

PC 曲線連続箱桁の断面変形と 中間隔壁の補剛効果

DISTORTIONAL BEHAVIOR OF CONTINUOUS CURVED PC BOX GIRDERS
AND EFFECT OF INTERMEDIATE DIAPHRAGMS

高海克彦* 浜田純夫**

by Katsuhiko TAKAMI and Sumio HAMADA

As the span of PC box girders increases, they are regarded as thin-walled box beam. Distortion of the cross section is expected to occur in these structures. In order to analyze the distortional behavior of PC curved box girders with intermediate diaphragms, the governing equation derived from modified beam theory is used. From the calculation results for PC continuous curved box girder bridge in use, it is found that distortion of the cross section is inevitable, and additional longitudinal stress and transverse bending moment should be considered in practical design.

1. 緒言

近年、新材料の開発、施工技術の革新に伴いコンクリート構造物は益々多様化長大化の傾向にある。このうちPC橋は、基礎理念的にプレストレス導入量によってフルPCからパースシャルPC、そしてプレストレスのない通常のRCと、その使用状態に応じて適用性の広い構造として多用されている。PC橋の多用化にともない、施工性に優れ、ねじり剛性の高い箱形断面を採用した長径間連続曲線箱桁橋も設計施工されている。また、道路橋インターチェンジ部など大きな曲率を持つ橋梁もPC箱桁で施工されているものもある。

箱桁の長大化が図られると、自重の軽量化のため箱桁断面は薄肉構造となり、薄肉はり構造に生じる断面の変形は無視できない問題と思われる。これは従来コンクリート橋梁の設計分野では考慮されていない現象である。既に鋼製箱桁の断面変形に関しては古くより研究されており、Vlasov¹⁾、Dabrowski²⁾の研究をはじめとして断面変形にともなうそりに関して理論的アプローチがなされている。その結果、補剛設計の観点から箱桁の中間ダイアフラムの設計に関して、BEFアナロジーやBeamアナロジー等の簡易解析結果に基づいたMerrison³⁾報告、坂井らの提案⁴⁾、中井らの提案⁵⁾、小松らの提案⁶⁾がある。しかし、現行の道路橋示方書ではコンクリート箱桁の断面変形には触れられておらず、軸方向には曲げモーメントを受けるはりとして、横方向は箱形ラーメンとして設計するとしている。断面補剛のための中間隔壁の配置法も、1支間に1カ所以上、支間の長い場合は40m程度の間隔に配置するのがよいと記されているのみである。

* 工博 山口大学 講師 工学部社会建設工学科 (〒755 宇部市常盤台2557)
 ** Ph.D 山口大学 教授 工学部社会建設工学科 (同 上)

PC箱桁の解析にはScordelisらの板理論、はり理論に基づく研究や、断面変形をねじりと曲げを同時に含んだ問題としてはり理論で扱ったMaisel⁸⁾や白杵ら⁹⁾の研究がある。白杵は二次のせん断変形をも含んだ理論を提示している。またコンクリート箱桁の横方向曲げモーメントのみを有限要素法を用いて論じたのにIshac¹⁰⁾の研究がある。しかるに断面が剛であることを仮定したはりの曲げねじり理論が直線および曲線ばりとともに既に完成されており、設計実務に広く用いられていることを考慮すれば、断面変形を考慮するPC箱桁についても既往の曲げねじり理論による変位と応力をそれぞれ初期変位と初期応力として求めた後、断面変形にともなう付加変位と付加応力を算定して初期値を補正するのが実用的であり、また断面変形挙動の特性も明確にすることができる。著者は以上の観点から文献(11)において、任意多角形薄肉はり構造物の断面変形挙動の定式化をはり理論の修正により提示した。

本論文ではこの理論に基づいて導いた箱桁断面の断面変形問題の支配方程式を示し、既往の解析法との比較をした後、実橋を対象としたPC曲線連続箱桁橋の断面変形解析をし、断面変形挙動と中間隔壁の効果について比較検討を行った。

2. 箱桁の断面変形解析理論の概要⁽¹¹⁾

2.1 断面変形の定義と支配方程式

箱桁の断面変形問題を扱う上で次の仮定を設ける。

- 1) 箱桁の挙動は線形微小理論にしたがう。
- 2) 材料の構成則は、Hookeの法則にしたがう。
- 3) 箱桁を構成する板要素の板厚は、他の断面寸法に比べて小さく、また板厚中心線の桁軸直角方向伸縮は無視する。
- 4) 箱桁のSt.Venantのねじりに伴う、せん断ひずみ以外のすべてのせん断ひずみは無視する。

