

2次近似を用いるトラス構造物の形状最適化

ON SHAPE OPTIMIZATION OF TRUSS STRUCTURES USING SECOND ORDER INFORMATION

杉本博之* 大塚敏正**

By Hiroyuki SUGIMOTO and Toshimasa OTSUKA

Approximation method using the second order information is studied. Approximation method have been developed for the optimization of large scaled structures. Usually, the approximation functions have been created by using the first order information only. But there seems to be a limit in applying the function to the more general optimization problem. So, the second order approximation is studied and proposed in this paper. The Hessian matrix in the approximation function is restricted to its diagonal terms only. As the numerical examples, the proposed method, first order approximation method and the several mathematical programmings are applied to the shape optimization of truss structures and the results are compared with each other. It is concluded that the proposed method is superior to the other methods in its generality, reliability and efficiency.

1. まえがき

構造物の最適設計に要する計算時間の大部分は、構造解析に要する時間である。最適化の過程では、多くの構造解析が必要であり、最適化の手続きそのものにはほとんど時間がかからないからである。そのために厳密な構造解析を近似式の計算に置換える近似法が開発された¹⁾。そこでは、厳密な構造解析は、近似式を作るためだけに行なわれる。近似式は簡単に作られるのが望ましいし、その質は良い程厳密な構造解析の回数は減るので、効率率は上がることになる。異なる構造システムの設計において、いかにして質の良い近似モデルを作成するかが、構造最適設計法を応用する上で一つの大きなテーマになっている。

近似の概念に基づき、かつ構造物の最適設計を一般的に扱える手法として双対法²⁾および混合変数法³⁾がある。混合変数法は、双対法をより一般化した手法であるが、一般化のゆえに、対象とする構造物および設計変数によっては、近似関数の近似の程度が悪く、極端に安全側過ぎる近似等により収束性が悪くなるということも指摘される^{4) 5) 6)}。これはまた、1次の微係数のみを用いる手法の限界とも考えられる。

骨組構造物の最適設計において、その設計変数は、部材の断面寸法に関する変数と、節点の座標に関する幾何変数とがある。トラス構造物の最適設計においては、断面寸法に関する変数は一般に部材断面積で代表されるが、トラス構造物においては、変位および応力は、部材断面積の逆数(逆変数)に関する線形近似式が十分な近似度を有するということはすでに報告されており^{7) 8)}、それらを部分近似による最適設計に利用して良好な結果を得ている⁹⁾。

* 工博 室蘭工業大学助教授 工学部建設システム工学科 (〒050 室蘭市水元町27-1)

** 室蘭工業大学大学院 工学部建設システム工学科 (〒050 室蘭市水元町27-1)

一方、幾何変数に関する近似式についても種々検討を加えてきた^{10) 11)}。その結果、1次の微係数を用いる限りにおいては、幾何変数の順変数に関する線形近似式が逆変数に関する線形近似式に勝るという結果を得たが、その優劣は必ずしも明確でなく、また本文中にも示すように十分な収束性が得られているわけでもなかった。

幾何変数と応力、変位の関係を調べると、かなり非線形性の高いものもあり、これらを1次の微係数のみを用いて近似度の良い近似式を作成することは難しいと考えられた。そこで2次の微係数を利用することを検討した。2次の微係数は、ヘッセ行列として与えられるが、そのすべてを計算するのは、計算機の容量、計算時間の点で非実用的と考え、ヘッセ行列の対角項のみ数値計算で求めた。

これらの2次近似式を用いる最適設計の結果、1次の微係数のみを用いる近似法、あるいは原問題を直接数理計画法で解く方法に比べて良好な結果を得た。

また、この2次の微係数を用いる近似法は、トラス構造物のみでなく、他の構造物の最適設計における近似法の応用においても参考になると考えられるので、ここに発表する次第である。

なお、SQPにおいて、ヘッセ行列を近似的に扱う方法が文献4)に発表されている。

2. 部分近似法による形状最適化

本研究のトラス構造物の形状最適化の問題は、次のように定義される。

$$\text{○目的関数: } 0(X, Y) = \sum_{i=1}^n c_i L_i(Y) x_i \rightarrow \min \quad (1)$$

○制約条件:

$$\cdot \text{応力 } g^{s}_{ik}(X, Y) = \sigma_{ik}(X, Y) - \sigma_{ai}(x_i, \ell_i) \leq 0 \quad (i=1 \sim NM, k=1 \sim NL) \quad (2)$$

$$\cdot \text{変位 } g^{d}_{jk}(X, Y) = \delta_{jk}(X, Y) - \delta_a \leq 0 \quad (j \in P, k=1 \sim NL) \quad (3)$$

$$\cdot \text{細長比 } g^{r}_i(x_i, \ell_i) = \gamma_i(x_i, \ell_i) - \gamma_a \leq 0 \quad (i=1 \sim NM) \quad (4)$$

$$\cdot \text{上下限 } x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad (i=1 \sim n) \quad (5)$$

$$y_i^L \leq y_i \leq y_i^U \quad (i=1 \sim m) \quad (6)$$

$$\text{○設計変数: } X = \{x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n\}^T, \quad Y = \{y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_m\}^T \quad (7)$$

