

回復クリープを考慮した鋼・コンクリート
合成桁のクリープ解析

A CREEP ANALYSIS OF STEEL-CONCRETE COMPOSITE GIRDERS TAKING INTO ACCOUNT OF RECOVERY CREEP

栗田 章光^{*}・中井 博^{**}

By Akimitsu KURITA and Hiroshi NAKAI

This paper reports a new exact analytical method concerning the creep of concrete by the considering recovery creep of concrete. The object of analysis is, however, limited within the steel-concrete composite girders. Stress-strain relationships of concrete, in which recovery creep is clearly defined in the form of equation, is firstly presented and the exact analytical solutions of creep by the method, in which bending moments and axial forces of concrete slab as well as steel girder are analyzed separately, are secondary presented under the fundamental loading conditions of composite girder. Approximate solutions are also presented for the practical purpose. A new creep coefficient taken into account of the delayed and recovery creep and relaxation of concrete stress is proposed herein by adopting the parameter η . The numerical results for a steel-concrete composite girder with typical cross section are compared with the results from the current design method such as the Japanese Specification for Highway Bridges and the effects of recovery creep are discussed herewith.

1. まえがき

著者らは、先の論文¹⁾で鋼・コンクリート合成構造物のクリープ・乾燥収縮解析に用いられるコンクリートの種々な応力～ひずみ曲線について考察した。その際の論点は、コンクリートの物性に関する比較的最近の知見である遅れ弾性ひずみに対するクリープの取扱い方と、回復クリープの考慮の有無とであり、これらのうち代表的な4つの取扱い方法について示した。

本論文では、解析の対象を鋼・コンクリート合成桁に絞り、まず回復クリープの解析上の取扱いを明確にしたコンクリートの応力～ひずみ曲線について示す。ついで、最も基本的な荷重状態のもとにおける分担断面力法によるクリープの解を求める。さらに、本論文で新たに誘導されたリラクセーションを考慮したクリープ係数 η の計算用値の一例を、Trost²⁾のリラクセーション係数と類似の式で表す。以上の解析法の妥当性を検討するため、計算例としては、回復クリープを無視した現行の道路橋示方書・同解説Ⅱ³⁾鋼橋編に示されている方法(Dischinger法)と回復クリープを厳密に考慮した本解法による結果とを比較し、考察を加える。

* 工修 大阪工業大学講師 工学部土木工学科 (〒535 大阪市旭区大宮5-16-1)

** 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科 (〒558 大阪市住吉区杉本3-3-138)

また、本解法における実用的な近似式も提示する。

なお、本論文では、コンクリート床版と鋼桁との合成作用を剛合成(完全合成)であると仮定しており、また外的静定系のクリープ解析に限定している。連続合成桁のような外的不静定系のクリープ解析法、ならびに乾燥収縮解析法については、別途、報告したい。

2. 記号、および断面定数

本論文で使用した主な記号、および断面定数は下記のとおりであり、剛比等の特別な記号については文中でそのつど説明する。なお、解析の簡素化のため、コンクリート床版内の鉄筋、およびハンチは無視する。また、符号は、コンクリート床版、および鋼桁ともに圧縮力(圧縮応力)を正と仮定する。すなわち、

$P_{d,t1}$, $M_{d,t1}$: それぞれ時刻 t_1 における合成断面に作用する持続軸力、および持続モーメント

$N_{b,t1}$, $M_{b,t1}$: それぞれ時刻 t_1 におけるコンクリート床版の分担軸力、および分担モーメント

$N_{s,t1}$, $M_{s,t1}$: それぞれ時刻 t_1 における鋼桁の分担軸力、および分担モーメント

E_b , E_s : それぞれコンクリート、および鋼のヤング係数

$n = E_s / E_b$: 鋼とコンクリートのヤング係数比

A_b , I_b : それぞれコンクリート床版の断面積、およびその図心軸に関する断面2次モーメント

A_s , I_s : それぞれ鋼桁の断面積、およびその図心軸に関する断面2次モーメント

A_v , I_v : それぞれ合成桁の鋼換算断面積、およびその図心軸に関する鋼換算断面2次モーメント

$a = a_b + a_s$: コンクリート床版と鋼桁との図心間距離

a_b : 合成桁の図心Vからコンクリート床版図心Bに至るまでの距離

a_s : 合成桁の図心Vから鋼桁の図心Sに至るまでの距離

したがって、鋼換算された合成桁の断面積、および断面2次モーメントは、それぞれ次式で与えられる。

$$A_v = A_b / n + A_s, \quad I_v = (A_b \cdot a_b^2 + I_b) / n + A_s \cdot a_s^2 + I_s \quad (1)_{1-2}$$

3. 合成桁の分担断面力

図-1に示すよう、時刻 t_1 において持続軸力 $P_{d,t1}$ と持続モーメント $M_{d,t1}$ とが合成桁の図心Vに作用する場合のコンクリート床版と鋼桁との分担断面力 $N_{b,t1}$, $M_{b,t1}$, $N_{s,t1}$, および $M_{s,t1}$ は、力のつり合い条件式、および変形の適合条件式より、次のように表される。ただし、断面力の符号は、図-1の矢印の向きをそれぞれ正とする。

