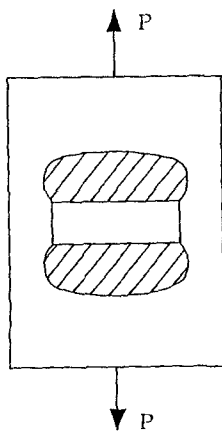
有孔板の引っ張り座屈については、Bamberger らが、上記の文献1)で、円孔のある板の挙動について研究している。また、著者らも、有孔板の引っ張り座屈について、孔の形状や板のアスペクト比、荷重幅などをパラメーターとした解析を行なった²⁾。文献2)では、板のアスペクト比や孔の形状、荷重幅と座屈係数の関係などが調べられている。さらに、類似の問題として、藤本らは、ひびわれの

* 工博 信州大学助手 工学部社会開発工学科 (〒380 長野市若里500)

** 工博 信州大学名誉教授



(a) Corresponding frame



(b) A plate with a hole under tension

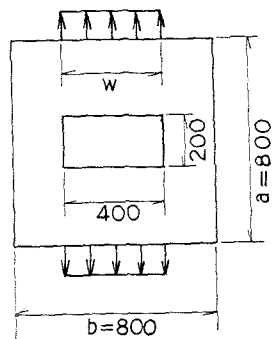
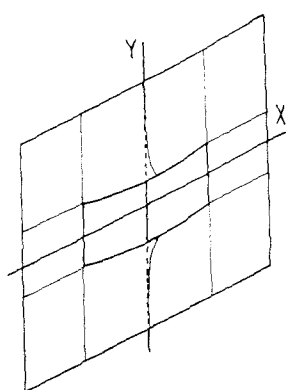
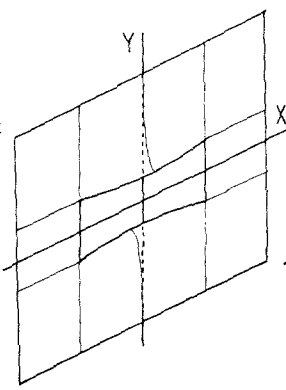


Fig.2 A Typical Model

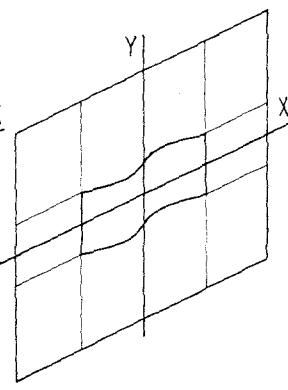
Fig.1 Demonstrative model for tension buckling



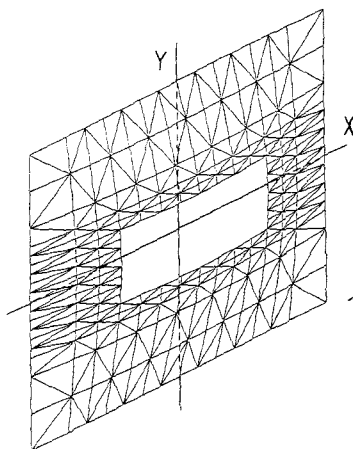
(b-1) Model B1



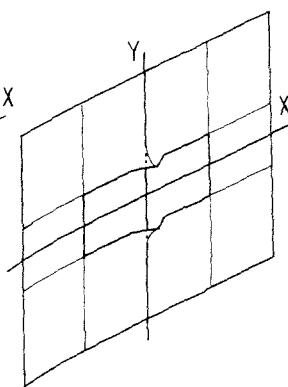
(b-2) Model B2



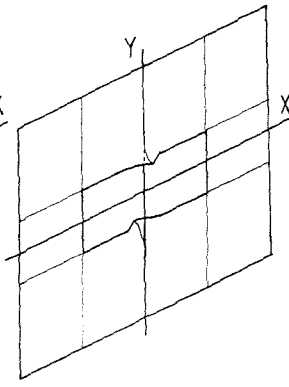
(b-3) Model B3



(a) Model A1



(c-1) Model C1



(c-2) Model C2

Fig.3 Initial Deflection Shapes

ある板の引っ張り荷重のもとでの座屈挙動を調べている^{32,42,52}。また、Pellett らは円孔のある無限板が一様な引っ張りを受ける場合の座屈解析行なっている⁶²ほか、Datta らは円ないしはクラック状の開孔部のある板の、引っ張り荷重下での座屈や振動を調べている⁷²。しかしながら、引っ張り座屈に関する研究は、これら以外にはほとんど行なわれていないようである。

