構造工学論文集　Vol.37 A（1991年3月）　　土木学会

# 斜張橋のねじれ1次固有周期の算定とその性状に関する一検討

EVALUATION OF 1ST NATURAL TORSIONAL FREQUENCY OF CABLE-STAYED GIRDER BRIDGES

長井正嗣*　佐野信一郎**　大鳥靖樹***　川畑　治****
By Masatsugu NAGAI, Shin-ichiro SANO, Yasuki OHTORI and Osamu KAWABATA

This paper presents a simple formula to predict 1st natural torsional frequency of cable-stayed girder bridges. Rayleigh's method is employed using assumed vibratinal mode shapes, in which types of towers and torsional rigidities of girders and cables are taken into account. In a long span range, comparison of 1st natural torsional frequency between two-plane cable-stayed type and suspension type is carried out. One-plane cable-stayed type is also examined. Superior torsional rigidity of cable-stayed type to suspension type is verified.

## 1．まえがき

斜張橋の基本計画上、曲げおよびねじれ1次振動数を簡単に精度よく推定できることは耐風安定性の概略検討を行う上で有益であること、さらに斜張橋が長大化する状況の中で、支間長の変化に伴う性状の予測、吊橋との比較を行っておくことは有益であることを文献1）で説明した。そして、曲げ振動数に着目し、その簡易算定法を提案するとともに振動性状に及ぼす設計パラメータの影響を定量的に考察し、あわせ長支間領域での性状予測を行った。

本文では、文献1）で提案したのと同様の手法により、ねじれ振動数に関する検討を行う。まず、中央径間に等分布トルク荷重を作用させた場合の静的変位モード形と振動モード形との比較から、形状（塔形状、支間長比 etc.）および剛性、剛比に応じた振動モード形を仮定し、レーリーの原理を適用する。その際、ひずみエネルギーの最大値を簡単に評価するには困難を伴うことから、外力のポテンシャルエネルギーを用い

＊　工博　長岡技術科学大学　助教授　建設系　（〒940-21 長岡市上富岡町1603-1）
＊＊　川崎重工業（株）橋梁設計部　部長　（〒136　江東区南砂2-4-25）
＊＊＊　工修　（財）電力中央研究所ＦＢＲ部免震研究室　（〒270-11 我孫子市我孫子1646）
（研究当時　長岡技術科学大学大学院修士課程）
＊＊＊＊　長岡技術科学大学大学院修士課程　（〒940-21 長岡市上富岡町1603-1）

る。この時、等分布トルク荷重による静的最大変位は骨組モデルによる計算結果を利用してもよいし、文献２）で提案した簡易算定式を利用してもよい。とくに後者を用いると、振動数の予測はもとより各種設計パラメータの変動に伴う振動性状の変化の予測が容易に行えることになる。斜張橋の立体振動解析が平面解析に比してかなりな労力を要することを考えると、本算定式は設計変数の変化による解の変動予測が簡単に行えることからも有用と考える。

さて、これまでのねじれ振動数算定に関する提案を整理してみると、まず、文献３）で実橋ねじれ振動数が支間長に対して整理されている。当然、支間との相関性は見られないわけであるが、この理由は、設計パラメータが多い割に、当時実橋データが不足していたためと考えられる。文献４）、５）では、本文と同様にレーリーの原理に基づく算定式が示されている。文献１）の曲げ振動数の検討の際にも説明したように、事前の骨組モデルによる静的解析が欠かせない。文献６）では、主桁にねじれ剛性のない２面吊斜張橋と箱桁（１面吊を想定）に対する算定式が与えられている。１面吊に対する結果は、振動モード形を sin 波と仮定した場合に比して係数に若干の差異が生じているもののレーリーの原理を適用して誘導したものである。ただ、両者の中間にあたる一般的な斜張橋への適用方法は不明確である。文献４）～６）は基本的にレーリーの原理を適用するものであるが、運用上、また挙動を予測する資料としては十分と言えない面がある。最近では、文献７）で提案が見られる。固定はりの振動数を出発点として、種々のパラメータの影響を係数（モデルの数値計算結果と一致するよう調整する）を乗じることによって処理している。振動数そのものの算定には有効と考えられるが、ねじれ変形に対して支配的な設計パラメータとの関連が明確といえず、また以上のようなまとめかたのため、挙動の予測には適さない形となっている。

本文では、前述の通り、レーリーの原理を用いて振動数の算定式を提案するが、ねじれ最大変位の簡易算定式を利用することにより、各種設計パラメータによる挙動予測が簡単に行える。また、振動性状に対して支配的な設計パラメータがすべて網羅されているため適用範囲の判断も容易と考える。最後に、支間長に着目した性状検討を行い、あわせて吊橋との比較を行う。

## ２．モード仮定に関する検討

ねじれ振動モード形が精度良く推定できれば、固有周期を精度良く推定することができる。

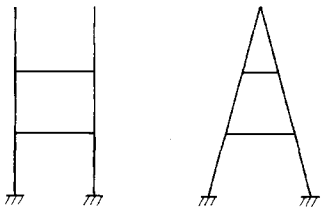
ここでは、中央径間に等分布トルク荷重を満載させた場合の静的変位モード形とねじれ振動解析による振動モード形の比較を行う。その際、まず、代表的な分類として、H、A形の塔形状を考える。つまり、H形の塔柱は橋軸方向に逆方向に振動するのに対して、A形塔の塔頂は橋軸方向に不動点となり両者の挙動が大きく異なることを考慮する。つぎに種々の設計パラメータを変化させた計算を行う。数値計算に用いたモデルは文献１）の曲げ振動数の検討に用いたモデルと同じで、支間長は、400m（$n_{CS}=2.3$）、600m（$n_{CS}=2.1, 2.3, 2.5$）、800m（$n_{CS}=2.3$）である。ここで、$n_{CS}$ は支間長比（＝中央径間長／側径間長）である。橋軸方向からみた諸元としては、橋軸直角方向のケーブル吊間隔（$B_G$）を 4 車線相当の 20mとした。また、塔の形状は図－１に示すH、A形状である。

