

曲率変化に基づくはり構造物の損傷評価法について

Damage detection in beam structures based on curvature changes

水澤富作*

高木信治**

By Tomisaku Mizusawa and Shinji Takagi

This paper deals with the method of damage detection in beam structures based on curvature changes. By using a simply supported beam and a cantilever model, it is shown that the changes in the curvature curves or curvature mode shapes are localized in the region of damage, and hence can be used to detect damage in a structure. The changes in the curvature increase with increasing size of damage. The Newmark method and the Stodola-Newmark method were used to obtain the displacements and the displacement mode shapes of beams with damages, respectively. By using a central difference approximation, curvatures and curvature mode shapes were calculated from the displacements and vibrating displacement-mode shapes.

1. はじめに

既存構造物の損傷評価や健全度診断が、合理的な維持管理を行うために重要な課題となっている。構造物に生じるひび割れ、亀裂や局所変形などの損傷は、地震、衝突、交通量の増大や車両の大型化に伴う過酷な供用、中性化や腐食などの劣化や疲労により発生し、その規模により構造システムを変化させたり、局部的に剛性を低下させる。このような損傷を持つ構造物では、一般に振動数が低下し、振動モードの形状が変化したり、また減衰係数が増大する傾向が実験的にも明らかにされている¹⁻³⁾。

このような損傷評価では、損傷原因、損傷位置や損傷の程度などをできるだけ定量的に評価する方法を確立し、客観的な判定基準を設ける必要がある。一般に、構造物の損傷評価法として、たわみや振動特性（振動数、振動モード形状、減衰係数）を求めるマクロな損傷評価法と亀裂や材料内部の欠陥などを検出するミクロ的な非破壊評価法に分けられる³⁾。これまでに、多くの検査法や測定法が提案され、また、理論的な損傷評価解析法も提案されている。

しかしながら、構造物の損傷による力学的特性の変化を知ることと損傷位置や損傷幅を予測することは、本質的に異なった問題であると考えられる。また、たわみや振動数は、構造システムの平均的な力学特性を表す物理量であるので、損傷に対する感度がさほど顕著に見られず、また損傷位置を特定することが困難のように思われる。既存構造物の損傷位置や損傷幅（領域）が予測できれば、ミクロ的な非破壊評価法により、損傷の度合を知ることが可能である。最近、中井ら¹⁰⁾は、曲率計測法を用いて、鋼桁の損傷の検出

* 工博 大同工業大学助教授 工学部建設工学科 (〒457 名古屋市南区白水町40)

** 大同工業大学 学生 工学部建設工学科 (〒457 名古屋市南区白水町40)

法について示し、損傷を受けたはりの振動曲率に基づく剛性評価法について検討している。

本研究では、マクロな損傷評価に用いられるたわみや振動変位モードより求められる曲率変化に着目し、はりの損傷位置や損傷幅を予測するための一損傷評価法を提案する。局所的な曲げ剛性の低下のみを考慮した損傷モデルを用い、また曲率曲線の算定には、変位のみで表した中央差分表示を用いて求めている。曲率解析の精度をあげるために、Newmarkの数値計算法¹¹⁻¹³⁾を用いている。

損傷を持つはりの曲率変化の感度特性について検討し、損傷位置やその大きさとの関係についても検討している。また、簡単な模型実験により、本損傷評価法の有用性について検証を行っている。

2. 損傷評価解析法

ひび割れや衝突による局部変形などの損傷がはりに生じると、ひび割れ断面や損傷領域での曲げ剛性が低下し、その位置で局所的に曲率の大きさが増大する。したがって、この曲率の変化を調べることで、はりの損傷の有無を予測することができる。ただし、はりの損傷モデルは、線形弾性を仮定し、曲げ剛性のみが局所的に低下するものとし、また質量の欠損は考慮しないものとする。

2.1 曲率曲線の算定式

はりの曲げ曲率は、はりの曲げ理論より、次式で与えられる。

$$\phi = d^2 W / dx^2 = - M_x / EI_x \quad (1)$$

ここで、 ϕ は任意の点での曲率であり、 W はたわみ、 M_x は曲げモーメント、 EI_x ははりの曲げ剛性である。また、 i 点での曲率を ϕ_i とすると、中央差分公式を用いて、近似的に次式で表わせる。

$$\phi_i = (W_{i+1} - 2W_i + W_{i-1}) / \delta^2 \quad (2)$$

ただし、 δ は、たわみを与える格子点間の距離またはNewmarkの数値計算法での分割パネル長である。したがって、解析的にまたは実験的に任意の点でのたわみまたは振動の変位モードが求まれば、式(2)より、曲率曲線や振動曲率モード曲線が容易に求められる。

2.2 Newmarkの数値計算法

Table 1. Concept of Mohr's theorem

Load=q	Curvature= $-M/EI_x$
Shear, $s = -\int q \, dx$	Slope, $\theta = -\int (M/EI_x) \, dx$
Bending Moment, $M = \int s \, dx$	Deflection, $w = \int \theta \, dx$

