

防波堤の耐波信頼性評価への 効率化シミュレーション法の適用性

Application of an efficient simulation technique
to evaluation of the reliability of breakwaters against wave forces

中山隆弘* 相田清** 今野光夫***

By Takahiro Nakayama, Kiyoshi Aida and Mitsuo Imano

The purpose of this paper is to describe application of an efficient simulation method developed by Harbitz to the evaluation of reliability of breakwaters subjected to wave loads. First the simulation procedure is shown, in which the following Harbitz's assumption are not employed - (a) the limit state function is known. (b) the basic variables are normally distributed. Numerical results, in case where a small number of variables are involved and the limit state function is explicitly expressed, indicate the validity of the suggested procedure. The procedure is used for a calculation of the failure probability of a composite breakwater against wave forces. As a result of this calculation, it is demonstrated that the computer time using the sampling method as suggested here is quite low compared to the simple Monte Carlo technique.

1. まえがき

構造物の信頼性のレベルを、破壊基準関数（しばしば「性能関数」とも言われる）を構成する確率設計変数の確率分布によって、絶対的ではないにしても、定量的に評価できることは近年では周知のこととなってきた。また、信頼性のレベルを表す指標に安全性指標と破壊確率があり、ある場合にはそれらの間に完全な一意的関係が成立こともよく知られている。

さて、Cornell¹⁾らによって提案され、実用的であるとの理由によって確率設計変数の一次と二次のモーメントのみで定義された当初の安全性指標も、その後の数多くの研究によって、変数の確率分布形や確率変数間の相関性をも考慮できる全確率分布安全性指標が一般的に使用されるようになってきた。さらにコンピュータの著しい進歩と高速シミュレーション技法の研究によって、最近では、シミュレーションによって不確実な外力を受ける構造物の破壊確率を数値的に求める試みも見られる²⁾。著者らも、破壊基準関数が陽形式で表せない、しかも複雑な構造信頼性問題の場合には、シミュレーションによって破壊確率を評価することに工学的意味があるとの立場にたって研究を進めてきた。

一方、研究者の興味の範囲が限られることもあってか、著者らの知る限りでは、これまで防波堤の耐波信頼性が信頼性解析の対象になったことは余り多くない。そういった状況の中で、外山³⁾や鈴木⁴⁾は安全性

* 工博 広島工業大学教授 工学部土木工学科 (〒731-51 広島市佐伯区三宅2-1-1)

** バブコック日立(株) 呉研究所 (〒737 呉市宝町3-36)

*** 東洋建設(株) 中国支店 (〒730 広島市中区立町2-23)

指標を用いて滑動破壊の可能性について検討し、設計を相対的に判断する資料として同指標に価値があると言及している。ただし、破壊確率との関係は、設計変数が正規分布するとした仮定に立てのみ論じられている。

そこで本研究では、効率化シミュレーション法のひとつであるHarbitzの提案した方法⁵⁾を本問題に応用できるように改良し、混成防波堤の信頼性評価への適用性を検討した。なお破壊モードとしては、外山らと同様、転倒より滑動が危険になることが多いことから、滑動破壊のみを考えている。

本論文では、まず簡単なモデルを対象にして、最近提案された長らの方法⁶⁾を用いて全確率分布安全性指標を算定した上でHarbitzのシミュレーション法を用いれば、非常に効率的に破壊確率をシミュレートできることを示す。次に、陽形式で破壊基準関数を表現できず、しかも簡単に安全性指標を算定することができない波力を受ける混成防波堤についても、試行錯誤的に破壊点を求めた上でHarbitzの方法を用いれば、単純なシミュレーション法によるよりも非常に効率的に破壊確率を評価できることを示す。

2. 効率化シミュレーション

Harbitz⁵⁾は、(a) 各確率変数等によって破壊基準関数を陽形式で表現でき、(b) 各確率変数が互いに独立な標準正規変数に変換でき、さらに(c) 安全性指標 β が明かであるという3つの条件を仮定して、効率化シミュレーション法を開発した。つまり、Harbitz法を適用する場合には、あらかじめ安全性指標 β （あるいは確率変数の破壊点）を算定しておくことが必要となるが、その方法については、3. で述べることにする。