数値計算結果の一部を図－２に示す。図中、J、$I_w$ はそれぞれ桁の純ねじれおよびそり（曲げ）ねじれ定数である。図中には、参考のため sin の半波（実線）が示されている。なお、図中の静変位のモード形については、最大値（中央径間中央）を 1.0 として表示している。また、いずれのモデルの結果も図－２に示すものと同様であった。

図より次のことがわかる。

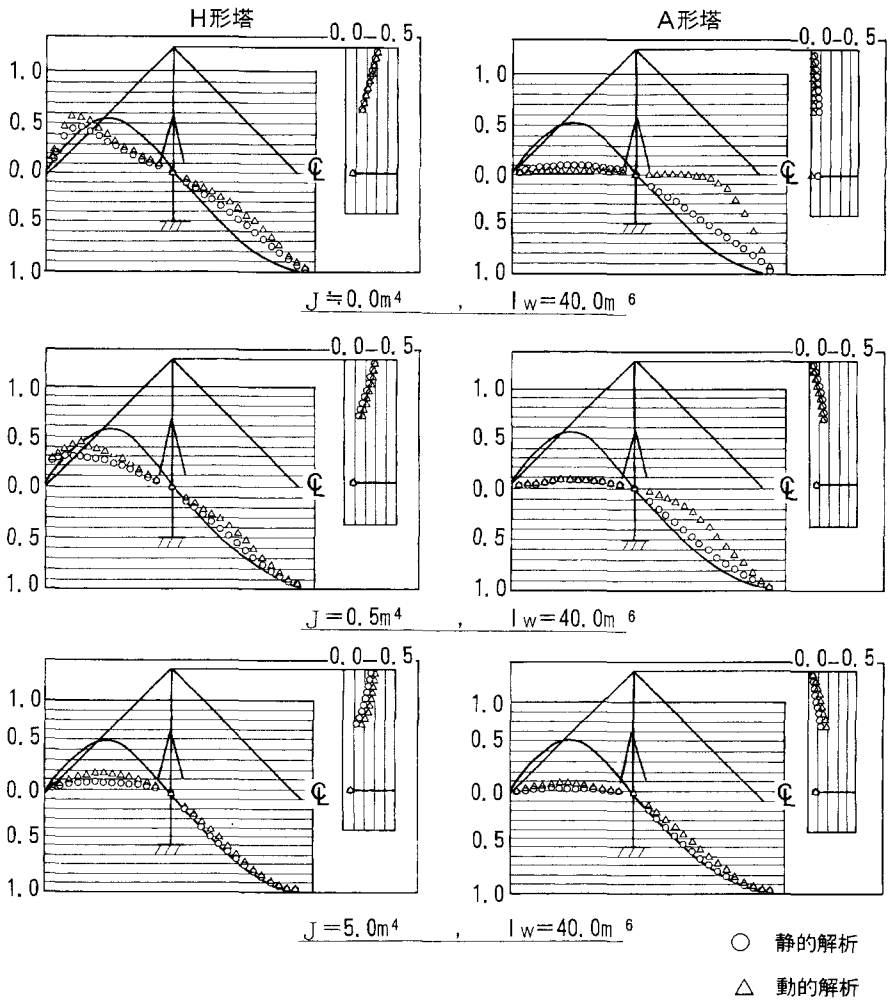
①．A形塔の場合、塔のモードの値は小さく固有振動数に与える影響は小さいと考えられる。

