

終局強度を超えた円筒パネルの弾塑性有限変位挙動の解析

MATERIALLY AND GEOMETRICALLY NONLINEAR ANALYSIS FOR BEHAVIOR
OF CYLINDRICAL PANELS OVER ULTIMATE LIMIT

三上 市藏* 辻 省悟**

By Ichizou MIKAMI and Shogo TSUJI

Unstiffened cylindrical panels, which have initial imperfections (initial deflection and residual stress) and are simply supported are analyzed on the basis of materially and geometrically nonlinear theory of thin shells. The cylindrical panels are subjected to circumferential compression. The more accurate governing equations for nonlinear thin-shells are developed as including high-order nonlinear terms. The equations are successfully able to analysis nonlinear behavior over ultimate limit. The behavior obtained by the present nonlinear theory is compared with the numerical result from the usual nonlinear governing equations.

1. まえがき

鋼構造物の中で、連続桁橋の変断面部分、アーチ部材、ラーメン隅角部、縦断面内で曲率を有する箱桁などのフランジは、面外に曲率を有し、円周方向面内荷重を受ける円筒パネルとみなすことができる。シェルの複合非線形挙動についてはBushnell¹⁾、Harding²⁾、DinisとOwen³⁾の研究など数々ある⁴⁾が、これらは面外荷重や母線方向面内荷重を受けるものがほとんどであり、円周方向面内荷重を受ける円筒パネルの研究は数少なく、次のようである。三上・矢部⁵⁾はWashizuの薄い弾性シェルに対する非線形理論⁶⁾を初期たわみを有する円筒パネルの場合に拡張している。三上・田中⁷⁾はそれをKármán流に簡素化⁸⁾し、弾塑性の場合に拡張している。三上・松本・辻・田中⁹⁾はこれに残留応力を導入している。ただし、いずれの解析も終局強度の究明を目的として、終局限界までが解析の対象とされている。

最近、構造物の終局強度を越えるような過大な地震に対する耐震設計法が論じられ、終局強度を超えてからの挙動を正確に解析する必要性が指摘されるようになった。また、構造物のダクティリティーを調べる場合にも、終局強度を超えた領域での変形性能が明らかにされる必要がある。

本論文では、周辺単純支持された、初期不整として残留応力および初期たわみを有する無補剛円筒パネルが、円周方向に面内圧縮荷重を受ける場合の弾塑性有限変位挙動を、終局強度を超えた領域まで解析す

* 工博 関西大学教授 工学部土木工学科 (〒564 吹田市山手町3丁目3番35号)

** 関西大学大学院 博士課程前期課程 (〒564 吹田市山手町3丁目3番35号)

ることを目的とする。解析には差分表示¹⁰⁾を適用した動的緩和法(Dynamic Relaxation Method)^{11) 12) 13)}を用いる。その際、終局強度を越える領域では変位が大きくなるので、シェルの複合非線形理論において、従来よりも高次の非線形項を考慮する必要がある。そこで、より高次の非線形支配方程式を誘導し、それを用いて数値解析し、この理論に基づく解を考察する。

2. 円筒パネルの複合非線形解析

図-1に示すような弧長 a 、幅 b 、厚さ h 、曲率半径 R の円筒パネルを解析する。パネルは等方性・完全弾塑性材料(降伏応力 σ_y 、Young率 E 、Poisson比 ν)より成り、初期たわみ w_0 を有し、残留応力は円周方向(y 軸方向)のみを考慮する。座標軸を図-1のように設定し、変位 u 、 v 、 w および断面力の正の方向を図-2のように定義する。荷重として、両直線端辺に一樣な円周方向強制変位 v_m を与える。 $v_m < 0$ の場合は円周方向面内圧縮荷重が作用することになる。

2.1 非線形基礎方程式

薄いシェルに対する Washizu⁶⁾の非線形理論を参考にして、Kirchhoff-Loveの仮定が成り立ち、板厚の変化がないものとして、初期たわみおよび残留応力を有する、弾塑性円筒パネルの高次の微小項を含んだ非線形理論を導いた。なお、以下の式において、下線付きの項を省略すると文献9)のものに一致する。

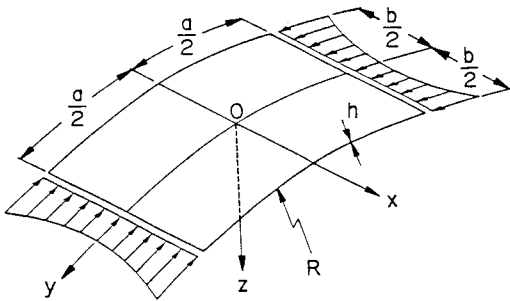


図-1 無補剛円筒パネル

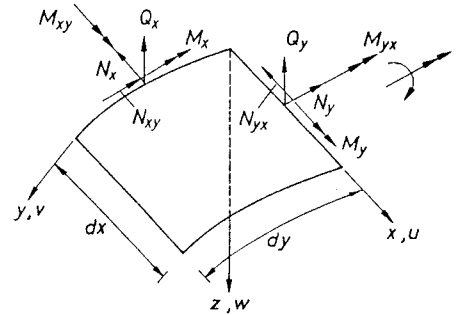


図-2 円筒パネルの変位と断面力

(1) ひずみ-変位関係

円筒パネル中央面から z の位置におけるひずみ成分 e_x' 、 e_y' 、 e_{xy}' は、次のようになる。

$$e_x' = e_x - z \{ \kappa_x + \underline{\varepsilon_x \kappa_x + (\varepsilon_{xy} + \phi) \kappa_{xy}} \} \quad (1a)$$