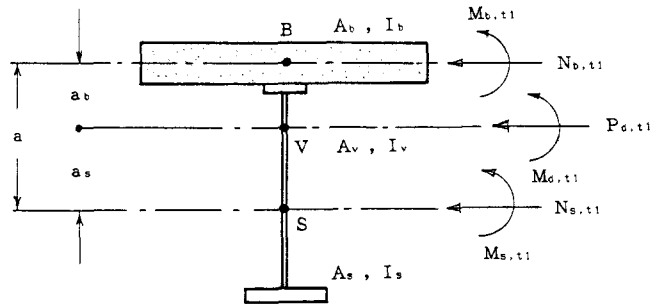


図-1 時刻 t_1 における分担断面力

$$N_{b,t1} = \frac{A_b}{n \cdot A_v} P_{d,t1} + \frac{A_s \cdot a_s}{I_v} M_{d,t1}, \quad M_{b,t1} = \frac{I_b}{n \cdot I_v} M_{d,t1} \quad (2)_{1-4}$$

$$N_{s,t1} = \frac{A_s}{A_v} P_{d,t1} - \frac{A_s \cdot a_s}{I_v} M_{d,t1}, \quad M_{s,t1} = \frac{I_s}{I_v} M_{d,t1}$$

4. 回復クリープを考慮したコンクリートの応力～ひずみ曲線^{1), 4)}

回復クリープは、一般に、急激な荷重(応力)の除荷(解放)によつてのみ生じるものと解釈されている。その実例としては、死荷重の除去、プレストレス力の解放、あるいは支点移動などによる応力解放などが挙げられる。もちろん、ある構造物のコンクリート部材内に存在する圧縮応力が、上記の原因で応力解放を受けた時、その後の応力(ひずみ)・変形の挙動の解析には、回復クリープの影響を考慮する必要がある。これが、一般的な回復クリープに対する解釈である。

しかし、何らかの方法、あるいは原因で持続応力を受けたコンクリート部材は、そのクリープ現象によつてたえず応力緩和が生じ、常に応力が漸減している。したがって、この漸減する応力に対しても、急激な応力解放と同様に、回復クリープの影響を考慮しなければならない。以下では、漸減する応力に対して回復クリープを考慮したコンクリートの応力～ひずみ曲線を示す。

(1) クリープ係数の表示方法

時刻 t_1 で載荷し、時刻 t_2 で除荷した場合の時刻 $t > t_2$ におけるクリープ係数 ϕ_{t-t_1} は、次のように表される。

$$\phi_{t-t_1} = \phi_v(t_2 - t_1) + \phi_r(t_2) - \phi_r(t_1) - \frac{\phi_v(t_2 - t_1)}{\phi_{v\infty}} \cdot \phi_v(t - t_2) \quad (3)$$

ここに、 ϕ_v : 遅れ弾性ひずみに対するクリープ係数で、時刻 $t = \infty$ における ϕ_v は $\phi_{v\infty}$ と表示

ϕ_r : フローひずみに対するクリープ係数で、時刻 $t = \infty$ における ϕ_r は $\phi_{r\infty}$ と表示

である。そして、上式の右辺第4項目のクリープ係数には、 $\phi_v(t_2 - t_1) / \phi_{v\infty}$ という係数が乗じられている。これは、クリープ式の表示の便宜上、回復クリープの進行が遅れ弾性ひずみに対するクリープ曲線に相似であると仮定しているためである。

式(3)の右辺の第1項から第3項目までのクリープ係数は、当初応力 σ_{t_1} 、およびその変化応力 $\Delta\sigma_{t-t_1}$ に対して適用されるものである。最後の第4項目のクリープ係数は、除荷後の応力 σ_{t_2} 、およびその変化応力 $\Delta\sigma_{t-t_2}$ に対して適用され、解析上の基本となるコンクリートの回復クリープを考慮した応力～ひずみ曲線が誘導できる。

(2) コンクリート応力が漸減する場合の応力～ひずみ曲線

図-2に示すよう、時刻 t_1 で応力 σ_{t_1} が作用し、その直後から応力が時間の経過とともに連続的に減少する状態を考える。いま、時刻 t における応力(σ_{t-t_1})を、

$$\sigma_{t-t_1} = \sigma_{t_1} + \Delta\sigma_{t-t_1} \quad (4)$$

とおく。ここに、 $\Delta\sigma_{t-t_1}$ は、時刻 t_1 から t に至るまでに変化する応力で、 σ_{t_1} とともに圧縮応力を正と仮定する。

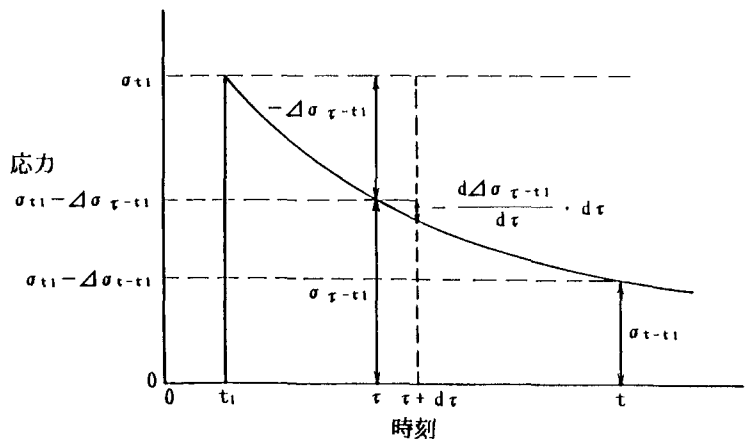


図-2 漸減するコンクリート応力

すると、図-2を参照して、時刻 t におけるコンクリートのひずみ変化($\Delta \varepsilon_{t-t_1}$)は、式(3)のクリープ係数を用いて、次のように表せる。

$$\Delta \varepsilon_{t-t_1} = \frac{\sigma_{t-t_1}}{E_b} \{ \phi_v(t-t_1) + \phi_r(t) - \phi_r(t_1) \} + \frac{\Delta \sigma_{t-t_1}}{E_b} - \frac{1}{E_b} \int_{t_1}^t \frac{d\Delta \sigma_{\tau-t_1}}{d\tau} \cdot \{ \phi_v(\tau-t_1) - \frac{\phi_v(\tau-t_1)}{\phi_{v\infty}} \phi_v(t-\tau) \} d\tau - \frac{1}{E_b} \int_{t_1}^t \frac{d\Delta \sigma_{\tau-t_1}}{d\tau} \cdot \{ \phi_r(\tau) - \phi_r(t_1) \} d\tau$$