さて、Harbitzの方法は、 β 領域内(図-1)では破壊事象が生起しないということに基づき、確率変数のサンプリング領域を確率変数空間全体から β 領域を除外した領域に限定することにより、シミュレーションの効率化を達成しようとするものである。図-1は、破壊基準関数が互いに独立な2つの標準正規変数で与えられる場合のサンプリング領域を示したものである。

詳細については省略するが、この方法では破壊確率 P_f は、式(1)で定義できる。

$$P_f = P_r \{ Z \leq 0 \mid R^2 > \beta^2 \} \times P_r \{ R^2 > \beta^2 \} = P_r \{ Z \leq 0 \mid R^2 > \beta^2 \} \times \{ 1 - \Gamma_k(\beta^2) \} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 Z は破壊基準関数、 $\Gamma_k(*)$ は自由度 k の χ^2 分布関数である。また、自由度 k は確率変数の個数に等しい。さらに、 R は式(2)で表せるように確率変数空間の原点から、ある1組の標本値までの距離である。

$$R^2 = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_k^2 \dots\dots\dots (2)$$

式(1)より、シミュレーション計算によって、破壊事象が生起する回数 N_d を求めれば、破壊確率の推定値として、式(3)が得られる。

$$P_f^* = \{ 1 - \Gamma_k(\beta^2) \} \times \frac{N_d}{N} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 N は全シミュレーション回数である。

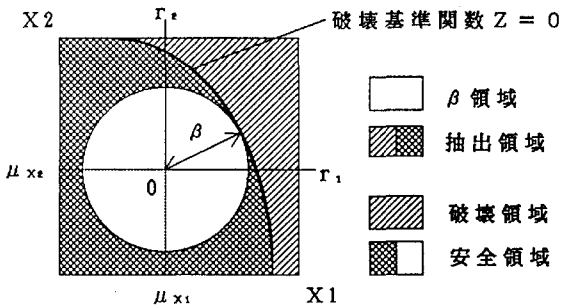


図-1 サンプリング領域

3. 陽形式で表現できない破壊基準に対する安全性指標 β の計算

3.1 破壊基準関数の1次近似式表現による安全性指標 β の計算⁶⁾

破壊基準関数が陽形式で表現できない場合、破壊基準関数を1次近似式表現することにより安全性指標 β の計算を可能にする方法が、長らによって提案されている。本研究では、Harbitzの方法の適用条件の1つである(C)の条件を、この方法によって満たすことを試みた。以下にこの方法の概略を記す。

まず、陽形式で表現できない破壊基準関数 $g(\mathbf{X})$ を、ある点 $\mathbf{X}^0$ で式(4)のような1次式で近似的に表現できるものと仮定する。

$$g_1(\mathbf{X}) = \mathbf{V}_1(\mathbf{X}) \boldsymbol{\alpha} \quad (4)$$

ここに、 $\boldsymbol{\alpha}$ は定数であり、式(5)のように示される。

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_k]^T \quad (5)$$

また、 $\mathbf{V}_1(\mathbf{X})$ 、 $\mathbf{X}$ は各々、式(6)、式(7)で表される。

$$\mathbf{V}_1(\mathbf{X}) = [1 \quad (X_1 - X_1^0) \quad (X_2 - X_2^0) \quad \cdots \quad (X_k - X_k^0)] \quad (6)$$

$$\mathbf{X} = [X_1 \quad X_2 \quad \cdots \quad X_k] \quad (7)$$

$$\mathbf{X}^0 = [X_1^0 \quad X_2^0 \quad \cdots \quad X_k^0] \quad (8)$$

いま、 $g(\mathbf{X})$ を数值的に計算できるものとし、その時の値を $g_2(\mathbf{X})$ とする。そして、点 $\mathbf{X}^0$ 近傍のL個の点で、 $g_2(\mathbf{X})$ を数值的に求めれば、それらの点についての $g_2(\mathbf{X})$ と $g_1(\mathbf{X})$ との差 $\mathbf{e}$ は式(9)で表せる。

$$\mathbf{e} = [e_1 \quad e_2 \quad \cdots \quad e_L]^T = \mathbf{g}_2 - \mathbf{g}_1 = \mathbf{g}_2 - \mathbf{V} \boldsymbol{\alpha} \quad (9)$$

