

合成桁のずれ止め剛度の変化およびその範囲が 固有振動数に及ぼす影響

EFFECT OF SHEAR STIFFNESS OF SHEAR CONNECTOR AND ITS REGION ON NATURAL FREQUENCY OF COMPOSITE GIRDER BRIDGE

中島章典^{*}、阿部英彦^{**}、倉西 茂^{***}

By Akinori NAKAJIMA, Hidehiko ABE and Shigeru KURANISHI

For composite girder bridges, shear connectors such as studs are employed in order to connect the concrete slab to the flange of the steel beam. However, since the shear connectors transfer the horizontal shear between the concrete and the steel, its elastic deformation cannot be avoided. Therefore, the natural frequencies and dynamic behaviors of the bridges similar to the static behaviors are considered to vary with the shear stiffness of the shear connectors.

In this paper, the effect of shear stiffness of shear connectors and its region on natural frequencies is clarified by a numerical method using the rigid body spring model (RBSM).

1. はじめに

合成桁では、鋼桁とコンクリート床版とを合成させるために、一般にスタッドなどのずれ止めを鋼桁フランジ上に配置する。このずれ止めは水平せん断力を伝達するので、ずれ止め自身が弾性変形することは避けられない。このように、ずれ止めの弾性変形を考慮した不完全合成桁が静的荷重を受ける場合の挙動は、ずれ止め剛度がゼロから無限大に変化するにつれて、非合成桁（重ねばり）から鋼桁とコンクリート床版が完全に一体化した合成桁（完全合成桁）の挙動に移行する¹⁾。したがって、動的荷重を受ける合成桁の振動特性やその固有振動数も、ずれ止め剛度に応じて変化するものと考えられる。また、非合成桁においても、鋼桁とコンクリート床版の間にスラブ止めなど一種のずれ止めを配置するために、両者はある程度の合成効果をもつことになる。

さらに、橋脚、桁あるいはRC床版の損傷を評価する1つの方法として、近年構造物の固有振動数や振動モードの変化に着目する方法が考えられている^{2)~7)}。合成桁においては、桁あるいはRC床版個々の劣化に加えて、ずれ止め部の劣化による合成効果の低下が合成桁の固有振動数を変化させると考えられる。しかし、合成効果の低下によって合成桁の固有振動数あるいは振動モードがどのように変化するかについてはこれまでのところあまり明らかにされていない^{8), 9)}。

そこで本研究では、合成桁の挙動をはりの挙動として捉えられる範囲内で、合成桁のずれ止め剛度が固有振動数に及ぼす影響を、剛体ばねモデルを用いた数値計算法により明らかにする。この剛体ばねモデルによるはり要素の剛性項は、せん断変形の影響を含んでいる¹⁰⁾。そこで、さらに慣性項に回転慣性の影響も考慮し、ずれ止め剛度の影響に加えて、せん断変形および回転慣性が合成桁の固有振動数に及ぼす影響を検討

* 工博 宇都宮大学助教授 工学部建設学科建設工学コース (321 宇都宮市石井町2753)

** 工博 宇都宮大学教授 工学部建設学科建設工学コース (321 宇都宮市石井町2753)

*** 工博 東北大学教授 工学部土木工学科 (980 仙台市青葉区荒巻字青葉)

する。このとき、ずれ止め剛度の低下が橋軸方向の一部に起こる場合を考えて、ずれ止め剛度が低下する範囲を種々変化させている。また比較のために、床版剛性の低下が合成桁の固有振動数に及ぼす影響も検討する。

2、剛体ばねモデルによる不完全合成桁の固有振動解析

(1) 剛性マトリックス

剛体ばねモデルを用いた数値解析においては、合成桁を図1 (a) に示すように、鋼桁、RC床版およびずれ止め部に分け、鋼桁およびRC床版はそれぞれ図1 (b) に示す軸ばね、せん断ばねおよび回転ばねからなるはり要素としてモデル化し、ずれ止めは図1 (c) に示すような継手ばね要素としてモデル化する。はり要素の剛性マトリックス $\mathbf{k}_b$ は、参考文献(10)等に誘導されているが、これを示せば、

$$\mathbf{k}_b = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & -k_1 & 0 & 0 \\ & k_2 & k_2 l/2 & 0 & -k_2 & k_2 l/2 \\ & & k_2 l^2/4 + k_3 & 0 & -k_2 l/2 & -k_2 l^2/4 - k_3 \\ & & & k_1 & 0 & 0 \\ \text{Sym.} & & & & k_2 & -k_2 l/2 \\ & & & & & k_2 l^2/4 + k_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