いま、図1の箱桁を考え、断面図心 o を原点とする

直交座標 (x, y) 、および板厚中心線に沿う直交座標 (s, n) を定める。ウェブとフランジの接合点を節点とよび、図のように番号をつける。図中の一点鎖線で表す断面変形にともなう板要素の反時計回りの回転角を β_i ($i=1, \sim 4$)とし、断面変形を次のように定義する。

$$\begin{cases} \theta_i = \beta_i - \beta_{i+1} & (i=1 \sim 3) \\ \theta_4 = \beta_4 - \beta_1 \end{cases} \quad (1)$$

本理論では板厚中心線の軸直角方向伸縮の無視、および変形後の断面の閉合条件から4つの相対回転角は互いに独立ではなく次の関係を満たさなければならない。

$$\sum_{i=1}^4 \theta_i = 0, \quad \sum_{i=1}^4 (x_i - x_4) \theta_i = 0, \quad \sum_{i=1}^4 (y_i - y_4) \theta_i = 0 \quad (2)$$

ここに、 x_4, y_4 は節点4の x, y 座標である。

式(2)の条件から、式(1)の相対回転角は例えば θ_2 を基準とすれば次のように表される。

$$\theta_1 = -\theta_2, \quad \theta_3 = -(b/a) \theta_2, \quad \theta_4 = (b/a) \theta_2 \quad (3)$$

ここに、 a は張り出し部を除く上フランジ幅、 b は下フランジ幅である。

したがって、箱桁の断面変形問題では、断面変形の自由度は1となる。

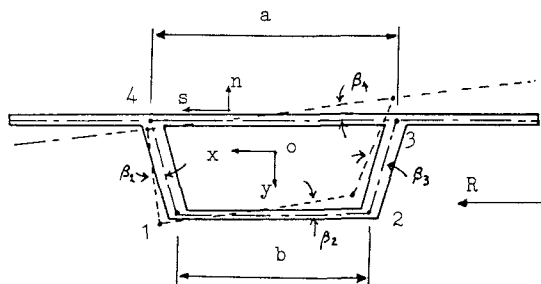


図1 箱桁の座標系と断面変形

本理論による曲線箱桁の断面変形の支配方程式は次のように表される。

$$E I_d \frac{\theta_2'''}{R_g} + f \theta_2 + \left(\frac{H_2 \omega}{I_\omega} - \frac{a}{b} \right) m_t + \left(\frac{H_2 \omega}{I_\omega} - \frac{\Omega_2}{\Omega} \right) \frac{G K}{E I_\omega} M_\omega + \frac{H_2 \omega M_x}{I_\omega R_g} = 0 \quad (4)$$

ここに、 $(\quad)$ は桁軸方向曲線座標に関する微係数を表し、 E はヤング係数、 G はせん断弾性係数、 I_d は断面変形に関するそり定数、 f は単位長あたりの箱桁ラーメンの横曲げ剛性、 I_ω はそりねじり定数、 K は純ねじり定数、 Ω は箱桁肉厚中心線が囲む面積、 $H_2 \omega$ 、 Ω_2 はいずれも断面変形に関する断面定数、 R_g は箱桁のせん断中心の曲率半径、 m_t は外荷重トルク、 M_x 、 M_ω は断面が剛であることを仮定するはり理論による曲げモーメントおよび曲げねじりモーメントである。

断面変形にともなう軸方向垂直付加応力は次式で与えられる。

$$\sigma_d = E \Psi(s) \frac{\theta_2''}{R_g} \quad (5)$$

ここに、 $\Psi(s)$ は断面変形にともなうそりに関する関数。

また断面変形にともなう横方向の曲げモーメントは次式で与えられる。

$$M_d = M(s) \cdot \theta_2 \quad (6)$$

ここに、 $M(s)$ は単位の相対回転角によって生じる横方向曲げモーメントである。

本方程式を、付録に示す鋼製箱桁の断面変形簡易解法としてよく用いられるBEFアナロジー式と比較すると、両者は同形の4階の微分方程式であり、相対回転角 θ_2 が断面変形率 V に、 I_d がそり定数 I_{dw} に、 f が閉ラーメンの横方向曲げ剛性 k に対応している。しかし、断面変形問題の荷重項では、BEFアナロジーでは、外荷重トルク q_t と曲げモーメント M_x の曲率の影響を考えているが、本法では断面変形とねじりの連成をも考慮するので、さらに内力としてのバイモーメント M_ω が断面変形を生じさせる。