上式の右辺3項目、および第4項目の積分を実行して整理すると、コンクリート応力が漸減する場合の応力～ひずみ曲線の基礎式、すなわち

$$\Delta \varepsilon_{t-t_1} = \frac{\sigma_{t_1}}{E_b} \{ \phi_v(t-t_1) + \phi_r(t) - \phi_r(t_1) \} + \frac{\Delta \sigma_{t-t_1}}{E_b} + \frac{1}{E_b} \int_{t_1}^t \Delta \sigma_{\tau-t_1} \cdot \frac{d\phi_v(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau + \frac{1}{E_b} \int_{t_1}^t \Delta \sigma_{\tau-t_1} \cdot \frac{d\phi_r(\tau)}{d\tau} d\tau - \frac{1}{E_b \phi_{v\infty}} \int_{t_1}^t \Delta \sigma_{\tau-t_1} \frac{d\{ \phi_v(\tau-t_1) \cdot \phi_v(t-\tau) \}}{d\tau} d\tau \quad (5)$$

が得られる。上式の右辺第5項目は、回復クリープの影響を表す項である。したがって、回復クリープの影響を無視する解析では、この項を省略することができる。また、Dischinger法のように、遅れ弾性に対するクリープをも無視する解析では、 ϕ_v のついた項を全て削除することができる。以下のクリープ解析においては、コンクリートの応力～ひずみ曲線として上式の全ての項を考慮する。

5. 持続モーメントが作用する場合の解

(1) 力のつり合い式

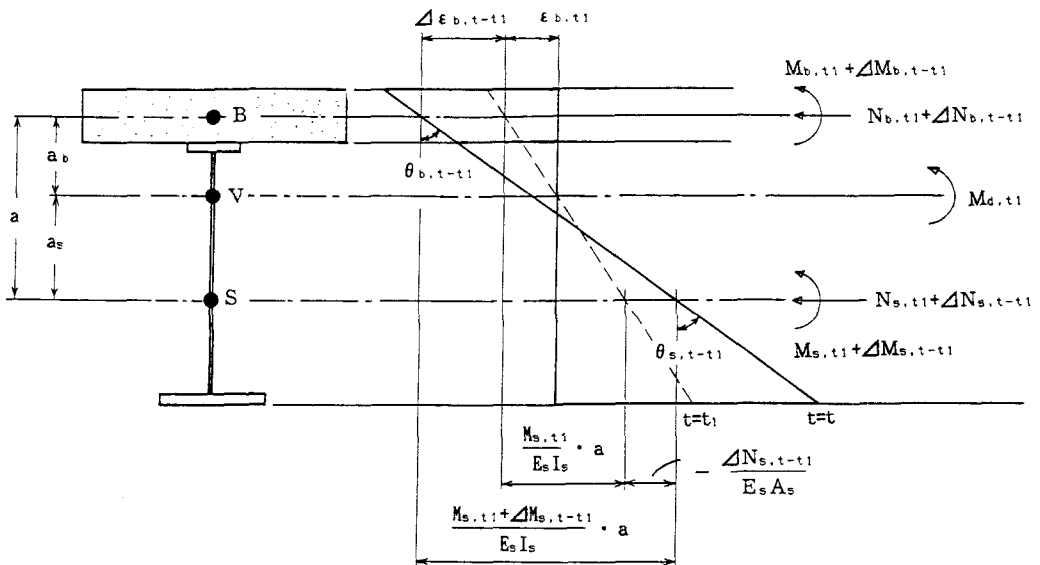


図-3 持続モーメント M_{d,t_1} が作用する場合のひずみ分布とその変動

持続モーメントの載荷時の時刻 $t=t_1$ における力のつり合い式は、図-3を参照すれば、次式で表される。

$$N_{b,t_1} + N_{s,t_1} = 0 \quad , \quad M_{b,t_1} + N_{b,t_1} \cdot a + M_{s,t_1} = M_{d,t_1} \quad (6)_{1-2}$$

同様に、時刻 $t=t$ における力のつり合い式は、

$$\Delta N_{b,t-t_1} + \Delta N_{s,t-t_1} = 0 \quad , \quad \Delta M_{b,t-t_1} + \Delta N_{b,t-t_1} \cdot a + \Delta M_{s,t-t_1} = 0 \quad (7)_{1-2}$$

となる。ここで、新しい記号の意味は、次のとおりである。

$\Delta N_{b,t-t_1}$ 、 $\Delta M_{b,t-t_1}$ ：それぞれ時刻 $t_1 \sim t$ までに変化するコンクリート床版の分担軸力、および分担モーメント

$\Delta N_{s,t-t_1}$ 、 $\Delta M_{s,t-t_1}$ ：それぞれ時刻 $t_1 \sim t$ までに変化する鋼桁の分担軸力、および分担モーメント

