

TMDに関する2, 3の考察

A FEW REMARKS ON TUNED MASS DAMPER (TMD)

山口 宏樹*

By Hiroki YAMAGUCHI

The control of structural oscillation has become a matter of great concern even in the civil engineering with the increase of the flexibility and the request for serviceability of civil engineering structures. One of the most acceptable means of vibration control at present is the Tuned Mass Damper (TMD) which has relatively high reliability and less need of maintenance. The purpose of this paper is to indicate analytically some remarks on the optimum design of TMD, while many researches on the optimum parameters of TMD have been done. Explicit formulas for optimum parameters, which may be useful in the design, are discussed by assuming small mass ratio and low non-zero damping of structure. The minimization of effective damping evaluated at the resonant frequency is also studied for the forced oscillation. Moreover, the friction damping of TMD is taken into account in the optimum design and its influences on the efficiency of TMD are investigated.

1. まえがき

振動制御に対する関心がようやく高まり、構造物の制振対策事例も数多くなりつつある。その多くは今のところパッシブタイプの制振法であるものの、アクティブコントロールも積極的に検討されており、これらの研究により近い将来、まさに振動を'制御'する時代の到来が期待される。

パッシブコントロールの代表的なものの一つとしてとしてTMD (Tuned Mass Damper) がある。TMDの理屈は比較的簡単であり、Den Hartogの古典的とも言える理論¹⁾に始まって以来、数多くの研究がなされたものの、すべてその最適化理論の補足であった。つまり、TMDの理論は、基本的には Den Hartog の古典理論に尽きると言っても過言ではなかろう。本研究はこの古典理論の補足を整理し、考察を加えようとするものである。なお、本論文では土木構造物の振動制御に限定し、TMDの質量比は1%程度、構造物減衰も数%程度としてパラメータの範囲を限って考察する。

2. 各種振動に対する最適TMD

TMDの最適設計を考える場合、最適化基準、あるいは目的関数は振動現象により当然異なり、最適TMDパラメータも振動の種類に応じて変化する。表-1は、各種振動に対するTMDの最適設計に関する既往

* 工博 アジア工科大学助教授 構造建設工学部門 (AIT, SEC Div., GPO Box 2754, Bangkok 10501, Thailand) [埼玉大学工学部建設基礎工学科より派遣]

の研究成果¹⁾²⁾³⁾を、以下の点に注意して再整理、比較したものである。

- (1) 陽な形で解が得られている、構造物減衰を無視した最適化に限る。
- (2) μ (質量比) $\ll 1$ とし、 μ の 2 次以上の項は 1 に対して無視して簡単な表記式とする。
- (3) 相互比較が簡単に行えるよう、できるだけ同じ形式をとる。
- (4) 制振効果について相互比較ができるように、TMD を取り付けることで構造物に見かけ上付加される換算減衰比を算出、制振効果を表すパラメータとする。

特に (4) については、既往の研究では、強制振動に対する制振効果として最大応答倍率 L_1 (調和外力) および 2 乗平均応答 σ^2 (白色雑音外力パワースペクトル S_0) が最適 TMD に対して陽な解で与えられており、ここではそれを 1 自由度振動理論での関係式⁴⁾

$$L_1 = 1 / (2h) \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \pi \omega_1 S_0 / (2k_1^2 h) \quad (\omega_1, k_1 \text{ は構造物の固有振動数およびばね定数}) \quad (2)$$

を用いて、換算減衰比 h として求めている。表中、 a_{opt} 、 h_{2opt} 、および μ は最適同調比、最適 TMD 減衰比、および質量比である。

表には $\mu = 0.01$ としたときの値を併記して示したが、最適パラメータおよび制振効果が振動の種類に応じて異なることがわらう。つまり、自励振動と白色雑音強制振動とは最適 TMD がほぼ同じもので、得られる付加減衰効果も同程度あり、他の 2 つ、つまり調和強制振動および自由振動とはかなり異なる結果となる。また、質量比 μ が 1 % 程度であると TMD による付加換算減衰比は多くとも 5 % であり、近似的に調和強制振動に対して $\sqrt{(\mu/2)}/2$ 、それ以外では $\sqrt{\mu}/2$ が制振効果 (付加減衰比) の目安となるといえる。