ここで、0は目的関数、 g^{s}_{ik} は応力に関する制約条件、 g^{d}_{jk} は変位に関する制約条件、 g^{r}_i は細長比に関する制約条件である。 x_i は部材の断面寸法に関する設計変数で部材断面積、 y_i は、幾何変数に関する設計変数で節点座標である。 c_i は設計変数*i*の単位容積あたりの価値を表す量で、すべて1の場合は、目的関数は容積となり、何らかのコストの場合には、それに対応する全コストになる。 L_i は、設計変数*i*にリンクされている部材の部材長の総和、 σ_{ik} は荷重条件*k*における*i*部材の応力度、 δ_{jk} は、荷重条件*k*における自由度*j*の方向の変位、 γ_i 、 σ_{ai} 、 ℓ_i はそれぞれ*i*部材の細長比、許容応力度および部材長である。 δ_a は許容変位量、 γ_a は許容細長比量である。 n は部材の断面寸法に関する設計変数の数、 m は幾何変数に関する設計変数の数、 NM は部材数、 NL は荷重条件数、 P は変位を制約する自由度の集合である。

式(1)～(7)の最適化問題を、直接、数理計画法により解くこともできる。一方、これらの目的関数および制約条件のすべて、あるいは一部を関数近似し、得られた近似副問題を何らかの数理計画法で解く方法もある。この場合、近似副問題の作成、数理計画法による最適化は、収束するまで繰り返される。この近似副問題の作成において、構造解析に関係する項のみ、それぞれに適した方法で近似するのを部分近似法⁹⁾という。上の例の場合、応力と変位が構造解析に関係する項であり、それらの近似式は次式で表される。

$$\sigma_{ik}(X, Y) \doteq \widetilde{\sigma}_{ik}(\xi, \eta) \quad (i=1 \sim NM, k=1 \sim NL) \quad (8)$$

$$\delta_{jk}(X, Y) \doteq \widetilde{\delta}_{jk}(\xi, \eta) \quad (j \in P, k=1 \sim NL) \quad (9)$$

ここで、 $\widetilde{\sigma}_{ik}$ 、 $\widetilde{\delta}_{jk}$ は、それぞれ応力および変位の近似関数であり、 ξ 、 η は、それぞれ部材断面積、幾何変数の近似変数である。

3. 1次近似と2次近似による応答近似式

式(8)、(9)の応力と変位の近似式としては、色々考えられるが、ここでは、まず1次の微係数を用いる数式を説明し、次に2次の微係数を用いる数式を説明する。

(1) 1次の微係数を用いる応答近似式

応力の近似式としては、応力を近似する応力近似式と軸力を近似する応力近似式がある⁷⁾。1次の微係数を用いるそれらの近似式は、次のように表される。

応力の近似による応力近似式；

$$\tilde{\sigma}_{ik}(\xi, \eta) = \sigma_{ik}(\xi^0, \eta^0) + \sum_{p=1}^n \left(\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial \xi_p} \right)^0 (\xi_p - \xi_p^0) + \sum_{q=1}^m \left(\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial \eta_q} \right)^0 (\eta_q - \eta_q^0) \quad (i=1 \sim NM, \quad k=1 \sim NL) \quad (10)$$

軸力の近似による応力近似式；

$$\tilde{\sigma}_{ik}(\xi, \eta) = \frac{1}{A_i} [F_{ik}(\xi^0, \eta^0) + \sum_{p=1}^n \left(\frac{\partial F_{ik}}{\partial \xi_p} \right)^0 (\xi_p - \xi_p^0) + \sum_{q=1}^m \left(\frac{\partial F_{ik}}{\partial \eta_q} \right)^0 (\eta_q - \eta_q^0)] \quad (i=1 \sim NM, \quad k=1 \sim NL) \quad (11)$$

また、1次の微係数を用いる変位の近似式は、次式ようになる。

$$\tilde{\delta}_{jk}(\xi, \eta) = \delta_{jk}(\xi^0, \eta^0) + \sum_{p=1}^n \left(\frac{\partial \delta_{jk}}{\partial \xi_p} \right)^0 (\xi_p - \xi_p^0) + \sum_{q=1}^m \left(\frac{\partial \delta_{jk}}{\partial \eta_q} \right)^0 (\eta_q - \eta_q^0) \quad (j \in P, \quad k=1 \sim NL) \quad (12)$$

これらの応答近似式には、部材断面積に関する近似変数 ξ と幾何変数に関する近似変数 η を含む。これらの内、部材断面積に関する近似変数については、逆変数が優れていることは、すでに報告されている^{7) 8)}ので、 ξ_p は次式とする。

$$\xi_p = \frac{1}{x_p} \quad (p=1 \sim n) \quad (13)$$

一方、幾何変数に関する近似変数 η については、順変数と逆変数のどちらが良いかの結論はなかなかでない。そこで、以下の数値計算における1次近似による応答近似式においては、順変数と逆変数の両方与え、結果を比較検討することにした。

(2) 2次の微係数を用いる応答近似式

ある関数を $f(x)$ とすると、この関数の x^0 に関する2次近似関数は、次式で定義される。

$$f(x) \doteq \tilde{f}(x) = f(x^0) + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^0 (x - x^0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)^0 (x - x^0)^2 \quad (14)$$

右辺第2項までを用いる1次近似関数に比べて、第3項まで用いる2次近似関数の方が近似度が良いのは当然である。部材断面積に関する近似式が、1次の微係数のみを用いて良好な近似度を得るのは、逆変数を用いたからである。しかしながら、前記のように、幾何変数に関する近似式はそのような特性が明確に表われないので、応答近似式としてこの2次近似関数を用いることを試みた。

関数 f が多変数関数の時、その2次近似関数は次式で定義される。

$$f(X) \doteq \tilde{f}(X) = f(X^0) + \sum_{p=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_p} \right)^0 (x_p - x_p^0) + \frac{1}{2} (X - X^0)^T [A] (X - X^0) \quad (15)$$

ここで、 $[A]$ はヘッセ行列で、その p, q 項は次式である。

$$A_{pq} = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_p \partial x_q} \right)^0 \quad (16)$$