$$e_y' = e_y - z \left[\kappa_y / \Lambda + \underline{\varepsilon_y \kappa_y / \Lambda^2 + (\varepsilon_{xy} - \phi) \kappa_{yx} / \Lambda^2 + \{ \phi_y \phi_{0y} / \Lambda^2 \} / R + (\phi_y / \Lambda)^2 / R} \right] \quad (1b)$$

$$2 e_{xy}' = 2 e_{xy} - z \left\{ \kappa_{xy} + \underline{\kappa_{yx} / \Lambda + \varepsilon_y \kappa_{xy} / \Lambda + \varepsilon_x \kappa_{yx} / \Lambda + (\varepsilon_{xy} - \phi) \kappa_x / \Lambda} \right. \\ \left. + (\varepsilon_{xy} + \phi) \kappa_y / \Lambda + (\phi_x \phi_y / \Lambda) / R + (\phi_{0x} \phi_y / \Lambda) / R \right\} \quad (1c)$$

ここに、 e_x 、 e_y 、 e_{xy} は中央面のひずみ成分を補正したもの、 κ_x 、 κ_y 、 κ_{xy} は曲率およびねじりの変化量であり、次のように表される。

$$e_x = \varepsilon_x + \frac{1}{2} \{ \underline{\varepsilon_x^2 + (\varepsilon_{xy} + \phi)^2} + \phi_x^2 \} + \phi_x \phi_{0x} \quad (2a)$$

$$e_y = \varepsilon_y / \Lambda + \frac{1}{2} [(\varepsilon_y / \Lambda)^2 + \{(\varepsilon_{xy} - \phi) / \Lambda\}^2 + (\phi_y / \Lambda)^2] + \phi_y \phi_{0y} / \Lambda^2 \quad (2b)$$

$$2 e_{xy} = (\varepsilon_{xy} + \phi) + (\varepsilon_{xy} - \phi) / \Lambda + \varepsilon_x (\varepsilon_{xy} - \phi) / \Lambda + \varepsilon_y (\varepsilon_{xy} + \phi) / \Lambda + \phi_x \phi_y / \Lambda + \phi_x \phi_{0y} / \Lambda + \phi_{0x} \phi_y / \Lambda \quad (2c)$$

$$\kappa_x = \phi_{x,x} \quad (3a)$$

$$\kappa_y = \phi_{y,y} \quad (3b)$$

$$\kappa_{xy} = \frac{1}{2} \{ \phi_{x,y} + \phi_{y,x} + (\varepsilon_{xy} + \phi) / R \} \quad (3c)$$

$$\kappa_{yx} = \frac{1}{2} \{ \phi_{x,y} + \phi_{y,x} - (\varepsilon_{xy} + \phi) / R \} \quad (3d)$$

ただし,

$$\varepsilon_x = u_{,x}, \quad \varepsilon_y = v_{,y} - w / R, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} (u_{,y} + v_{,x}) \quad (4a-c)$$

$$\phi_x = w_{,x}, \quad \phi_y = w_{,y} + v / R, \quad \phi = \frac{1}{2} (v_{,x} - u_{,y}) \quad (5a-c)$$

$$\phi_{0x} = w_{0,x}, \quad \phi_{0y} = w_{0,y} \quad (6a-b)$$

$$\Lambda = 1 - (w_0 + z) / R \quad (7)$$

増分量を記号 Δ で表すことにすれば, 式(1)~(5)の増分表示は次のようになる.

$$\Delta e_x = \Delta e_x - z \{ \Delta \kappa_x + \varepsilon_x \Delta \kappa_x + \Delta \varepsilon_x (\kappa_x + \Delta \kappa_x) + (\varepsilon_{xy} + \phi) \Delta \kappa_{xy} + (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) (\kappa_{xy} + \Delta \kappa_{xy}) \} \quad (8a)$$

$$\Delta e_y = \Delta e_y - z \{ \Delta \kappa_y / \Lambda + \varepsilon_y \Delta \kappa_y / \Lambda^2 + \Delta \varepsilon_y (\kappa_y + \Delta \kappa_y) / \Lambda^2 + (\varepsilon_{xy} - \phi) \Delta \kappa_{yx} / \Lambda^2 + (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) (\kappa_{yx} + \Delta \kappa_{yx}) / \Lambda^2 + (\Delta \phi_y \phi_{0y} / \Lambda^2) / R + 2 (\phi_y \Delta \phi_y / \Lambda^2) / R + (\Delta \phi_y / \Lambda)^2 / R \} \quad (8b)$$