表一 1 各種振動に対する最適化基準、最適パラメータおよび制振効果 (付加される換算減衰)

	調和強制振動	自由振動	自励振動	不規則強制振動 (白色雑音)
最適化基準	振動数応答曲線での 2 つの固定点が等しく、かつ最大	構造物卓越モードのモード減衰が最大	構造物卓越、TMD 卓越の 2 つのモードが共に安定であり得る負減衰が最大	構造物応答の 2 乗平均値が最小
a_{opt} 同調比	$\frac{1}{1+\mu}$ [0.990]	$\frac{1}{1+\mu}$ [0.990]	$\frac{1}{\sqrt{1+\mu}}$ [0.995]	$\frac{\sqrt{(1+\mu/2)}}{1+\mu}$ [0.993]
h_{2opt} 減衰比	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\mu/2}{1+3\mu}}$ [0.0603]	$\sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}}$ [0.0995]	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu/2}}$ [0.0498]	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu(1+3\mu/4)}{1+3\mu/2}}$ [0.0498]
h 付加 減衰比	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu/2}{1+\mu/2}}$ [0.0353]	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{1-\mu/4}}$ [0.0501]	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu(1+\mu)}{1+\mu/2}}$ [0.0502]	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu(1+\mu)}{1+3\mu/4}}$ [0.0501]

[] 内の数字は $\mu = 0.01$ としたときの値

自励振動の制振を考える場合、構造物の卓越振動モードに対するモード減衰を最大にするようにすれば良いと考えがちであるが、負減衰を考慮した最適化と自由振動を基にした最適化とでは最適パラメータがかなり異なっている。つまり Rowbottom²⁾や藤野⁵⁾が指摘しているように、TMDにより十分なモード減衰が得られたからといって、それが自励振動に対して有効に作用するかどうかはわからず、TMDを考える際に注意すべきことのひとつである。表-1の自由振動および自励振動の最適パラメータの陽な解は Rowbottom によるもので、いずれも減衰を考慮した複素固有値問題を解析的に解いたものである。この複素固有値は構造物卓越、TMD卓越モードに対する二組の複素共役ペアとして求められるが、自励振動に対する解は構造物に作用する負減衰を考慮、二組の複素固有値が純虚数となる（つまり、減衰も発散もしない）条件を最適として解析解を得、自由振動に対しては二組の複素固有値が等しくなる（2つのモード減衰が等しくなる）条件を最適として解析解を得ている。

なお、調和強制振動では、振動数応答曲線での2つの固定点を等しく最大にするという、Den Hartog による古典的最適化理論を表に示したが、構造物振動の最大応答を最小にする最適化の考え方もあり、これに対応する有効減衰最大の基準をTMD設計に用いることも多いようである⁶⁾。この有効減衰最大の最適化基準は基本的には、構造物減衰を考慮した場合の loi ら⁷⁾による最適化基準；振動数応答曲線における2つのピークを等しく最小にする、とほぼ同じであり（後述、図-3参照）、構造物減衰を0とした場合の loi らの結果が古典理論の結果と一致することから、有効減衰を考えた場合にも表中の最適パラメータはある程度よい近似を与えるものと考えられる。

3. 構造物減衰の最適パラメータおよび制振効果に及ぼす影響

表-1は構造物減衰を無視した場合の結果であり、構造物減衰を考慮した場合には最適パラメータは少なからず、その影響を受ける。調和強制振動の制振に対する構造物減衰の影響については、 loi らが振動数応答曲線での2つの応答ピークが等しく最小となる条件から、古典理論の最適パラメータ (a_{opt}^0 , $h_{2\text{opt}}^0$) および制振効果の補正を試み、次式を提案している⁷⁾。

$$a_{\text{opt}} = a_{\text{opt}}^0 - (0.241 + 1.7 \mu - 2.6 \mu^2) h_1 - (1.00 + 1.9 \mu + \mu^2) h_1^2 \quad (3)$$

$$h_{2\text{opt}} = h_{2\text{opt}}^0 + (0.130 + 0.12 \mu + 0.4 \mu^2) h_1 - (0.01 + 0.9 \mu + 3 \mu^2) h_1^2 \quad (4)$$

$$h = \sqrt{\{\mu / (2 + \mu)\} / 2 + \{ (1.7570 - 1.29 \mu + 0.6 \mu^2) h_1 + (0.16 - 2.6 \mu + 5 \mu^2) h_1^2 \} / 2} \quad (5)$$