ところで、一般に、座屈問題では、初期たわみをはじめとする構造物の初期不整は、その挙動に大きな影響を与える。そのため、構造物の座屈強度を考察する際には、初期不整を考慮することが必要である。一方、引っ張りを受ける有孔板では、Datta らも指摘しているように⁷²、応力集中は板の挙動を考慮する上で重要である。有孔板の引っ張り座屈問題の場合、この応力集中により、かなり小さな荷重レベルの内から部分的に材料降伏がおり、それが座屈強度に影響を与えることが予想される。以上の観点に立ち、著者らは、引っ張り座屈を弾性分岐問題として扱った文献²に引きつづき、初期たわみのある有孔板の弾塑性大変形解析を行なった。本論文では、この解析結果を報告する。

この解析は、特に初期たわみと板の座屈挙動の関係など、引っ張り座屈の基本的性質を調べることを目的としている。そのため、本論文では、解析は、板が座屈した状態に達したと考えられる段階まで行っており、最大荷重に至るまでの過程は追跡していない。この問題についての、最大荷重を含んだ議論は、別途行う予定である。なお、本論分で扱う座屈とは、単に、板の面外変形が急増を始めることであり、分岐問題としての、厳密な意味での座屈をいうわけではない。

2. 数値解析

解析は、小松・北田らの論文⁶²に示されている、大変形・弾塑性の有限要素法によって行なった。すなわち、用いた要素は三角形平面シェル要素であり、増分は荷重増分法によった。

解析に用いた板は、Fig.2 に示す正方形板で、その中央に、図に示すような長方形の孔を有するものとした。板や孔の寸法は、図中に示す通りである。孔の隅角部は、ほとんどの解析モデルでは図の通り直角であるが、一部、隅角部に $R=50\text{ mm}$ の曲率をつけた。

本研究の主題となる、板の面外初期たわみは、Fig.3 (a)～(c-2) に示す6種類の形状のものをを用いた。うち、Fig.3 (a) には、要素の分割のようすも併せて示してある。

Fig.3(a)に示される初期たわみ形状は、 $\cos$ ine関数で表わされるひとつの半波からなる初期たわみが、板の全領域にわたって拡がっているものである。これは、通常の座屈解析においてしばしば用いられるものと同じである。

Fig.3(b-1)～(b-3)の初期たわみは、初期たわみが孔の上下に隣接した領域のみに存在するもので、そのうち、(b-1)はたわみが孔の上下で同じ方向であるもの、(b-2)はたわみの方向が異なるものである。また、(b-3)は、孔の上下でそれぞれ、X方向に半波が二つずつあるような初期たわみの形状を表わしている。これらFig.3(b)に示す初期たわみ形状は、著者らの弾性座屈解析²²で得られた座屈モードを参考にして決定した。

一方、製作時に生じる可能性のある、孔の周囲の小さな範囲にある変形を想定したものが、Fig.3 (c-1),(c-2)に示す初期たわみ形状である。これらは、図のように、孔の上下のごく小さな領域のみに仮定されている。これらのうち、(c-1)は(b-1)と同じくたわみの方向が孔の上下で同じである場合、(c-2)は(b-2)と同じく方向が異なるものである。

本論文では、これらの初期たわみ形状は、それぞれ、A1,B1,B2,B3,C1,C2 という名称を付けることとする。また、このほか、形状・寸法とも、モデル B1 と同じであるが、孔の隅角部に $R=50\text{ mm}$ の曲率がついたモデルも考えた。このモデルの名称は、R1 とする。

本研究で用いたパラメーターは、板厚 t (すなわち板の幅厚比 b/t)、初期たわみの大きさ δ_0/t 、及び荷重の幅 $\beta=w/b$ である。用いたパラメーターの値は、板厚 $t=0.4, 0.6, 0.8\text{ mm}$ ($b/t=200, 133, 100$)、初期たわみの大きさ $\delta_0/t=1/2, 1/10, 1/50, 1/100$ 、及び、荷重幅 $\beta=W/b$

$=0.0, 0.5, 1.0$ である。ここで、 $\beta=0.0$ とは、集中荷重を表わす。また、 δ_0 は、各モデルの最大の面外初期たわみである。なお、以後、パラメーターの値を明記していないモデルでは、 $t=0.6\text{ m}$ ($b/t=133$)、 $\delta_0/t=1/50$ 、 $\beta=0.5$ である。