この2次の微係数を解析的に求めることは一般的にかなり困難で、後記のように数値計算で求められる。すべての応答値について式(16)のヘッセ行列を完全に計算するのが理想ではあるが、計算時間がかなりか

かるし、また計算機の記憶容量の点でも不利である。そこで、本研究においては、ヘッセ行列の対角項のみを用いることにした。その結果、式 (15) は次のようになる。

$$\tilde{f}(X) = f(X^0) + \sum_{p=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_p} \right)^0 (x_p - x_p^0) + \frac{1}{2} \sum_{p=1}^n \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_p^2} \right)^0 (x_p - x_p^0)^2 \quad (17)$$

幾何変数に関する近似式に、式 (17) の 2 次近似関数を用いる場合の各応答近似式は次のようになる。

応力の近似による応力近似式；

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{ik}(\xi, \eta) = & \sigma_{ik}(\xi^0, \eta^0) + \sum_{p=1}^n \left(\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial \xi_p} \right)^0 (\xi_p - \xi_p^0) + \sum_{q=1}^m \left(\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial y_q} \right)^0 (y_q - y_q^0) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^m \left(\frac{\partial^2 \sigma_{ik}}{\partial y_q^2} \right)^0 (y_q - y_q^0)^2 \quad (i=1 \sim NM, \quad k=1 \sim NL) \end{aligned} \quad (18)$$

軸力の近似による応力近似式；

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{ik}(\xi, \eta) = & \frac{1}{A_i} [F_{ik}(\xi^0, \eta^0) + \sum_{p=1}^n \left(\frac{\partial F_{ik}}{\partial \xi_p} \right)^0 (\xi_p - \xi_p^0) + \sum_{q=1}^m \left(\frac{\partial F_{ik}}{\partial y_q} \right)^0 (y_q - y_q^0) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^m \left(\frac{\partial^2 F_{ik}}{\partial y_q^2} \right)^0 (y_q - y_q^0)^2] \quad (i=1 \sim NM, \quad k=1 \sim NL) \end{aligned} \quad (19)$$

変位の近似式；

$$\begin{aligned} \tilde{\delta}_{jk}(\xi, \eta) = & \delta_{jk}(\xi^0, \eta^0) + \sum_{p=1}^n \left(\frac{\partial \delta_{jk}}{\partial \xi_p} \right)^0 (\xi_p - \xi_p^0) + \sum_{q=1}^m \left(\frac{\partial \delta_{jk}}{\partial y_q} \right)^0 (y_q - y_q^0) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^m \left(\frac{\partial^2 \delta_{jk}}{\partial y_q^2} \right)^0 (y_q - y_q^0)^2 \quad (j \in P, \quad k=1 \sim NL) \end{aligned} \quad (20)$$

これらの 2 次近似関数には、当然 2 次の微係数を含む。後記のように、2 次の微係数の計算には、1 次の微係数の計算に比べて、1 変数につき 1 回多い構造解析をしなければならない。つまり、2 次近似する変数が m 個あれば、1 回のイテレーションで m 回、 k 回のイテレーションで収束すれば、全体で $m \times k$ 回の構造解析が余計に必要なことになる。一方、2 次近似関数を用いることにより、近似の程度が上がることは当然期待できるので、収束に要するイテレーションの回数は少なくなることが期待でき、収束の安定性、効率性は結局上がると考えられる。

(3) 微係数の計算

式 (10) ～ (20) には、1 次あるいは 2 次の微係数の項が含まれる。本研究のトラス構造物の場合、それらのあるものは解析的に求めることも可能であるが、ここでは全て差分により数値計算で求めた。

図-1 の曲線は、ある応答値と設計変数の関係を示す。 x^0 が現在の設計、 f^0 が x^0 に対応する応答値である。 Δx は増分量であり、 $x^0 + \Delta x$ に対応する応答値を f_1 、 $x^0 - \Delta x$ に対応する応答値を f_2 とする。各微係数の値は、それぞれ次式で計算される。

部材断面積に関する 1 次微分；

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_1 - f^0}{\Delta x} \quad (21)$$

幾何変数に関する 1 次微分；

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_1 - f_2}{2 \Delta x} \quad (22)$$

幾何変数に関する 2 次微分；

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f_1 - 2f^0 + f_2}{(\Delta x)^2} \quad (23)$$

同じ 1 次微分で、式 (21) と (22) が異なるのは、幾何変数に関する微分は、2 次微分の関係で、 x^0 お

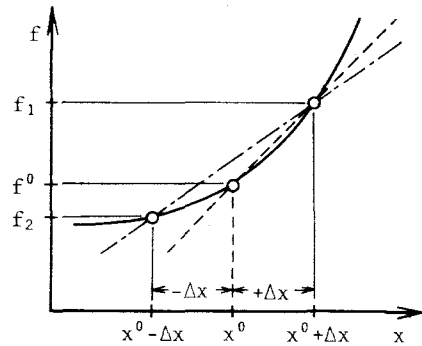


図-1 差分による微係数の計算

よび $x^0 + \Delta x$ の他に、 $x^0 - \Delta x$ において関数を計算するので、それを用いた中心差分の方が、式 (21) の前進差分より精度が良いことによる。幾何変数の Δx は、本論文においては 10 cm とした。

4. 数値計算例

3 種類のトラス構造物の最小重量設計に、1 次の微係数のみを用いる近似法、および本論文の 2 次近似法を応用し、結果を比較した。また、近似法を用いないで直接、数値計画法 (GRG、SQP、SLP) を用いる方法でも計算した。それらを以下に説明する。