式(2)より求められる曲率の精度は、離散点で与えられるたわみと差分公式の格子点間の長さ δ に依存する。したがって、損傷ばりの変位解析には有限要素法などの適用が考えられるが、精度の高い曲率を求めるために、

Newmarkの数値計算法を用いる。この方法は、厳密な基礎方程式を近似的に解く解析法であり、弾性荷重(M_x/EI_x)より求められる等価集中荷重の概念とモールの定理を用いた数値積分法である。また、反復法のStodola法と組み合わせたStodola-Newmark法¹²⁾を用いれば、損傷ばりの固有値計算ができる。この方法は、要素分割の離散化概念に基づくので、任意の変断面ばりを解くことができる。また、有限要素法と比較しても、連立方程式を直接解く必要が無いので、分割数を高めても桁落ちの心配が少なく、非常に経済的な手法である。Newmark法では、解析領域を区分領域(パネル)に分割して、この分割点で、任意の分布弾性荷重と等価な換算集中荷重を求めなければならない。ここでは、放物分布公式を用いている¹¹⁾。また、

モールの定理を一般式で表すと、Table 1のようにまとめられる。次に、Stodola-Newmark法による変断面ばりの振動解析について簡単に述べる。変断面ばりの自由振動の基礎方程式は、次式で与えられる。

$$d^2(EI_x W)/dx^2 = \omega^2 \rho A_x W \quad (3)$$

ここで、 W はたわみであり、 EI_x と ρA_x はそれぞれはりの曲げ剛性と質量であり、 ω は円振動数(rad/s)である。また、 ρ は密度、 A_x ははりの断面積である。ここで、 $q = \rho A_x W$ とけば、Newmark法を用いてたわみが W/ω^2 で求められる。式(3)をStodolaの反復法で解くために、任意に仮定した r 次の初期変位モード形状、 $W_{0,r}$ を用いて、 $W_{1,r}$ を計算する。これを右辺に代入することにより、新しい $W_{2,r}$ を求め、 $W_{i+1,r} - W_{i,r} < \varepsilon$ を満たすまで反復計算する。ここで、 ε は収束判定値であり、 10^{-5} と仮定している。したがって、 $W_{i+1,r}/W_{i,r} = 1$ より、 r 次の ω_r が求められる。ただし、たわみ計算では、境界条件に応じた共役ばりを用いている。

3. 損傷解析例及び考察

ここでは、2で述べた解析法を用いて、Fig. 1に示すような局所的な損傷を有する単純ばりと片持ばりのたわみ、曲げ曲率、振動数や振動曲率モードに与える損傷位置、損傷幅や剛性低下率で表した損傷

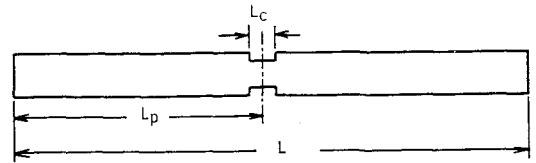


Fig. 1 Beam with a local damage

の大きさなどの影響について解析を行っている。ただし、損傷を受けた部分は、その分割要素の曲げ剛性を低減させることにより評価している。Newmarkの数値計算法の解の収束性や精度については¹³⁾、すでに検討済みであるので、本数値計算では、損傷幅も考慮できるように、はりを200分割している。

3.1 はりの損傷評価解析における曲げ曲率の感度特性

損傷を受けたはりの曲率変化の感度特性を調べるために、単純ばりと片持ばりを例にとり、曲率変化に与える損傷位置、損傷の大きさや損傷幅の影響について解析を行ってみた。また、比較のために、たわみ曲線に与えるこれらの影響についても示す。

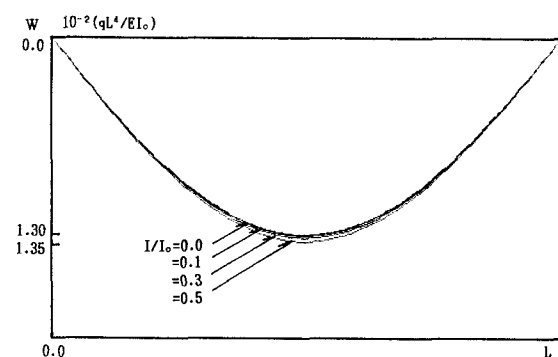
Table 2には、Fig. 1に示すような等分布荷重を満載した単純ばりのたわみ、 W と曲率、 ϕ に与える損傷位置、 L_p 、損傷の大きさ、 I/I_0 や損傷幅、 L_c の影響が示されている。損傷の大きさは、断面二次モーメントの低減比、 I/I_0 で表わす。ここで、 I_0 は損傷の無い場合の断面二次モーメントであり、また I は、欠損により低減した断面二次モーメントの大きさである。また、Fig. 2には、損傷幅比、 $L_c/L = 0.01$ の場合のたわみ曲線と曲率曲線に与える損傷の大きさの影響が示されている。これより、はりの損傷に与える曲率変化の感度がたわみと比較し