となる。ここに、 k_1 、 k_2 、 k_3 はそれぞれ図1 (b) に示す軸ばね、せん断ばね、回転ばねのばね定数であり、材料定数、断面特性によって次のように決定される。

$$k_1 = \frac{EA}{l} \quad k_2 = \frac{GA}{l} \quad k_3 = \frac{EI}{l} \quad (2)$$

ここでは、各剛体要素を同じ長さ l に分割する場合を考えている。

また、合成桁のRC床版と鋼桁とを結合するずれ止めを図1 (c) に示すような継手ばね要素としてモデル化した場合、この要素の剛性マトリックスは以下のように誘導される。

図2に継手ばねが変形した状態を示す。2つの剛体(i)、(j)はそれぞれ合成桁のRC床版、鋼桁を表している。それぞれの剛体の重心位置において、変位(u_i, v_i, θ_i)、(u_j, v_j, θ_j)が生じたものとすれば、継手ばねの相対変位は、

$$\begin{aligned} \delta_a &= u_j - u_i - d_c \theta_i - d_s \theta_j \\ \delta_s &= v_j - v_i \end{aligned} \quad (3)$$

と表される。したがって、1つの継手ばね要素に蓄えられるひずみエネルギー U は、

$$U = (k_a \delta_a^2 + k_s \delta_s^2)/2 \quad (4)$$

となる。上式に式(3)を代入し、カスティリアノの定理を適用すれば、

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{P} = \mathbf{k}_j \mathbf{u} \quad (5)$$

となり、継手ばね要素の剛性マトリックス $\mathbf{k}_j$ が次のように求まる。

$$\mathbf{k}_j = \begin{bmatrix} k_a & 0 & d_c k_a & -k_a & 0 & d_s k_a \\ & k_s & 0 & 0 & -k_s & 0 \\ & & d_c^2 k_a & -d_c k_a & 0 & d_c d_s k_a \\ & & & k_a & 0 & -d_s k_a \\ \text{Sym.} & & & & k_s & 0 \\ & & & & & d_s^2 k_a \end{bmatrix} \quad (6)$$

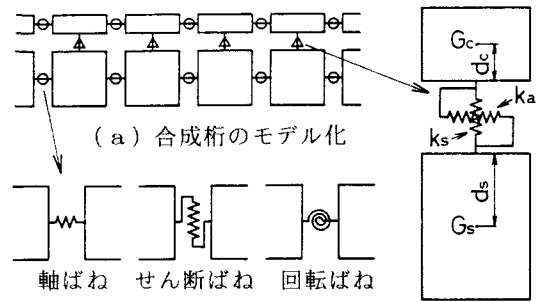


図1 合成桁の剛体ばねモデル

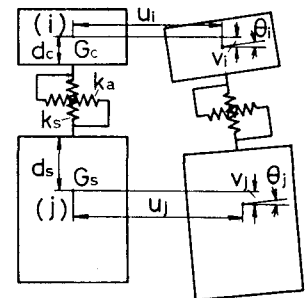


図2 継手ばね要素の相対変位

ここに、変位ベクトル $\mathbf{u} = \{u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j\}^T$ である。

(2) 質量マトリックス

剛体ばねモデルでは、部材を剛体と長さの無視できるばね要素に分割することから、その質量は剛体の重心点に集中していると考えることができる。したがって、1つの剛体要素の質量マトリックスを構成する場合には、それぞれの変位方向に対応する質量をマトリックスの対角項に配置すればよい。つまり、図1の長手方向および鉛直方向には並進運動質量 m を、回転方向には、1つの剛体の回転慣性 $m\phi$ を対角項に配置する。以上より、はり要素の質量マトリックス $\mathbf{m}_b$ は次のようになる。

$$\mathbf{m}_b = \begin{bmatrix} m/2 & & & & & \\ & m/2 & & & & \\ & & m\phi/2 & & & \\ & & & m/2 & & \\ 0 & & & & m/2 & \\ & & & & & m\phi/2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ずれ止めの質量ははりの質量に比較して十分小さいと考えられるので、継手ばね要素の質量は無視する。