ここに、 $\mathbf{g}_1$ 、 $\mathbf{V}$ 、 $\mathbf{g}_2$ 、 $\mathbf{X}^J$ は、以下の式で表せる。

$$\mathbf{g}_1 = [g_1(\mathbf{X}^1) \quad g_1(\mathbf{X}^2) \quad \cdots \quad g_1(\mathbf{X}^L)]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{V} = [\mathbf{V}_1(\mathbf{X}^1) \quad \mathbf{V}_1(\mathbf{X}^2) \quad \cdots \quad \mathbf{V}_1(\mathbf{X}^L)]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{g}_2 = [g_2(\mathbf{X}^1) \quad g_2(\mathbf{X}^2) \quad \cdots \quad g_2(\mathbf{X}^L)]^T \quad (12)$$

$$\mathbf{X}^J = [X_1^J \quad X_2^J \quad \cdots \quad X_k^J] \quad (J=1 \sim L) \quad (13)$$

さて、 $\mathbf{e}$ について最小2乗正規方程式を作成し、それを解けば $\boldsymbol{\alpha}$ を得ることができる。ここでは、その導出過程は省略するが、 $L = k + 1$ 、 $\mathbf{X}^1 = \mathbf{X}^0$ 、 $\mathbf{X}^{J+1} = [X_1^0 \quad X_2^0 \quad \cdots \quad X_J^0 + \Delta X_J \quad \cdots \quad X_k^0]$ ($J=1 \sim k$)とすれば、 $\boldsymbol{\alpha}$ は以下のように表せる。

$$\alpha_0 = g(\mathbf{X}^1) \quad , \quad \alpha_J = \frac{1}{\Delta X_J} \{g(\mathbf{X}^{J+1}) - g(\mathbf{X}^1)\} \quad (J=1 \sim k) \quad (14)$$

つまり、この方法は、安全性指標の収束演算の各段階で得られる破壊点を $\mathbf{X}^1$ とし、式(14)で $\boldsymbol{\alpha}$ を算定し、破壊基準関数として式(4)により1次近似化した関数を用いて、安全性指標 β を算定するものである。なお、式(14)中の ΔX_J は、長らによれば、 $0.01 X_J$ が適当である。

3.2 破壊点の算定法による安全性指標 β の計算⁷⁾

次に、Harbitzの方法の適用条件(a)～(c)を満足させるために、確率変数の破壊点を試行錯誤的に収束させて、最終的に収束した破壊点を用いて安全性指標 β を算定する方法について述べる。

手順を簡条書にすれば、次の通りである。なお、図-2は理解を助けるために、確率変数が2変数の場合の算定法を図示したものである。

(a) β の初期値 β_0 として厳密値 β_t に対して、 $\beta_0 > \beta_t$ となるよう、例えば $\beta_0 = 1.0$ を設定する。

(b) 各確率変数の平均値を破壊点の初期値とするが、この時点では(a)で設定した β_0 と破壊点とは無関係である。

(c) 破壊点で非正規変数を正規化近似する。⁸⁾

(d) 図-2 (a)に示すように、 $R_2 = \beta_0$ を半径とする円および、 $R_1 = R_2 \times A$ ($0 < A < 1$)を半径とする円によって区切られる斜線部分の領域について確率変数のサンプリングを行う。

(e) サンプリング点が、破壊領域に入っていればその点を新たな破壊点とみなし、図-2 (a)のように原点からその点までの距離である β_1 を算定する。

(f) β_0 と β_1 を比較し、両者の差異が大きければ、図-2 (b)のように、両者の差が許容できる位小さい値になるまで(c)～(e)を繰り返す、最終的に得られた β_0 を β_t とする。