なお、これらの計算例においては、式 (1) の c_i は 1 としている。また、式 (2) の許容応力度は 1400 kgf/cm²、式 (4) の細長比の上限値 γ_a は 120 である。

(1) 例題の説明

数値計算例で用いた 3 種類のトラス構造物の例題をまず説明する。

図-2 は、4 部材立体トラスの例である。設計変数は、節点 5 の X、Y 方向の座標と 4 部材それぞれの部材断面積である。幾何変数の数が 2、部材断面積の数が 4 の計 6 変数となる。制約条件は、応力の他に節点 5 の Y 方向の変位を 0.2 cm に制約している。最小重量設計は、4 ケースの初期条件に対して行った。それらの初期条件を表-1 に示す。幾何変数の値は図-2 の状態を 0 とした時のそれぞれの方向の値を意味する。

図-3 は、2 2 部材平面トラスの例である。設計変数は、節点 1、3、5 の X 座標、節点 9、11 の Y 座標と部材断面積である。幾何変数の数は 5 であり、部材断面積は、リンクの関係により 7 変数と 12 変数の場合がある。制約条件は、応力の他に、節点 1 3 の Y 方向の変位を 5 cm に制約している。4 ケースの初期条件を表-2 に示す。

図-4 は、2 5 部材立体トラスの例である。荷重条件数は 2 としそれらを表-3 に示した。設計変数は、節点 3、4、5、6 の X、Z 方向の座標、節点 7、8、9、10 の X 方向の座標と部材断面積である。幾何変数の数は 3 であり、部材断面積は、リンクの関係により、5 変数、10 変数および 17 変数の場合がある。制約条件は応力のみである。4 ケースの初期条件を表-4 に示した。ここで、幾何変数のリンクの関係は、構造系の対称性を保つように設定される。例えば、節点 3、4、5、6 の X 方向の初期値が 10 cm ということは、節点 4、5 の X 方向の座標が、図-4 の状態より +10 cm、節点 3、6 は -10 cm ということ意味する。

(2) 応答近似式の比較

最適設計の計算の前に、1 次近似による応答近似式 (10) ~ (12) と、2 次近似による応答近似式 (18) ~ (20) の比較を行う。本論文では、1 変数のみの変化に対する応答値を比較しているが、2 変数同時に変化させた場合の応答値の変化は文献 [12] で検討されている。

図-5.a~5.c は、図-2 の 4 部材立体トラスにおいて、節点 5 の X 方向の座標値に対する節点 5 の Y 方向の変位の関係を示した図である。実線が厳密な値、□ が式 (12) において η_a に順変数をとった場合の結果、△ が逆変数をとった場合の結果である。○ が式 (20) の 2 次近似の結果である。図-5.a は、座標値が 60 cm、図-5.b は 260 cm、図-5.c は 420 cm で各近似式を作成した結果である。

図-6.a~6.c は、図-4 の 2 5 部材立体トラスにおいて、節点 3、6 の X 方向の座標値に対する部材 1 7 (節点 4、8 を繋ぐ部材) の応力の関係を示した図である。実線が厳密な値、□ が式 (10) において η_a に順変数をとった場合の結果、△ が逆変数をとった図である。○ が式 (18) の 2 次近似の結果である。図-6.a は座標値が 320 cm、図-6.b は 410 cm、図-6.c は 470 cm で各近似式を作成した結果である。

これらの図より、まず、1 次近似における順変数と逆変数を比較すると、極値付近で近似する図-5.b、図-6.b では差がなく、図-5.a、図-6.a では、若干逆変数のほうが勝り、図-5.c、図-6.c では順変数のほうが勝るという傾向があり、両者の優劣の判断が難しく、また近似する点の位置により近似度が大きく異なるのも見られる。これらに比べて、2 次近似による結果は、1 次近似による結果より良好であり、また、構造の特性も良く再現していると考えられる。

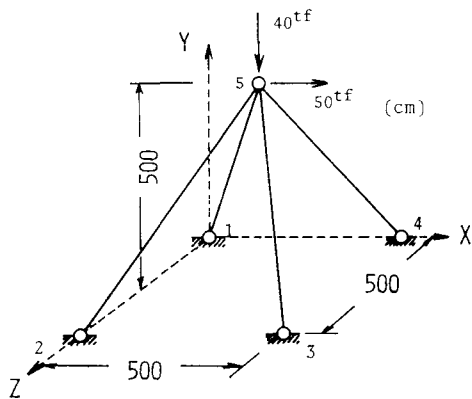


図-2 4部材立体トラス

表-1 4部材立体トラスの初期条件

design variables		(1)	(2)	(3)	(4)
nodal point and direction (cm)	5-X	10	10	80	80
	5-Y				
sectional area (cm ²)		50	100	50	100

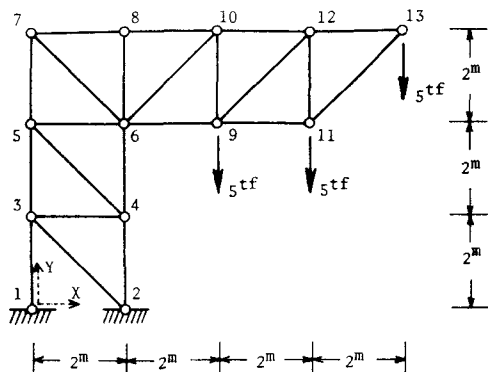


図-3 2部材平面トラス

表-2 2部材平面トラスの初期条件

design variables		(1)	(2)	(3)	(4)
nodal point and direction (cm)	1-X				
	3-X	50	50	-50	-50
	5-X				
	9-Y	50	50	110	110
	11-Y				
sectional area (cm ²)		50	100	50	100