②．静的変位のモード形と振動モード形は、主桁のねじれ剛性がかなり小さい場合を除いてほぼ一致している。



（a）H形塔　　（b）A形塔

図－1　塔形状



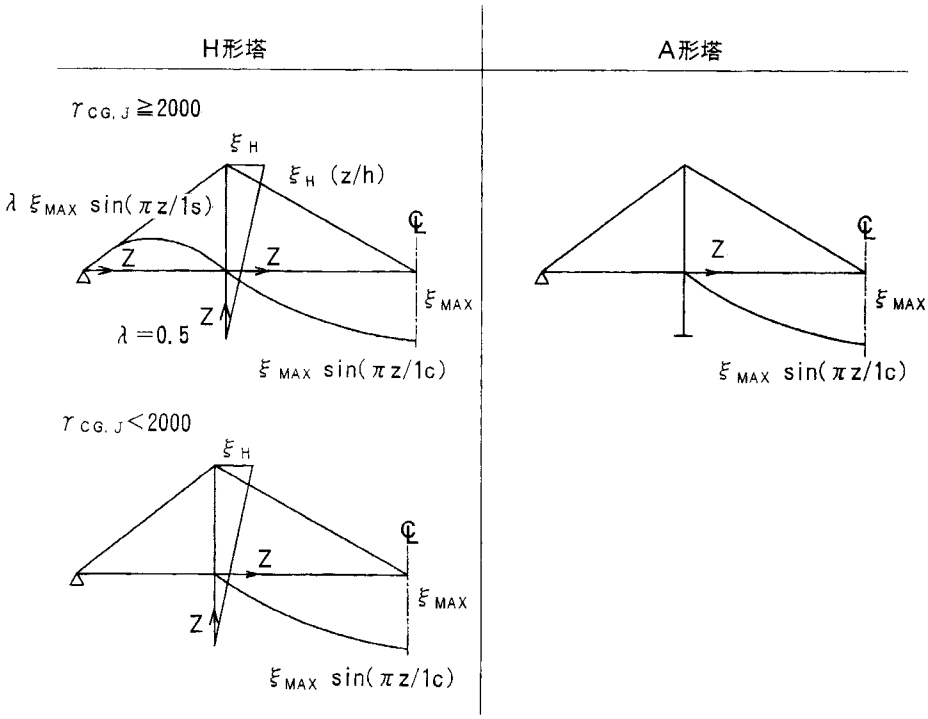

図－2　振動モード形

③．主桁のねじれ剛性に応じて振動モード形が変化する。したがって、無次元化した主桁ねじれ剛性を用いてモードの仮定が可能となる。

以上より、無次元パラメータ $\gamma_{CG.J}$ を用いて、振動モード形を図－３のように仮定することとした。ここで、$\gamma_{CG.J}$ は次式で定義されるケーブルのねじれに対する剛性と主桁の純ねじれ剛性との比である。

$$\gamma_{CG.J}=KB_G^2/(GJ/l_c) \qquad (1)$$

Gはせん断弾性係数、$l_c$は中央径間長、Kはケーブルの伸び剛性を中央径間内で総和した値で、ケーブルの断面積を面内荷重である死、活荷重強度で評価して、付録－１にて定義する[1]。また、付録－１の図中に形状に関する記号が示される。



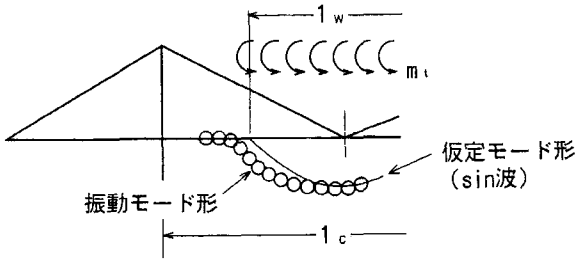

図－３　仮定した振動モード形

図－３の振動モード形の仮定にあたり、若干の説明を加える。

①．H形塔の場合、側径間の振動モード形は $\gamma_{CG.J}$ に応じて徐々に変化するが、簡略化の目的で図に示す２種類とした。このように仮定すると、$\gamma_{CG.J}=2000$ で固有周期にステップが生じることになる。この値の近傍では、どちらのモード形を仮定しても数値計算結果との誤差がほぼ等しくなるよう配慮して決定したものである。なお、後述する桁のそりねじれ剛性に関する無次元パラメータ（$\gamma_{CG.W}$）については、$\gamma_{CG.J}$ が小さくなるとその影響がほとんどないこと、$\gamma_{CG.J}$ が大きくなってもその影響がさほど大きくないことから、煩雑さを避けるために除外している。

②．A形塔で開断面（J≒０）の場合、計算した振動モード形また静的変位モード形ともに図－３の仮定した振動モード形と大きく異なっている。計算の振動モード形は図－４に示すように、主桁のそりねじれ剛性に応じて $l_w$ を変化させて等分布トルク荷重を載荷したときの静的変位モード形と良く一致する。

そこで、３．で詳述するが、レーリーの原理を適用する際、中央径間にトルク荷重を満載するのではなく主桁そりねじれ剛性に応じて $1_w$ を決めて積分する方法が考えられる。ところが、このようにして積分した結果は、中央径間に等分布トルク荷重を満載して中央径間を積分領域として計算した結果と同じことになる。また、トルク荷重を中央径間に満載した場合も $1_w$ 区間に載荷した場合も、静的ねじれ変位の最大値にはほとんど差が生じない。これは、主桁ねじれ剛性がかなり小さい場合、たわみのほとんどがケーブルの弾性伸びに起因して生じるためである。これより、モード仮定は図－３の通りとしている。なお、以上の性状はすべて数値計算によって確認している。




図－４ 桁のねじれ剛性が小さい場合の振動モード形

３．１次固有周期算定式

３．１　レーリーの原理の適用

主桁については図－５に示す１軸対称の断面を考える。まず、運動エネルギーの最大値は、ケーブルの運動エネルギーを無視して、

$$ {}_{MAX}T = (1/2)\,\bar{\omega}^2 \{ (\gamma_S/g) \int_z (A_{eq}\eta^2 + 2H_U\xi\eta + I_P\xi^2)\,dz + T_W \} \quad (2) $$

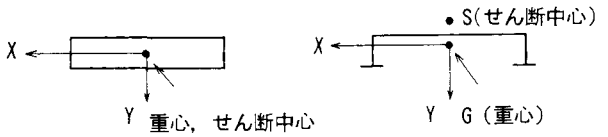
と定義される。ここで、$\bar{\omega}$ はねじれ振動数（厳密にはねじれと水平の連成振動数）、$\gamma_S$ は鋼部材の単位体積重量、$g$ は重力加速度、$\xi$ はねじれの振動モード、$\eta$ は水平方向（横たわみ）の連成振動モード、$T_W$ は塔の運動エネルギーに関する量、また、$A_{eq}$（等価断面積）、$H_U$（ねじれと水平変位の連成に関する量）、$I_P$（極慣性モーメント）は、

$$ A_{eq} = \int dA + (\gamma_1/\gamma_S) \int dA_1 \quad (3) $$

$$ H_U = y_S A_{eq} - (\gamma_1/\gamma_S)\, G_{x1} \quad (4) $$

$$ I_P = I_x + I_y + (\gamma_1/\gamma_S)\,(I_{x1} + I_{y1}) + y_S^2 A_{eq} - 2y_S (\gamma_1/\gamma_S)\, G_{x1} \quad (5) $$