自励振動については、構造物・TMD系が安定であり得る最大の負減衰 h が解析的に求められている（表-1）わけで、この負減衰を構造物減衰を含めたものと考えてもよいことから、最適パラメータは構造物減衰の影響を受けずに表-1のままであり、最大の負減衰 h は $h + h_1$ となるのみである。一方、白色雑音による不規則振動に対するTMD制振への構造物減衰の影響については、数値解析による検討が行われているのみで、陽な形で解は求められていない。

しかし、いずれにしても、土木構造物の振動制御に限った場合、TMD質量比および構造物減衰比は極めて小さく、式(3)～(5)を例として構造物減衰の最適TMDに及ぼす影響は小さい。表-1の表記式は構造物減衰を考慮した場合にもなお有用であるといえる。

一方、表-1から明かなように、各種振動のすべてに対してTMDを同時に最適にすることはできない。そこで、調和強制振動に対する古典理論での最適値でTMDを設計したときに、構造物減衰の存在が各種振動の制振効果どのように影響を及ぼすかを試算した。図-1がその結果であり、制振効果である付加減衰比の、構造物減衰を無視したときの値に対する比が、構造物減衰の大きさでどのように変化するかを示している。質量比 μ は0.01である。図より、強制振動（破線、及び一点鎖線）では影響が少ないものの、自由振動（実線）では構造物減衰の存在により効きが悪くなることがわかる。自由振動の最適TMD減衰が古典理論による最適値から大きくずれている（表-1）ことが原因していると考えられる。

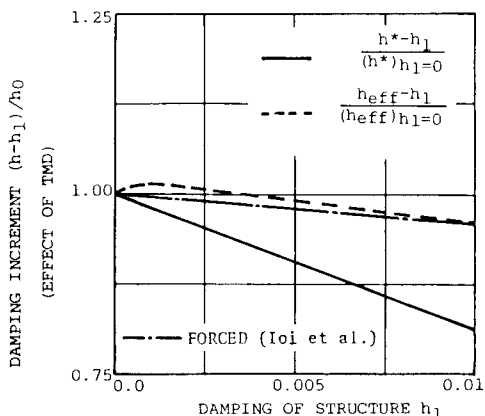


図-1 制振効果に及ぼす構造物減衰の影響
(古典理論による最適TMD)

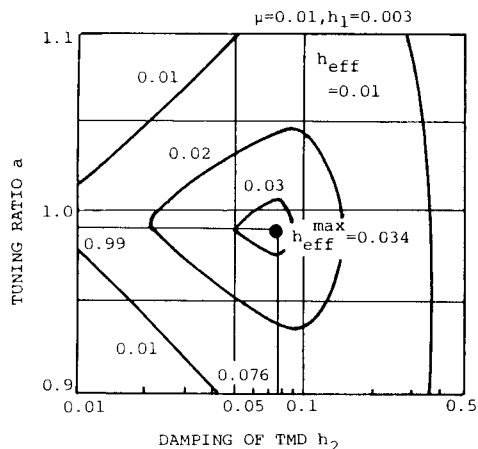


図-2 同調比、TMD減衰と有効減衰

4. 有効減衰を目的関数とした調和強制振動の制振

(1) 有効減衰による制振効果⁶⁾

運動方程式は通常の2自由度系運動方程式であり、次式で表される。

$$m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 + 2h_1 n_1 m_1 \dot{x}_1 + n_1^2 m_1 x_1 = p \cdot \exp(i\omega t) \quad (6)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + m_2 \ddot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 = 0 \quad (7)$$