$$2 \Delta e_{xy} = 2 \Delta e_{xy} - z [\Delta \kappa_{xy} + \Delta \kappa_{yx} / \Lambda + \varepsilon_y \Delta \kappa_{xy} / \Lambda + \Delta \varepsilon_y (\kappa_{xy} + \Delta \kappa_{xy}) / \Lambda + \varepsilon_x \Delta \kappa_{yx} / \Lambda + \Delta \varepsilon_x (\kappa_{yx} + \Delta \kappa_{yx}) / \Lambda + (\varepsilon_{xy} - \phi) \Delta \kappa_x / \Lambda + (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) (\kappa_x + \Delta \kappa_x) / \Lambda + (\varepsilon_{xy} + \phi) \Delta \kappa_y / \Lambda + (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) (\kappa_y + \Delta \kappa_y) / \Lambda + \{ \Delta \phi_x (\phi_y + \Delta \phi_y) / \Lambda \} / R + \{ (\phi_x + \phi_{0x}) \Delta \phi_y / \Lambda \} / R] \quad (8c)$$

$$\Delta e_x = \Delta e_x + \frac{1}{2} \{ 2 \varepsilon_x \Delta \varepsilon_x + \Delta \varepsilon_x^2 + 2 (\varepsilon_{xy} + \phi) (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) + (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi)^2 + 2 \phi_x \Delta \phi_x + \Delta \phi_x^2 \} + \Delta \phi_x \phi_{0x} \quad (9a)$$

$$\Delta e_y = \Delta e_y / \Lambda + \frac{1}{2} [2 \varepsilon_y \Delta \varepsilon_y / \Lambda^2 + (\Delta \varepsilon_y / \Lambda)^2 + 2 (\varepsilon_{xy} - \phi) (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) / \Lambda^2 + \{ (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) / \Lambda \}^2 + 2 \phi_y \Delta \phi_y / \Lambda^2 + (\Delta \phi_y / \Lambda)^2] + \Delta \phi_y \phi_{0y} / \Lambda^2 \quad (9b)$$

$$2 \Delta e_{xy} = (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) + (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) / \Lambda + \Delta \varepsilon_x (\varepsilon_{xy} - \phi) / \Lambda + (\varepsilon_x + \Delta \varepsilon_x) (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) / \Lambda + \Delta \varepsilon_y (\varepsilon_{xy} + \phi) / \Lambda + (\varepsilon_y + \Delta \varepsilon_y) (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) / \Lambda + \Delta \phi_x (\phi_y + \phi_{0y}) / \Lambda + (\phi_x + \phi_{0x}) \Delta \phi_y / \Lambda + \Delta \phi_x \Delta \phi_y / \Lambda \quad (9c)$$

$$\Delta \kappa_x = \Delta \phi_{x,x} \quad (10a)$$

$$\Delta \kappa_y = \Delta \phi_{y,y} \quad (10b)$$

$$\Delta \kappa_{xy} = \frac{1}{2} \{ \Delta \phi_{x,y} + \Delta \phi_{y,x} + (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) / R \} \quad (10c)$$

$$\Delta \kappa_{yx} = \frac{1}{2} \{ \Delta \phi_{x,y} + \Delta \phi_{y,x} - (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) / R \} \quad (10d)$$

$$\Delta \varepsilon_x = \Delta u_{,x}, \quad \Delta \varepsilon_y = \Delta v_{,y} - \Delta w / R, \quad \Delta \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} (\Delta u_{,y} + \Delta v_{,x}) \quad (11a-c)$$

$$\Delta \phi_x = \Delta w_{,x}, \quad \Delta \phi_y = \Delta w_{,y} + \Delta v / R, \quad \Delta \phi = \frac{1}{2} (\Delta v_{,x} - \Delta u_{,y}) \quad (12a-c)$$

(2) 応力-ひずみ関係

平面応力状態が近似的に成り立つものとして、 x 軸方向直応力 σ_x' 、 y 軸方向直応力 σ_y' 、 xy 面内せん断応力 σ_{xy}' のみを考える。応力-ひずみ関係は、弾性域では Hooke の法則に、塑性域では Prandtl-Reuss 式に従うものとする。降伏判定には von Mises の降伏条件式を用いる。

任意面における応力増分 $\Delta \sigma_x'$ 、 $\Delta \sigma_y'$ 、 $\Delta \sigma_{xy}'$ は、弾性域においては、

$$\begin{aligned}\Delta \sigma_x' &= (\Delta e_x' + \nu \Delta e_y')E / (1 - \nu^2), & \Delta \sigma_y' &= (\Delta e_y' + \nu \Delta e_x')E / (1 - \nu^2), \\ \Delta \sigma_{xy}' &= \Delta e_{xy}' E / (1 + \nu)\end{aligned}\quad (13a-c)$$

となり、塑性域においては偏差応力 S_x' 、 S_y' 、 S_{xy}' を用いて次のように表される。

$$\Delta \sigma_x' = (\Delta e_x' + \nu \Delta e_y')E / (1 - \nu^2) - S_1' \Delta \lambda' \quad (14a)$$

$$\Delta \sigma_y' = (\Delta e_y' + \nu \Delta e_x')E / (1 - \nu^2) - S_2' \Delta \lambda' \quad (14b)$$

$$\Delta \sigma_{xy}' = \Delta e_{xy}' E / (1 + \nu) - S_3' \Delta \lambda' \quad (14c)$$