と定義される。




図－5　1軸対称断面

式（3）～（5）で、$\int_z dz$ は桁軸および塔軸方向の積分、$\int dA$ は桁断面の面積積分、添字（1）は後死荷重などの主構以外の部材に関する量を表わす。したがって、$\gamma_1$、$G_{x1}$、$I_{x1}$、$I_{y1}$ はそれぞれそれらの単位体積重量、断面1次モーメント、x、y軸まわりの断面2次モーメントである。$y_S$ はせん断中心の座標、$I_x$、$I_y$はそれぞれ鋼桁のx、y軸まわり断面2次モーメントである。

なお、式（2）の誘導にあたり、桁の曲げ、ねじれ連成振動に対して、

$$\int_z \{A_{eq}\eta_i\eta_j + H_U(\eta_i\xi_j + \xi_i\eta_j) + I_P\xi_i\xi_j\}\,dz = 0 \qquad (6)$$

なるモード間の直交条件を利用している。ここで、添字（i、j）はi、j番目のモードを意味する。

$H_U = 0$ の場合、すなわち鋼部材のせん断中心と重心が一致し、かつ後死荷重が存在しない場合のみ桁単独の振動は非連成の振動系となる。

次に、ひずみエネルギーの最大値を考えるが、この時外力のポテンシャルエネルギーを用いて、

$$_{MAX}U = (1/2)\,m_t \int {}^{lc}\xi\,dz \qquad (7)$$

と定義される。ここで、$m_t$ は等分布トルク荷重強度である。

これより、固有振動数は、

$$\omega^2 = \frac{m_t \int {}^{lc}\xi\,dz}{(\gamma_S/g)\int_z (A_{eq}\eta^2 + 2H_U\xi\eta + I_P\xi^2)\,dz + T_W} \qquad (8)$$

となる。

塔については、A形塔の場合は、図－2からも推測できる通りその運動エネルギーを無視する。H形塔の場合は、橋軸方向の運動に対して、

$$T_W = (W_T B_G^2/2g) \int {}^{h}\xi^2\,dz \qquad (9)$$

となる。ここで、$W_T$ は塔柱1本あたりの単位長さあたり重量で全体で4本を考えている。また、h は塔基部からの塔高である。

実際のねじれ振動系は水平（橋軸直角方向）振動と連成して複雑となっている。簡易式の算定にあたっては、桁の連成水平振動モード $\eta$ を無視し、また塔の水平方向の運動も無視すると、

$$\varpi^2 = \frac{m_t \int^{l_c} \xi \, dz}{(\gamma_S / g) \int_z I_P \xi^2 dz + (W_T B_G^2 / g) \int^h \xi^2 dz} \qquad (10)$$

となる。桁、塔の水平方向の運動を無視した点については、その妥当性を後程数値計算例で検討する。

式（10）に、図－3で仮定した振動モード形を代入して積分計算を行うと、以下の1次固有周期算定式を得る。

$$T = \frac{\pi\sqrt{\pi}}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\gamma_S I_P \xi_{MAX}}{m_t}} \sqrt{1 + \frac{2\lambda^2}{n_{CS}}} \sqrt{1 + \lambda_T} \qquad (11)$$

ここで、$\lambda$ は側径間のモードを考慮する係数、$\lambda_T$ は塔のモードを考慮する係数である。そして、

（a）．A形塔に対して、

$$\lambda = 0 \quad , \quad \lambda_T = 0 \qquad (12)$$

（b）．H形塔に対して、

$$\gamma_{CG.J} \geqq 2000 \quad \text{------} \quad \lambda = 0.5$$
$$\gamma_{CG.J} < 2000 \quad \text{------} \quad \lambda = 0. \qquad (13)$$

$$\lambda_T = \frac{2}{3} \frac{W_T B_G^2}{\gamma_S I_P} \left(\frac{\xi_H}{\xi_{MAX}}\right)^2 \frac{1}{1 + 2\lambda^2 / n_{CS}} \frac{h}{l_C} \qquad (14)$$

と定義される。ここで、$\xi_H$ は塔頂のねじれ角である。

3．2　$\xi_{MAX}$、$\xi_H$の算定

式（11）より、中央径間に等分布トルク荷重を満載させた場合の桁の最大ねじれ角と、H形塔の場合、塔頂のねじれ角（塔柱の橋軸方向の相対移動）が既知となれば、固有周期の算定が可能となる。静的たわみを正確に求める方法は骨組モデルの立体解析による方法で、この結果を利用することになるが、多少手間がかかる。

さて、このねじれ変位の算定についても、著者らは簡易算定式を提案している[2)]。文献2）の算定式を再掲すると、H形およびA形の塔に対して最大ねじれ角 $\xi_{MAX.H}$、$\xi_{MAX.A}$ が以下のように与えられている。

$$\xi_{MAX.H} = \frac{4m_t}{B_G^2} \frac{\beta \sigma_a}{E_C} \left\{ \frac{\alpha_H}{W_G / (1-\alpha)} \frac{L_S L_A}{h_T} + \frac{\zeta_H}{W_G (1+1.3\omega)} \frac{L_A^2}{h_T} \right\} \qquad (15)$$

$$\xi_{MAX.A} = \frac{4m_t}{B_G^2} \frac{\beta \sigma_a}{E_C} \left\{ \frac{\zeta_A}{W_G (1+1.3\omega)} \frac{L_A^2}{h_T} \right\} \qquad (16)$$

