

ケーブル制振用ダンパーの最適減衰係数に関する研究

A STUDY ON OPTIMUM DAMPING COEFFICIENT OF CABLES WITH DAMPERS

春日 昭夫*

By Akio KASUGA

The number of construction of cable-stayed bridges is increasing all over the world. However, the problem of local oscillations of stay cables has been closed up with the achievement. Since these oscillations lead to fatigue fracture of cables, some solutions have been adopted to control the oscillations. One of the solutions is to install dampers near the girder and it is effective. According to the complex eigenvalue analysis, cable oscillations with dampers have unique characteristics because of cable bending due to damping force. Some researchers have proposed approximation methods to obtain the maximum logarithmic decrement and the optimum damping coefficient. However, oscillation mechanism has not been made clear. In this paper, the calculation methods based on the mechanism for these parameters are proposed and they give more accurate results. Therefore, the complex eigenvalue analysis in which is required a great number of computations is not necessary.

1. まえがき

設計者にとって多くの自由度を持つ斜張橋は、その実績が近年急増し、構造特性や設計手法が明らかになってきている。しかし、その反面、新たな留意事項がクローズアップされており、斜張ケーブルの振動もその一つである。ケーブルの振動は、アンカー付近の2次曲げ応力による疲労が問題となるため、制振装置が取り付けられているが、その方法は大別して次に示す2種類になる。一つは、ケーブルをロープあるいはスパーサーで連結する方法で、もう一つは、ダンパーを取り付ける方法である。前者は、振動するケーブルのエネルギーを振動しないケーブルに分散するもので、付加される対数減衰率は0.01~0.05である。しかし、連結点が節となる新たな振動が発生することもあり、また、他の方法に比べて美観を損なうという短所がある。後者は、自動車のショックアブソーバー等を主桁付近に配置するもので、付加される対数減衰率はケーブル長や、ケーブル張力、また、ダンパー取り付け位置によって異なるが、おおむね0.10~0.20である。この方法だと、美観に与える影響が少なく、ダンパーの維持・管理も容易に行えるという利点がある。さらに、斜張橋のシステムダンピング効果を高めることが可能であるという報告もある¹⁾。

これらの対策方法のうち、最近ダンパーを用いたものの制振効果に関する研究がいくつかなされている^{2), 3), 4), 5)}。これらの研究は、対数減衰率やそれを与えるダンパーの減衰係数を求める手法を示したもので、複素固有値解析を行うことなく振動特性を把握することができる。文献2)は、最大対数減衰率とその時の減衰係数を求める手法を提示しており、文献3)は、それに加えて対数減衰率と減衰係数の関係を4本の直線で近似して、ダンパーの設計が行えるようになっている。さらに、文献4), 5)は両者の関係を減衰係数の3次

式で与えることによって、より正確な近似を行っている。

本研究も、これらの研究と同様、ダンパーにより制振を行う場合の最大対数減衰率やその時の減衰係数（最適減衰係数）を求める手法を論じたものであるが、曲げ剛性の小さなケーブルが、ダンパーの減衰力により変形することに着目して近似曲線を求めている。その結果、最大対数減衰率と最適減衰係数を別々に近似するのではなく、それらの関係に基づいた式より同時に求めることができるのである。

以下、近似式の誘導を行い、他手法との比較を通して本研究の妥当性を検討する。

2. ケーブル振動の特徴

斜張ケーブルの解析モデルを図-1に示す。節点数は100で、厳密にはケーブルを鎖状ケーブルとしてモデル化する必要があるが、ここでは曲げ剛性が小さいビーム要素としてモデル化を行った。そして、初期張力 $T=300\text{t}$ を導入することにより、幾何剛性を与える。また、解析においてケーブルへのサグの影響と振動による張力変化の影響は無視し、ダンパーを $x_i/L=0.02$ と 0.04 の位置に取り付けた2ケースについて、複素固有値解析を行う。

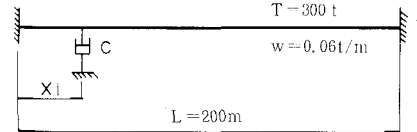


図-1 解析モデル

表-1に、各減衰係数における減衰固有円振動数を示す。ケーブルの振動特性は、文献3)にも述べてあるが、まとめると以下ようになる。

第一に、最大対数減衰率を与える最適減衰係数が存在することである。一般に、対数減衰率は、次式により得られる。

$$\delta = \frac{2\pi C \{\phi(x_i)\}^2}{2M^* \omega_n} \quad \text{-----} \quad (1)$$

$$\text{ただし、} \quad M^* = \frac{1}{2} \mu L \quad \text{-----} \quad (2)$$

$$\omega_n = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \text{-----} \quad (3)$$

$$\phi(x_i) = \sin\left(n\pi \frac{x_i}{L}\right) \quad \text{-----} \quad (4)$$

ここに、 C は減衰係数、 $\phi(x_i)$ はケーブル振動の形状関数、 M^* は換算質量、 μ は単位長さ当たりの質量、 L はケーブル長、 ω_n は n 次の円振動数、 T は張力、 x_i はダンパー位置までの距離である。