2.2 本解法の妥当性

本解析法の妥当性を検討するため、本法とBEFアナロジー、および薄板理論に基づく有限帯板法(FSM)による解析結果との比較をする。3つの解法のうち板理論に基づくFSMが最も精密な解を与えるものである。解析対象とする箱桁は、図2に示す断面形状で、表1に示す各々異なった寸法を持つ等断面の単純直線桁モデル1, 2, 3と単純曲線桁モデル4, 5, 6である。表中の $\kappa (= \sqrt{GK/EI_\omega})$ は前道路橋示方書¹²⁾に示されているねじり定数比である。モデル3, 6の様に断面が偏平になると κ は小さくなる。直線モデルは支間長 $L=20\text{m}$ 、曲線モデルは曲率半径 $R=50\text{m}$ 、開角 $\phi=0.2\text{rad}$ とする。直線モデルは節線3, 4に 1tf/m の逆対称等分布荷重を、曲線モデルでは節線3に 1tf/m の鉛直荷重を載荷する。桁の両端は剛な隔壁で断面変形は防止されるが、中間隔壁は用いない。本法とBEFアナロジー式は、解を級数近似してガラーキン法で解いた。表2にモデル1～6の支間中央の節点2における断面変形にともなう軸方向垂直付加応力を示す。FSMの結果は計算値から断面剛のはり理論値を差し引いたものである。これらのモデルにおいてねじり定数比 κ がほぼ100より

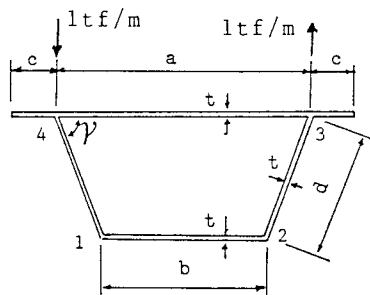


図2 箱桁諸元と載荷モデル(直線桁)

表1 箱桁断面寸法

model	d (cm)	a (cm)	b (cm)	c (cm)	t (cm)	ν (rad)	κ
1	100	100	100	20	1.0	$\pi/2$	368
2	100	200	100	20	1.0	$\pi/3$	200
3	100	250	150	30	1.0	$\pi/3$	94
4	100	100	100	20	1.0	$\pi/2$	184
5	100	200	100	20	1.0	$\pi/3$	100
6	100	250	150	30	1.0	$\pi/3$	47

表2 付加応力の比較(節点2)

model	present	BEF	FSM
1	-159	-159	-161
2	-164	-164	-165
3	-411	-522	-413
4	167	167	179
5	171	165	187
6	160	134	168

(kgf/cm²)

大きくなると、本法とBEFアナロジー解は一致しているが、ねじり定数比がそれ以下になると、本解とBEFアナロジーのそれは約20%異なり、本法が精密解により近い解を与える。通常、箱桁の応力解析では曲げねじりの影響は無視されるが、断面変形問題を考える場合は必ずしも妥当とはいえない。

3. PC曲線連続箱桁の解析

3.1 解析モデルと荷重

解析モデルは、実橋を対象とした図3に示す曲率半径 $R=300\text{m}$ の3径間連続PC曲線箱桁である。各支点上は剛な隔壁が配置されているが、中間隔壁の補剛効果を検証するため、中間隔壁を0～2枚配置するmodel1～model3を考える。このうちmodel2が実橋の中間隔壁配置状況である。model2の側径間隔壁は、後で示す側径間曲げモーメント最大の位置に配置されている。中間隔壁は面内に関して剛体とする。断面諸元は図4に示す変断面である。

PC桁の設計荷重は主荷重として死荷重、活荷重、プレストレス力等があるが、今回は導入プレストレス算定前段階荷重として、死荷重および活荷重を考える。死荷重は単位体積あたり 2.5tf/m^3 を断面对称軸上に、また活荷重はL荷重を図5のように内曲側に載荷する場合と、外曲側に載荷する場合を考える。コンクリートのヤング係数は $\sigma_{ck}=400\text{kgf/cm}^2$ を想定し、 $E=3.5\times 10^5\text{kgf/cm}^2$ とする。