Table 2. The effect of location of damage, L_p and stiffness deduction ratio, I/I_0 on the deflections and curvatures of a damaged beam with simple supports subjected to uniform load, q : $L_c/L = 0.01$

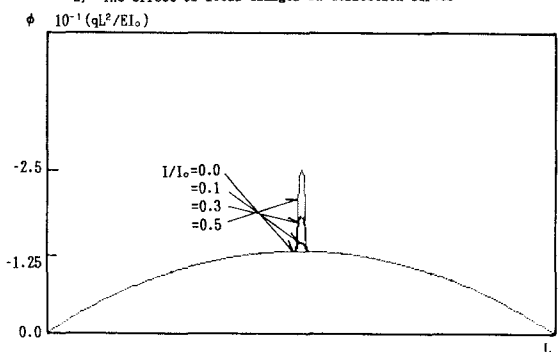
L_p	I/I_0	$W_{L/2}$	$\phi_{L/2}$	$W_{L/4}$	$\phi_{L/4}$
-	0.0	1.3021	-1.250	0.9277	-0.9377
L/2	0.05	1.305(0.23)	-1.316(5.28)	0.9290(0.14)	-0.9377
	0.1	1.307(0.38)	-1.389(11.1)	0.9303(0.28)	-0.9377
	0.3	1.322(1.54)	-1.786(42.9)	0.9378(1.09)	-0.9377
	0.5	1.349(3.61)	-2.500(100)	0.9512(2.53)	-0.9377
	0.7	1.411(8.37)	-4.166(233)	0.9824(5.90)	-0.9377
	0.8	1.488(14.3)	-6.250(400)	1.022(10.2)	-0.9377
L/4	0.05	1.303(0.08)	-1.250	0.9291(0.15)	-0.9888(5.24)
	0.1	1.304(0.15)	-1.250	0.9306(0.31)	-1.042(11.1)
	0.3	1.310(0.81)	-1.250	0.9389(1.21)	-1.339(42.8)
	0.5	1.320(1.38)	-1.250	0.9538(2.81)	-1.875(100)
	0.7	1.343(3.15)	-1.250	0.9890(6.61)	-3.125(233)
	0.8	1.372(5.38)	-1.250	1.032(11.2)	-4.688(400)
multipliers		$(10^{-2})qL^4/EI_0$	$(10^{-1})qL^2/EI_0$	$(10^{-2})qL^4/EI_0$	$(10^{-1})qL^2/EI_0$

() is the ratio(X) of the values of damaged beam to those of undamaged beam.

て非常に大きいことがわかる。たわみ曲線を用いて損傷位置を特定することが困難であるが、曲率曲線を求めれば、損傷位置が的確に求められる。Fig. 3には、スパン中央で損傷を受けたはりの曲率曲線に与える損傷幅の影響が示してある。これより、曲率変化を調べることにより、損傷幅も推定することができる。



a) The effect of local damages on deflection curves



b) The effect of local damages on curvature curves

Fig. 2 Sensitivity of local damages on the deflection and curvature curves of simple beams subjected to uniform load; $L_p=L/2$ and $L_c/L=0.01$

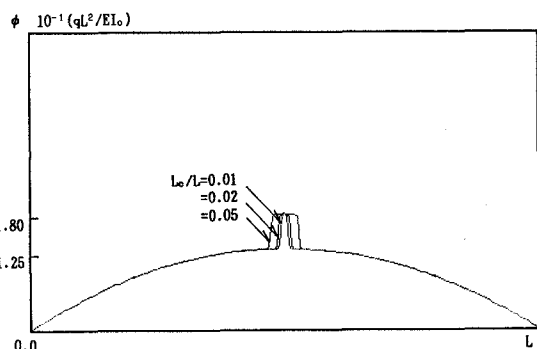


Fig. 3 The effect of damaged width ratio, L_c/L , on the curvature curves of simple beams subjected to uniform load; $L_p=L/2$ and $I/I_0=0.3$

Table 3は、等分布荷重を受ける片持ばりの曲げ曲率とたわみに与える損傷の割合の影響を示している。ただし、損傷幅比, L_c/L は1%と仮定している。Fig. 4には、固定端近傍と中間に損傷を持つ場合の曲率曲線とたわみ曲線に与える損傷の大きさの影響が示されている。これより、損傷に与える曲率変化の感度が非常に大きく示され、また損傷位置や損傷幅が正確に示されている。また、中央で損傷幅1%と5%の損傷を受けた場合の先端の変

位-剛性低減比曲線が, Fig. 5に示されている。ただし、損傷幅もある程度正確に予測するためには、曲率を求めるために必要になる δ をかなり小さくとる必要がある。