表-3 2部材立体トラスの荷重条件

nodal point	loading condition 1			loading condition 2		
	Px	Py	Pz	Px	Py	Pz
1	-22.7	-22.7	90.6	-4.53	-22.7	45.3
2	0	-22.7	-90.6	0	-22.7	45.3
3	0	0	0	-2.27	0	0
4	0	0	0	-2.27	0	0

(tf)

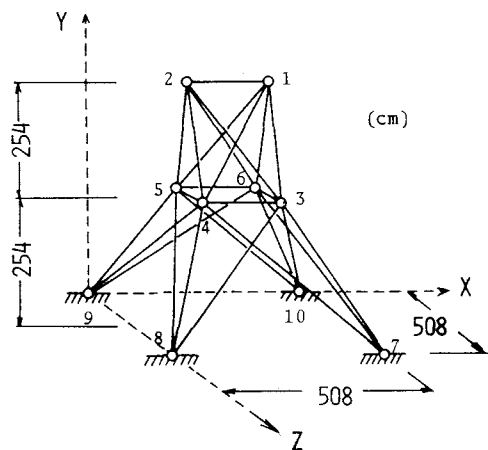


図-4 2部材立体トラス

表-4 2部材立体トラスの初期条件

design variables		(1)	(2)	(3)	(4)
nodal point and direction (cm)	3, 4, 5, 6-X	10	10	50	50
	3, 4, 5, 6-Z				
	7, 8, 9, 10-X	30	30	50	50
sectional area (cm ²)		50	100	50	100

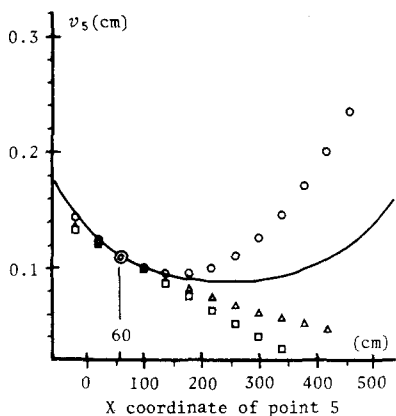


図-5.a 4部材立体トラスの $v_5 - X_5$

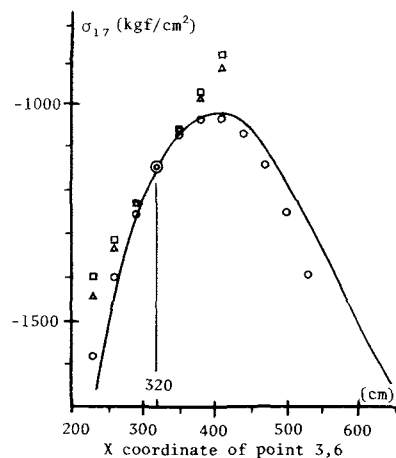


図-6.a 2部材立体トラスの $\sigma_{17} - X_{3,6}$

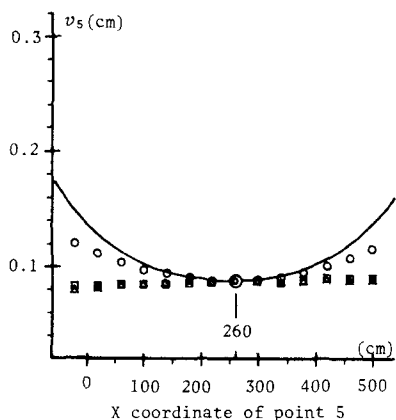


図-5.b 4部材立体トラスの $v_5 - X_5$

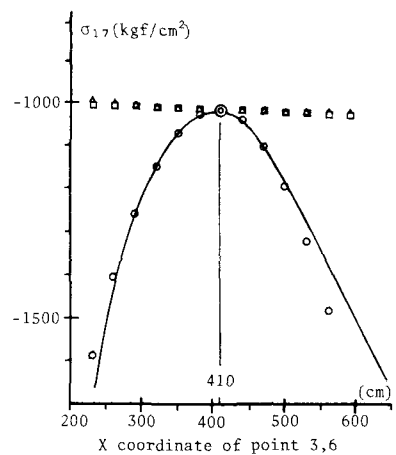


図-6.b 2部材立体トラスの $\sigma_{17} - X_{3,6}$

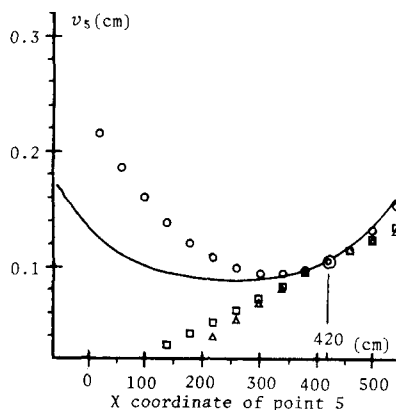


図-5.c 4部材立体トラスの $v_5 - X_5$

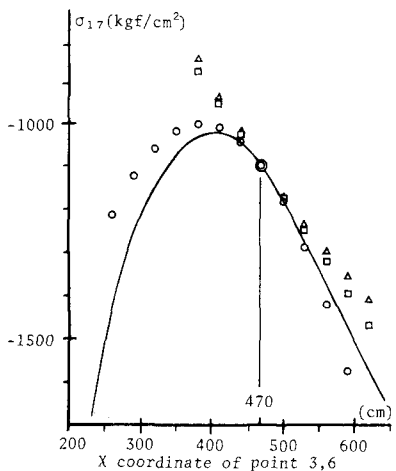


図-6.c 2部材立体トラスの $\sigma_{17} - X_{3,6}$

(3) 4部材立体トラス

図-2に示した4部材立体トラスの例である。近似法は、応力近似と軸力近似に別れ、それぞれにおいて幾何変数に関する近似式を、逆変数による1次近似(R・R)、順変数による1次近似(R・D)、および2次近似(second)の3種類を考え、計6種類の近似法で比較した。部材断面積は、すべて逆変数に関して近似している。これらの副問題の解法は、ADS¹³⁾中のGRGを用いている。また参考として、直接、数理計画法を応用する場合も計算し、手法としては、GRG、SQP、SLPを用いた。