3.2 計算法

計算法は、桁軸方向に離散化した有限要素法を用いる。まず断面変形解析に先立ち、ねじりによるそりを考慮した断面剛のはり要素

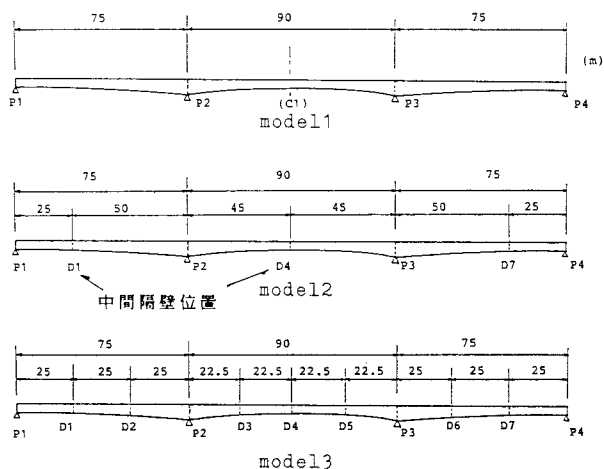


図3 解析モデル

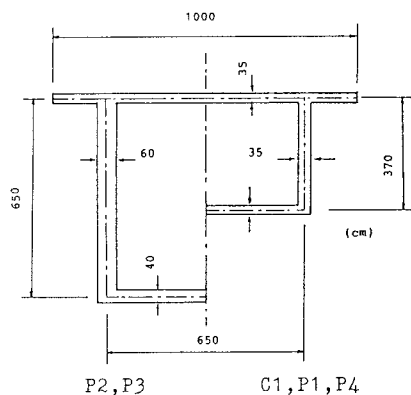


図4 解析モデル断面

を用いた有限要素解析により、各点の曲げモーメントとバイモーメントを求める。次に桁軸方向離散点において断面変形 θ_2 と θ_2 を未知変数とするはり要素を考え、式(4)の支配方程式から要素剛性マトリクスを導く。断面変形の荷重マトリクスは、外荷重トルクと先に求めた曲げモーメントとバイモーメントを重ね合わせたものである。後の解析操作は、周知の有限要素法の手順に従って進める。

要素分割数は各径間24とした。

3.3 解析結果と検討

(1) 断面変形相対回転角について

図6は内曲側載荷の場合の断面変形相対回転角の桁軸方向変化を示したものである。いずれのモデルも各支点および中間隔壁部で断面変形は拘束されている。中間隔壁のないmodel1では中央径間に比べ側径間で断面変形が大きくなることがわかる。また、各支間に1枚隔壁を配置したmodel2とmodel1を比べると、中間支点P2近傍の断面変形の値にはあまり相違は見られないが、側径間の最大値が約1/3に抑えられ、隔壁による補剛効果が高いことを示している。さらに隔壁枚数を増やしたmodel3では中間支点付近の断面変形も小さくなっている。図7は同様に活荷重を外曲側に載荷した場合であるが、断面の変形性状は内曲側載荷とほとんど同じものの、断面変形の最大相対回転角はこのケースの方が側径間で10～15%、中央径間で40～50%大きくなっており、ねじりによる断面変形への影響が大きいものと考えられる。