また、塔頂のねじれ角は、

$$\xi_H = \frac{\beta \sigma_a}{E_C} \frac{\alpha_H}{W_G/(1-\alpha)} \frac{l_S^2 + h_T^2}{l_S} \Big/ \left(\frac{B_G}{2}\right) \qquad (17)$$

と与えられる。

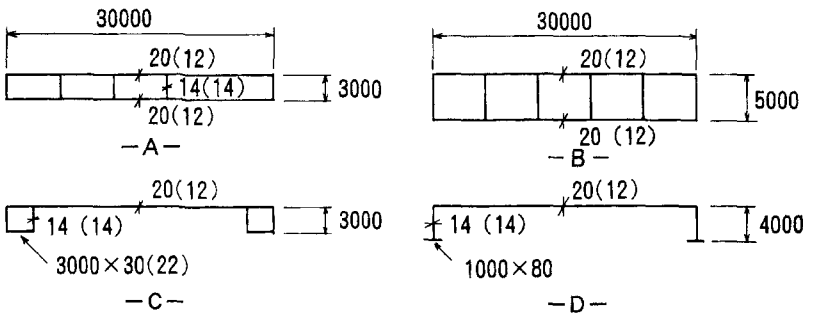
式中の記号は本文付録－１に示される。また、$\alpha_H$、$\xi_H$、$\xi_A$（但し、文献２）では$\xi$が$\eta$で表示されている）は、ケーブルと桁のねじれ剛比によって定義される。$\alpha$、$\xi$ はそれぞれ側径間最上段ケーブルと中央径間最上段ケーブルのトルク荷重による伸びを表わすが、その詳細は文献２）を参照されたい。なお、文献２）では、式（１５）、（１６）が実用上十分な精度を有することが確認されている。

３．３　算定式の精度

２.でモード形を比較、仮定する際に用いたモデル（桁の純ねじれ、そりねじれ定数を種々変化させたモデル）に対して、計算結果と本算定式の精度比較を行った。式（１５）～（１７）を用いて静的ねじれ角を算出した場合の誤差は、H形塔で 10%以内、またA形塔で最大 5%程度であった。骨組モデルの静的解析結果から求めたねじれ角を利用する（式（１１）のλ値としては側径間の最大ねじれ角と中央径間の最大ねじれ角の比を用いる）とさらに高い精度を有することが確認できた。なお、以上の計算では、桁の純ねじれ、そりねじれ剛性に関係なく断面重心とせん断中心は一致させている。したがって、開、開・閉断面でも重心、せん断中心位置の差に起因する横たわみとの連成を無視した計算となっている。

ここでは、図－６に示す断面（橋幅は 6 車線を想定して 30mとする）を用いて、図－７の支間長 600m のモデル（死荷重強度 $W_G$＝ 24tf/m、活荷重強度 p＝ 4.8tf/m として断面に関係なく一定とする）について計算した結果と本算定式を用いた結果の比較を行う。表－１に断面諸元を示すが、振動解析では重心、せん断中心位置の差（横たわみとの連成）を考慮した。また、ケーブルの取り付け位置は重心位置と同レベルとした。

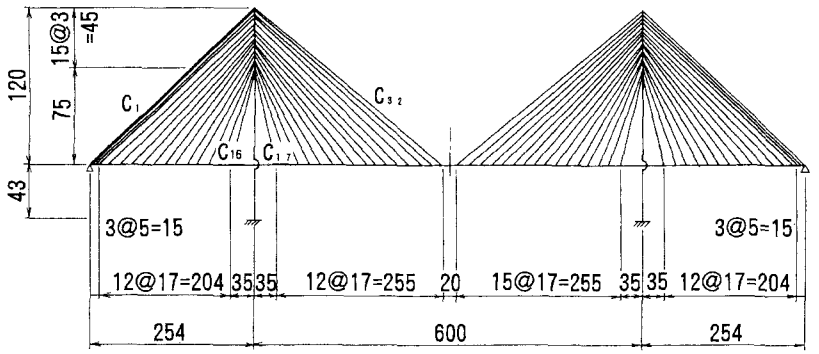
表－２に精度比較結果を示す。表中、算定式１は、ねじれ角を式（１５）～（１７）から求めた結果である。また、算定式２は、ねじれ角としてＦＥＭ解を利用したものである。いずれの場合にも、本算定式が高い精度を有していることがわかる。




( )内数値は純ねじれ定数計算用の板厚

図－６　モデルの断面

| Cable No. | Ac(m2) | Cable No. | Ac(m2) |
|---|---|---|---|
| $C_1$ | 0.0162 | $C_{10}$, $C_{23}$ | 0.0077 |
| $C_2$ | 0.0121 | $C_{11}$, $C_{12}$, $C_{21}$, $C_{22}$ | 0.0072 |
| $C_3$, $C_4$, $C_{31}$ | 0.0109 | $C_{13}$, $C_{20}$ | 0.0064 |
| $C_5$, $C_6$, $C_{27}$ $C_{28}$ | 0.0093 | $C_{14}$, $C_{15}$, $C_{18}$, $C_{19}$ | 0.0058 |
| $C_7$, $C_8$, $C_{16}$, $C_{17}$, $C_{25}$, $C_{26}$, | 0.0086 | $C_{29}$, $C_{30}$ | 0.0101 |
| $C_9$, $C_{24}$ | 0.0081 | $C_{32}$ | 0.0134 |