(3) 固有振動解析

有限要素法などの手順と同様に、上に示された剛性マトリックスおよび質量マトリックスを、構造全体の剛性マトリックス $\mathbf{K}$ および質量マトリックス $\mathbf{M}$ に組み立てる。この構造全体剛性マトリックスおよび質量マトリックスを用いて固有振動解析を行えば、ずれ止め剛度の影響に加えて、せん断変形および回転慣性の影響をある程度考慮した合成桁の固有振動数を次式より求めることができる。

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (8)$$

ここに、 $\mathbf{U}$ は構造全体の変位ベクトル、 ω は固有円振動数を表す。

3、剛体ばねモデルによる固有振動数の精度

以上の解析法によって求めた固有振動数の精度を検討するために、まず、図3に示す長方形断面の単純ばりの固有振動数を計算した。図4は、 $h/L = 0.1$ の場合の固有振動数（1～5次）とはりの要素分割数の関係を示したものである。縦軸はベルヌイオイラーばりの理論値 f_b により無次元化された振動数を表し、横軸は要素分割数である。この図から、5次の振動数においても要素分割数が32程度でほぼ収束していることがわかる。

ここで、次数が高くなるほど、1より小さい値に収束しているが、これは回転慣性とせん断変形の影響によるものである。また、次数が低いほど、少ない要素分割数で十分に収束していることがわかる。

次に、図5は h/L の大きさと固有振動数の関係を1、3、5次の固有振動数について示したものである。横軸は h/L を表し、縦軸は図4の場合と同じである。図中の実線は剛体ばねモデルによる計算値であり、一点鎖線は回転慣性だけを考慮した理論値、点線は回転慣性の他にせん断変形の影響も考慮したティモシェンコばりの理論値¹¹⁾を示している。剛体ばねモデルによる計

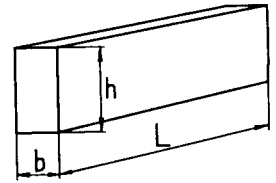


図3 長方形断面はりモデル

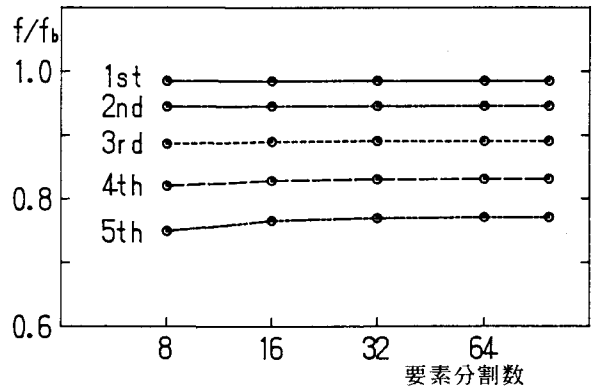


図4 要素分割数と固有振動数の関係

算値はティモシェンコバりの理論値に比較的良く一致しており、本解析法は、回転慣性およびせん断変形の影響を考慮した固有振動数がある程度の精度で算定できることがわかる。

4、不完全合成桁の固有振動数

(1) ずれ止め剛度が固有振動数に及ぼす影響

不完全合成桁の固有振動数の計算例として、図6に示す断面をもつスパン30mの単純合成桁を考える。鋼のヤング率を $2.1 \times 10^7 \text{ tf/m}^2$ (206GPa)、単位体積重量を 7.85 tf/m^3 (76.9kN/m³)とし、また、コンクリートの単位体積重量は 2.5 tf/m^3 (24.5kN/m³)、鋼とコンクリートのヤング率の比を7としている。図7には、単位長さ当たりのずれ止め剛度 C を $10^0 \sim 10^{10} \text{ tf/m/m}$ ($9.8 \times 10^0 \sim 9.8 \times 10^{10} \text{ kN/m/m}$)に変化させた場合の1～6次の固有振動数の変化を示している。横軸はずれ止め剛度を示し、縦軸は振動数 f を表している。図中、左右の縦軸上の○印は、それぞれ重ねばりおよび完全合成桁のベルヌイオイラーばりとしての固有振動数を1次から順に示したものである。また、ずれ止め剛度が 10^0 tf/m/m ($9.8 \times 10^0 \text{ kN/m/m}$)および 10^{10} tf/m/m ($9.8 \times 10^{10} \text{ kN/m/m}$)の場合についてRC床版および鋼桁の振動モードも示している。さらに図中の点線で示される部分は、RC床版と鋼桁間の橋軸方向ずれ(継手ばねの橋軸方向変位)が大きく卓越した振動モードである領域を表している。ずれ止め剛度が大きくなるにつれて、振動数は重ねばりの値から完全合成桁の値へ移行しており、この変化曲線は不完全合成桁のRC床版の軸力とずれ止め剛度の関係曲線等に類似していることがわかる。次数が高くなるほど、重ねばりあるいは完全合成桁のベルヌイオイラーばりとしての振動数よりかなり小さい値に収束しているが、これは回転慣性およびせん断変形の影響によるものである。