表-1より、実用的な範囲では ω_n の変化はほとんど無視できるので、式(1)から、対数減衰率と減衰係数は線形の関係でなければならない。しかし、実際は対数減衰率が極値をもつことから、形状関数が減少していることは容易に想像がつく。つまり、減衰力によりケーブルが変形し、振動形が変化するので

表-1 各減衰係数における減衰固有円振動数(rad/s)

モード (1)	減 衰 係 数 (ts/m)						
	0.0 (2)	5.0 (3)	10.0 (4)	15.0 (5)	20.0 (6)	25.0 (7)	30.0 (8)
(a) $x_i/L=0.02$							
1	3.477	3.497	3.503	3.510	3.519	3.527	3.533
2	6.954	7.007	7.038	7.066	7.084	7.096	7.104
3	10.43	10.54	10.60	10.64	10.66	10.67	10.67
4	13.91	14.08	14.17	14.21	14.23	14.24	14.24
(b) $x_i/L=0.04$							
1	3.477	3.514	3.551	3.581	3.600	3.611	3.618
2	6.954	7.103	7.201	7.237	7.253	7.260	7.265
3	10.43	10.74	10.86	10.89	10.90	10.90	10.91
4	13.91	14.41	14.51	14.54	14.54	14.55	14.55

ある。このことは文献6)にあるように可撓性に富む構造物は、振動形の変化を考慮しなければならないことを示している。

第二は、最適減衰係数がモードによって異なるということである。したがって、実際のダンパーを設計する場合、ケーブル長にもよるが、1次振動から3次振動程度までが現れる⁷⁾ことを考えると、その減衰係数をいくらにするかが重要になる。その時に必要となるのは、ある減衰係数に対する減衰率であるため、文献2)の手法ではそれを推定できない。よって、その他の手法のように曲線の推定を行わなければならない。

第三に、最大対数減衰率は、4次モード程度まで、また、 ξ_i/L の値が小さい範囲ではほとんど同じと見なせることである。このことから、文献2)、3)は、最大対数減衰率を ξ_i/L のみの関数とし、簡単な式で近似を行っている。

このようなケーブル振動の特徴を踏まえ、式(1)の関係式を満足する近似曲線を以下で求める。

3. 最適減衰係数と最大対数減衰率

文献4)、5)の無次元化された近似曲線は、低次の振動や ξ_i/L の値が小さいとき、つまり、式(4)において、

$$\sin \left(n \pi \frac{\xi_i}{L} \right) \doteq n \pi \frac{\xi_i}{L} \quad \text{..... (5)}$$

が成立する時には、良い結果を与える。実際のケーブル制振用ダンパーの設計においては、これで十分なのであるが、本研究では、式(1)の形状関数が減衰係数の増加にともない減少していくところに近似式を用い、式(5)が成立しない領域においても適用可能な近似曲線を求めるものである。

まず、表-2にKovácsの研究と、米田・前田の研究の推定式の比較を示す。

表-2 推定式の比較

	Kovácsの研究 ²⁾	米田・前田の研究 ³⁾
最大対数減衰率 $\delta_{\max}$	$\pi \frac{\xi_i}{L}$	$2 \pi \frac{\xi_i}{L} \left(0.45 + \frac{\xi_i}{L} \right)$
最適減衰係数 C_{opt}	$\frac{2 \pi T}{4 \omega_n \xi_i}$	$\frac{2M^* \omega_n}{\{\phi(\xi_i)\}^2} \frac{\xi_i}{L}$ $\cdot n \pi \xi_i/L$ が小さいとき $\frac{T}{\omega_n \xi_i}$

文献3)によれば、式(1)に C_{opt} を代入すると $2 \pi \xi_i/L$ が得られる。したがって、 $(0.45 + \xi_i/L)$ は形状関数の低減係数の2乗となっており、おおむね0.5、つまり $\sqrt{0.5} \phi(\xi_i) = 0.707 \phi(\xi_i)$ のところで $\delta_{\max}$ が生じていることを示している。一方、文献2)は、文献3)において $0.45 + \xi_i/L = 0.5$ としたものと考えることができる。また、最適減衰係数は式(5)が成立する時は、文献2)の方が約50%大きい値を与える。