また、解析に用いた材料定数は、弾性係数 $E=206\text{ GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、降伏応力 $\sigma_y=312\text{ MPa}$ である。境界条件は、板の周囲で面外方向に単純支持とした。

3. 板の面外変形挙動

(1) 初期たわみの大きさ

Fig.4は、初期たわみの形状が B1 で、幅厚比 $b/t=133$ 、荷重幅 $\beta=0.5$ のモデルについて、初期たわみの大きさを $\delta_0/t=1/100, 1/50, 1/10, 1/2$ とした場合の荷重変形曲線 ($P-\delta$ 曲線) である。この図では、板の面外変形は、図中の黒丸●で示した点における値で示している。

この図に示されているモデルでは、いずれも、荷重 P が約 275 kN に達すると、孔の隅角部付近で材料の降伏が始まった。その後、 $\delta_0/t=1/2$ のモデルで荷重 P が約 290 kN に、 $\delta_0/t=1/100$ のモデルで P が約 330 kN に、その他のモデルで P が約 305 kN に達したときに、塑性域が孔の左右の領域に拡がった。

一方、板が座屈したと考えられる、面外たわみの急増している荷重に注目すると、 $\delta_0/t=1/100$ の場合で約 310 kN 、 $\delta_0/t=1/50$ の場合で約 300 kN である。 $\delta_0/t=1/10$ の場合は、どの荷重レベルから面外変形が急増しているか、明瞭ではないが、荷重が約 $200\sim 250\text{ kN}$ を越えると、徐々に曲線が傾いているようすがわかる。 $\delta_0/t=1/2$ のモデルの場合には、この曲線は、他のモデルに比べて直線に近く、明瞭な「座屈」現象を見出すことはできない。

このように、引っ張り座屈の場合も、通常の座屈と同じく、初期たわみが相対的に大きなモデルでは、座屈強度の低下が見られ、また、初期たわみが相当に大きくなると、明瞭な座屈の状態を呈さないことがわかる。

(2) 初期たわみの形状

Fig.5～Fig.7 は、初期たわみの形状がそれぞれ A1, B1～B3 および C1～C2 のモデルの、荷重幅 $\beta=0.5$ 、幅厚比 $b/t=133$ 、初期たわみの大きさ $\delta_0/t=1/50$ の場合の、荷重変形曲線である。Fig.4 の場合と同じく、面外変形は、図中の黒丸●で示した点における値である。

これらのモデルでは、いずれも、荷重 P が約 275 kN に達した時点で長方形の孔の四隅で材料の降伏が始まった。その後、これらの図からわかるとおり、 $P=300\text{ kN} \sim 340\text{ kN}$ の間で、面外変形が急速に増加している。

これらのモデルの中で、もっとも特徴のある $P-\delta$ 曲線を呈したモデルが A1 である。このモデルの曲線は、Fig.5 に示したように、①～③の三段階に分けることができる。まず段階①では、面外変形は、わずかながら減少している。この段階は、荷重が約 110 kN に達するまで続いた後に、 $P-\delta$ 曲線は段階②に入る。段階②では、 $P-\delta$ 曲線はほぼ垂直であり、面外変形はほとんど変化していない。荷重 P が約 270 kN に達すると段階③となり、面外変形は増加を始める。 P が約 320 kN に達する前後で、降伏域が孔の左右に沿って拡がり、変形は急速に増加を始めた。すなわち、このモデルは、面外初期たわみが引っ張り荷重によりいったん取り除かれた後に、初期たわみが極めて小さな板と同様な挙動を示したと考えることができる。

Fig.6 には、矩形の孔の上下に面外初期たわみを持つモデル B1～B3 の荷重変形曲線が示されている。これらのモデルでは、前述のように荷重が約 275 kN に達する前後に孔の隅角部付近で降伏が始まった後、 $P=305\text{ kN}$ 前後で、降伏域が、孔の左右の領域に拡がった。モデル B1 及び B2 では、面外変形は、 $P=300\text{ kN}$ 付近から急速に増加しているが、初期たわみの方向が孔の上下で異なるモ