ここで、点線で示される継手ばねの橋軸方向変位が卓越した振動モードは、ずれ止め剛度が大きくなるにつれて高次の領域に移行している。ずれ止め剛度が大きい領域では、継手ばねの橋軸方向変位が卓越した振動モードは低次には存在なくなり、1次の縦振動モードと3次の曲げ振動モードとが連成したモードが3次と4次に存在している。これは、完全合成桁としての縦振動1次と曲げ振動3次の振動数が非常に接近していることから、構造物にTMDを取り付けた場合の現象等と類似した現象が生じたためであると考えられる。

(2) ずれ止め剛度の変化の範囲が固有振動数に及ぼす影響

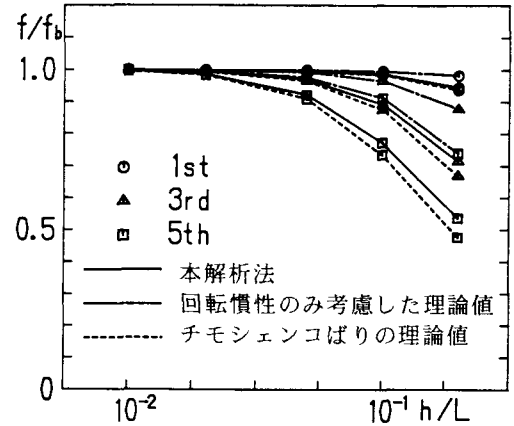


図5 はり高スパン比と固有振動数の関係

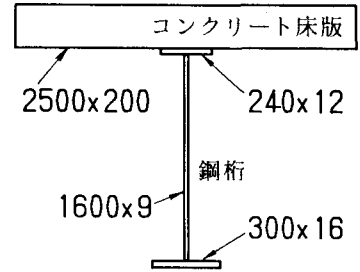


図6 合成桁断面(単位: mm)

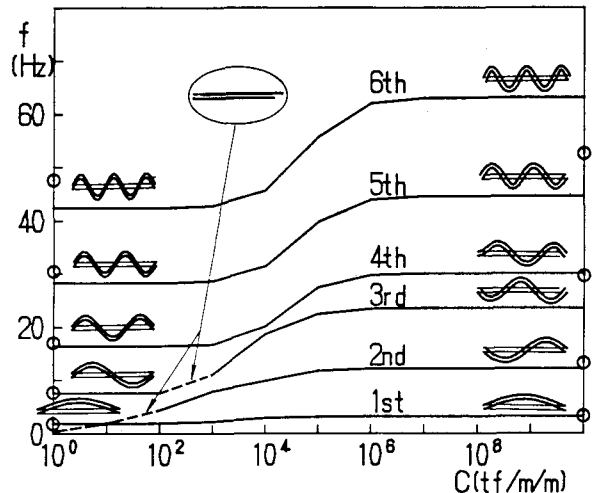


図7 ずれ止め剛度と固有振動数の関係

ずれ止め剛度の低下がRC床版の劣化によって生じるものとすれば、スパン全長のずれ止め剛度が一様に低下するとは限らない。そこで図8の斜線部に示すように、スパン全長、端部1/2、1/4部分およびスパン中央1/2、1/4部分のずれ止め剛度の低下が固有振動数に及ぼす影響を検討する。図9には、1、2、4、5次の振動次数ごとに振動数とずれ止め剛度の変化およびその範囲の関係を示す。横軸はずれ止め剛度が変化する部分の単位長さ当たりのずれ止め剛度 C を示し、縦軸は振動数をずれ止め剛度が十分大きい $\{C=10^{10}\text{tf/m/m}$ ($9.8\times 10^{10}\text{kN/m/m}$)}ときの振動数 f_{10} で無次元化して示している。図中、実線はスパン全長、一点鎖線は端部1/2部分、点線は端部1/4部分、破線はスパン中央1/2部分、二点鎖線はスパン中央1/4部分の範囲においてのみずれ止め剛度が増えている場合である。図7に示したように、スパン全長のずれ止め剛度が増える場合には、ずれ止め剛度の低下につれて縦振動モードあるいは継手ばねの橋軸方向変位が卓越した振動モードが存在するために、同じ振動次数でも振動モードが変化する。したがって、ずれ止め剛度の低下する範囲が増えるときでも、ずれ止め剛度の低下につれて振動モードが変化する場合がある。しかし、ずれ止め剛度の低下があまり大きくない領域では、同じ振動次数