以上より言えることは、対数減衰率が減衰係数Cの関数で評価できれば、文献2)、3)の様に $\delta_{\max}$ と C_{opt} をそれぞれ別々に近似することなく、微分することによりその極値、つまり $\delta_{\max}$ と C_{opt} を同時に得ることができるということである。

いま、ダンパーを設置したケーブル振動のメカニズムを、図-2のように考える。減衰力 F_D によりダンパー位置の振動モードが、Cの増加にともない減少していくのであるが、このことは次式で表現される。

$$\phi_1(x_i) - \phi_2(x_i) = (R.F.) \phi_1(x_i) \quad \cdots \cdots (6)$$

ここに、R.F.は低減係数である。

複素固有値解析の結果のうち、減衰率と固有円振動数の積である固有値の実部より、式(1)を用いてダンパー位置の振動モードが計算できるが、低減係数を次式で近似すれば、比較的良く一致する。

$$(R.F.) = e^{-0.36 \alpha C} \quad \cdots \cdots (7)$$

$$\text{ここに} \quad \alpha = \frac{\omega_n x_i(L-x_i)}{TL} \quad \cdots \cdots (8)$$

複素固有値解析結果と式(7)を図-3に示す。

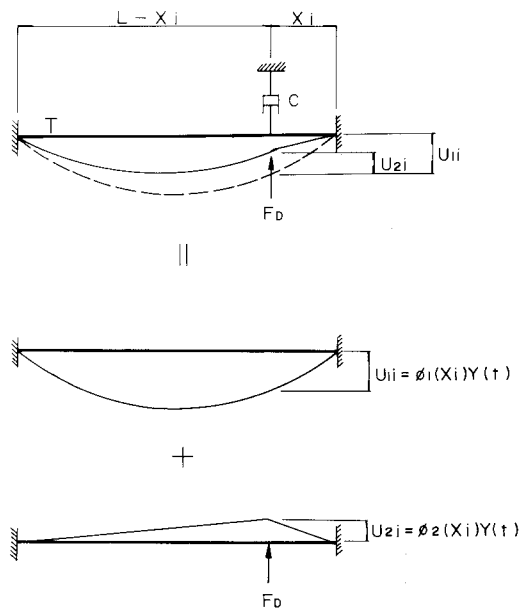
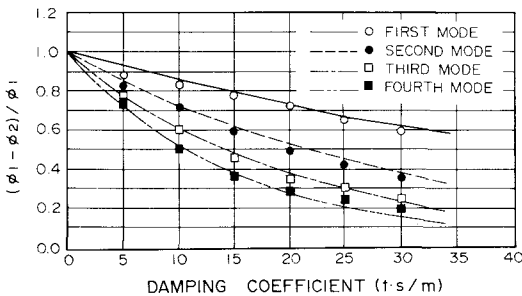
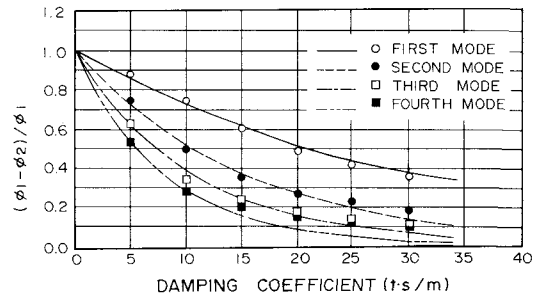


図-2 ケーブル振動のメカニズム



(a)



(b)

図-3 形状関数の低減係数 (a) $x_i/L = 0.02$; (b) $x_i/L = 0.04$

以上より、対数減衰率は式(1)により次式で表される。

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{2\pi C}{2M^* \omega_n} \{ \phi_1(x_i) - \phi_2(x_i) \}^2 \\ &= \frac{2\pi C}{2M^* \omega_n} \{ \phi_1(x_i) \}^2 e^{-0.72 \alpha C} \quad \cdots \cdots (9) \end{aligned}$$

式(9) をCで微分して0とおくことにより最大対数減衰率 $\delta_{\max}$ を与える最適減衰係数 C_{opt} が求められる。

$$C_{\text{opt}} = \frac{1}{0.72 \alpha} = \frac{T L}{0.72 \omega_n x_i (L - x_i)} \quad (10)$$

次に、式(10)を式(9) に代入して $\delta_{\max}$ を得る。

$$\delta_{\max} = \frac{\{\phi_1(x_i)\}^2}{n^2 \pi \frac{x_i}{L} (1 - \frac{x_i}{L})} \quad (11)$$

ただし、 $\phi_1(x_i)$ は式(4) で与えられる。文献2), 3), 4), 5) では、 $\delta_{\max}$ はモードに関係なく一定の値を得るが、この式では形状関数を含んでいるため、高次モードになればなるほど式(5) が成立しなくなり、 $\delta_{\max}$ が小さくなることを表現できる。