計算は、表-1の4ケースの初期値に対し、ADSを2回、そのスケール¹⁴⁾に関する内部パラメーターを変えて計算した。計8回の計算結果を集計したのが表-5である。

6種類の近似法による計算は、幾何変数に関する近似式以外は、すべて同じ条件で計算している。幾何変数のみにムーブリミットは設定しているが、収束性を高めるための何らの工夫は行っていない。その結果、近似関数の近似度が良くない場合には、非許容解に収束することもある。それはそれで、各近似法の限界を示すものとして表-5のように集計した。収束の判定は、前回のイテレーションの目的関数の値との比較で行っており、その差が $\pm 10\text{ cm}^3$ 以内、および比が0.1%以内であれば収束したと見なしている。

表-5において、上段は、8つの計算結果の内の許容設計(feasible design)のみの結果をまとめたものである。許容設計であれば、目的関数の大きいものも含めている。下段は、許容設計から極端に目的関数の大きい設計を除いた残りの使用可能設計(usable design)の結果をまとめたものである。それぞれ、1番上の欄が該当する設計の数、以下、目的関数の平均値、繰り返し回数の平均値、計算時間の平均値である。また最右欄には、数理計画法を直接用いた場合として、GRG、SQP、SLPによる結果を示した。初期値とADS内のパラメーターの設定は、近似法による計算の場合と同じにしている。一般にADSを用いる最適設計の場合は、問題に応じて内部パラメーターを適当に変更し、また、得られた結果を初期値にして再度計算を行うなどの処置がとられるが、今回の計算においては、それらの処置は行っていない。従って非許容設計あるいは、目的関数の大きな結果も得られるが、そのまま集計している。

表-5に示した結果のように、この4部材6変数の場合は、2次近似の繰り返し回数の平均値が、他より1.5回程度少ない以外は、各近似法の間に顕著な差はない。

(4) 22部材平面トラス

図-3に示す22部材平面トラスの例である。設計変数は、前記のように、部材断面積のリンクの関係により、12変数と17変数の2ケース計算した。それらの結果をそれぞれ表-6と表-7に示した。

まず、1次近似の幾何変数が逆変数の場合(R・R)と順変数の場合(R・D)を比較すると、両者に顕著な差はみられない。ただ、どちらも許容設計に収束するのが4回以下と少ないのが注目される。一方、2次近似による方法は、応力近似、軸力近似の両方とも計算した全てのケースで使用可能設計に収束しており、目的関数、計算時間の平均値は、1次近似および直接、数理計画法を用いて解いた結果より良い結果になっている。

計算された最適形状を図-7に示した。点線が初期形状で、実線が計算された最適形状である。

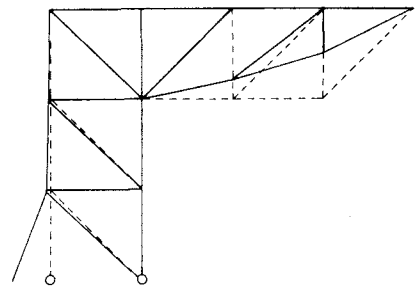


図-7 22部材平面トラスの最適形状

(5) 25部材トラス

図-4に示す25部材立体トラスの例である。設計変数は、前記のように、部材断面積のリンクの関係により、8変数、13変数、20変数の3ケース計算した。それらの結果をそれぞれ表8~10に示した。

まず、許容設計あるいは使用可能設計に収束した数を比べてみると、1次近似による結果は良くなく、2次近似による結果は、ほとんどすべてのケースにおいて使用可能設計に収束している。2次近似の応力近似と軸力近似を比較すると計算時間の点で軸力近似のほうが若干勝っている。直接、数理計画法を用いる中で

表-5 4部材立体トラスの結果

optimization method		stress approximation			force approximation			direct method		
		R・R	R・D	second	R・R	R・D	second	GRG	SQP	SLP
feasible design	number of designs	8	8	8	8	8	8	8	8	8
	average objective (cm ³)	51334	51337	51314	51338	51335	51314	57261	51355	100152
	average iteration number	7.6	7.6	6.1	7.6	7.6	6.1	7.5	6.8	8.8
	average CPU time (sec)	0.20	0.19	0.15	0.20	0.19	0.15	0.07	0.12	0.10
usable design	number of designs	8	8	8	8	8	8	7	8	0
	average objective (cm ³)	51334	51337	51314	51338	51335	51314	51311	51355	
	average iteration number	7.6	7.6	6.1	7.6	7.6	6.1	7.4	6.8	
	average CPU time (sec)	0.20	0.19	0.15	0.20	0.19	0.15	0.07	0.12	