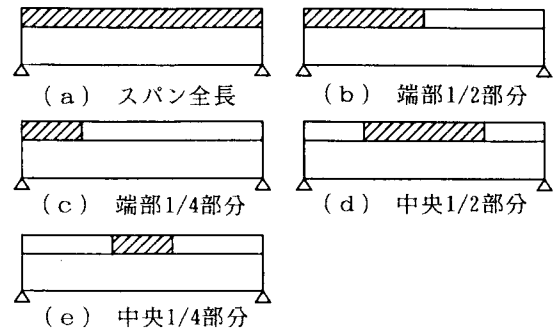


図8 ずれ止め剛度および床版剛性の変化の範囲

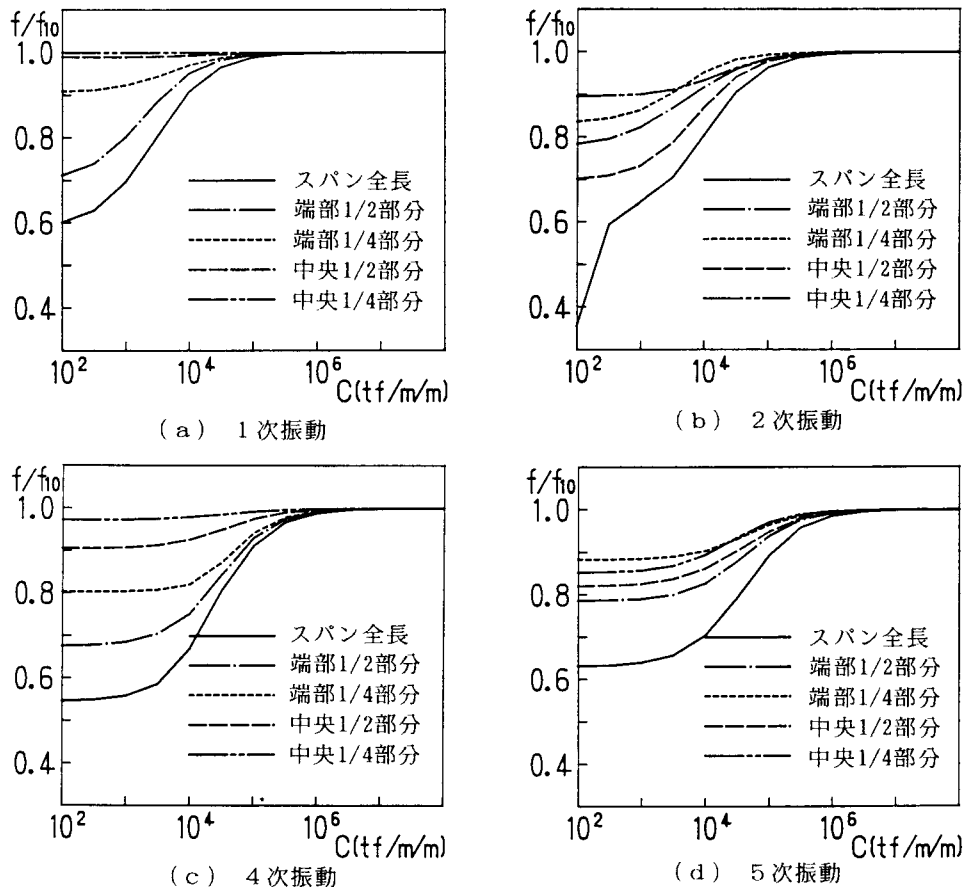


図9 固有振動数とずれ止め剛度の変化および範囲の関係

の振動モードはほとんど変化しない。

各振動次数ごとにずれ止め剛度の変化の範囲と振動数の変化の傾向を見ると、ずれ止め剛度の変化の範囲が広いほど、ずれ止め剛度の低下につれて振動数は大きく低下し、高次になるほどずれ止め剛度の大きい領域から固有振動数が低下しはじめることがわかる。しかし、通常の合成桁のずれ止め剛度 $\{10^6 \sim 10^7 \text{tf/m/m} (9.8 \times 10^6 \sim 9.8 \times 10^7 \text{kN/m/m})\}$ を有する場合には、固有振動数はほとんど低下しない。また、非合成桁のスラブ止め程度のずれ止め剛度 $\{10^5 \text{tf/m/m} (9.8 \times 10^5 \text{kN/m/m})\}$ を有する場合には、次数が高くなるにつれて5~10%の固有振動数の低下がみられる¹²⁾。

ここで、1次および4次の対称モードでは、端部付近のずれ止め剛度の低下によって振動数は顕著に変化する。これに対して、2次の逆対称モードでは、特にずれ止め剛度が $10^4 \text{tf/m/m} (9.8 \times 10^4 \text{kN/m/m})$ 以上の領域において、端部よりも中央部付近のずれ止め剛度の変化によって振動数は大きく変化することがわかる。これは、ずれ止め剛度がおもに振動モードの節部に影響するためであると考えられる。

(3) 床版の剛性が固有振動数に及ぼす影響

前節と同じ諸元を有し、ずれ止め剛度が十分大きい合成桁 $\{C=10^{10} \text{tf/m/m} (9.8 \times 10^{10} \text{kN/m/m})\}$ において、図10には、ずれ止め剛度の変化の場合と同様、1、2、4、5次の振動次数ごとに、振動数と床版の剛性低下およびその範囲の関係を示す。縦軸は振動数を、横軸は剛性が変化する部分の床版剛性を、最も大きい剛性を持つ場合に対する比 r を用いて示している。ここでも、床版の剛性低下の範囲が大きいほど、振動数は大きく低下している。しかし、床版剛性が1/2まで減少しても振動数の低下量はあまり大きくなく、また、対称、逆対称モードについて特に顕著な傾向は認められない。