ここに、

$$\Delta \lambda' = (S_1' \Delta e_x' + S_2' \Delta e_y' + 2 S_3' \Delta e_{xy}') / S_0' \quad (15)$$

$$\begin{aligned}S_0' &= S_1' S_x' + S_2' S_y' + 2 S_3' S_{xy}', & S_1' &= (S_x' + \nu S_y')E / (1 - \nu^2), \\ S_2' &= (S_y' + \nu S_x')E / (1 - \nu^2), & S_3' &= S_{xy}' E / (1 + \nu)\end{aligned}\quad (16a-d)$$

$$S_x' = (2 \sigma_x' - \sigma_y') / 3, \quad S_y' = (2 \sigma_y' - \sigma_x') / 3, \quad S_{xy}' = \sigma_{xy}' \quad (17a-c)$$

であり、 σ_x' 、 σ_y' 、 σ_{xy}' は増分応力の総和とその断面における円周方向の残留応力 σ_r を考慮して、次のようになる。

$$\sigma_x' = \Sigma \Delta \sigma_x', \quad \sigma_y' = \Sigma \Delta \sigma_y' + \sigma_r, \quad \sigma_{xy}' = \Sigma \Delta \sigma_{xy}' \quad (18a-c)$$

(3) 断面力-応力関係

断面力と応力の関係を、次のようにする。

$$\begin{aligned}\Delta N_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_x' dz, & \Delta N_y &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_y' dz, & \Delta \tilde{N}_y &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_y' / \Lambda dz, \\ \Delta N_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_{xy}' dz, & \Delta \tilde{N}_{xy} &= \Delta N_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_{xy}' dz\end{aligned}\quad (19a-e)$$

$$\begin{aligned}\Delta M_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_x' z dz, & \Delta M_y &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_y' z dz, & \Delta \tilde{M}_y &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_y' z / \Lambda dz, \\ \Delta M_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_{xy}' z dz, & \Delta \tilde{M}_{xy} &= \Delta M_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_{xy}' z dz\end{aligned}\quad (20a-e)$$

(4) つり合い式

微小要素に対して仮想仕事の原理を適用すると静的つり合い式が得られる。動的緩和法を適用するために、慣性項および減衰項を付加すると、運動方程式が次のように得られる。

$$\rho_a \ddot{u},_t + k_a \dot{u} = N_{x,x} + N_{yx,y} + (N_x \varepsilon_x),_x + (N_{yx} \varepsilon_x),_y + \{\tilde{N}_{xy}(\varepsilon_{xy} - \phi)\},_x + \{\tilde{N}_y(\varepsilon_{xy} - \phi)\},_y$$

$$-(M_x \kappa_x)_{,x} - (M_{yx} \kappa_x)_{,y} - (\tilde{M}_{xy} \kappa_{yx})_{,x} - (\tilde{M}_y \kappa_{yx})_{,y} \quad (21a)$$

$$\begin{aligned} \rho_v \dot{v}, t + k_v \dot{v} = & N_{y,y} + N_{xy,x} + (\tilde{N}_y \epsilon_y)_{,y} + (\tilde{N}_{xy} \epsilon_y)_{,x} + [N_{yx}(\epsilon_{xy} + \phi)]_{,y} + [N_x(\epsilon_{xy} + \phi)]_{,x} \\ & - \{N_{yx}(\phi_x + \phi_{0x}) + \tilde{N}_y(\phi_y + \phi_{0y})\}/R - (M_{y,y} + M_{xy,x})/R - \{\tilde{M}_y(\epsilon_y/R + \kappa_y)\}_{,y} \\ & - \{\tilde{M}_{xy}(\epsilon_y/R + \kappa_y)\}_{,x} - [M_{yx}\{(\epsilon_{xy} + \phi)/R + \kappa_{xy}\}]_{,y} - [M_x\{(\epsilon_{xy} + \phi)/R + \kappa_{xy}\}]_{,x} \\ & + \{M_{yx}(\phi_x + \phi_{0x}) + \tilde{M}_y(\phi_y + \phi_{0y}) + \tilde{M}_y \phi_y\}/R^2 \end{aligned} \quad (21b)$$

$$\begin{aligned} \rho_w \dot{w}, t + k_w \dot{w} = & M_{x,xx} + M_{yx,yx} + M_{y,yy} + M_{xy,xy} + \{N_x(\phi_x + \phi_{0x})\}_{,x} + \{N_{yx}(\phi_x + \phi_{0x})\}_{,y} \\ & + \{\tilde{N}_{xy}(\phi_y + \phi_{0y})\}_{,x} + \{\tilde{N}_y(\phi_y + \phi_{0y})\}_{,y} + \{N_y + N_{yx}(\epsilon_{xy} + \phi) + \tilde{N}_y \epsilon_y\}/R \\ & - (\tilde{M}_{xy} \phi_y)_{,x}/R - (\tilde{M}_y \phi_y)_{,y}/R - \{\tilde{M}_y(\phi_y + \phi_{0y})\}_{,y}/R - \{M_{yx}(\phi_x + \phi_{0x})\}_{,y}/R \\ & + (M_x \epsilon_x)_{,xx} + (M_{yx} \epsilon_x)_{,xy} + (\tilde{M}_y \epsilon_y)_{,yy} + (\tilde{M}_{xy} \epsilon_y)_{,xy} + \{\tilde{M}_{xy}(\epsilon_{xy} - \phi)\}_{,xx} \\ & + \{\tilde{M}_y(\epsilon_{xy} - \phi)\}_{,xy} + \{M_{yx}(\epsilon_{xy} + \phi)\}_{,yy} + \{M_x(\epsilon_{xy} + \phi)\}_{,xy} - \{\tilde{M}_y \kappa_y + M_{yx} \kappa_{xy}\}/R \end{aligned} \quad (21c)$$