ここで、添字1、2はそれぞれ、構造物およびTMDを意味するが、 x_1 は構造物のTMD取付位置での絶対変位であるのに対し、 x_2 はTMDの構造物に対する相対変位をとっている。構造物の運動方程式(6)はもちろん、制振対象とする構造物の特定モード(固有振動数 n_1 、モード減衰比 h_1)の一般化運動方程式であるが、その振動モードのTMD取付点の成分を1とするような正規化を行えば、一般化変位 x_1 をTMD取付点での実変位とすることができ⁸⁾、そうしている。したがって、モード質量 m_1 はこの正規化モードで定義され、TMD取付位置での換算質量に相当する(付録参照)。

定常応答解を $x_1 = X_1 \cdot \exp(i\omega t)$ 、 $x_2 = X_2 \cdot \exp(i\omega t)$ とにおいてTMDの運動方程式に代入すれば、定常応答振幅比 X_2/X_1 が次のように求められる。

$$X_2/X_1 = \Lambda + i\Gamma \quad (8)$$

ここで(以下、 a :同調比、 a_1 :外力振動数比、 h_2 :TMD減衰比)、

$$\Lambda = (a^2 - a_1^2) a_1^2 / \{ (a^2 - a_1^2)^2 + (2h_2 a a_1)^2 \} \quad (9)$$

$$\Gamma = -2h_2 a a_1^3 / \{ (a^2 - a_1^2)^2 + (2h_2 a a_1)^2 \} \quad (10)$$

これを構造物の運動方程式(6)に代入して連成項を消去すれば、TMDの影響が各係数に反映された運動方程式が構造物に対して求められる。

$$\ddot{x}_1 + 2(h_1 - \mu a_1 \Gamma / 2) n_1 \dot{x}_1 + n_1^2 \{ 1 - \mu a_1^2 (1 + \Lambda) \} x_1 = p / m_1 \quad (11)$$

つまり、TMDは構造物の減衰の増大および固有振動数の減少をもたらすが、固有振動数への影響は質量比 μ の平方根のオーダーであり、小さい。したがって、TMDの制振効果は次式で定義する有効減衰で評価されと考えられる。

$$h_{eff} = (h_1 - \mu a_1 \Gamma / 2) / \sqrt{1 - \mu a_1^2 (1 + \Lambda)} \quad (12)$$

この有効減衰は外力振動数($a_1 = \omega / n_1$)の関数でもあるが、最も問題にすべきは構造物の応答を最大

にするような振動数である。これは陽な形では求められないものの、数値解析により、検討可能である。図-2は、構造物応答を最大にする外力振動数（共振振動数）を数値解析により求め、それを式(12)に代入して有効減衰を算出した結果であり、TMDの設計パラメータである同調比 a とTMD減衰比 h_2 による有効減衰の変化を示している。質量比 μ は1%、構造物減衰定数 h_1 は0.003（ $\delta=0.01$ 相当）に設定している。図よりわかるように、最適減衰比 $h_{2opt} (=0.076)$ は構造物減衰を無視した古典理論による最適値（0.060；表-1）と異なっているが、その違いが有効減衰にもたらす差は十分に小さく（図-2）、前述のようにDen Hartogの調和強制振動最適化理論は有効減衰を目的関数とする場合にもある程度のよい目安を与えている。

(2) 有効減衰の近似解

3. で述べたように、構造物減衰を考慮する場合のTMDの最適設計は、陽な形での解が求められていないことから、実際は数値解析によらざるを得ないのが現状である。また、たとえTMDの最適値が求められたとしても、構造物やTMDの不確定要因が存在することから、TMDの設計にはその信頼性の検討のために、図-2に示したようなTMD設計パラメータに対する制振効果の感度解析が必要となる。図-2を厳密に得るには、2自由度系の計算とはいえ、それなりの手間がかかるわけで、比較的簡単にある程度の精度で近似解が求まればそれに越したことはない。有効減衰では共振振動数を得る計算が簡単ではないことから、これを近似的に求めることを考えた。