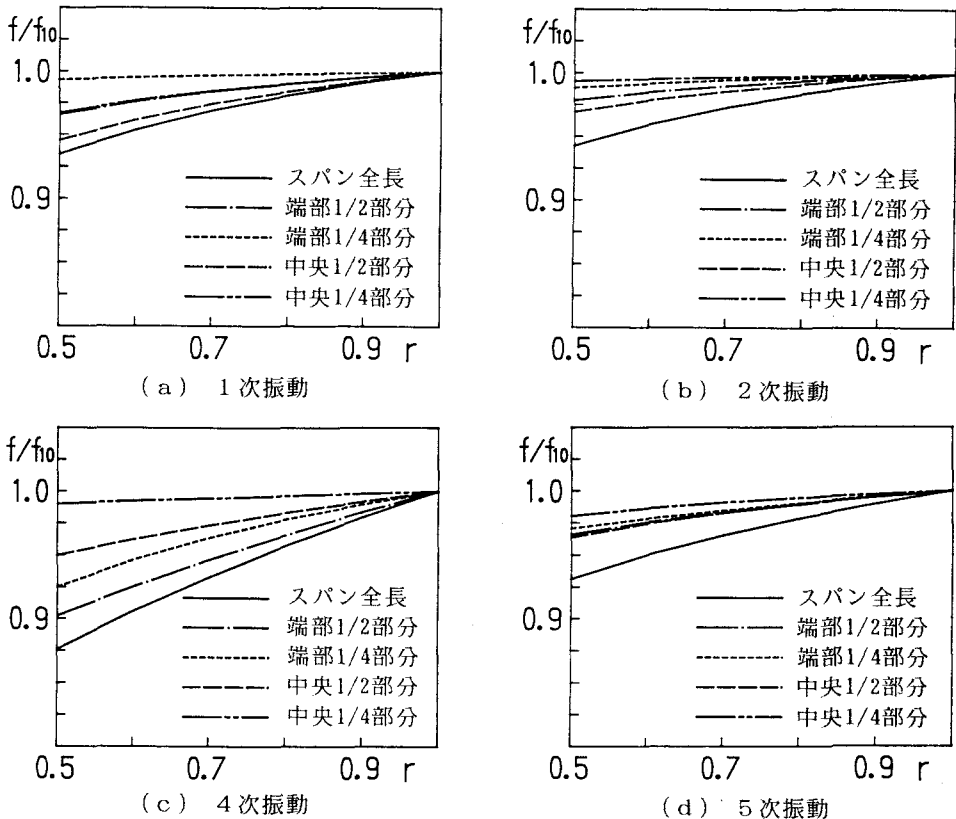


図10 固有振動数と床版剛性の変化および範囲の関係

5、まとめ

合成桁のずれ止め剛度が固有振動数に及ぼす影響を、剛体ばねモデルを用いた計算法により考察した。この計算法では、ずれ止め剛度の影響の他に、回転慣性およびせん断変形が固有振動数に及ぼす影響もある程度考慮できる。また比較のために、床版の剛性低下が合成桁の固有振動数に及ぼす影響を検討した。

ここでは、合成桁の挙動をはりの挙動として捉えているため、合成桁の幅員方向を考えた2次元的挙動を把握することはできない。

本研究の範囲内で得られたおもな結果は以下のようである。

- (1) 合成桁のずれ止め剛度の低下による固有振動数の低下の割合は、各モードとも一様ではなく、次数が高くなるほどずれ止め剛度の大きい領域から固有振動数は低下する。しかし、通常の合成桁程度のずれ止め剛度を有する場合には、完全合成桁の固有振動数とほとんど変わらない。このとき、ずれ止め剛度が大きいほど、振動次数が高くなるほど、回転慣性およびせん断変形が合成桁の固有振動数に及ぼす影響はかなり大きい。
- (2) ずれ止め剛度が広い範囲にわたって変化する場合の方が固有振動数は大きく変化する。しかし、部分的にずれ止め剛度が変化する場合、特に低次の振動数について、桁端部付近のずれ止め剛度の変化によって対称モードの振動数が、中央部付近のずれ止め剛度の変化によって逆対称モードの振動数が大きく変化する。
- (3) 曲げ振動の他に、縦振動や継手ばねの橋軸方向変位が卓越した振動（いわゆる遊動円木振動）が存在するために、ずれ止め剛度の変化によって、同じ振動次数でもモード形が変化したり、互いに連成したりする場合がある。
- (4) 床版の剛性低下が合成桁の固有振動数に及ぼす影響はあまり大きくない。また、床版剛性が部分的に変化する場合、対称、逆対称モードについて特に顕著な傾向は認められない。

参考文献

- (1) Hawranek, A. and Steinhardt, O. (橋 善雄・小松定夫訳)：鋼橋の理論と設計、山海堂、東京、pp.443-480、1965