図－7　斜張橋モデル

表－1　モデルの断面諸元

| | A(m2) | $I_X$(m4) | $I_Y$(m4) | J(m4) | $I_W$(m6) | $Y_S$(m) | Aeq(m2) | Hu(m3) | $I_P$(m4) | $\gamma_{cg}/10^3$ | $\gamma_{cg,J}$ | $\gamma_{cg,W}/10^3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 1.45 | 2.89 | 116.5 | 6.0 | 159.3 | 0.0 | 2.41 | 1.52 | 194.25 | 100. | 320. | 1690. |
| B | 1.62 | 8.38 | 134.1 | 16.00 | 368.1 | 0.0 | 2.58 | 1.52 | 221.38 | 35. | 120. | 730. |
| C | 0.95 | 1.46 | 108.9 | 0.80 | 191.5 | -2.70 | 1.91 | -4.27 | 192.86 | 200. | 2440. | 1400. |
| D | 0.87 | 2.30 | 106.2 | 0.0004 | 355.0 | -3.83 | 1.83 | -5.99 | 201.09 | 130. | ∞ | 760. |

表－2　精度比較結果　(sec.)

| | H 形 塔 | | | A 形 塔 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $I_t$=4.1 m4 $J_t$=5.4 m4 | | | $I_t$=4.1 m4 $J_t$=5.4 m4 | | |
| | FEM解 | 算定式1 (誤差%) | 算定式2 (誤差%) | FEM解 | 算定式1 (誤差%) | 算定式2 (誤差%) |
| A | 1.419 | 1.425 (0.4) | 1.397 (1.6) | 1.182 | 1.107 (6.3) | 1.122 (5.1) |
| B | 1.141 | 1.117 (2.1) | 1.118 (2.0) | 1.025 | 0.981 (4.3) | 0.984 (4.0) |
| C | 2.069 | 1.982 (4.2) | 2.040 (1.4) | 1.413 | 1.298 (8.1) | 1.370 (3.0) |
| D | 2.380 | 2.336 (1.8) | 2.399 (0.8) | 1.474 | 1.401 (5.0) | 1.486 (0.8) |

算定式1：ねじれ角簡易算定式
算定式2：ねじれ角FEM解

## 4．支間長の変化に伴うねじれ1次固有周期の予測

式（11）で固有周期の算定式を提案し、また比較的高い精度を有していることを3．3で説明した。

ここでは、式（11）と$\xi_{MAX}$の算定式を用いて、主に支間長をパラメータとしてねじれ固有振動数の推定を行ってみる。

A形塔を対象にすると、式（11）は、

$$T = \frac{\pi\sqrt{\pi}}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{\gamma_S I_P \xi_{MAX.A}}{m_t}} \qquad (18)$$

と表わせる。さらに、式（16）の$\xi_{MAX.A}$を代入すると，

$$T = \frac{\pi\sqrt{\pi}}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{\beta\sigma_a}{E_C}}\sqrt{\frac{\gamma_S I_P}{B_G^2 W_G (1+1.3\omega)}}\ \sqrt{\zeta_A}\cdot\sqrt{l_C (1/n_h + n_h/4)} \qquad (19)$$

となる。上式で、分母に荷重強度が用いられているのは、ケーブル断面積を荷重強度で評価しているためである。また、$n_h$は中央径間長と塔高さの比（$=l_C/h_T$）である。今、$n_h=5.0$、$\beta\sigma_a=57600$（$=0.9\times64000$）tf／m$^2$を仮定（ケーブル断面積が、この程度の応力レベルで設計されていると仮定）すると、

$$T = 0.23\sqrt{\frac{\gamma_S I_P}{B_G^2 W_G (1+1.3\omega)}}\ \sqrt{\zeta_A}\sqrt{l_C} \qquad (20)$$

を得る。付録－2に$\zeta_A$の算定図[2)]を示す。図中の$\gamma_{CG.W}$はケーブルと桁のそりねじれ剛性（$EI_W$）の比を表わし、$\gamma_{CG.W} = KB_G^2/(EI_W/l_C^3)$と定義される。

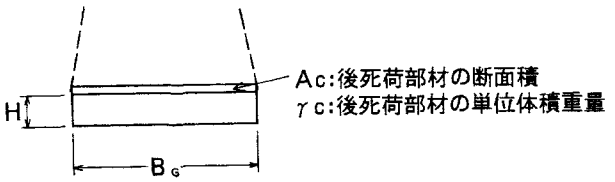
また、式（3）、（5）を利用し、F＝1.47（ケーブルの塔定着区間長を$h_T$の半分と仮定すると、Fは一定値となる）とすると、

$$T = 7.22\times10^{-3}\sqrt{\frac{I_P}{J}}\sqrt{\frac{\zeta_A}{\gamma_{CG.J}}}\cdot l_C \qquad (21)$$

と表わすこともでき、付録－3に箱桁（1面吊を想定）のねじれ周期算定式を与えるが、（c）式との比較により、1、2面吊形式の振動数の比較が容易となる。

さて、斜張橋のねじれ固有周期は長支間領域でもかなり短いことが予想される。そこで、以下のような検討を行ってみる。

図－8に示すA形塔、2面吊1室箱桁を考える。




図－8　1室箱断面

式（3）、（5）より、

$$I_P = (B_G^2/12)\,[A_G + (\gamma_C/\gamma_S)\,A_C\,\{1 + 3\,(H/B_G)^2\} + 4\,A_W/A_G + (H/B_G)^2\,(6\,A_f + 2\,A_W)] \quad (22)$$

$$W_G = \gamma_S A_{eq} = \gamma_S\,\{A_G + (\gamma_C/\gamma_S)\,A_C\} \quad (23)$$