図-3は各TMDパラメータを変化させたときの応答曲線の変化を示したものであり、最大応答を●で示し、構造物・TMD系の固有振動数の位置を n_1^* 、 n_2^* で記している。図よりわかるように、構造物の運動が卓越するモードの固有振動数 n_1^* がいずれの場合も共振振動数（最大応答を与える振動数）に近いことから、共振振動数の代わりに固有振動数を用いて有効減衰を評価することを考え、その誤差を評価した。図-4がその結果である。最適値の極、近傍以外は誤差は小さく、実用的な有効な近似であるといえよう。

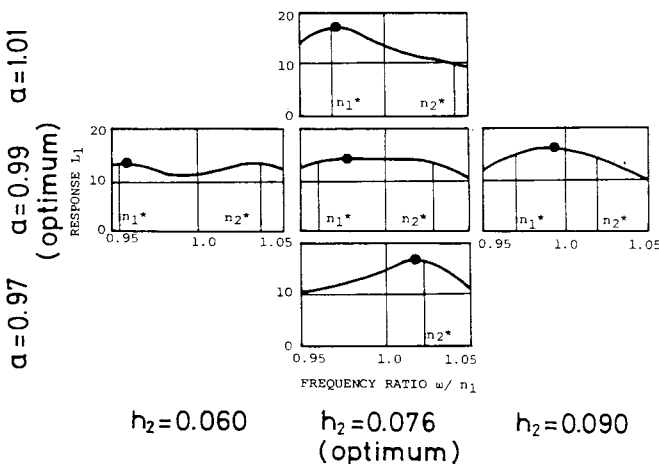


図-3 最大応答振動数と固有振動数

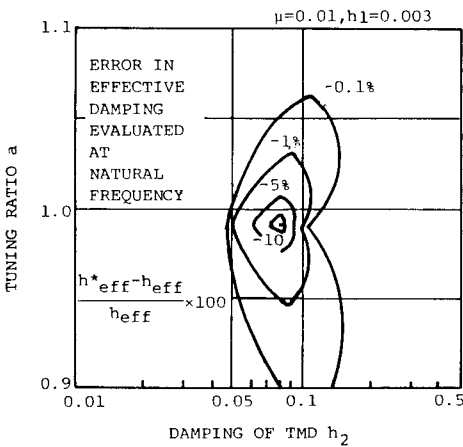


図-4 有効減衰の近似誤差

5. 固体摩擦が存在する場合のTMDの効果

TMDは、時として機構上の問題から、固体摩擦力を伴うことが予想される。特に使用期間が長く経年変化によって固体摩擦が大きくなり、TMDが作動しなくなるのではないかと懸念も耳にすることが少な

くない。そこで、固体摩擦が存在する場合のTMDの制振効果について解析的に検討する。この問題は機械工学の分野において白石・山川により既に検討されており⁹⁾、本研究でも基本的な扱い方に変わりはないが、他のTMDパラメータとの関連で固体摩擦の影響を論ずることにする。

(1) 運動方程式および解析方法

構造物とTMDとの間に固体摩擦を考え、式(7)の代わりに固体摩擦力 $F \cdot \text{sgn} \dot{x}_2$ を加えた、次なる運動方程式を用いる。

$$m_2 \ddot{x}_2 + m_2 \ddot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 + F \cdot \text{sgn} \dot{x}_2 = 0 \quad (13)$$

調和外力に対する定常応答を再び、 $x_1 = X_1 \cdot \exp(i\omega t)$ 、 $x_2 = X_2 \cdot \exp(i\omega t)$ とし、固体摩擦力を1サイクルあたりのエネルギー消費の等しい粘性減衰力に置き換える。つまり

$$F \cdot \text{sgn} \dot{x}_2 = 4F / (\pi \omega X_2) \cdot \dot{x}_2 \quad (14)$$