表-6 22部材平面トラスの結果(12変数)

optimization method		stress approximation			force approximation			direct method		
		R・R	R・D	second	R・R	R・D	second	GRG	SQP	SLP
feasible design	number of designs	2	3	8	2	4	8	8	6	8
	average objective (cm ³)	92056	91942	92035	92221	93608	93486	100663	121333	98329
	average iteration number	8.0	9.0	6.0	6.5	7.5	5.1	19.0	15.0	11.3
	average CPU time (sec)	1.42	5.94	1.19	1.20	1.76	0.88	1.56	3.47	1.64
usable design	number of designs	2	3	8	2	4	8	7	4	6
	average objective (cm ³)	92056	91942	92035	92221	93608	93486	93919	94893	96294
	average iteration number	8.0	9.0	6.0	6.5	7.5	5.1	20.4	13.5	10.5
	average CPU time (sec)	1.42	5.94	1.19	1.20	1.76	0.88	1.68	2.82	1.56

表-7 22部材平面トラスの結果(17変数)

optimization method		stress approximation			force approximation			direct method		
		R・R	R・D	second	R・R	R・D	second	GRG	SQP	SLP
feasible design	number of designs	2	2	8	2	1	8	8	3	8
	average objective (cm ³)	88613	88696	89226	90406	90955	89473	103489	92897	94104
	average iteration number	7.0	16.0	6.8	18.0	31.0	6.0	24.3	13.3	12.9
	average CPU time (sec)	2.22	4.71	1.84	11.42	8.66	1.72	2.56	3.63	2.30
usable design	number of designs	2	2	8	2	1	8	5	3	7
	average objective (cm ³)	88613	88696	89226	90406	90955	89473	89898	92897	92554
	average iteration number	7.0	16.0	6.8	18.0	31.0	6.0	26.6	13.3	12.6
	average CPU time (sec)	2.22	4.71	1.84	11.42	8.66	1.72	2.82	3.63	2.27

表-8 25部材立体トラスの結果(8変数)

optimization method		stress approximation			force approximation			direct method		
		R・R	R・D	second	R・R	R・D	second	GRG	SQP	SLP
feasible design	number of designs	2	2	8	0	2	8	8	7	8
	average objective (cm ³)	249044	246187	248241		246236	251626	260096	258797	292338
	average iteration number	8.0	11.5	11.8		17.0	7.5	19.9	7.4	10.4
	average CPU time (sec)	1.00	1.55	1.90		3.24	1.07	1.14	1.45	1.31
usable design	number of designs	2	2	8	0	2	7	7	6	3
	average objective (cm ³)	249044	246187	248241		246236	247888	250913	251714	251764
	average iteration number	8.0	11.5	11.8		17.0	7.7	18.0	7.5	10.0
	average CPU time (sec)	1.00	1.55	1.90		3.24	1.10	1.04	1.47	1.36

表-9 25部材立体トラスの結果(13変数)

optimization method		stress approximation			force approximation			direct method		
		R・R	R・D	second	R・R	R・D	second	GRG	SQP	SLP
feasible design	number of designs	1	2	8	2	0	8	8	8	8
	average objective (cm ³)	245697	246040	245168	244395		244502	279302	256929	289140
	average iteration number	18.0	8.0	11.6	13.0		9.6	16.0	8.3	9.5
	average CPU time (sec)	3.51	1.53	2.21	2.96		2.20	1.12	1.90	1.44
usable design	number of designs	1	2	8	2	0	8	5	7	3
	average objective (cm ³)	245697	246040	245168	244395		244502	249584	252281	258170
	average iteration number	18.0	8.0	11.6	13.0		9.6	18.4	8.7	9.3
	average CPU time (sec)	3.51	1.53	2.21	2.96		2.20	1.32	2.04	1.36

表-10 25部材立体トラスの結果(20変数)

optimization method		stress approximation			force approximation			direct method		
		R・R	R・D	second	R・R	R・D	second	GRG	SQP	SLP
feasible design	number of designs	0	3	8	1	2	8	8	1	8
	average objective (cm ³)		229207	229410	244902	229203	231052	259214	309111	314672
	average iteration number		7.0	12.9	7.0	9.0	7.5	25.9	5.0	8.4
	average CPU time (sec)		2.46	4.71	2.13	3.46	3.08	2.16	1.44	1.50
usable design	number of designs	0	3	8	1	2	8	5	0	2
	average objective (cm ³)		229207	229410	244902	229203	231052	246090		260888
	average iteration number		7.0	12.9	7.0	9.0	7.5	31.0		6.5
	average CPU time (sec)		2.46	4.71	2.13	3.46	3.08	2.53		1.24

は、この問題に関しては G R G が優れていると考えられるので、軸力の 2 次近似と G R G の結果をより詳細に検討してみる。

その結果、使用可能設計に収束する数では 2 次近似の方が多く、収束の安定性は 2 次近似の方が良いと考えられる。一方、許容設計の結果を比較すると、目的関数は 2 次近似の方が 1 割程度少ないが、計算時間は G R G の方が少ないという結果になった。G R G による結果は、まだ最適解には到達していないと考えられるので、数値計画法を直接用いるときに行なうように、得られた結果を初期値として再度計算し、目的関数の値を 2 次近似と同程度にして比較することを試みた。その結果をまとめたのが表-11である。この場合、各初期値における A D S のパラメーターの異なる 2 ケースの内、良い方をとってまとめてある。これより、G R G を直接用いて 2 次近似の結果と同程度の設計を得るには、2 次近似の場合よりかなり多くの計算時間がかかることがわかった。

表-11 2 次近似と G R G の比較

number of variables	8		13		20	
optimization method	second	G R G	second	G R G	second	G R G
number of designs	4	4	4	4	4	4
average objective (cm ³)	247434	246649	244370	244345	229217	233863
average CPU time (sec)	1.07	1.72	1.53	1.64	2.79	3.68