(2) 時刻 $t_1 \sim t$ までのひずみ、および曲率の変化

コンクリート床版の図心Bにおける軸力の変化量は、 $\Delta N_{b,t-t_1}$ である。このことから、式(5)における $\Delta \sigma_{t-t_1}$ は、 $\Delta N_{b,t-t_1} / A_b$ で、また載荷当初の弾性ひずみ σ_{t_1} / E_b は、 $M_{d,t_1} \cdot a_b / (E_s \cdot I_v)$ で表せる。したがって、コンクリート床版の図心Bにおけるひずみ変化量 $\Delta \varepsilon_{b,t-t_1}$ は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{b,t-t_1} = & \frac{M_{d,t_1}}{E_s I_v} \cdot a_b \{ \phi_v(t-t_1) + \phi_f(t) - \phi_f(t_1) \} + \frac{\Delta N_{b,t-t_1}}{E_b A_b} \\ & + \frac{1}{E_b} \int_{t_1}^t \frac{\Delta N_{b,\tau-t_1}}{A_b} \cdot \frac{d\phi_v(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau + \frac{1}{E_b} \int_{t_1}^t \frac{\Delta N_{b,\tau-t_1}}{A_b} \cdot \frac{d\phi_f(\tau)}{d\tau} d\tau \\ & - \frac{1}{E_b \phi_{v\infty}} \int_{t_1}^t \frac{\Delta N_{b,\tau-t_1}}{A_b} \cdot \frac{d\{ \phi_v(\tau-t_1) \cdot \phi_v(t-\tau) \}}{d\tau} d\tau \end{aligned} \quad (8)$$

一方、鋼桁のひずみ変化 $\Delta \varepsilon_{s,t-t_1}$ は、図-3の点Bで考えると、次式で表される。

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{s,t-t_1} = & \frac{M_{s,t_1} + \Delta M_{s,t-t_1}}{E_s I_s} \cdot a - \left\{ \frac{M_{s,t_1}}{E_s I_s} \cdot a - \frac{\Delta N_{s,t-t_1}}{E_s A_s} \right\} \\ = & \frac{\Delta M_{s,t-t_1}}{E_s I_s} \cdot a + \frac{\Delta N_{s,t-t_1}}{E_s A_s} \end{aligned} \quad (9)$$

同様に、コンクリート床版、および鋼桁の曲率変化は、それぞれ次のように求まる。

$$\begin{aligned} \Delta \theta_{b,t-t_1} = & \frac{M_{b,t_1}}{E_b I_b} \{ \phi_v(t-t_1) + \phi_f(t) - \phi_f(t_1) \} + \frac{\Delta M_{b,t-t_1}}{E_b I_b} + \int_{t_1}^t \frac{\Delta M_{b,\tau-t_1}}{E_b I_b} \cdot \frac{d\phi_v(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau \\ & + \int_{t_1}^t \frac{\Delta M_{b,\tau-t_1}}{E_b I_b} \cdot \frac{d\phi_f(\tau)}{d\tau} d\tau - \frac{1}{\phi_{v\infty}} \int_{t_1}^t \frac{\Delta M_{b,\tau-t_1}}{E_b I_b} \cdot \frac{d\{ \phi_v(\tau-t_1) \phi_v(t-\tau) \}}{d\tau} d\tau \end{aligned} \quad (10)$$

$$\Delta \theta_{s,t-t_1} = \frac{\Delta M_{s,t-t_1}}{E_s I_s} \quad (11)$$

(3) ひずみ、および曲率の適合条件式

時刻 t において、次の条件式が成立する。

$$\Delta \varepsilon_{b,t-t_1} = \Delta \varepsilon_{s,t-t_1} \quad , \quad \Delta \theta_{b,t-t_1} = \Delta \theta_{s,t-t_1} \quad (12)_{1-2}$$

(4) クリープの解

式(8)～(11)を、式(12)に代入する。すると、その式と式(7)とによって未知量 $\Delta N_{b,t-t_1}$ 、 $\Delta M_{b,t-t_1}$ 、 $\Delta N_{s,t-t_1}$ 、および $\Delta M_{s,t-t_1}$ に関する連立方程式が得られる。その連立方程式を解けば、分担断面力の変化量、すなわち、

$$\begin{aligned} \Delta N_{b,t-t_1} &= -\Delta N_{s,t-t_1} \\ &= -\frac{D_2(1-\eta_N+D_N)-D_1D_v}{(1-\eta_N+D_N+D_1 \cdot a)(1-\eta_N+D_N)-D_1D_M \cdot a} \cdot M_{d,t_1} \cdot \phi(t-t_1) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\Delta M_{b,t-t_1} = -\frac{D_v(1-\eta_N+D_N+D_1 \cdot a)-D_2D_M \cdot a}{(1-\eta_N+D_N+D_1 \cdot a)(1-\eta_N+D_N)-D_1D_M \cdot a} \cdot M_{d,t_1} \cdot \phi(t-t_1) \quad (14)$$

$$\Delta M_{s,t-t_1} = -(\Delta N_{b,t-t_1} \cdot a + \Delta M_{b,t-t_1}) \quad (15)$$