図-4 に、複素固有値解析結果と式(9) を示す。実際のダンパーの設計において、その減衰係数を1次の C_{opt} 以下に設定することを考えると、この近似式は実用上十分な精度を与えていると言える。

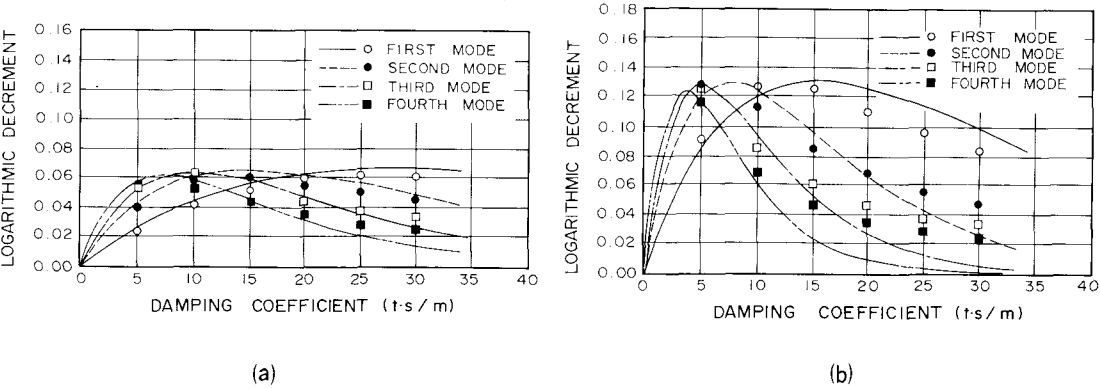


図-4 減衰係数と対数減衰率の関係 (a) $x_i/L = 0.02$; (b) $x_i/L = 0.04$

この結果を、表-2 に示してある推定式と比較してみる。式(10)は、文献3)に比べ $L/0.72(L - x_i)$ 大きい値を与える。また、式(11)において式(5) が成り立つとすると、

$$\delta_{\max} = \pi \frac{\frac{x_i}{L}}{1 - \frac{x_i}{L}} \quad (12)$$

この式は、 x_i/L が1.0 より十分小さい場合、文献2)の結果と同じになる。

4. まとめ

ダンパーを設置したケーブルの振動において、減衰力により形状関数が増加するところに近似式を用いることで、最大対数減衰率と最適減衰係数の関係を求めることができた。これは、それぞれを別々に近似するのではなく、形状関数の低減係数を導入することにより、本来の減衰率と減衰係数の関係にのっとったものとなっているのである。本手法は、形状関数の低減係数を変えるだけで、粘性ダンパー以外のものにも適用可能と考えられる。今後は、高減衰ゴムをダンパーとして使用した場合について、研究を進めていく所存である。本研究が、ケーブル制振用ダンパーの設計における一助となれば幸いである。

5. 謝 辞

本研究に際し、東京大学の藤野陽三教授およびベニート・パチェコ助教授に、特に定式化のところで不明確な点を指摘していただいた。ここに厚く感謝の意を表する次第である。

参考文献

- 1) 前田研一・米田昌弘：マルチケーブル形式斜張橋の構造減衰特性に及ぼすケーブルダンパーの効果、土木学会論文集、第 404号／I-11、pp.451-454、1989年4月
- 2) I. Kovács / 前田・米田訳：ケーブルの振動と減衰の問題について、橋梁、Vol.21 No.1・3、1985年1月・3月
- 3) 米田昌弘・前田研一：ケーブル制振用ダンパーの粘性減衰係数設定に関する一考察、土木学会論文集、第 410号／I-12、pp.455-458、1989年10月
- 4) A.Sulekh・B.Pacheco・Y.Fujino：A Universal Curve for Modal Damping in Cables with Dashpot, 土木学会第45回年次学術講演会概要集、I-465、pp.960-961、1990年9月
- 5) 諸富正和・烏野 清・北川正一・井上朝登・中谷真二：ケーブル制振用ダンパーの付加構造対数減衰率推定法、土木学会第45回年次学術講演会概要集、I-476、pp.982-983、1990年9月
- 6) 倉西 茂・高橋龍夫：ダンパーをもつはりのたわみ振動、土木学会論文報告集、第 187号、pp.9-22、1971年3月
- 7) 吉村 健・田中千秋・中谷真二・木元晶大：荒津大橋のレインバイブレーションとその防振対策、土木学会西部支部研究発表会、I-53、pp.106-107、1989年3月

(1990年10月12日受付)