ただし、 t は時間、 ρ_u 、 ρ_v 、 ρ_w は面密度、 k_u 、 k_v 、 k_w は減衰係数であり、 $\dot{u}$ 、 $\dot{v}$ 、 $\dot{w}$ は変位速度で、変位との関係は次のようになる。

$$\dot{u} = u, t, \quad \dot{v} = v, t, \quad \dot{w} = w, t \quad (22a-c)$$

式(21)～(22)を増分表示すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \rho_u \Delta \dot{u}, t + k_u \Delta \dot{u} = & \Delta N_{x,x} + \Delta N_{yx,y} + \{\Delta N_x \epsilon_x + (N_x + \Delta N_x) \Delta \epsilon_x\}_{,x} \\ & + \{\Delta N_{yx} \epsilon_x + (N_{yx} + \Delta N_{yx}) \Delta \epsilon_x\}_{,y} + \{\Delta \tilde{N}_{xy}(\epsilon_{xy} - \phi) + (\tilde{N}_{xy} + \Delta \tilde{N}_{xy}) \Delta \epsilon_{xy} - \Delta \phi\}_{,x} \\ & + \{\Delta \tilde{N}_y(\epsilon_{xy} - \phi) + (\tilde{N}_y + \Delta \tilde{N}_y) \Delta \epsilon_{xy} - \Delta \phi\}_{,y} - \{\Delta M_x \kappa_x + (M_x + \Delta M_x) \Delta \kappa_x\}_{,x} \\ & - \{\Delta M_{yx} \kappa_x + (M_{yx} + \Delta M_{yx}) \Delta \kappa_x\}_{,y} - \{\Delta \tilde{M}_{xy} \kappa_{yx} + (\tilde{M}_{xy} + \Delta \tilde{M}_{xy}) \Delta \kappa_{yx}\}_{,x} \\ & - \{\Delta \tilde{M}_y \kappa_{yx} + (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) \Delta \kappa_{yx}\}_{,y} \end{aligned} \quad (23a)$$

$$\begin{aligned} \rho_v \Delta \dot{v}, t + k_v \Delta \dot{v} = & \Delta N_{y,y} + \Delta N_{xy,x} - (\Delta M_{y,y} + \Delta M_{xy,x})/R \\ & + \{\Delta \tilde{N}_y \epsilon_y + (\tilde{N}_y + \Delta \tilde{N}_y) \Delta \epsilon_y\}_{,y} + \{\Delta \tilde{N}_{xy} \epsilon_y + (\tilde{N}_{xy} + \Delta \tilde{N}_{xy}) \Delta \epsilon_y\}_{,x} \\ & + \{\Delta N_{yx}(\epsilon_{xy} + \phi) + (N_{yx} + \Delta N_{yx}) \Delta \epsilon_{xy} + \Delta \phi\}_{,y} \\ & + \{\Delta N_x(\epsilon_{xy} + \phi) + (N_x + \Delta N_x) \Delta \epsilon_{xy} + \Delta \phi\}_{,x} \\ & - \{\Delta N_{yx}(\phi_x + \phi_{0x}) + (N_{yx} + \Delta N_{yx}) \Delta \phi_x + \Delta \tilde{N}_y(\phi_y + \phi_{0y}) + (\tilde{N}_y + \Delta \tilde{N}_y) \Delta \phi_y\}/R \\ & - \{\Delta \tilde{M}_y(\epsilon_y/R + \kappa_y) + (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) \Delta \epsilon_y/R + \Delta \kappa_y\}_{,y} \\ & - \{\Delta \tilde{M}_{xy}(\epsilon_y/R + \kappa_y) + (\tilde{M}_{xy} + \Delta \tilde{M}_{xy}) \Delta \epsilon_y/R + \Delta \kappa_y\}_{,x} \\ & - [\Delta M_{yx}\{(\epsilon_{xy} + \phi)/R + \kappa_{xy}\} + (M_{yx} + \Delta M_{yx})\{(\Delta \epsilon_{xy} + \Delta \phi)/R + \Delta \kappa_{xy}\}]_{,y} \\ & - [\Delta M_x\{(\epsilon_{xy} + \phi)/R + \kappa_{xy}\} + (M_x + \Delta M_x)\{(\Delta \epsilon_{xy} + \Delta \phi)/R + \Delta \kappa_{xy}\}]_{,x} \\ & + \{\Delta M_{yx}(\phi_x + \phi_{0x}) + (M_{yx} + \Delta M_{yx}) \Delta \phi_x + \Delta \tilde{M}_y(\phi_y + \phi_{0y}) + (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) \Delta \phi_y \\ & + \Delta \tilde{M}_y \phi_y + (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) \Delta \phi_y\}/R^2 \end{aligned} \quad (23b)$$