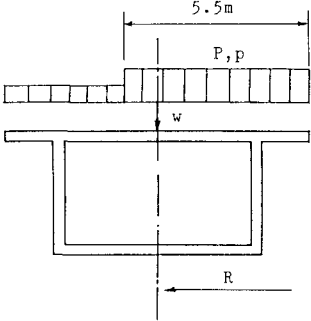


図5 荷重モデル（内曲側載荷）

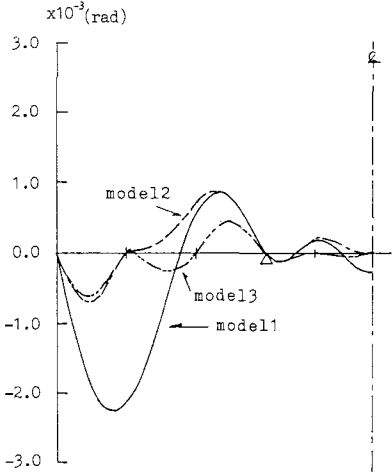


図6 断面変形軸方向分布（内曲側載荷）

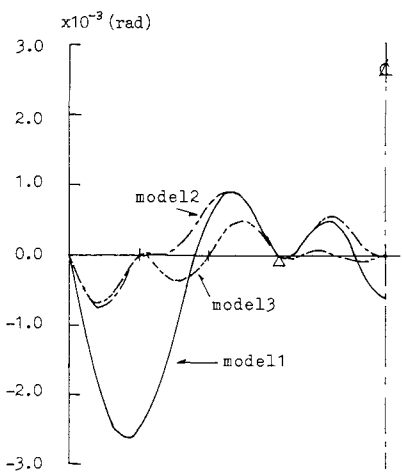


図7 断面変形軸方向分布（外曲側載荷）

(2) 軸方向付加垂直応力について

外曲側載荷した場合の節点1のはり理論による桁軸方向垂直応力と断面変形にともなう付加応力の分布を図8に示す。図では引張応力を正としている。箱桁に生じる真の応力は両者を加えたものである。付加応力は断面変形の相対回転角の拘束点においてピーク値を生じている。節点1に関しては、中央径間では初期応力と断面変形にともなう付加応力は異符号であるが、側径間では同符号で足し合わされることになり、引張応力が大きくなる。本解法では付加応力は断面对称軸に関して逆対称となるので、節点2について付加応力分布は節点1と正負が逆になる。

表3 応力比（内曲側載荷）（％）

荷重	着目点	model1	model2	model3
活荷重	側径間 D 1	13.1	7.3	12.2
	中央径間 D 4	70.5	30.9	8.7
死荷重	側径間 D 1	18.2	29.3	34.2
	中央径間 D 4	47.3	11.8	20.8
全荷重	側径間 D 1	17.5	26.3	31.2
	中央径間 D 4	25.8	4.0	15.4

表4 応力比（外曲側載荷）（％）

荷重	着目点	model1	model2	model3
活荷重	側径間 D 1	24.3	50.2	56.2
	中央径間 D 4	149.7	51.4	40.7
死荷重	側径間 D 1	18.2	29.3	34.2
	中央径間 D 4	47.3	11.8	20.8
全荷重	側径間 D 1	19.0	32.2	37.2
	中央径間 D 4	67.0	19.4	24.6

表3と4に、内曲側載荷と外曲側載荷の場合の、断面変形にともなう軸方向付加応力のはり理論による初期応力に対する比を示す。はり理論では、ねじりによる箱桁のそりの影響は小さいので、内曲側載荷と外曲側載荷では初期応力はほとんど同じ値となる。表中には、活荷重、死荷重、および両荷重について分けて示した。ただし死荷重は断面中央に載荷するので、両表は同一となる。全荷重載荷の場合、断面変形の影響は内曲側載荷でも外曲側載荷でも、中間隔壁を挿入することにより、中央径間より側径間でその応力比が大となることわかる。しかも、いずれの荷重ケースでも着目点での付加応力はmodel2より隔壁枚数を増やしたmodel3のほうが増加している。つまり、中間隔壁を増やすと断面変形そのものは防止することができるが、それにとまなう付加応力はかえって大きくなるということである。

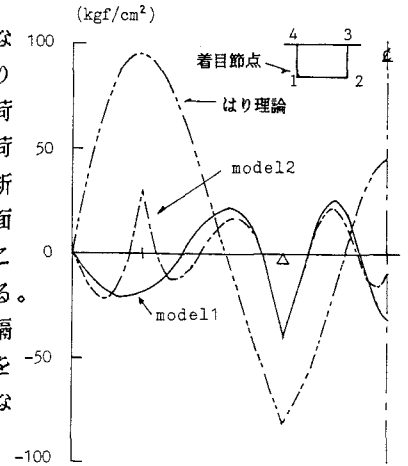


図8 軸方向付加垂直応力分布

(3) 横方向曲げモーメントについて

図9は、外曲側載荷した場合、model2～model3の各支間で断面変形にともなう横方向曲げモーメントが最大となる断面のモーメント分布図である。断面の左側が外曲側、右側が内曲側である。示方書においては、箱桁横方向の設計は、箱桁ラーメン構造にモデル化して、別個に下フランジおよびウェブの断面力を算出すると規定されているが、断面変形により新たに図のような横曲げモーメントが発生する。この横方向曲げモーメントはこれまでの設計においては無視されているが、箱桁によっては無視し得ない場合も生じ、注意すべきであろう。

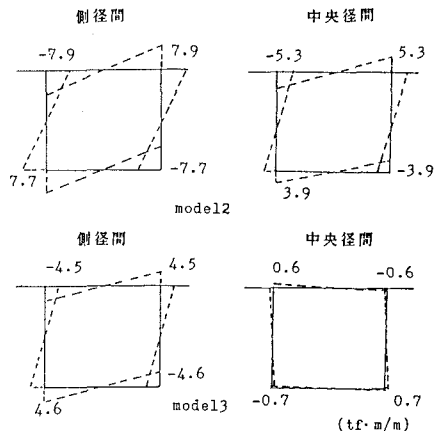


図9 断面変形に伴う横方向曲げモーメント

4. まとめ

本研究は、長大化するPC連続曲線箱桁の断面変形挙動の解析に、はり理論の修正に基づく簡易解析法を適用し、検討を加えたものである。本報告によって得られた結果をまとめると、次のようである。