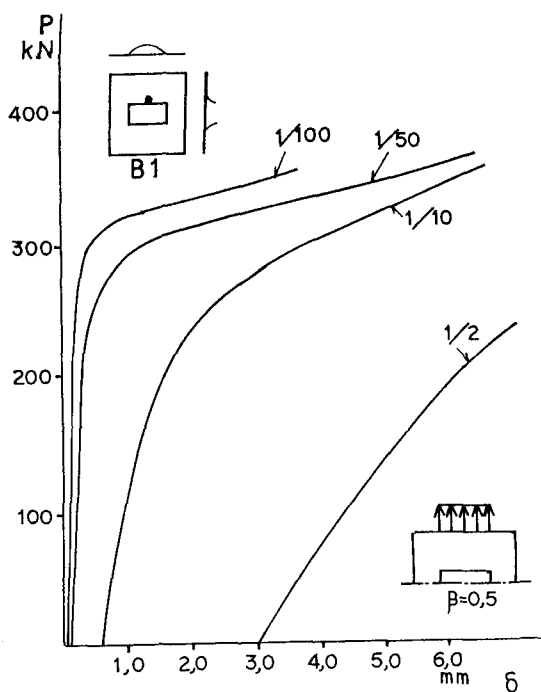


Fig.4 Contribution of Initial Deflection Magnitude

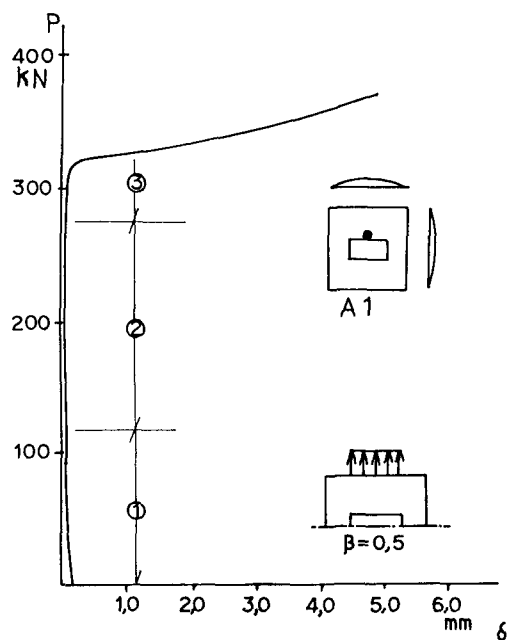


Fig.5 P- δ Curve of A1

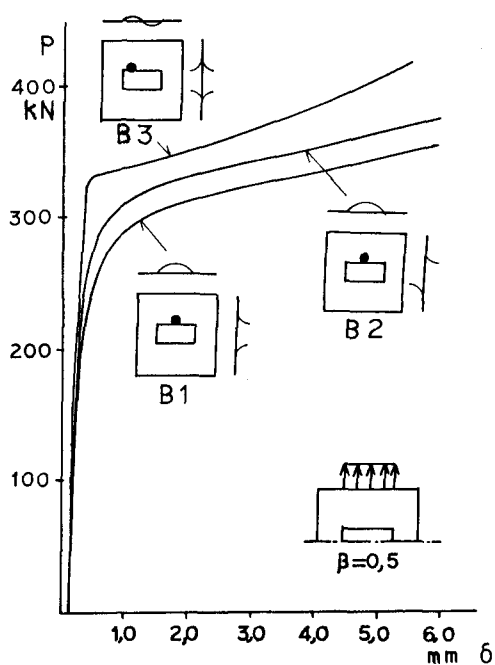


Fig.6 P- δ Curves of B1-B3

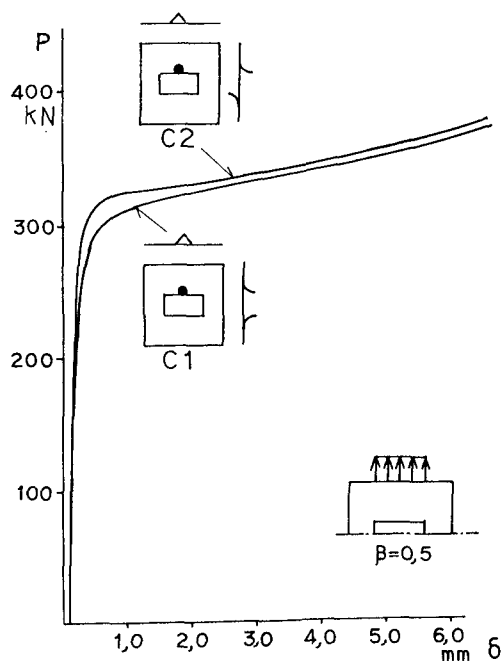


Fig.7 P- δ Curves of C1, C2

デル B2 は、荷重は若干大きな値となっている。一方、モデル B3 では、面外変形が急激に増加を始めるのは $P = 320 \text{ kN}$ 付近からであり、曲線の傾きの変化も急激である。すなわち、モデル B3 は、初期たわみの小さなモデルのような挙動を示していると言える。