$$\begin{aligned} \rho_w \Delta \dot{w}, t + k_w \Delta \dot{w} = & \Delta M_{x,xx} + \Delta M_{y,yy} + \Delta M_{yx,yx} + \Delta M_{xy,xy} \\ & + \{\Delta N_x(\phi_x + \phi_{0x}) + (N_x + \Delta N_x) \Delta \phi_x\}_{,x} + \{\Delta N_{yx}(\phi_x + \phi_{0x}) + (N_{yx} + \Delta N_{yx}) \Delta \phi_x\}_{,y} \\ & + \{\Delta \tilde{N}_{xy}(\phi_y + \phi_{0y}) + (\tilde{N}_{xy} + \Delta \tilde{N}_{xy}) \Delta \phi_y\}_{,x} + \{\Delta \tilde{N}_y(\phi_y + \phi_{0y}) + (\tilde{N}_y + \Delta \tilde{N}_y) \Delta \phi_y\}_{,y} \\ & + \{\Delta N_y + \Delta N_{yx}(\epsilon_{xy} + \phi) + (N_{yx} + \Delta N_{yx}) \Delta \epsilon_{xy} + \Delta \phi + \Delta \tilde{N}_y \epsilon_y + (\tilde{N}_y + \Delta \tilde{N}_y) \Delta \epsilon_y\}/R \\ & - \{\Delta \tilde{M}_{xy} \phi_y + (\tilde{M}_{xy} + \Delta \tilde{M}_{xy}) \Delta \phi_y\}_{,x}/R - \{\Delta \tilde{M}_y \phi_y + (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) \Delta \phi_y\}_{,y}/R \\ & - \{\Delta \tilde{M}_y(\phi_y + \phi_{0y}) + (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) \Delta \phi_y\}_{,y}/R \\ & - \{\Delta M_{yx}(\phi_x + \phi_{0x}) + (M_{yx} + \Delta M_{yx}) \Delta \phi_x\}_{,y}/R \\ & + \{\Delta M_x \epsilon_x + (M_x + \Delta M_x) \Delta \epsilon_x\}_{,xx} + \{\Delta M_{yx} \epsilon_x + (M_{yx} + \Delta M_{yx}) \Delta \epsilon_x\}_{,xy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \{ \Delta \tilde{M}_y \varepsilon_y + (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) \Delta \varepsilon_y \}_{,yy} + \{ \Delta \tilde{M}_{xy} \varepsilon_y + (\tilde{M}_{xy} + \Delta \tilde{M}_{xy}) \Delta \varepsilon_y \}_{,xy} \\
& + \{ \Delta \tilde{M}_{xy} (\varepsilon_{xy} - \phi) + (\tilde{M}_{xy} + \Delta \tilde{M}_{xy}) (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) \}_{,xx} \\
& + \{ \Delta \tilde{M}_y (\varepsilon_{xy} - \phi) + (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) \}_{,xy} \\
& + \{ \Delta M_{yx} (\varepsilon_{xy} + \phi) + (M_{yx} + \Delta M_{yx}) (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) \}_{,yy} \\
& + \{ \Delta M_x (\varepsilon_{xy} + \phi) + (M_x + \Delta M_x) (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) \}_{,xy} \\
& - \{ \Delta \tilde{M}_y \kappa_y + (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) \Delta \kappa_y + \Delta M_{yx} \kappa_{xy} + (M_{yx} + \Delta M_{yx}) \Delta \kappa_{xy} \} / R
\end{aligned} \tag{23c}$$

$$\Delta \dot{u} = \Delta u_{,t}, \quad \Delta \dot{v} = \Delta v_{,t}, \quad \Delta \dot{w} = \Delta w_{,t} \tag{24a-c}$$

2.2 境界条件式

対称変形を考慮して、円筒パネルの $1/4$ 領域を解析対象とする。

(1) 面外変形に関する境界条件

円筒パネルは周辺単純支持されているものとする、境界条件および対称条件は増分表示で次のようになる。

・ $x = b/2$ において

$$\Delta w = 0 \tag{25a}$$

$$\Delta M_x + \Delta M_x \varepsilon_x + (M_x + \Delta M_x) \Delta \varepsilon_x + \Delta \tilde{M}_{xy} (\varepsilon_{xy} - \phi) + (\tilde{M}_{xy} + \Delta \tilde{M}_{xy}) (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) = 0 \tag{25b}$$

・ $y = a/2$ において

$$\Delta w = 0 \tag{26a}$$

$$\Delta M_y + \Delta \tilde{M}_y \varepsilon_y + (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) \Delta \varepsilon_y + \Delta M_{yx} (\varepsilon_{xy} + \phi) + (M_{yx} + \Delta M_{yx}) (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) = 0 \tag{26b}$$

・ $x = 0$ において

$$\begin{aligned}
\Delta w(x) &= \Delta w(-x), \quad \Delta M_x(x) = \Delta M_x(-x), \quad \Delta M_y(x) = \Delta M_y(-x), \quad \Delta \tilde{M}_y(x) = \Delta \tilde{M}_y(-x), \\
\Delta M_{xy}(x) &= -\Delta M_{xy}(-x), \quad \Delta \tilde{M}_{xy}(x) = -\Delta \tilde{M}_{xy}(-x), \quad \Delta M_{yx}(x) = -\Delta M_{yx}(-x)
\end{aligned} \tag{27a-g}$$