以上の結果をまとめると、2 次近似による方法は、全部で 96 ケースの計算の内、全ての場合で許容設計に収束し、95 ケースで使用可能設計に収束したことになり、収束の信頼性は非常に高いと考えられる。一方、1 次近似による方法では、全部で 192 ケースの計算の内、67 ケース (35%) しか許容設計あるいは使用可能設計に収束せず、収束の信頼性は低いといえる。数値計画法を直接用いる中では、G R G が良好であった。G R G による計算は、全部で 48 ケースあったが、全ての場合で許容設計に収束し、36 ケースで使用可能設計に収束した。また、許容設計の目的関数の平均値は一般に大きく、収束の信頼性は、2 次近似による方法と比べて若干落ちると考えられる。目的関数の値を同程度にした時の計算時間の比較によると、2 次近似による方が G R G よりも少なく、効率の点でも 2 次近似による方法は良好な結果を示した。

5. 結論およびあとがき

構造物の最適設計において、特にその構造系の厳密な解析に要する計算時間が長い程、近似法の応用は必要になる。近似法の応用においては、応力、変位等の応答値の近似式が必要である。それらの近似式は、近似の程度が良い程、最適化の効率は上がると考えられる。

変数が部材断面積の場合は、その逆変数に関する 1 次近似式が良いことは理論的にも推定される。しかし設計変数の種類によっては、近似変数の選択を含めて近似式の作成は難しい問題になる。不適当な近似式を用いると、最適化の計算の信頼性や効率が落ちるのは、本論文の計算例にも表われている。これらは、1 次の微係数を用いる手法の限界とも考えられるので、2 次の微係数を用いる 2 次の応答近似式を用いることを試み、トラス構造物の形状最適化における幾何変数に応用した。

本論文より得られた事柄を箇条書きにすると、以下ようになる。

- 1) ヘッセ行列の対角項のみを用いる 2 次近似法を提案した。2 次近似式の作成法は簡明であり、構造系の特性を意識する必要がないので、より一般的な近似法と考えることができる。
- 2) 3 種類のトラス構造物の形状最適化の計算を行ない、1 次近似法と比較した。種々の条件の下での数値計算の結果、許容設計に収束する割合は、2 次近似による方法では 100% だったのに対し、1 次近似による方法では 35% 程度であった。
2 次近似を用いることにより、収束の信頼性は飛躍的に向上したと考えられる。
- 3) 1 次近似と 2 次近似の間には、収束の信頼性に大きな差があったので、両者の効率の比較は意味がないと考えられる。直接、数値計画法を用いる方法の中では、G R G が 2 次近似と同程度の収束の信頼性を

示したので、GRGと効率の比較を行なった。効率の比較は、計算時間で行なったが、その結果、2次近似による方法は、GRGよりかなり計算時間は少なかった。

2次近似による方法は、2次の微係数を計算するために、他の方法に比べて多くの構造解析が必要とされるが、逆に近似の程度が良いので、少ないイテレーションで収束するため上記のように効率が上がるものと考えられる。

結局、2次近似法は、構造特性、最適化手法に拘束されない一般的な近似法であり、収束の信頼性、効率も良いと考えられる。今後、連続体の形状最適化等にも応用し、その可能性をさらに検討して行く予定である。本論文の計算は、室蘭工業大学情報処理教育センターのFACOM M-380を使用した。

参考文献

- 1) Schmit, L.A. & H. Miura : Approximation Concept for Efficient Structural Synthesis, NASA CR-2552, 1976.
- 2) Fleury, C. & Schmit, L.A. : Primal and Dual Methods in Structural Optimization, J. of the Structural Division, ASCE, Vol.106, No.ST5, pp.1117-1133, 1980.
- 3) Fleury, C. & V. Braibant: Structural Optimization: A New Dual Method Using Mixed Variables, Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.23, pp.409-428, 1986.
- 4) Fleury, C. : Efficient Approximation Concepts Using Second Order Information, Proc. AIAA/ASME/ASCE/AHS 30th Structures, SDM Conf., Mobile, Alabama, pp.1685-1695, 1989.
- 5) Svanberg, K. : Method of moving asymptotes - a new method for structural optimization, Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.24, pp.359-373, 1987.
- 6) 杉本博之: 双対法・新双対法と近似法について, 土木学会北海道支部論文報告集, 第46号, pp.23-28, 1990.
- 7) 杉本博之、山村和人: 骨組構造物の最適設計における応力近似モデルについて, 構造工学論文集, Vol. 35A, pp.347-359, 1989.
- 8) 杉本博之: トラス構造物の応力近似式に関する一考察, 土木学会論文集, 第 416号/I-13, pp.449-452, 1990.
- 9) 杉本博之: 制約条件の部分近似によるトラス構造物の最適設計に関する研究, 構造工学論文集, Vol. 36A, pp.429-439, 1990.
- 10) 大塚敏正、杉本博之: 近似法による立体トラス構造物の形状最適化に関する基礎的研究, 土木学会北海道支部論文報告集、第46号、pp.29-34, 1990.
- 11) 大塚敏正、杉本博之: トラス構造物の形状最適化における応力近似式について, 土木学会第45回年次学術講演会概要集(Ⅰ), pp.400-401, 1990.
- 12) 大塚敏正、杉本博之: 二次近似関数を用いる構造物の最適設計について, 土木学会北海道支部論文報告集、第47号、1991.
- 13) Vanderplaats, G.N. and H. Sugimoto: A General-Purpose Optimization Program for Engineering Design, Computers and Structures, Vol.24, No.1, pp.13-21, 1986.
- 14) 杉本博之: 制約最適化問題のスケーリングについて, 土木学会論文集, 第 356号/I-3, pp.579-882, 1985.

(1990年10月12日受付)