孔の上下に局部的に初期たわみを持つモデル C2, C2 の荷重－変形曲線は、Fig.7 に示されている。これらのモデルでも、 $P = 275 \text{ kN}$ 前後から孔の隅角部付近で降伏が始まったが、降伏域が孔の左右の領域にまで拡がったのは、荷重が約 340 kN に達してからであった。これら二つのモデルとも、曲線の傾きは $P = 310 \text{ kN}$ 付近から変化しており、その変化の程度はモデル B1, B2 の場合よりも急激である。そのため、変形が比較的小さいうちは、これら二つのモデルの荷重はモデル B1, B2 より大きい。しかし、面外変形 δ が 2.0 mm 程度を超えると、モデル C1, C2 の曲線は B1, B2 の曲線の間に位置するようになり、いわゆる後座屈の状態では、モデル B1, B2 とほぼ同様な挙動を示す。

以上のことから、有孔板の引っ張り座屈問題では、板の全体に渡る初期たわみよりも、孔の周囲のみにある初期たわみの方が板の挙動に与える影響が大きいこと、孔の周囲のごく狭い領域にある初期たわみも、孔の上下いっばいに拡がる初期たわみとほぼ同様な影響を与えることが分かる。

また、いずれのモデルも、孔の周囲に降伏域が拡がるにつれ、面外変形が急増していることから、引っ張り座屈では、応力集中に伴う材料の降伏が無視できないといえる。

4. 荷重幅の影響

著者らが行った、有孔板の引っ張り座屈に関する弾性座屈解析²⁾では、荷重幅は、座屈挙動に大きな影響を与え、荷重幅が小さい場合は、それが大きい場合に比べて座屈強度が相当に低下するという結果が得られている。これは、Fig.1 からも、容易に想像されることである。例えば、文献2)より、アスペクト比 $\alpha = 1.0$ の場合で座屈係数を比較すると、集中荷重に相当する $\beta = 0.0$ の場合は $\beta = 0.5$ の場合のほぼ 60% であり、また $\beta = 1.0$ の場合は座屈係数はほぼ 2.4 倍であった。

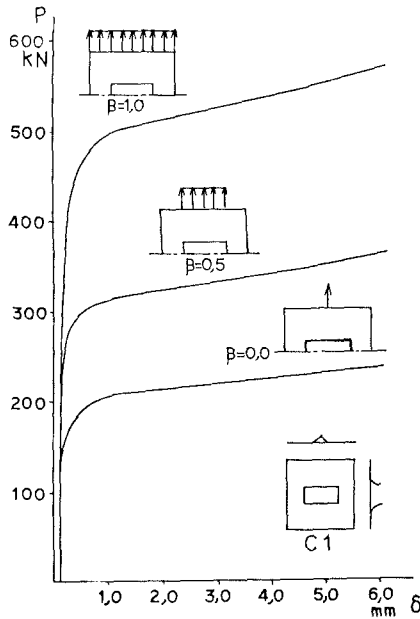


Fig.8 Contribution of Loading Width

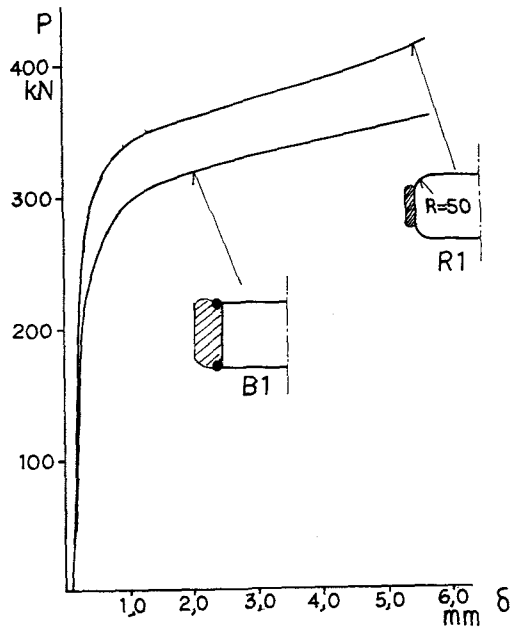


Fig.9 Hole-Corner Effect

Fig.8 は、モデルC1において、荷重幅を $\beta=1.0, 0.5, 0.0$ とした場合の荷重変形曲線である。この図では、集中荷重に相当する $\beta=0.0$ の場合、板の面外変形は、 $P=190\text{kN}$ 付近で急増している。前述のように、 $\beta=0.5$ の場合は、このときの荷重は約 310 kN であったから、集中荷重を受ける板では座屈強度がほぼ 40% 低下していることになる。また、 $\beta=1.0$ の場合は、面外変形が急増するのは荷重が約 500 kN に達したときで、これは $\beta=0.5$ の場合のほぼ 1.6 倍である。