・ $y = 0$ において

$$\begin{aligned}
\Delta w(y) &= \Delta w(-y), \quad \Delta M_x(y) = \Delta M_x(-y), \quad \Delta M_y(y) = \Delta M_y(-y), \quad \Delta \tilde{M}_y(y) = \Delta \tilde{M}_y(-y), \\
\Delta M_{xy}(y) &= -\Delta M_{xy}(-y), \quad \Delta \tilde{M}_{xy}(y) = -\Delta \tilde{M}_{xy}(-y), \quad \Delta M_{yx}(y) = -\Delta M_{yx}(-y)
\end{aligned} \tag{28a-g}$$

動的緩和法では、すべての境界条件を満足するように、運動方程式(23)から変位速度 $\dot{u}$, $\dot{v}$, $\dot{w}$ を求めることになるが、そのためには断面力に関する境界条件(25b) および(26b)を変位で表示しなければならず、煩雑になる。そこで、断面力表示のまま慣性項と減衰項を付加する技法¹⁴⁾を採用することにして、次のように変形する。

$$\begin{aligned}
\rho_w \Delta \dot{w}_{,t} + k_w \Delta \dot{w} &= \{ \Delta M_x + \Delta M_x \varepsilon_x + (M_x + \Delta M_x) \Delta \varepsilon_x + \Delta \tilde{M}_{xy} (\varepsilon_{xy} - \phi) \\
&\quad + (\tilde{M}_{xy} + \Delta \tilde{M}_{xy}) (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) \} / b^2
\end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
\rho_w \Delta \dot{w}_{,t} + k_w \Delta \dot{w} &= \{ \Delta M_y + \Delta \tilde{M}_y \varepsilon_y + (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) \Delta \varepsilon_y + \Delta M_{yx} (\varepsilon_{xy} + \phi) \\
&\quad + (M_{yx} + \Delta M_{yx}) (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) \} / b^2
\end{aligned} \tag{30}$$

(2) 面内変形に関する境界条件

直線辺では一様円周方向強制変位 v_m を受けるとすると、境界条件および対称条件は次のようになる。

・ $x = b/2$ において

$$\Delta N_x + \Delta N_x \varepsilon_x + (N_x + \Delta N_x) \Delta \varepsilon_x + \Delta \tilde{N}_{xy} (\varepsilon_{xy} - \phi) + (\tilde{N}_{xy} + \Delta \tilde{N}_{xy}) (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) - \Delta M_x \kappa_x - (M_x + \Delta M_x) \Delta \kappa_x - \Delta \tilde{M}_{xy} \kappa_{yx} - (\tilde{M}_{xy} + \Delta \tilde{M}_{xy}) \Delta \kappa_{yx} = 0 \quad (31a)$$

$$\Delta N_{xy} + \Delta \tilde{N}_{xy} \varepsilon_y + (\tilde{N}_{xy} + \Delta \tilde{N}_{xy}) \Delta \varepsilon_y + \Delta N_x (\varepsilon_{xy} + \phi) + (N_x + \Delta N_x) (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) - \Delta M_x \{ (\varepsilon_{xy} + \phi) / R + \kappa_{xy} \} - (M_x + \Delta M_x) \{ (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) / R + \Delta \kappa_{xy} \} - \Delta M_{xy} / R - \Delta \tilde{M}_{xy} (\varepsilon_y / R + \kappa_y) - (\tilde{M}_{xy} + \Delta \tilde{M}_{xy}) (\Delta \varepsilon_y / R + \Delta \kappa_y) = 0 \quad (31b)$$

・ $y = a/2$ において

$$\Delta v = \Delta v_m \quad (32a)$$

$$\Delta N_{yx} + \Delta N_{yx} \varepsilon_x + (N_{yx} + \Delta N_{yx}) \Delta \varepsilon_x + \Delta \tilde{N}_y (\varepsilon_{xy} - \phi) + (\tilde{N}_y + \Delta \tilde{N}_y) (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) - \Delta M_{yx} \kappa_x - (M_{yx} + \Delta M_{yx}) \Delta \kappa_x - \Delta \tilde{M}_y \kappa_{yx} - (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) \Delta \kappa_{yx} = 0 \quad (32b)$$

・ $x = 0$ において

$$\begin{aligned} \Delta u(x) &= -\Delta u(-x), & \Delta v(x) &= \Delta v(-x), & \Delta N_x(x) &= \Delta N_x(-x), \\ \Delta N_y(x) &= \Delta N_y(-x), & \Delta \tilde{N}_y(x) &= \Delta \tilde{N}_y(-x), & \Delta N_{xy}(x) &= -\Delta N_{xy}(-x), \\ \Delta \tilde{N}_{xy}(x) &= -\Delta \tilde{N}_{xy}(-x), & \Delta N_{yx}(x) &= -\Delta N_{yx}(-x) \end{aligned} \quad (33a-h)$$

・ $y = 0$ において

$$\begin{aligned} \Delta u(y) &= \Delta u(-y), & \Delta v(y) &= -\Delta v(-y), & \Delta N_x(y) &= \Delta N_x(-y), \\ \Delta N_y(y) &= \Delta N_y(-y), & \Delta \tilde{N}_y(y) &= \Delta \tilde{N}_y(-y), & \Delta N_{xy}(y) &= -\Delta N_{xy}(-y), \\ \Delta \tilde{N}_{xy}(y) &= -\Delta \tilde{N}_{xy}(-y), & \Delta N_{yx}(y) &= -\Delta N_{yx}(-y) \end{aligned} \quad (34a-h)$$