以上の計算結果より、はりの損傷に与える曲率変化の感度が非常に大きく見られるので、損傷位置と損傷幅が特定できれば、本損傷評価法を用いて、この損傷の大きさを変位-剛性低減比曲線を求めることによりある程度推定することが可能である。

次に、簡単なモデル実験により、本損傷評価法の適用性

について検討を行った。すなわち、たわみ曲線が求めれば、式(2)により、任意の計測点での曲率が計算できる。しかし、先に述べたようにある程度正確な曲率と損傷幅を推定するためには、計測点間をかなり小

Table 3. The effect of location of damage, L_p and stiffness deduction ratio, I/I_0 , on the deflections and curvatures of a damaged-cantilever beam subjected to uniform load, q ; $L_c/L=0.02$

L_p	I/I_0	$W_{L/4}$	$\phi_{L/4}$	$W_{L/2}$	$\phi_{L/2}$	W_L
-	0.0	1.318	2.813	4.427	1.250	1.250
$L/2$	0.1	1.318	2.813	4.427	1.389(11.1)	1.251(0.08)
	0.3	1.318	2.813	4.427	1.785(42.8)	1.254(0.32)
	0.5	1.318	2.813	4.427	2.500(100)	1.259(0.90)
	0.7	1.318	2.813	4.428	4.166(233)	1.272(1.76)
	0.8	1.318	2.813	4.428	6.250(400)	1.288(3.04)
$L/4$	0.1	1.318(0.0)	3.125(11.1)	4.439(0.27)	1.250	1.254(0.32)
	0.3	1.319(0.08)	4.018(42.8)	4.472(1.02)	1.250	1.264(1.12)
	0.5	1.319(0.08)	5.625(100)	4.533(2.39)	1.250	1.282(2.56)
	0.7	1.320(0.15)	9.375(233)	4.673(5.56)	1.250	1.324(5.92)
	0.8	1.321(0.23)	14.06(400)	4.849(9.53)	1.250	1.377(10.2)
multipliers $(10^{-2})qL^4/EI_0$ $(10^{-1})qL^2/EI_0$ $(10^{-2})qL^4/EI_0$ $(10^{-1})qL^2/EI_0$ $(10^{-1})qL^4/EI_0$						

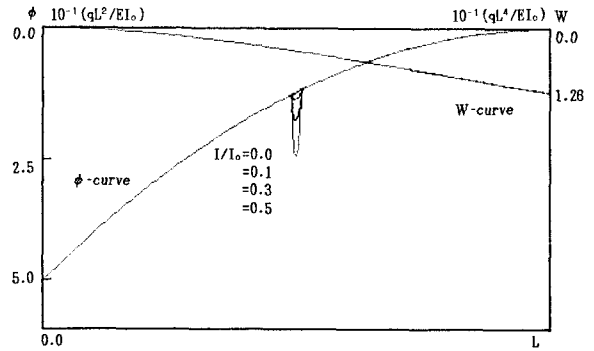
() is the ratio(%) of the values of damaged beam to those of undamaged beam.

さく取らなければならない。ここでは、次の2つの方法によりたわみを測定している。すなわち、(i) 直接計測と(ii) 写真計測を用いている。

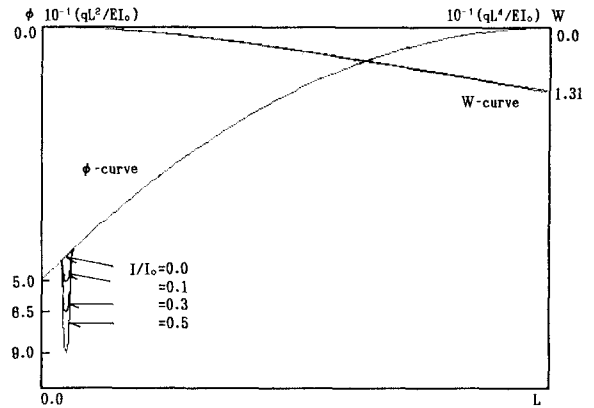
実験に用いたアクリルの片持ちばりの写真が、Fig. 6に示してある。これは、長さ40.0 cm、一辺が1.0 cmの正方形断面である。5本の曲げ試験より測定したヤング係数の平均値は、 $2.70 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ であった。このはりの中央にそれぞれ、深さ1.0 mmで幅2.0 cmの対称な損傷を与え、先端に0.200 kgのおもりを載荷させたときのたわみを測定してたわみ曲線を求めた。なお先端でのたわみは、解析値と3%の精度で一致した結果が得られている。また、真横から写した写真を拡大し、これより読み取ったたわみ曲線も作成した。ここで、はりのたわみは、はりの中心軸線上での値である。たわみの読み取りピッチを種々変化させながら、これらの曲率曲線を求めてみた。ピッチが粗いと、あまりよい精度で損傷位置や損傷幅が求められないので、2.0 mmピッチで求めた曲率曲線の一部が、Fig. 7に示されている。また、比較のために、本手法でも求めた解析結果も示してある。これより、この