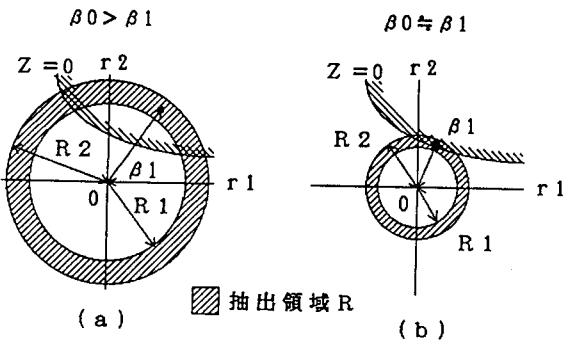


図-2 破壊点の算定法

4. 適用例

長らの方法で安全性指標を算定し、Harbitzの方法によってシミュレーションを行う効率化シミュレーション法の有効性を、簡単な計算モデルによって検討する。併せて単純モンテカルロ法との比較も行う。このモデルは図-3に示すように、引張荷重を受ける断面積がAの一様断面棒で、破壊モードとして断面の引張破断を考える。このとき破壊基準関数は式(15)で与えられる。

$$Z = X_1 - X_2 / A \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 X_1 は極限引張応力度 σ_u に、 X_2 は引張荷重Fに対応し、各々独立な確率変数とする。表-1中で、 $N(\mu, \sigma)$ 、 $LN(\mu, \sigma)$ は、それぞれ変数が正規分布および対数正規分布に従うことを意味し、 μ は平均値、 σ は標準偏差を表す。

表-1 荷重と抵抗力の確率特性

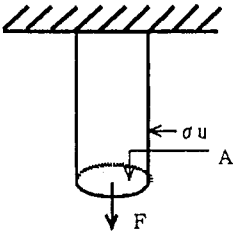


図-3 計算モデル

	X_1 (kg/cm ²)	X_2 (kg)
CASE1	$N(2900, 300)$	$N(4000, 300)$
CASE2	$LN(2900, 300)$	$N(5000, 300)$

さて、計算は、表-1に示す2ケースについて行った。なお、いずれの場合も、 $A = 2.83 \text{ cm}^2$ である。また、使用した計算機はHITAC-M280Dで、プログラムはFORTRAN言語により作成した。

計算結果を図-4、図-5に示す。なお、両図において、横軸は計算時間(秒)、縦軸は破壊確率を表している。CASE1では厳密な破壊確率が得られることは周知であるが、図-4より長らの方法とHarbitzの方法を併用すれば、単純モンテカルロシミュレーション法によるよりも著しく早く厳密値に収束していることがわかり、本効率化シミュレーション法の有用性を理解できる。CASE2では破壊確率の厳密値は得られないが、CASE1と同様、図-5のように効率化シミュレーション法の有効性は明らかである。

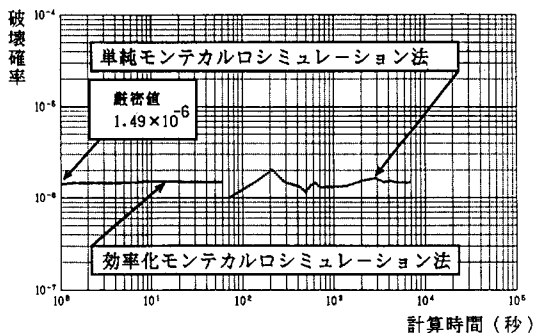


図-4 CASE1のシミュレーション結果

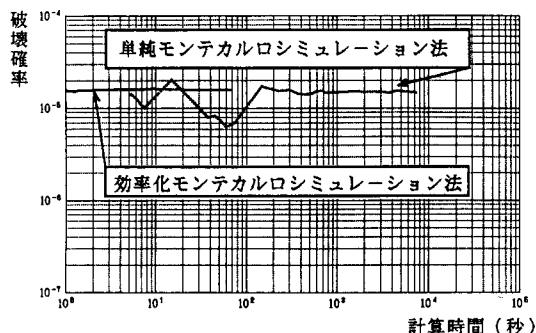


図-5 CASE2のシミュレーション結果

5. 混成防波堤の滑動破壊確率

計算の対象とした混成防波堤の形状等を図-6に示す。この防波堤は現行基準⁹⁾で設計され、一応安全性が照査されたものである。

破壊モードとしては、現行の基準を参考にして、ランダム性を有する波圧の作用に対する防波堤の滑動抵抗力の不足による破壊を考えた。波圧式がかなり複雑であるため、破壊基準関数について詳細に述べることはできないが、簡単に触れておく。