面外変形が急増を始める荷重レベル（すなわち座屈荷重）が、 $\beta=0.0$ のモデルで、弾性座屈の場合とほぼ同じく約 40% 減少しているのに対し、 $\beta=1.0$ の場合に 1.6 倍程度にしか上昇していないのは、この場合、材料の降伏が、孔の周囲で比較的小さな荷重で始まったためと考えられる。これらのモデルでは、集中荷重を受ける場合、 P が約 145kN で載荷点付近で降伏が始まり、 P が約 185 kN で、孔の隅角部付近で降伏した。この荷重は、 $\beta=0.5$ の場合の約 64% である。一方、 $\beta=1.00$ の場合は、荷重が約 310 kN に達した時点で孔の隅角部付近で降伏が始まった。この荷重は、 $\beta=0.5$ の場合よりも約 13% 大きな値である。

このことは、引っ張り座屈問題では、材料降伏の影響が無視できないことを示唆している。

5. 孔の形状

開口部のある板構造物では、応力集中を避けるため、多くの場合、孔の隅角部には曲率が付けられる。もちろん、これは、応力集中の緩和には極めて有効とされている。

ところが、引っ張り座屈では、これを弾性の分岐座屈問題として扱った場合、孔の隅角部に曲率を付けることは、座屈強度の向上にはあまり関係ないことが示されている²⁾。文献2)で示したモデルは、本論文で扱っているモデルとは若干異なっているため、直接の比較はできないが、孔の隅角部に曲率がある場合の座屈係数は、正方形の孔のある場合に比べて、わずか $2\sim 10\%$ 程度しか増加していない。これは、引っ張り座屈問題では、現象を支配するのは、応力集中に関する引っ張り応力ではなく、引っ張り荷重によって付随的に発生する局所的な圧縮応力であるからである。

孔の周囲に曲率を持つモデルについて、前節までと同様な解析を行なった結果を、Fig.9 に示す。この図は、孔の隅角部に $R=50\text{ mm}$ の曲率を持つモデル R1 の $P-\delta$ 曲線である。このモデルの初期たわみの形状・大きさは Fig.6 中のモデル B1 と同じであり、図中には、比較のため、モデル B1 の $P-\delta$ 曲線も再掲してあるほか、それぞれのモデルの孔の形状も示してある。

図から明らかなように、モデル B1 では、荷重が $P=300\text{ kN}$ 程度に達すると、面外変形の増加が目立つようになるが、モデル R1 の場合、そのような荷重レベルはほぼ $340\sim 350\text{ kN}$ である。また、後座屈の状態に達した時点では、R1 の荷重は、B1 より、 10% 以上大きな値となっている。

モデル B1 の場合、前述のように、荷重が約 275 kN になると、孔の隅角部付近（図の黒丸部）で材料の降伏が始まり、約 320 kN で塑性域は孔の左右（図の斜線部）に拡がった。一方、モデル R1 の場合、初期降伏は、荷重 P が約 280 kN に達した時点で孔の左右に沿った領域（図の斜線部）で見られたが、その後、 P が 400 kN を越えるまで、塑性域はそれ以上に拡がらないまま荷重が増加した。これは、モデル R1 では孔の隅角部に曲率を有するため、応力集中が緩和されたためである。

以上のことから、材料の降伏も考慮した場合には、弾性座屈解析の場合と異なり、孔の隅角部の曲率は、座屈強度の向上に若干の効果があるといえよう。

6. 強度曲線

Fig.10 および Fig.11 は、引っ張り座屈に対する板の座屈強度曲線と、本研究で得られた大変形解析による強度を比較したものである。図の横軸は、示方書⁹⁾に示されている幅厚比パラメータ R であり、縦軸は、降伏応力で無次元化した座屈応力である。

これらの図中の実線は、引っ張り座屈を分岐問題として扱った場合のオイラー曲線であり、丸数字とともに示されている“+”印が本解析で得られた座屈強度である。なお、これらの座屈強度とは、前節までに示した各モデルの荷重変形曲線において、面外変形が急増を始める荷重レベルを読みとった値から求めており、必ずしも厳密な値ではない。