はりの損傷位置や損傷幅が、実測されたたわみより求めた曲率曲線からもかなりの精度で求められている。このようにして実測された損傷片持ちりの損傷位置と損傷幅を用いて、数値計算から求めた先端のたわみと剛性低減比の関係が、Fig. 8に示してある。この関係図において、先端の計測たわみ、 $W=1.98 \text{ cm}$ より求めた剛性低減比が0.51であり、実際の低減比0.6と比較してもよく一致した

結果が得られている。一般に、曲率曲線より求められる損傷位置は、変位の相対的な関係より求められるので、写真に基づく計測は、有用な方法であると思われる。しかしながら、微小な変位の測定には、測定器の読み取りに限界などがあり、さらに工夫が必要である。



a) The effect of a local damage at the center, $L_c=L/2$ on deflection and curvature curves



b) The effect of a local damage at the location of $L_c=L/20$ on deflection and curvature curves

Fig. 4 Sensitivity of local damages at the several sections on the deflection and curvature curves of cantilever beams subjected to uniform load; $L_c/L=0.01$

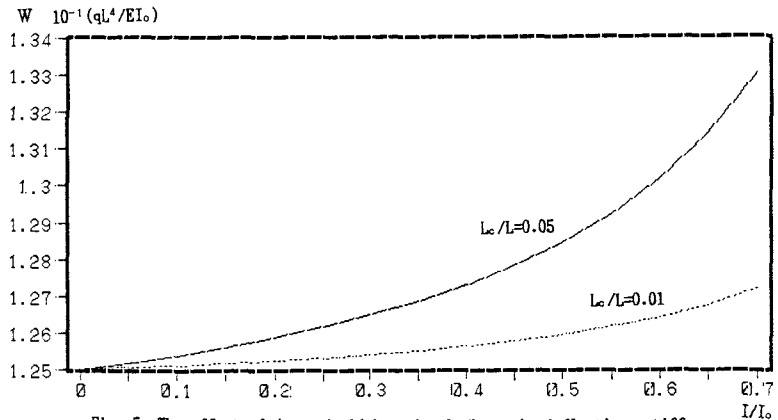


Fig. 5 The effect of damaged width ratios, L_c/L on the deflection-stiffness reduction curves of cantilever beams with the local damage at the center subjected to uniform load; $L_c=L/2$

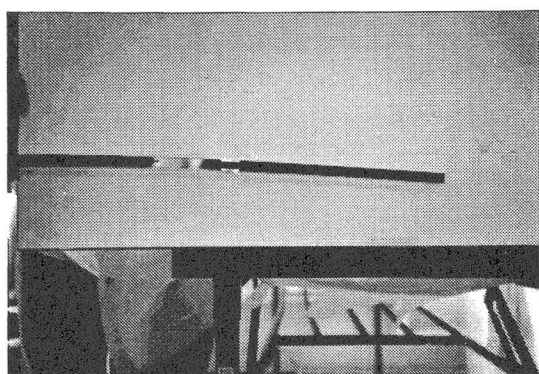


Fig. 6 Experimental model with a local damage

3. 2 はりの損傷評価解析における振動曲率モードの感度特性

構造物の損傷評価法として、これまでも振動の変位モード形状や振動数の変化に着目して、その損傷の度合を判定する研究が行われてきている。特に、一部の部材が損傷を受けた場合の骨組構造物では、それに伴う変位モード形状に変化が見られるので、これにより損傷部材の推定がある程度可能であるようである。しかしながら、損傷に与える変位モード形状の感度はさほど大きく見られず、また高次の変位モード形状も必要となる場合がある。ここでは、振動の変位モード形状と式(2)を用いて求めた曲率モード形状の変化に基づく損傷評価法について述べる。ただし、この曲率モード形状の算定では、質量の欠損を無視し、また曲げ剛性の低下の大きさは、弾性係数の低減比、 E/E_0 で与えている。したがって、 $E=0.0$ の場合は、損傷を受けていないことになる。

Table 4には、それぞれ固定端より $L/2$ と $L/50$ の点で、損傷幅比、 $L_c/L=0.01$ を持つ片持ばりの振動数パラメータ、 $n^*=\omega L^2\sqrt{\rho A_0/E_0 I_0}$ に与える損傷の度合の影響が示されている。ただし、 ρ は密度、 A_0 ははりの断面積である。これより、振動数パラメータに与える損傷位置の影響は、その位置が固定端に近いほど影響が大きく生じている。また、Fig. 9には、中央で1%の損傷幅を持つ場合の振動変位モード形状と曲率モード形状