が得られる。ここに、

$$D_1 = \frac{E_b A_b}{E_s I_s} a \quad , \quad D_2 = \frac{E_b A_b}{E_s I_v} a b \quad , \quad D_N = \frac{E_b A_b}{E_s A_s} \quad , \quad D_M = \frac{E_b I_b}{E_s I_s} \quad , \quad D_v = \frac{E_b I_b}{E_s I_v} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \eta_N &= \frac{1}{\Delta N_{b,t-t_1}} \left[-\int_{t_1}^t \Delta N_{b,\tau-t_1} \frac{d\phi_v(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau - \int_{t_1}^t \Delta N_{b,\tau-t_1} \frac{d\phi_f(\tau)}{d\tau} d\tau \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\phi_{v\infty}} \int_{t_1}^t \Delta N_{b,\tau-t_1} \frac{d\{\phi_v(\tau-t_1)\phi_v(t-\tau)\}}{d\tau} d\tau \right] \end{aligned} \quad (17)_{1-2}$$

$$\begin{aligned} \eta_M &= \frac{1}{\Delta M_{b,t-t_1}} \left[-\int_{t_1}^t \Delta M_{b,\tau-t_1} \frac{d\phi_v(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau - \int_{t_1}^t \Delta M_{b,\tau-t_1} \frac{d\phi_f(\tau)}{d\tau} d\tau \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\phi_{v\infty}} \int_{t_1}^t \Delta M_{b,\tau-t_1} \frac{d\{\phi_v(\tau-t_1)\phi_v(t-\tau)\}}{d\tau} d\tau \right] \end{aligned}$$

$$\phi(t-t_1) = \{\phi_v(t-t_1) + \phi_f(t) - \phi_f(t_1)\} \quad (18)$$

さて、係数 η_N と η_M とを求めるため、次の2つの仮定を設ける。

- 1) クリープの進行は、指数関数で表されるものとする。
- 2) また、分担断面力の変化量は、クリープの進行と相似である。

以上の仮定より、

$$\phi_v(t) = \phi_{v\infty}(1 - e^{-k_1 \cdot t}), \quad \phi_f(t) = \phi_{f\infty}(1 - e^{-k_2 \cdot t})$$

$$\phi(t-t_1) = \phi_{v\infty} \{1 - e^{-k_1(t-t_1)}\} + \phi_{f\infty}(e^{-k_2 \cdot t_1} - e^{-k_2 \cdot t}) \quad (19)_{1-5}$$

$$\Delta N_{b, \tau-t_1} = \Delta N_{b, t-t_1} \frac{\phi(\tau-t_1)}{\phi(t-t_1)}, \quad \Delta M_{b, \tau-t_1} = \Delta M_{b, t-t_1} \frac{\phi(\tau-t_1)}{\phi(t-t_1)}$$

とおくことができる。ここに、 k_1 および k_2 は、それぞれのクリープ曲線の特性を表す無次元係数である。そこで、上式を式(17)の η_N 、および η_M の右边に代入して積分すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \eta = -\eta_N = -\eta_M = & \frac{1}{2} \cdot \phi(t-t_1) + \frac{\phi_{v\infty}}{\phi(t-t_1)} \cdot \left[\frac{1}{2} \phi_{v\infty} \{1 - e^{-2k_1(t-t_1)} \right. \\ & - 2k_1(t-t_1)e^{-k_1(t-t_1)}\} + \phi_{f\infty} \left\{ \frac{k_1}{k_1 - k_2} (e^{-k_1(t-t_1) - k_2 \cdot t_1} - e^{-k_2 \cdot t}) \right. \\ & \left. \left. + \frac{k_1}{k_1 + k_2} (e^{-k_2 \cdot t_1} - e^{-k_1(t-t_1) - k_2 \cdot t}) \right\} \right] \quad (20) \end{aligned}$$

ところで、回復クリープを無視した場合の係数 η に対応する係数 η' は、式(5)で右辺の第5項目を無視し、上と同様な式の展開を行うと、次式が得られる。

$$\eta' = -\eta_N' = -\eta_M' = \frac{1}{2} \cdot \phi(t-t_1) \quad (21)$$

この結果をコンクリートの応力～ひずみ曲線で整理すれば、式(5)を直接に解く際に、

$$\Delta \sigma_{\tau-t_1} = \Delta \sigma_{t-t_1} \frac{\phi(\tau-t_1)}{\phi(t-t_1)} \quad (22)$$

と仮定したのと同じである。そのため、式(22)と式(19)とを用いて、式(5)の積分を実行すれば、

$$\varepsilon_{t-t_1} = \frac{\sigma_{t_1}}{E_b} \cdot \{1 + \phi(t-t_1)\} + \frac{\Delta \sigma_{t-t_1}}{E_b} \left\{1 + \frac{1}{2} \cdot \phi(t-t_1)\right\} \quad (23)$$

と表される。これは、鋼道示³⁾の解説に示されているように、Dischinger法による応力～ひずみ曲線にほかならない。

6. 持続軸力が作用する場合の解

図-4に示すように、時刻 t_1 に持続軸力 P_{d, t_1} が合成桁の図心V軸に作用した場合の時刻 $t_1 \sim t$ における分断断面力の変化量 $\Delta N_{b, t-t_1}$ 、 $\Delta M_{b, t-t_1}$ 、および $\Delta M_{s, t-t_1}$ は、回復クリープを考慮した曲げの場合と同様な式の展開を行うことによって、次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta N_{b, t-t_1} = & - \frac{(1 + \eta + D_N) D_N'}{(1 + \eta)(1 + \eta + D_N + D_M + D_1 \cdot a) + D_N D_M} \cdot P_{d, t_1} \cdot \phi(t-t_1) = -\Delta N_{s, t-t_1} \\ \Delta M_{b, t-t_1} = & - \frac{D_M D_N' \cdot a}{(1 + \eta)(1 + \eta + D_N + D_M + D_1 \cdot a) + D_N D_M} \cdot P_{d, t_1} \cdot \phi(t-t_1) \\ \Delta M_{s, t-t_1} = & - (\Delta N_{b, t-t_1} \cdot a + \Delta M_{b, t-t_1}) \end{aligned} \quad (24)_{1-3}$$