まず、波力の算定式としては、堤体の滑動には最大波高がきく

ことを考慮して合田によって提案された波圧式を用いている。同式は、直立壁に対して適用されるもので、壁前面の波圧強度を与える p_1 、 p_2 、 p_3 は、波の入射角 β 、海水の単位体積重量 w_0 、換算沖波波高 H_0' と関係づけられる最大波高 H_{max} 、沖波の有義波周期 $T_{1/3}$ 、防波堤の設置水深 h 、防波堤の底面から静水面までの高さ h' 、マウンドから静水面までの高さ d 、沖側水深 h_b などによって与えられるが、紙面の都合上、詳しくは参考文献10)に譲るが、例えば、 p_1 についてのみ記しても、式(16)～式(22)のようであり、これだけでも破壊基準関数が陽形式で与えられないことが理解できる。

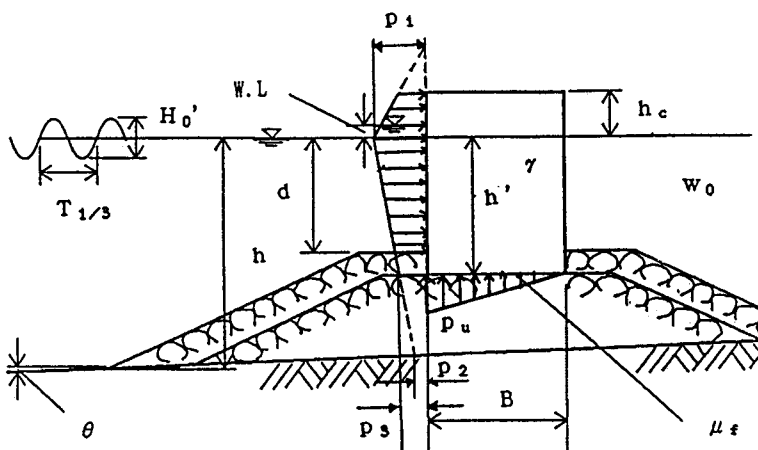


図-6 計算モデル

$$p_1 = \frac{1}{2} (1 + \cos \beta) (\alpha_1 + \alpha_2 \cos^2 \beta) w_0 H_{max} \dots\dots\dots (16)$$

$$\alpha_1 = 0.6 + \frac{1}{2} \left[\frac{4\pi h/L}{\sinh(4\pi h/L)} \right]^2 \dots\dots\dots (17)$$

$$\alpha_2 = \min \left[\frac{h_b - d}{3h_b} \left(\frac{H_{\max}}{d} \right)^2, \frac{2d}{H_{\max}} \right] \dots\dots\dots (18)$$

$$H_{\max} = \begin{cases} 1.8 K_s H_0' & : h/L_0 \geq 0.2 \\ \min \{ (\beta_0^* H_0' + \beta_1^* h), \beta_{\max}^* H_0', 1.8 K_s H_0' \} & : h/L_0 < 0.2 \end{cases} \dots\dots\dots (19)$$

$$\beta_0^* = 0.052 (H_0' / L_0)^{-0.38} \exp(2.0 \tan^{1.5} \theta) \dots\dots\dots (20)$$

$$\beta_1^* = 0.63 \exp(3.8 \tan \theta) \dots\dots\dots (21)$$

$$\beta_{\max}^* = \max \{ 1.65, 0.53 (H_0' / L_0)^{-0.29} \exp(2.4 \tan \theta) \} \dots\dots\dots (22)$$