幅厚比パラメーター R の計算では、座屈係数が必要となるが、引っ張り座屈の場合、同じモデルが同じ大きさの荷重を受ける場合であっても、荷重幅などによって座屈係数が異なるため、ここでは、座屈係数は、一律に、圧縮座屈に対する値である 4.0 を用いている。そのため、図中の曲線が $\sigma_{cr}/\sigma_y = 1.0$ から分岐するときの R の値は、1.0 ではない。

これらの図のうち、Fig.10 は、モデル C1 の、板厚 $t=6\text{mm}$ （幅厚比 $b/t=133$ 、 $R=2.7$ ）、初期たわみの大きさ $\delta_o/t=1/50$ の場合について、荷重幅 $\beta = 1.0, 0.5, 0.0$ に対する結果である。丸数字のうち、①は $\beta=1.0$ の場合、②は 0.5 の場合、③は $\beta=0.0$ の場合である。ここで解析した $R=2.7$ において縦軸の値を比較すると、本解析による無次元強度は $\beta=1.0, 0.5, 0.0$ それぞれに対して $\sigma_{cr}/\sigma_y \approx 0.65, 0.41, 0.27$ である。これらの値に対する曲線の値はそれぞれ $\sigma_{cr}/\sigma_y = 1.00, 0.58, 0.33$ であり、無次元強度がそれぞれ約 35%, 29% および 18% だけ低下していることがわかる。これは、初期たわみのほか、材料降伏の影響が大きいものと思われる。これらのうち、集中荷重を受ける $\beta=0.0$ のモデルで強度の低下が約 18% であるのに対し、 $\beta=1.0$ の場合で約 35% も低下しているのは、 $\beta=0.0$ の場合、もともと弾性座屈強度が小さかったのに対し、 $\beta=1.0$ の場合には弾性座屈強度が相対的に大きく、応力集中による材料降伏の影響が顕著に現われたためと考えられる。

一方、Fig.11 は、モデル B1 で $\beta=0.5$ の場合について、初期たわみの大きさと幅厚比を変化させたものである。図中、①、②、③で示す点は、初期たわみを $\delta_o/t=1/10$ として、幅厚比 R をそれぞれ 2.1、2.7、4.1 と変化させた場合、また、④は、②と同じ状態で、初期たわみを 1/50 とした場合である。この図には、比較の目安とするため、 $\sigma_{cr}/\sigma_y = 0.5/R^2$ の曲線も、破線で示してある。

この図の、①～③で示される強度は、実線よりも、それぞれおよそ 47%, 41%, および 40% だけ小さな値である。この図では、初期たわみの大きさが $\delta_o/t=1/10$ と、Fig.10 の場合よりも大きいため、Fig.10 のモデルよりも、強度の低下が大きいことがわかる。初期たわみの大きさが $\delta_o/t=1/50$ である、④の場合、強度の低下は約 33% であった。

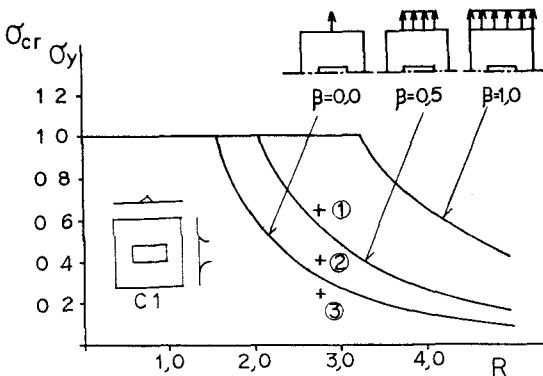


Fig.10 Comparisons to Euler's Curve (1)
(Loading Width)

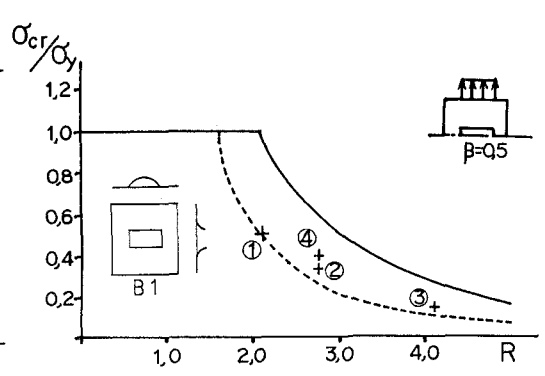


Fig.11 Comparisons to Euler's Curves (2)
(Width-Thickness Ratios)