ここに、 $D_N' = E_b A_b / (E_s A_s)$ で、 D_1 、 D_N 、および D_M は、式(16)で与えられるものである。そして、係数 η も、式(20)と同じである。

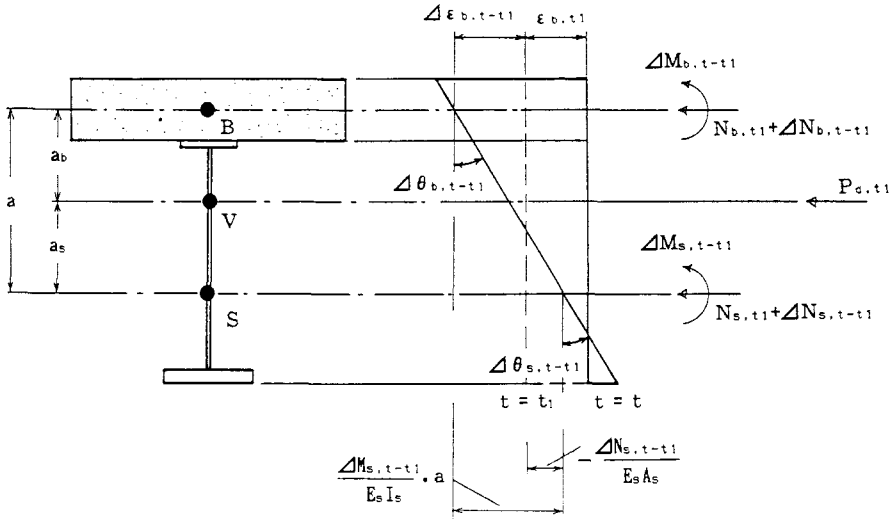


図-4 持続軸力 $P_{d,t1}$ が作用する場合のひずみ分布

7. 係数 η の物理的な意味

本解析法による係数 η は、Trostの解法におけるリラクセーション関数 ρ と対応づけられる。すなわち、Trostの方法では、式(5)を

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_{t-t_1} &= \frac{\sigma_{t_1}}{E_b} \{ \phi_v(t-t_1) + \phi_r(t) - \phi_r(t_1) \} + \frac{\Delta \sigma_{t-t_1}}{E_b} \cdot [1 + \rho \{ \phi_v(t-t_1) \\ &\quad + \phi_r(t) - \phi_r(t_1) \}] \\ &= \frac{\sigma_{t_1}}{E_b} \phi(t-t_1) + \frac{\Delta \sigma_{t-t_1}}{E_b} \cdot \{ 1 + \rho \phi(t-t_1) \} \end{aligned} \quad (25)$$

と表している。そこで、式(19)、および(22)の仮定のもとに、式(5)を整理すると、本解析法は、

$$\Delta \epsilon_{t-t_1} = \frac{\sigma_{t_1}}{E_b} \phi(t-t_1) + \frac{\Delta \sigma_{t-t_1}}{E_b} \cdot \{ 1 + \eta \} \quad (26)$$

と表される。そして、式(25)と比較すれば、係数 η は、応力緩和を考慮したクリープ係数を意味していることがわかる。

したがって、本解析法においても、コンクリートの応力～ひずみ曲線をTrost 流の式(25)の形で表記すれば、本解析法におけるリラクセーション係数 (ρ_{NK}) が、次のように与えられる。

$$\eta = \rho_{NK} \cdot \phi(t-t_1)$$

$$\therefore \rho_{NK} = \frac{1}{2} + \frac{\phi_{v\infty}}{\{\phi(t-t_1)\}^2} \left[\frac{1}{2} \phi_{v\infty} \{1 - e^{-2k_1(t-t_1)} - 2k_1(t-t_1)e^{-k_1(t-t_1)}\} \right. \\ \left. + \phi_{r\infty} \left\{ \frac{k_1}{k_1 - k_2} (e^{-k_1(t-t_1) - k_2 \cdot t_1} - e^{-k_2 \cdot t}) + \frac{k_1}{k_1 + k_2} (e^{-k_2 \cdot t_1} - e^{-k_1(t-t_1) - k_2 \cdot t}) \right\} \right] \quad (27)$$

それ故、時刻 $t = \infty$ におけるリラクセーション係数 $\rho_{NK, \infty}$ は、

$$\rho_{NK, \infty} = \frac{1}{2} + \frac{\phi_{v\infty}}{\phi(\infty)^2} \left(\frac{1}{2} \cdot \phi_{v\infty} + \phi_{r\infty} \cdot \frac{k_1}{k_1 + k_2} \right) \quad (28)$$

となる。

一例として、著者らのクリープに関する実測データ⁵⁾ から求められたクリープ係数を用いた ρ_{NK} の数値計算結果を示したものが、図-5である。ここで、計算条件は、次のとおりとしている。

$\phi_{v\infty} = 0.4$ (一定)、 $\phi_{r\infty} = 0.8 \sim 3.0$ 、 $k_1 = 0.02000$ 、 $k_2 = 0.00670$ 、 $t_1 = 30$ 日、90日、400日