ここに、Lは水深 h_b における波長、 K_s は浅水係数、 L_0 は有義波周期に対する深海波の波長である。
 また、透水性マウンドの場合、堤体底面には揚圧力が作用するが、これについても合田による提案式を使用した。

このとき、破壊基準関数Zは形式的には式(23)で与えられるが、式中の波圧合力P、揚圧力の合力Uは、上述のように非線形計算を含むかなり複雑な関数である。したがって、Zは数値的に求める他ない。なお、式中のWは堤体重量で、 μ_f は堤体とマウンドの間の摩擦係数である。

$$Z = \mu_f (W - U) - P \dots\dots\dots (23)$$

さて、確率変数として扱うべき設計変数としては潮位なども考えられるが、今回は換算沖波波高と防波堤とマウンド間の摩擦係数のみとし、数値計算に用いたそれらの確率特性、および沖波の有義波周期と波高との関係、すなわち

$$T_{1/3} = A H_0 + B \dots\dots\dots (24)$$

については、鈴木⁴⁾の研究を参考にした。

表-2 波高と摩擦係数の確率特性

		単位	分布型	パラメータ
H_0'	換算沖波の波高	(m)	ワイブル	$\alpha = 1, \beta = 3, K = 1.25$
μ_f	防波堤とマウンド間の摩擦係数	(-)	正規	$\mu = 0.6, \sigma = 0.06$

ここに、 μ ：正規確率変数の平均値、 σ ：正規確率変数の標準偏差
 α, β, K ：ワイブル確率変数のパラメータ

表-2に、今回のシミュレーションで用いた各確率変数の確率分布形と母数の値を、

表-3に確定変数とした設計変数の値を示す。

なお、できるだけシミュレーションの効率を上げるため、本問題にも前述の長らの方法を適用して全確率分布安全性指標を算定することも考えたが、3.2で述べた繰り返し法でも良好な収束性が見られたので、今回は同方法によって安全性指標を算定した。

表-3 防波堤断面等の諸量

B	: 防波堤の幅	20.0 (m)
h'	: 防波堤の底面から静水面までの高さ	6.5 (m)
h_0	: 防波堤の静水面上の天端高	4.0 (m)
d	: マウンドから静水面までの高さ	5.0 (m)
h	: 防波堤の設置水深	9.5 (m)
W.L	: 潮位	0.6 (m)
θ	: 海底の勾配	1/10.0 (m/m)
β	: 波の入射方向	15.0 (度)
γ	: 防波堤の単位体積重量	2.177 (t/m)
w_0	: 海水の単位体積重量	1.03 (t/m)
A	: 式(24)における定数	0.9
B	: 式(24)における定数	5.3

表-4が、図-7に示すグラフに基づいて決定した破壊確率と計算時間（CPU時間）であり、効率化シミュレーション法と単純モンテカルロシミュレーション法のそれぞれについて示している。効率化シミュレーション法における破壊点の収束値の問題、さらには非正規確率変数の正規化の影響等によって生じたと思われる両破壊確率の若干の差異は、構造物の諸元の大きさに及ぼす破壊確率の鋭敏性を考えれば、実用上、許容できるものと考えられる。

同表より、限られた計算例ではあるが、波力を受ける防波堤の破壊確率の算定に、Harbitzの方法を基礎とした本シミュレーション法の適用はかなり有効であるといえる。

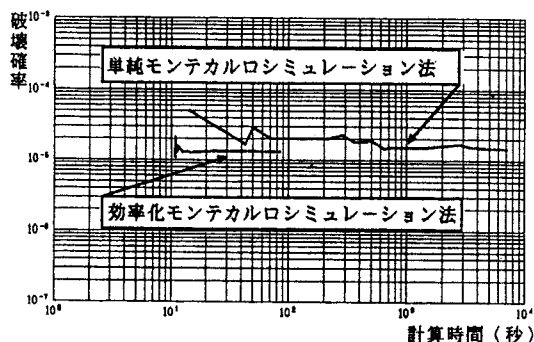


図-7 シミュレーションによる防波堤の破壊確率

表-4 効率化シミュレーションの有効性

	破壊確率の収束値	計算時間（秒）
効率化モンテカルロシミュレーション法	1.3×10^{-5}	約30
単純モンテカルロシミュレーション法	1.5×10^{-5}	約5000