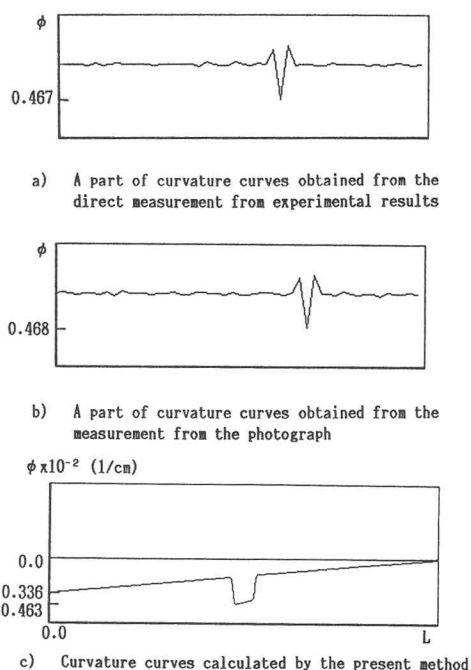


Fig. 7 Comparison of curvature curves of cantilever beam with the local damage of $L_c/L=0.05$ at the center subjected to a concentrated load, P at the edge of free; $L_c=2.0$ cm, $L=40.0$ cm, $P=0.2$ kg, $L_0=20$ cm, $L/L_0=0.8$, $E_0=2.70 \times 10^4$ kg/cm² and $I_0=1/12$ cm⁴

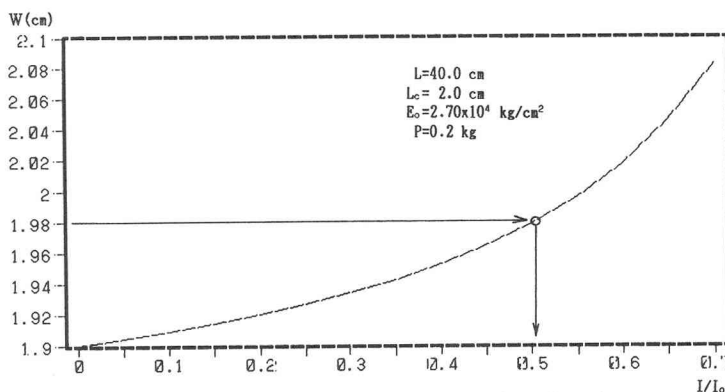


Fig. 8 The deflection-stiffness reduction curve of cantilever beams subjected to a concentrated load at the edge of free(see Fig. 6)

に与える損傷の大きさの影響が示されている。さらに、固定端近傍に損傷を持つ片持ばりの曲率モード形状が Fig. 10 に示してある。これより、変位モードに与える損傷の大きさや損傷位置の影響は非常に小さいが、曲率モード変化に与えるこれらの影響は顕著に示され、その損傷位置も明確に示されている。

Table 5 には、局所的な損傷を受けた単純ばりの振動数パラメータ、 $n^* = \omega L^2 \sqrt{\rho A_0 / E_0 I_0}$ に与える損傷の度合の影響が示されている。

Fig. 11 には、 $L_p = L/4$ で損傷を持つ場合の 1 次と 2 次の曲率モード変化に与える損傷幅の影響が示されている。ただし、損傷の大きさは、 $E/E_0 = 0.3$ と仮定している。これより、曲率モード変化に与える損傷幅の影響が顕著に示され、また低次の曲率モードによっても損傷位置を明確に推定することができる。

以上の計算結果より、はりの損傷に与える曲率モード変化の感度が非常に大きく、また損傷位置や損傷幅を推定することができる。物理的または光学的に実構造物や部材の変位モードが計測できれば、こりより求められる曲率モードにより、その健全度診断が可能であると思われる。

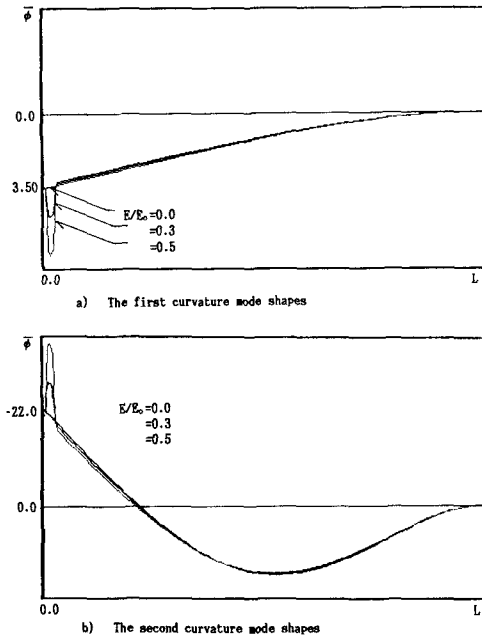


Fig. 10 The effect of a local damage at the position of $L_p = L/50$ on the curvature mode shapes of cantilever beams; $L_c/L = 0.01$

Table 4. The effect of location of damage, L_p , and deduction of Young's modulus, E/E_0 on frequency parameters, $n^* = \omega L^2 \sqrt{\rho A_0 / E_0 I_0}$ of a damaged cantilever beams; $L_c/L = 0.01$