- (2) 加藤雅史：橋梁の振動調査法とその適用に関する研究、名古屋大学学位論文、1984
- (3) 平澤征夫・古澤誠司・伊藤和幸：RC高橋脚モデルの損傷過程と振動特性に関する実験的研究、土木学会論文集、No.372/V-7、pp.75-84、1986.8
- (4) 西村昭・藤井学・宮本文穂・加賀山泰一：橋梁の損傷評価における力学挙動の有効性、土木学会論文集、No.380/I-7、pp.355-364、1987.4
- (5) 西村昭彦：衝撃振動試験を用いた鉄道橋の下部工健全度調査、第2回橋梁振動に関するコロキウム論文報告集、pp.233-252、1989.8
- (6) 森川英典・宮本文穂・山本昌孝・桜井敏幸：橋梁損傷と振動特性の変化に関する解析的検討、土木学会第45回年次学術講演会講演概要集、第1部、pp.736-737、1990.9
- (7) 山本昌孝・森川英典・宮本文穂・桜井敏幸：振動特性を利用した既存橋梁の損傷評価法に関する研究、土木学会第45回年次学術講演会講演概要集、第1部、pp.786-787、1990.9
- (8) 中島章典・阿部英彦・倉西 茂：合成桁のずれ止め剛度が固有振動数に及ぼす影響、橋梁振動に関するコロキウム講演概要・資料集、pp.6-7、1987.7
- (9) 佐藤浩一：不完全合成桁の固有振動周期について、土木学会第45回年次学術講演会講演概要集、第1部、pp.516-517、1990.9

- (10) Kawai, T. : Some consideration on the finite element method, International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol.16, pp.81-120, 1980
- (11) 小坪清真 : 土木振動学、森北出版、東京、pp.182-194、 1973
- (12) 橘善雄・足立義雄 : 不完全合成桁について、土木学会論文報告集、No.112、pp.11-19、1964,12
(1990年10月12日受付)