以上のことから、ここで示した結果の範囲内で考えると、引っ張り座屈問題で、初期たわみや材料降伏を考慮する場合、Fig.11 中に破線で示した $\sigma_{xx}/\sigma_y=0.5/R^2$ の曲線が、一応の強度の目安となり得ると考えられる。

7. まとめ

本研究では、引っ張り座屈の基本的な性質を調べるため、初期たわみを有する有孔板の弾塑性大変形解析を行なった。この解析は、限られたケースについてのみ行なわれており、一般的な考察は困難であるが、本解析の結果をまとめると以下になる。

初期たわみの形状と座屈強度の関係からは、通常の圧縮座屈の場合とは異なり、板全体にわたる初期たわみよりも、孔の周囲のみにある初期たわみの方が、座屈挙動、あるいは座屈強度に与える影響が大きい。これは、引っ張り座屈は、引っ張り荷重により付随的に生じる、孔周辺の圧縮応力によって起こることによる。板全体にわたる初期たわみは引っ張り荷重により減少するので、極めて小さな初期たわみと同程度の影響しかない。

ところで、引っ張り座屈を弾性の分岐問題として捉えた場合は、現象を支配するのは、孔周囲の圧縮応力であり、応力集中に伴う孔周囲の大きな引張応力は、座屈荷重には大きな影響は与えないことがわかっている。また、分岐座屈問題として扱った場合には、応力集中の緩和のための、孔隅角部の曲率は、板の座屈強度には大きな影響は与えない。

それに対し、本研究の結果から、孔周囲の材料降伏が、引っ張り座屈荷重に無視できない影響を与えることが示された。有孔板では、応力集中により、弾性座屈荷重よりかなり小さな荷重レベルで材料の降伏が始まるからである。また、分岐座屈問題として扱った場合と異なり、孔隅角部の曲率は、応力集中を緩和し、材料降伏を抑制するため、座屈強度の向上にある程度効果があることもわかった。もともと、有孔板では応力集中は注意すべき現象とされていたが、この場合でも、板の変形は、面内のみを考慮している。本研究の対象としている引っ張り座屈の場合、板の変形は面外方向となるため、材料降伏の影響は、より重大と思われる。

引っ張り座屈の座屈強度をオイラー曲線と比較したところ、強度は、本解析の範囲内では最大 50 %程度も低下しており、座屈に対する設計曲線は、本解析で扱った範囲内では、オイラー曲線の $1/2$ 程度を目安に議論すればよいことがわかった。

今後は、応力集中問題との関係に注目しつつ、最大荷重まで考慮した解析を行ない、有孔板の引っ張り座屈に関する挙動を調べる必要がある。

本研究の数値解析には、信州大学情報処理センター、及び、東京大学大型計算機センターを利用した。

参考文献

- 1) Bamberger, Y. and Voldoire, F. : Stabilite en Traction D'une Plaque Trouee, Proc. of ECCS colloquium on Stability of Plate and Shell Structures, ed. P. Dubas et al., Ghent, Belgium, pp.241-246, 1987
- 2) Shimizu, S., Yoshida, S. and Enomoto, N.: Buckling of Plates with a Hole under Tension, Thin walled Structures, Vol.12, pp.35-49, 1991
- 3) 藤本 孝、角誠之助：引張荷重を受ける中央き裂板の弾性座屈、日本機械学会論文集、Vol.52、pp.1579-1586, 1986

- 4) 藤本 孝、角誠之助：引張荷重を受ける中央き裂板の弾塑性座屈解析、日本機械学会論文集、Vol.52、pp.1587-1593, 1986
- 5) 藤本 孝、角誠之助：引張荷重を受ける中央き裂板の座屈変形挙動、日本機械学会論文集、Vol.53、pp.593-600, 1987
- 6) Pellett, D. A. and Costello, R. G. : Buckling of a Tension Panel Containing a Circular Hole, AIAA Journal, Vol.6, No.10, pp.2012-2014, 1968
- 7) Datta, P. K. and Carlson, R. L.: Buckling and Vibration of a Thin Tensioned Sheet with and Elliptical Hole, Experimental Mechanics, pp.280-286, July, 1973
- 8) 小松定夫、北田俊行、宮崎清司：残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析、土木学会論文報告集、224 号、pp.1-14、1975
- 9) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説、丸善、1980

(1991年9月30日受付)