L_p	E/E_0	Modes				
		1st	2nd	3rd	4th	5th
-	0.0	3.516	22.03	61.70	120.9	199.9
$L/2$	0.1	3.515	22.00	61.70	120.7	199.9
	0.3	3.511	21.89	61.70	120.1	199.9
	0.5	3.504	21.71	61.70	119.2	199.8
	0.7	3.488	21.30	61.69	117.1	199.6
$L/50$	0.1	3.505	21.98	61.55	120.7	199.5
	0.3	3.474	21.81	61.16	120.0	198.6
	0.5	3.420	21.54	60.53	119.0	197.3
	0.7	3.304	20.99	59.33	117.2	195.0

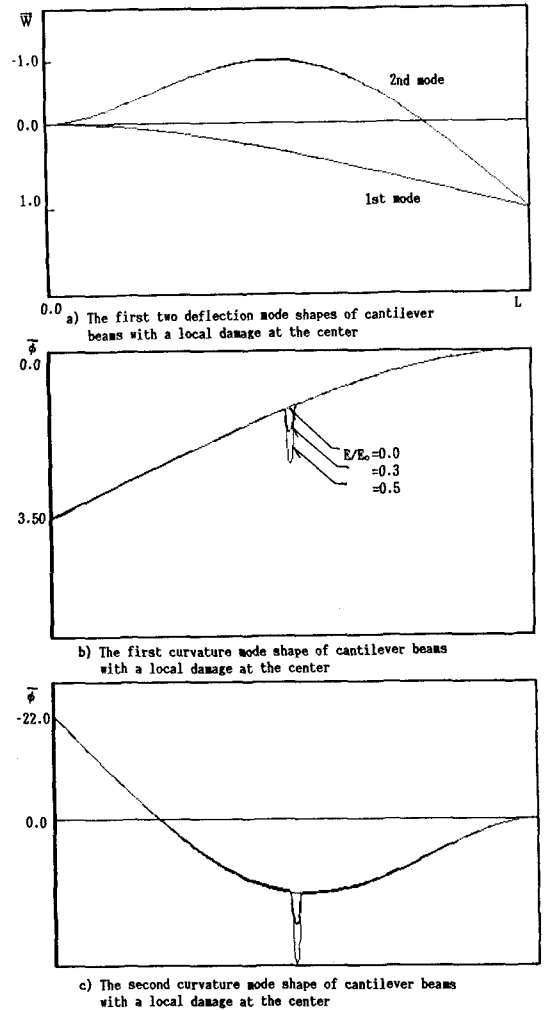


Fig. 9 The effect of a local damage at the center on the deflection mode shapes and the curvature mode shapes of cantilever beams; $L_p = L/2$ and $L_c/L = 0.01$

4. あとがき

本文では、はりの曲げ曲率変化に着目した簡易な損傷評価法について検討した。従来のマクロな非破壊評価法で用いられるたわみや振動数による損傷評価は、損傷の大きさに対しても鈍感であり、また、損傷位置や損傷幅を的確に予測することが困難のように思われる。このような局所的な損傷位置の予測には、構造システムの積分として与えられるたわみあるいは振動数や変位モード形状よりも、変位の微分で与えられる曲率変化が、損傷に対して高感度であり、損傷評価に有用であることが明らかにされた。

本研究で得られ主な結果を示すと、次のようになる。

(1) たわみの二階微分で定義される曲率は、断面剛性の低下で表される損傷に、非常に鋭敏である。

(2) 曲率曲線または振動曲率モード形状を求めれば、損傷位置や損傷幅が的確に予測できる。

(3) したがって、損傷位置と損傷幅が推定できれば、その損傷の度合は、他のミクロ的な非破壊検査法などにより評価できる。

(4) 本評価法は、はり構造物からはり部材まで、適宜に使い分けることにより、現実的な損傷評価ができる。特に、曲率曲線より求められる損傷位置は、変位の相対的な関係より求められるので、ラーメンのような骨組においても、個々の部材に適用すれば、損傷の有無も評価が可能である

(5) 小さな損傷に対しても曲率変化の感度が大きく見られが、実構造物への適用に当たっては、損傷領域に少なくとも3点以上の測定点が必要であるので、ビデオ計測と画像処理などを組合せれば、精度の高い損傷評価解析が可能であると思われる。今後、本損傷評価解析法を用いて、スラブなどの損傷評価についても検討していきたい。

最後に、本論文に対して貴重なご意見をいただいた査読者に感謝の意を表します。

Table 5. The effect of location of damage, L_p , damage width, L_c/L and deduction of Young's modulus, E/E_0 on frequency parameters, $n\pi = \omega L^2 \sqrt{\rho A_0/E_0 I_0}$ of a damaged beam with simple supports