と表せば、構造物およびTMDの変位応答倍率は簡単に次のように求められる。

$$L_1 = (A_2^2 + B_2^2) / (C_2^2 + D_2^2) \quad (15.a)$$

$$L_2 = (A_3 + \sqrt{B_3}) / (C_1^2 + D_1^2) \quad (15.b)$$

ここで、

$$A_2 = a^2 - a_1^2 \quad (16.a)$$

$$B_2 = 2h_2 a a_1 + \gamma / L_2 \quad (16.b)$$

$$A_3 = \gamma \{ 2h_1 a_1 C_1 - (1 - a_1^2 - \mu a_1^2) D_1 \} \quad (16.c)$$

$$B_3 = (C_1^2 + D_1^2) a_1^4 - \gamma^4 \{ 2h_1 a_1 D_1 + (1 - a_1^2 - \mu a_1^2) C_1 \} \quad (16.d)$$

$$C_1 = (1 - a_1^2) (a^2 - a_1^2) - \mu a^2 a_1^2 - 4h_1 h_2 a a_1^2 \quad (16.e)$$

$$D_1 = 2h_1 a_1 (a^2 - a_1^2) + 2h_2 a a_1 (1 - a_1^2 - \mu a_1^2) \quad (16.f)$$

$$C_2 = C_1 - 2h_1 a_1 (\gamma / L_2) \quad (16.g)$$

$$D_2 = D_1 + (1 - a_1^2 - \mu a_1^2) (\gamma / L_2) \quad (16.h)$$

ただし、 $\gamma = 4\nu / \pi\mu$ であり、 ν は F/P で定義する無次元摩擦力である。

さらに、固体摩擦を考慮したときの有効減衰は前と同様に次式となる。

$$h_{\text{eff}} = (h_1 - \mu a_1 \Gamma_1 / 2) / \sqrt{1 - \mu a_1^2 (1 + \Lambda_1)} \quad (17)$$

ここで、

$$\Lambda_1 = a_1^2 \cdot A_2 / (A_2^2 + B_2^2), \quad \Gamma_1 = -a_1^2 \cdot B_2 / (A_2^2 + B_2^2) \quad (18.a, b)$$

(2) 解析結果および考察

固体摩擦力の存在する場合について等価線形化法により共振曲線を求めたものが図-5である。図には構造物の共振曲線と共にTMDのそれも示したが、この図より明らかなように、摩擦が存在する場合には構造

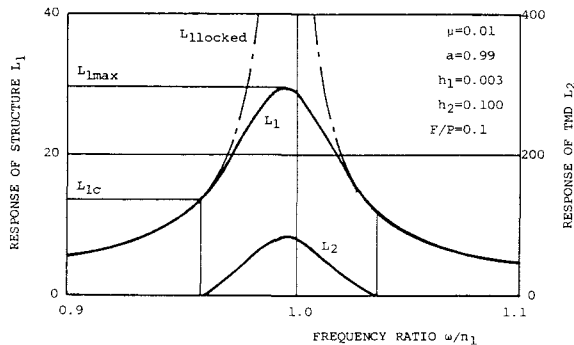


図-5 TMDに摩擦がある場合の振動数応答曲線 (L_1 : 構造物, L_2 : TMD)

物の応答変位がある程度の大きさ L_{1c} にならないと TMD が作動しない。この L_{1c} を摩擦力の大きさに対して示したのが図-6 で、質量比 μ が大きい TMD ほど摩擦の影響は小さく、構造物の小さな応答にも作動することがわかる。また、TMD の制振効果については、有効減衰の摩擦力による変化を示した図-7 により考察できる。TMD 減衰 h_2 を最適値、あるいはそれ以上にした場合には摩擦の存在により制振効果が急激に落ちるが、 h_2 を小さく選定した場合には摩擦力の大きさによっては効果が大きくなることもある。これは摩擦減衰が TMD 本来の粘性減衰に付加され、TMD の減衰そのものが大きくなり、図-2 に示されるように制振効果が急激に落ちると解釈される。