となる。ここで、$A_f$、$A_W$ はそれぞれフランジ、腹板1枚の断面積、$A_G$ は鋼桁の全断面積である。

式（22）において、下実線部は 1.0 より小さいとし、また下破線部も $A_{eq}$ に比して小さいと仮定すると、

$$\frac{\gamma_S I_P}{B_G^2 W_G\,(1 + 1.3\omega)} \fallingdotseq \frac{\gamma_S\,(B_G^2/12)\,A_{eq}}{B_G^2\,\gamma_S A_{eq}\,(1 + 1.3\omega)} = \frac{1}{12\,(1 + 1.3\omega)} \quad (24)$$

を得る。この関係を式（20）の右辺の最初の$\sqrt{\ }$ 内に代入し、$\omega = 0.2$ と仮定すると、

$$T \fallingdotseq 0.23\,\sqrt{1/15}\,\sqrt{\zeta_R}\,\sqrt{l_C} \quad (25)$$

を得る。なお、薄い平板の場合も $\omega$ 値を別として式（25）と同じ結果が得られる。箱断面での以上の仮定に関するより詳細な検討、また開断面についての同様の検討と特性比較も可能となる。

次に、桁にねじれ剛性がないと仮定（ケーブルのみでねじれに抵抗すると仮定）してみる。このとき、付録－2から $\zeta_R = 1.1$ となる（但し、$\gamma_{CG.W}$ として $5000 \times 10^3$ 程度の桁そりねじれ剛性が含まれるが、表－1からもわかる通り小さい値である）。すると、ケーブルのみの斜張橋の固有周期は、

$$T = 0.062\,\sqrt{l_C} \quad (26)$$

と与えられる。したがって、式（26）はA形塔2面吊形式（但し、幅広の薄い平板または箱断面の重量、極慣性モーメントを対象とする）の最大ねじれ周期を与えると考えられる。

さて、式（26）に支間長 $l_C = 1000$m を代入すると、$T \fallingdotseq 2$ sec. となる。当然、桁のねじれ剛性を考慮すればさらに低い値となる。また、仮にサグを考慮するとしても、A形塔の斜張橋のねじれ剛性がかなり高いことがわかる。

式（26）の結果と我国の吊橋での値[8]を比較する。あわせて付録－3（C）式を用いて1面吊タイプの検討を追加する。式（22）より、$I_P \fallingdotseq (B_G^2/12)\,A_{eq}$ とし、また $J \fallingdotseq 0.022 B_G H^2$（$t_f = 0.012$m, $(H/B_G)\cdot(t_f/t_w) \fallingdotseq 0.1$；$t_f$ はフランジ板厚、$t_W$ は腹板厚）とすると、

$$T = 1.207 \times 10^{-3}\,(\sqrt{B_G A_{eq}/H})\cdot l_C \quad (27)$$

と与えられる。付録－4に示すような箱断面を用いて固有周期を計算してみる。

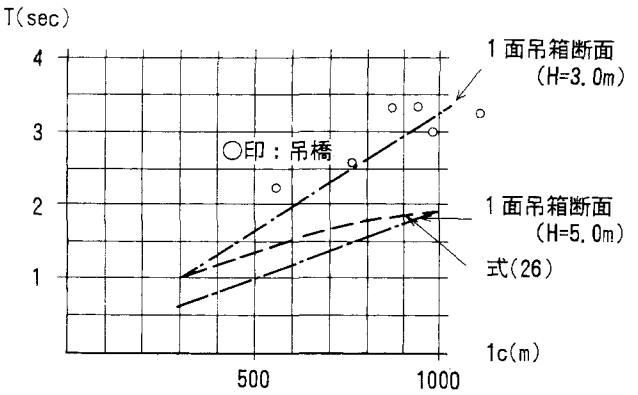
以上の結果を図－9に示す。1面吊タイプでは橋幅 30mの結果のみを示すが、橋幅 23mの場合はさらに短くなる。これより、

①．長支間領域での斜張橋のねじれ固有周期（桁のねじれ剛性を考えない式（26）を用いる）は、我国の吊橋と比較してもかなり短いことがわかる。

②．1面吊タイプで橋幅 30m、桁高さ 3mの場合で、我国の吊橋と同程度の固有周期となっている。5mの

場合はさらに小さくなってくる。後死荷重分が過小評価（$I_c$ を小さく見積る）されている可能性があり、かつモデルが限定されているため今後詳細な検討を要するが、桁高さを少し高くすると１面吊形式でも大きなねじれ剛性を有していることがわかる。

このように、数式表示による固有周期の算定法が得られていれば、性状の本質的な理解に役立つことがわかる。




図－９　ねじれ１次周期の予測

５．まとめ

斜張橋のねじれ１次固有周期の精度良い算定式を提案した。また、本算定式を展開することにより、A形塔２面吊形式の最大ねじれ周期の算定式を誘導した。さらに、斜張橋のねじれ１次周期が吊橋よりかなり短いこと、１面吊形式が長支間領域でもかなりなねじれ剛性を有することを明らかにした。

本算定式より、斜張橋のねじれ振動数と幾何（支間長、塔形状、ケーブル面数 etc.）および力学（ケーブル、桁ねじれ剛性）パラメータの関係がわかりやすく説明できると考える。