L_p	L_c/L	E/E_0	Modes				
			1st	2nd	3rd	4th	5th
-	0.0	0.0	9.870	39.48	88.84	158.0	248.9
L/2	0.01	0.1	9.853	39.48	88.70	158.0	248.5
		0.3	9.807	39.48	88.28	158.0	245.3
		0.5	9.725	39.48	87.57	158.0	243.4
		0.7	9.541	39.48	86.04	158.0	239.5
		0.8	9.325	39.48	84.36	158.0	235.4
	0.05	0.1	9.810	39.48	88.32	157.9	245.5
		0.3	9.646	39.47	86.94	157.8	241.9
		0.5	9.368	39.46	84.75	157.8	236.7
		0.7	8.804	39.43	80.91	157.2	228.6
		0.8	8.223	39.40	77.60	156.6	222.5
L/4	0.01	0.1	9.862	39.42	88.77	158.0	246.7
		0.3	9.838	39.23	88.56	158.0	246.1
		0.5	9.797	38.91	88.21	158.0	245.1
		0.7	9.701	38.20	87.48	158.0	242.9
		0.8	9.584	37.40	86.69	158.0	240.5
	0.05	0.1	9.840	39.25	88.58	157.9	246.1
		0.3	9.755	38.81	87.88	157.8	244.1
		0.5	9.607	37.57	86.83	157.6	240.9
		0.7	9.283	35.61	85.03	157.2	235.2
		0.8	8.914	33.79	83.57	156.6	230.2

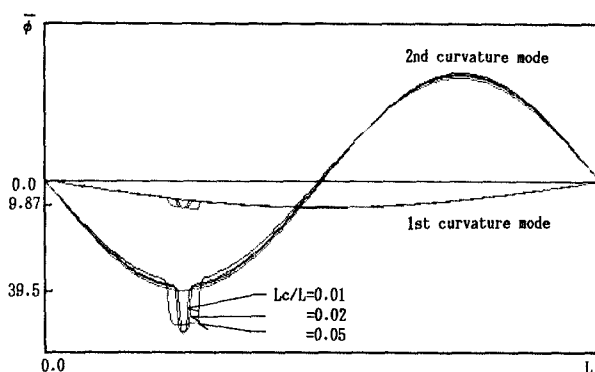


Fig. 11 The effect of damage width ratio, L_c/L on the first two curvature mode shapes of simple beams; $L_p=L/4$ and $E/E_0=0.3$

参考文献

1. 西村昭、藤井学、宮本文穂、加賀山泰一：橋梁の損傷評価における力学挙動の有効性．土木学会論文集、第380/I-7, pp. 355-363, 1987.
2. 加藤雅史、高木保志、島田静雄：P C橋梁の破壊に伴う振動性状の変化に関する実験的研究．土木学会論文集、第341, pp. 113-118, 1984.
3. 宮本文穂、森川英典、串田守可、山本昌孝：橋梁の振動変化に基づく損傷評価．第2回橋梁振動に関するコロキウム論文報告集、pp. 213-226, 1989.
4. Shahrivar, F. and Bouwkamp, J.G.: Damage detection in offshore platforms using vibration information. Journal of Energy Resources Technology, ASME, vol. 108, pp. 97-106, 1986.
5. Yang, J.C.S., Chen, J. and Dagalakakis, N.G.: Damage detection in offshore structures by the random decrement technique. Journal of Energy Resources Technology, ASME, vol. 106, pp. 38-42, 1984.
6. Vandiver, J.K.: Detection of structural failure on fixed platforms by measurement of dynamic response. Journal of Petroleum Technology, pp. 305-310, 1977.
7. Yuen, M.M.F.: A numerical study of the eigenparameters of a damaged cantilever. Journal of Sound and Vibration, vol. 103, pp. 301-310, 1985.
8. Adams, R.D., Cawley, P., Pye, C.J. and Stone, B.J.: A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures. Journal of Mechanical Engineering Science, vol. 20, pp. 93-100, 1978.
9. 構造工学委員会非破壊評価小委員会：土木構造・材料の定量的非破壊評価へのアプローチ．土木学会論文集、委員会報告、No. 428/I-15, pp. 1-18, 1991.
10. 中井博、佐々木伸幸、関本宏、井上幸一、川田隆夫：鋼橋の振動を利用した損傷の一検出法．平成2年度土木学会関西支部学術講演会講演概要、I-61, 1990.
11. Newmark, N.M.: Numerical procedure for computing deflections, moments and buckling loads. Trans. ASCE, vol. 108, pp. 1161-1234, 1943.
12. 成岡昌夫：ニューマークの数値計算法—梁、柱の曲げ、振動、座屈に関連して．技報堂出版、1978.
13. 水澤富作、中平進夫：変断面ばりの振動解析におけるStodola-Newmark法の数値安定性について．平成2年度土木学会中部支部研究発表講演概要集、I-9, pp. 18-19, 1991.

(1991年9月30日受付)