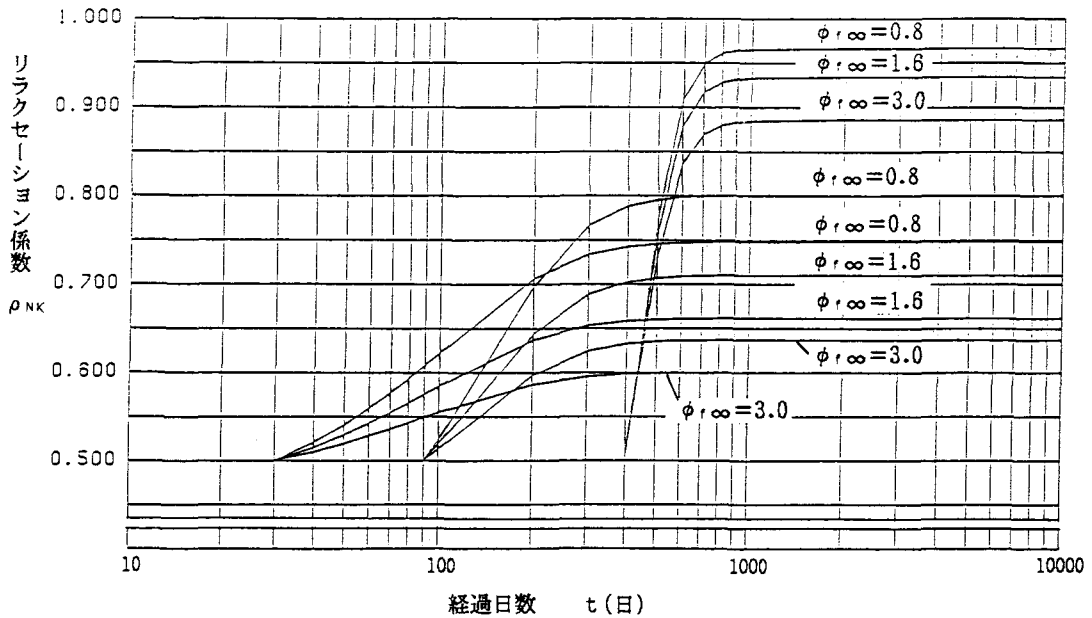


図-5 リラクセーション係数 ρ_{NK} の計算結果

上図から明らかなように、初期载荷の日数が遅くなるのに伴って、 ρ_{NK} の値は大きくなる。また、初期载荷の日数が同じであっても、クリープ係数が小さくなるのに伴って、 ρ_{NK} の値は大きくなる。初期载荷材令 $t_0 = 30$ 日、 $\phi_{r\infty} = 1.6$ 、および $\phi_{v\infty} = 0.4$ という一般的な条件の場合、 ρ_{NK} の値は、最終的に設計用値として 0.65 程度の値をとることがわかる。

8. 数値計算例、および考察

以上に述べた本解法の妥当性を検討するため、Fritzら^{2), 6)}が使用した図-6に示す合成桁断面を用いて数値計算を行った。一例として、この断面に時刻 $t_1=0$ で、曲げモーメント $M_{d,0}=1,105 \text{ tf}\cdot\text{m}$ が作用する場合の時刻 $t=\infty$ における分担断面力の変化量を計算する。その際のクリープ係数、および断面定数等は、次のとおりである。

$$\begin{aligned}\phi_{v\infty} &= 0.4, \quad \phi_{f\infty} = 1.6 \\ k_1 &= 0.0200, \quad k_2 = 0.00670 \\ E_s &= 2.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2 \quad (205.8 \text{ GPa}) \\ E_b &= 3.5 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2 \quad (34.3 \text{ GPa}) \\ A_b &= 6.0 \times 10^3 \text{ cm}^2 \\ I_b &= 2.0 \times 10^5 \text{ cm}^4 \\ A_s &= 6.0 \times 10^2 \text{ cm}^2 \\ I_s &= 3.5673 \times 10^6 \text{ cm}^4 \\ A_v &= 1.6 \times 10^3 \text{ cm}^2 \\ I_v &= 1.2425 \times 10^7 \text{ cm}^4 \\ a_b &= 57.52 \text{ cm} \\ a_s &= 95.88 \text{ cm} \\ a &= a_b + a_s = 153.40 \text{ cm} \\ D_1 &= 0.04300 (1/\text{cm}), \quad D_2 = 0.00463 (1/\text{cm}), \quad D_N = 1.66667, \quad D_M = 0.00934, \quad D_v = 0.00268 \\ \eta &= 1.27133, \quad \eta' = 1.00000\end{aligned}$$

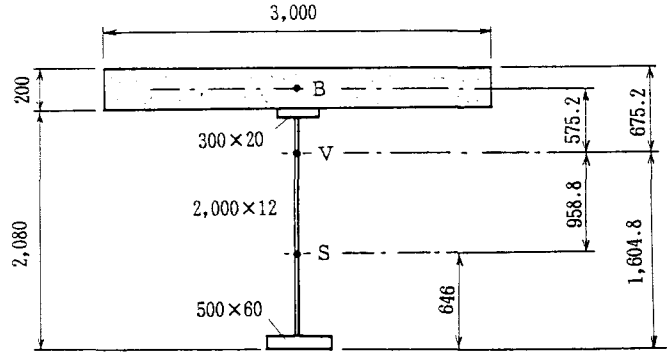


図-6 断面形状および寸法 (単位: mm)

計算結果は、他の解法による結果とともに、表-1に示してある。なお、この表で本解法の近似解とあるのは、次のように求められたものである。すなわち、剛比 $D_1 \sim D_v$ の数値から明らかなように、式(13)、および(14)においては、

$$D_2 (1 + \eta + D_N) \gg D_1 D_v, \quad (1 + \eta + D_N + D_1 \cdot a) (1 + \eta + D_M) \gg D_1 D_M \cdot a$$