6. あとがき

本研究では、これまで取り上げられることの少なかった波力に対する防波堤の破壊確率を、数値シミュレーションによって効率よく算定できるかどうかを検討した。今回はHarbitzによって提案された効率化シミュレーション法を基礎にしたが、小さい破壊確率の領域を問題にする場合、単純なモンテカルロ法によるよりも、はるかに効率よく破壊確率を算出できることを確認することができた。さらに改善するとすれば、安全性指標をより短時間で算定しうる方法を開発することである。さらに、星谷らによって開発された「適合型重要サンプリング法」¹¹⁾、Bucher¹²⁾、白木ら¹³⁾¹⁴⁾によって提案された「繰り返し高速モンテカルロ法」など、これまで提案されている種々の効率化シミュレーションの本問題への適用可能性を検討し、今回の方法との比較によって、防波堤の耐波信頼性評価に適用し易いシミュレーション法を見いだしてゆくことが肝要であると考えている。

謝辞

本研究に対し、種々の有益な助言をいただいた運輸省港湾技術研究所海象研究室小舟浩治室長、貴重な示唆を賜った信州大学工学部長 尚教授、武蔵工業大学工学部星谷 勝教授、運輸省港湾技術研究所構造部白石 悟主任研究官、数値計算に協力していただいた本学学生相良達哉君に心より感謝いたします。

参考文献

- 1) Cornell, C. A. : A Probability-Based Structural Code, ACI-Jour., Vol. 66, pp. 974-985, 1969.
- 2) 白木 渡・酒井 太ら : 効率化モンテカルロ法とその信頼性解析への応用, 平成元年度土木学会年次学術講演会概要集, 第1部, pp. 378-379, 1989.

- 3) 外山進一 : 信頼性理論の防波堤滑動安定性への適用, 港湾技研資料, No. 540, 運輸省港湾技術研究所, 1985.
- 4) 鈴木慎也 : 信頼性理論の防波堤滑動安定性への適用(その2), 港湾技研資料, No. 582, 運輸省港湾技術研究所, 1987.
- 5) Harbitz, A. : An Efficient Sampling Method for Probability of Failure Calculation, Structural Safety, Vol. 3, pp. 109-115, 1986.
- 6) 長 尚・大矢秀人 : 式で表現されていない破壊基準に対する全確率分布安全性指標, 構造工学論文集, Vol. 33A, pp. 743-748, 1987.
- 7) 相田 清・中山 隆弘・今野 光夫 : 構造信頼性評価に対するHarbitz法の応用, 平成2年度土木学会年次学術講演会概要集, 第1部, pp. 368-369, 1990.
- 8) 星谷 勝・石井 清 : 構造物の信頼性設計法, 鹿島出版会, pp. 73-76, 1986.
- 9) 岩垣雄一・榎木 亨 : 海岸工学, 共立出版, 1979.
- 10) 合田良實 : 港湾構造物の耐波設計(波浪工学への序説), 鹿島出版会, 1977.
- 11) 星谷 勝・斉藤 忠・丸山 収 : 適合型重要サンプリング法, 平成元年度土木学会年次学術講演会概要集, 第1部, pp. 380-381, 1989.
- 12) Bucher, C. G. : Adaptive Sampling - An Iterative Fast Monte-Carlo Procedure, Structural Safety, Vol. 5, pp. 119-126, 1988.
- 13) 白木 渡・Schuëller, G. I. : 条件付き破壊確率を用いた繰り返し高速モンテカルロ法とその構造物の動的信頼度評価への適用, 構造工学論文集, Vol. 35A, pp. 467-477, 1989.
- 14) Schuëller, G. I. and Stix, R. : A Critical Appraisal of Methods to Determine Failure Probabilities, Structural Safety, Vol. 4, pp. 293-309, 1987.

(1990年10月12日受付)