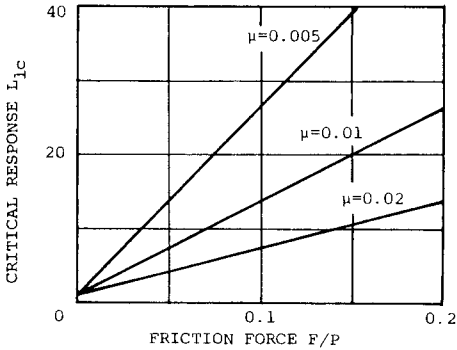


図-6 TMD が作動するときの構造物応答

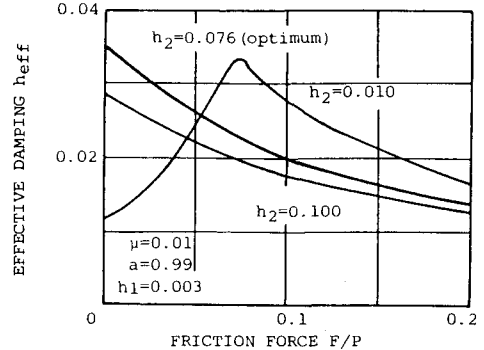


図-7 制振効果に及ぼす固体摩擦力の影響

6. まとめ

TMD の最適設計と制振効果に関したいくつかの考察を試みた。本論文で行ったこと、あるいは得られた知見を要約すると以下のとおりである。

(1) TMD の最適設計に関する既往の研究成果を整理し、各種振動に対する TMD の最適化基準、最適パラメータおよび制振効果の一覧表を示して比較検討した。

(2) 構造物減衰の最適パラメータおよび制振効果に及ぼす影響について、既往の研究を整理すると共に、若干の数値解析により、土木構造物のような小さな減衰、かつ小さな TMD 質量比では構造物減衰の影響は自由振動を除き小さいことが確認された。

(3) 有効減衰を用いた調和強制振動に対する TMD 設計は、基本的には古典的最適設計と変わりはなく、最適 TMD 減衰に差を生ずるものの、その差が制振効果に及ぼす影響は小さい。

(4) 有効減衰の近似解法について検討した。

(5) 固体摩擦の存在は TMD の制振効果に大きく影響を及ぼし、TMD が作動したときのその影響は摩擦のない TMD の粘性減衰が最適値からずれることによる影響と等価と考えられる。

【付録】 TMD を有する構造物の 2 自由度系としての定式化

多自由度系としてモデル化された構造物の節点 k に TMD が取り付けられた場合の運動方程式は

$$[M] \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + [C] \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (A.1)$$

ここで、 $\{u_1\}$ は構造物の変位ベクトル、 u_2 は TMD の絶対変位であり、各マトリクスは構造物の質量、減衰、剛性マトリクス $[M_1]$ 、 $[C_1]$ 、 $[K_1]$ と TMD の質量 m_2 、減衰 c_2 、剛性 k_2 とにより以下のよ

[illegible]
$$\{\phi\}^T = [\phi_1 \phi_2 \cdots 1 \cdots] \quad (\text{A.3})$$
$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ u_2(t) \end{Bmatrix} \quad (\text{A.4})$$
$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2h_1 n_1 m_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1^2 m_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (A.5)$$

〔参考文献〕

- 1) Den Hartog, J. P.: MECHANICAL VIBRATIONS, 4th edn., McGraw-Hill, New York, 1956.
- 2) Rowbottom, M. D.: The optimization of mechanical dampers to control self-excited galloping oscillations, J. of Sound and Vibration, Vol. 75, pp. 559-576, 1981.
- 3) Warburton, G. B.: Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 10, pp. 381-401, 1982.
- 4) Clough, R. W. and Penzien, J.: DYNAMICS OF STRUCTURES, McGraw-Hill, 1975.
- 5) 藤野陽三：構造物の制振対策（土木分野），日本風工学会誌，1990年。
- 6) 寺元博昭・佐野信一郎・長井正嗣・奥井義昭：花畔大橋（斜張橋）主塔のTMDによる制振対策，構造工学論文集，Vol. 36A, pp. 1129-1140, 1990年3月。
- 7) Ioi, T. and Ikeda, K.: On the dynamic damped absorber of the vibration system, Bull. of JSME, Vol. 21, pp. 64-71, 1978.
- 8) 背戸一登・岩波孝一・滝田好宏：動吸振器による多自由度系の制振（第一報、動吸振器の設計理論）、日本機械学会論文集（C編）、50巻458号，pp. 1962-1969，昭和59年10月。
- 9) 白石明男・山川出雲：粘性、クーロン両摩擦を含む動吸振器系の解析（第2報、吸振器にクーロン摩擦を伴う場合）、日本機械学会論文集（C編）、48巻431号，pp. 946-953，昭和57年7月。

—780—