である。そのため、式(13)、および(14)の近似解としては、

$$\begin{aligned}\Delta N'_{b,t-t_1} &= - \frac{D_2}{1 + \eta + D_N + D_1 \cdot a} \cdot M_{d,t_1} \cdot \phi(t-t_1) \\ \Delta M'_{b,t-t_1} &= - \frac{D_v (1 + \eta + D_N + D_1 \cdot a) - D_2 D_M \cdot a}{(1 + \eta + D_N + D_1 \cdot a) (1 + \eta + D_M)} \cdot M_{d,t_1} \cdot \phi(t-t_1)\end{aligned}\tag{29}_{1-2}$$

と表される。

表-1 分担断面力の変化量の数値計算結果

分担断面力 の変化量	回復クリープ考慮					回復クリープ無視			
	① Trost の解法	本解法		① —— ②	③ —— ②	④ Dischinger の解法	⑤ 本解法	⑤ —— ④	⑤ —— ②
		②厳密解	③近似解						
$\Delta N_{b,\infty}$ tf	-94.2	-96.3	-97.1	0.978	1.008	-98.6	-98.7	1.001	1.025
$\Delta M_{b,\infty}$ tf・m	-1.67	-1.99	-1.99	0.839	1.000	-1.94	-2.24	1.155	1.126
$\Delta M_{s,\infty}$ tf・m	146.2	149.7	151.0	0.977	1.009	153.2	153.2	1.003	1.026
*：原論文における符号を変えてある。 1 tf = 9.8 kN									

表-1の計算結果から、以下のことがいえる。

- 1) 回復クリープを考慮した本解法とTrost法とを比較すれば、本解法による結果は、Trost法の結果よりも僅かながら大きな断面力の変化量を与える。この原因としては、仮定されたクリープの進行曲線の形状の相違によるものと考えられる。
- 2) また、特にコンクリート床版の分担モーメントの差異が大きい。これは、Trostによると、剛比 D_R （コンクリート床版と鋼桁との曲げ剛度比）が0.05以下の場合、 $\Delta M_{b,t-t_1}$ が著しく小さくなるとみなして、この項を力のつり合い式（本解法では、式(7)に対応）の中で無視して式を展開しているためである。ちなみに、本解法では、このような近似を全く行っていない。回復クリープを無視した解法であるDischinger法でも、 $\Delta M_{b,t-t_1}$ は、Trost法と同じ取扱いをしている。
- 3) 本計算例で選定した標準的な合成桁の断面形状の場合、本解法の近似解は、厳密解より安全側で、しかもよい精度の解を与えるといえる。
- 4) クリープ解析において回復クリープの影響を無視した場合の断面力の変化量は、回復クリープを考慮する場合よりも約3%～13%大きな値が得られる。したがって、この場合、使用状態のもとにおける応力・変形の照査に対して設計上、不利な結果を与える。

9. 結論および今後の課題

本研究では、コンクリートの回復クリープを正確に考慮し、かつTrost法よりも厳密にコンクリート床版の分担モーメントの変化量（移行量）を取り扱うことができる鋼・コンクリート合成桁を対象とするクリープ解析法を示した。次に、標準的な合成桁を対象に数値計算を実施し、従来からの計算法による結果と比較・考察を行った。本研究で得られた結果を要約すると次のようになる。

- 1) 本解法においては、式(20)で示されるリラクセーションを考慮したクリープ係数 η が解析上、主要な要素となる。もちろん、この η は、もとの遅れ弾性クリープ、フロークリープおよび回復クリープからなるクリープ係数とリラクセーション係数 ρ とに容易に分離することができる。
- 2) クリープ解析において回復クリープを考慮した場合の分担断面力の変化量は、回復クリープを無視する

場合よりも、僅かながら設計上有利な結果を与える。

- 3) 実用性を考慮して、本解法における近似解をも提示した。この近似解は、標準的な合成桁の場合、厳密解よりも安全側で、しかも精度のよい解を与える。

今後は、本解法における主要なパラメータの抽出とそれらを用いたパラメトリック解析の実施、ならびに各種の外的不静定構造物を解析するためのマトリックス定式化を行っていく予定である。また、従来から不明瞭な乾燥収縮に伴うクリープ係数の正しい評価法と解析法とを、内部拘束量を種々変化させたテストピースによる実験結果、ならびに模型桁による実験結果を参照にして開発する必要がある。

参 考 文 献

- 1) 中井 博・栗田 章光：鋼・コンクリート合成構造のクリープ・乾燥収縮解析における種々の基礎式に関する一考察、構造工学論文集、Vol.36A、土木学会、1990年3月、pp.1275～1284。
- 2) Trost, H. : Zur Berechnung von Stahlverbundträgern im Gebrauchszustand auf Grund neuerer Erkenntnisse des viskoelastischen Verhaltens des Betons, Der Stahlbau 37, H.11, 1986, S.321～331.
- 3) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅰ共通編、Ⅱ鋼橋編、丸善、平成2年2月
- 4) 渡辺 誠一・六車 照：コンクリートのクリープひずみに関する一考察－遅れ弾性および回復クリープのPC静定部材のクリープ解析に及ぼす影響－、日本建築学会構造系論文報告集、第402号、1989年8月、pp.71～78。
- 5) 中井 博・栗田 章光・L.一ノ瀬 伯子：鋼・コンクリート合成構造物の応力・変形解析のためのクリープ係数と乾燥収縮量に関するデータベースの作成、構造工学論文集、Vol.37A、土木学会、1991年3月、(投稿中)。
- 6) Fritz, B : Verbundträger, Berechnungsverfahren für die Brückenbaupraxis, Springer-Verlag, 1961.

(1990年10月12日受付)