- 1) 本研究で用いた簡易解析法は、箱桁のそりねじりの断面変形に対する影響を考慮しているの、偏平な断面に対しても精密解に近い解を与える。
- 2) 3径間連続曲線箱桁では、中央径間より側径間の断面変形が大きく、活荷重の外曲側載荷と内曲側

- 3) 載荷では、外曲側載荷の場合の変形が大きくなる。
 PC箱桁では、支間に1～2枚の中間隔壁により、断面の補剛効果は期待できるが、断面変形拘束部で付加応力がピーク値となり、その値は通常のはり理論の20%～35%程度にもなる。
- 4) 隔壁枚数を増やすことにより、かえって付加応力が増大することがあるため、その枚数と配置位置にはより一層の検討が必要である。
- 5) 曲線箱桁において断面変形により横方向曲げモーメントが新たに生じ、これが無視し得ない場合、横方向の設計には、この影響も考慮しなければならない。

PC箱桁に導入されるプレストレス力は、コンクリートに生じる引張応力を一つの規準として決定されるので、断面変形と設計プレストレス力は密接な関係を持つと言える。本研究で用いた簡易解析法に、今後、断面変形惹起荷重としてのプレストレス力を考慮することにより、PC箱桁のより合理的な設計の資料を提供できるものと思う。

付録

BEFアナロジーの基礎式⁶⁾

曲線箱桁のBEFアナロジー式は次のように表される。

$$\frac{1}{R_0} E I_{dw} V + k V = q_t + \frac{M_x}{R_0}$$

ここに、Eはヤング係数、 I_{dw} は箱桁の断面変形に関するそり定数、kは箱桁閉ラーメンの板曲げ剛性、Vは断面変形率、 R_0 は断面図心の曲率半径、 q_t はトルク、 M_x は曲げモーメントである。

参考文献

- 1) Vlasov, V.Z (奥村敏恵他訳)：薄肉弾性ばりの理論，技報堂，1967年
- 2) Dabrowski, R., Der Schubverformungseinfluß auf die Wolkrafttorsion der kastenträger mit verformbarem biegesteifem Profil Der Bauingenieur, Jahrg.40, Heft.11, 1965
- 3) The Subcommittee of Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridge: Interim Design and Workshop Rules, Her Majesty's Stationary Office, 1973
- 4) 坂井藤一・長井正嗣：曲線鋼箱桁橋の中間ダイヤフラム設計法に関する一考察、土木学会論文報告集、第305号、pp.11～22、1981
- 5) 中井 博、村山泰男：ダイヤフラムを有する曲線箱桁のずり応力の解析と設計への応用、土木学会論文報告集、第309号、pp.25～40、1982
- 6) 小松定夫、長井正嗣：中間ダイヤフラムの新しい設計法に関する研究、土木学会論文報告集、第326号、pp.51～62、1982
- 7) 例えば Sorensen, S.I., and Scordelis, A.C., Computer Program For Curved Prestressed Box Girder Bridges, Structures and Materials Research Report No. UC SESM 80-10, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, 1980
 Van Zyl, S., Analysis of Curved Segmentally Erected Prestressed Concrete Box Girder Bridges, Structural Engineering and Structural Mechanics, Report No. UC/SESM 78-2, University of California, Berkeley, 1978

- 8) Maisel, B.I., Analysis of Concrete Box Beams Using Small Computer Capacity, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol.12, pp.265~278, 1985
- 9) 白杵恒雄：断面変形を考慮した曲線多室箱桁橋の理論と解析、構造工学論文集, Vol.34A, pp.87~100, 1989
- 10) Ishac, I.I., Approximations for Moments in Box Girders, ASCE, Vol.111, No.11, pp.2333~pp.2342, 1985
- 11) 高海克彦・彦坂 熙：薄肉単室閉断面ばりの断面変形挙動の定式化、九州大学工学集報、第60巻、第1号、pp.9~16、昭和62年
- 12) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（Ⅰ共通編・Ⅱ鋼橋編）、pp.206~207、昭和55年2月

（1990年10月12日受付）