したがって、以上の設計パラメータに関するより詳細な基本的考察が可能になるとともに、著者らの提案した鉛直曲げ振動数の算定式を用いれば曲げ、ねじれの振動数比に関する考察も可能と考えている。これらは、今後の課題としたい。

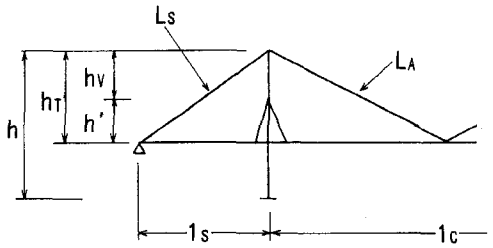
付録－1　ケーブルの剛性、K値の算定[1)]

$$K = 2\,(E_C / \beta\sigma_a)\,W_G\,(1 + 1.3\omega)\,F \qquad (A)$$

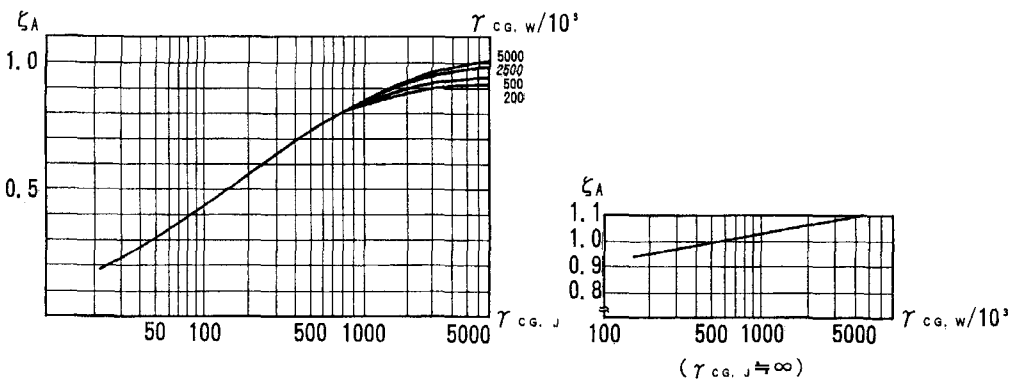
$$F = \frac{a}{2\,(1 + a^2)}\,l_n \left| \frac{1 + a^2}{4}\left(\frac{l_C}{h'}\right)^2 + a\left(\frac{l_C}{h'}\right) + 1 \right| + \frac{1}{1+a^2}\left[\tan^{-1}\left\{\frac{1+a^2}{2}\left(\frac{l_C}{h'}\right) + a\right\} - \tan^{-1}(a)\right] \qquad (B)$$

$$a = (2/n_h)\,(1 - h'/h_T) \qquad (C)$$

ここで、$E_C$：ケーブルの弾性係数、$\beta\sigma_a$：ケーブルの許容応力（$\sigma_a$）に余裕係数（$\beta = 0.9$）を乗じた値、$W_G$：死荷重強度、$\omega$（$= p/W_G$）：分布活荷重強度と死荷重強度の比、$n_h$（$= l_C/h_T$）：中央径間長と塔高さの比




付録－2　係数 $\zeta_A$ 算定図[2)]




付録－3　箱断面のねじれ固有周期

箱断面のねじれ振動数は、本文と同様の手法により、

$$\overline{\omega}^2 = \frac{(1/2)\,m_t \int^{l_C} \xi\,dz}{(1/2)\,(\gamma_S/g) \int^{l_C} I_P \xi^2\,dz} \qquad (A)$$

と表せる。ここで、$\xi = \xi_{MAX} \sin(\pi z / l_c)$ と仮定し、さらに等分布トルク荷重による最大ねじれ角が、

$$\xi_{MAX} = (m_t l_c^2) / (8 GJ) \qquad (B)$$

と与えられため、式（A）に代入して積分を行うと、

$$T = 0.619 \times 10^{-3} \cdot \sqrt{I_P / J} \cdot l_c \qquad (C)$$

を得る。

付録－4　$A_{eq}$（$m^2$）の仮定（但し、舗装厚 80ｃｍ）

| | $B_G$＝23m | $B_G$＝30m |
|---|---|---|
| H＝3m | 1.67 | 2.11 |
| H＝5m | 1.81 | 2.25 |

フランジ厚は 20ｍｍ、腹板は 5 枚で各 14ｍｍを仮定

参考文献


1) 長井正嗣、佐野信一郎、小松貴雄：斜張橋の曲げ１次固有周期の算定とその性状に関する検討、土木学会構造工学論文集、Vol.36A、1990
2) 長井正嗣、佐野信一郎、大鳥靖樹、小松貴雄：斜張橋のねじれ最大変位の算定と変形特性に関する検討、土木学会構造工学論文集、Vol.37A、1991
3) （社）建設コンサルタンツ協会：斜張橋の実績調査報告、1982
4) K.Roik, G.Albrecht und U.Weyer : Schrägseilbrücken, Ernst & Sohn, 1986
5) R.Walter, B.Houriet, W.Isler und P. Moia : Cable Stayed Bridges, Thomas Telford, 1988
6) T.A.Wyatt and R.G.R.Tappin : Aerodynamic Design of Cable-Stayed Bridges of High Aspect Ratio, Proc. of International Conference on Cable-Stayed Bridges, Bangkok, 1987
7) 米田昌弘：連続形式斜張橋の固有振動数を推定するための実用算定式の提案、土木学会論文集、No.421／I-12,1989
8) 本州四国連絡橋特集、橋梁と基礎、Vol.18, No.8, 1984


(1990年10月12日受付)