式(31a), (31b)および(32b)は、式(29), (30)と同様に、慣性項と減衰項を付加して次のように変形する。

$$\rho_u \Delta \dot{u}, t + k_u \Delta \dot{u} = - \{ \Delta N_x + \Delta N_x \varepsilon_x + (N_x + \Delta N_x) \Delta \varepsilon_x + \Delta \tilde{N}_{xy} (\varepsilon_{xy} - \phi) + (\tilde{N}_{xy} + \Delta \tilde{N}_{xy}) (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) - \Delta M_x \kappa_x - (M_x + \Delta M_x) \Delta \kappa_x - \Delta \tilde{M}_{xy} \kappa_{yx} - (\tilde{M}_{xy} + \Delta \tilde{M}_{xy}) \Delta \kappa_{yx} \} / b \quad (35a)$$

$$\rho_v \Delta \dot{v}, t + k_v \Delta \dot{v} = - [\Delta N_{xy} + \Delta \tilde{N}_{xy} \varepsilon_y + (\tilde{N}_{xy} + \Delta \tilde{N}_{xy}) \Delta \varepsilon_y + \Delta N_x (\varepsilon_{xy} + \phi) + (N_x + \Delta N_x) (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) - \Delta M_x \{ (\varepsilon_{xy} + \phi) / R + \kappa_{xy} \} - (M_x + \Delta M_x) \{ (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) / R + \Delta \kappa_{xy} \} - \Delta M_{xy} / R - \Delta \tilde{M}_{xy} (\varepsilon_y / R + \kappa_y) - (\tilde{M}_{xy} + \Delta \tilde{M}_{xy}) (\Delta \varepsilon_y / R + \Delta \kappa_y)] / b \quad (35b)$$

$$\rho_u \Delta \dot{u}, t + k_u \Delta \dot{u} = - \{ \Delta N_{yx} + \Delta N_{yx} \varepsilon_x + (N_{yx} + \Delta N_{yx}) \Delta \varepsilon_x + \Delta \tilde{N}_y (\varepsilon_{xy} - \phi) + (\tilde{N}_y + \Delta \tilde{N}_y) (\Delta \varepsilon_{xy} - \Delta \phi) - \Delta M_{yx} \kappa_x - (M_{yx} + \Delta M_{yx}) \Delta \kappa_x - \Delta \tilde{M}_y \kappa_{yx} - (\tilde{M}_y + \Delta \tilde{M}_y) \Delta \kappa_{yx} \} / b \quad (36)$$

2.3 初期不整

(1) 初期たわみ

次式のような、円周方向および母線方向に1半波の初期たわみを仮定する。

$$w_0(x, y) = w_{0max} \cos(\pi x / b) \cos(\pi y / a) \quad (37)$$

(2) 残留応力

残留応力は円周方向（ y 軸方向）のみを考え、横断面についてつり合う¹⁵⁾ように図-3の分布とする。板厚方向（ z 軸方向）には一定とする。ここに、 σ_{rt} は最大引張残留応力、 σ_{rc} は最大圧縮残留応力で、任意点での残留応力 σ_r は次のようになる。

・ $0 \leq x \leq L$ において

$$\sigma_r = \sigma_{rc} \quad (38a)$$

・ $L < x$ において

$$\sigma_r = -(\sigma_{rt} - \sigma_{rc})^2 x / b \sigma_{rt} + (\sigma_{rt}^2 + \sigma_{rc}^2) / 2 \sigma_{rc} \quad (38b)$$

ただし、

$$L = \frac{1}{2} b (\sigma_{rt} + \sigma_{rc}) / (\sigma_{rt} - \sigma_{rc}) \quad (39)$$

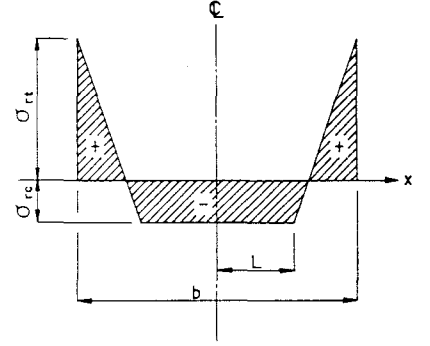


図-3 残留応力分布

3. 数値計算

解析は、差分表示を用いた動的緩和法によって行った。差分法を用いるため、 $1/4$ 領域を x 方向に n_x 分割、 y 方向に n_y 分割、 z 方向に n_z 分割する。差分表示、初期条件、計算手順などについては、文献7)を参照されたい。

3.1 無次元パラメータ

数値計算の便宜上、次に示す無次元パラメータを用いる。

$$\begin{aligned} \alpha &= a/b, \quad \beta = b/h, \quad Z = b^2/hR, \quad \bar{x} = x/b, \quad \bar{y} = y/a, \quad \bar{z} = z/h, \\ (\bar{u}, \bar{v}) &= (u, v)b/h^2, \quad (\bar{w}, \bar{w}_0) = (w, w_0)/h, \quad V_m = 2v_m/a, \quad \bar{\kappa} = b\kappa, \\ \bar{\sigma} &= \sigma/\sigma_v, \quad \bar{N} = N/N_p, \quad \bar{M} = M/M_p, \quad \bar{t} = t\sqrt{D/\rho_w}/b^2, \\ (\bar{\rho}_u, \bar{\rho}_v) &= (\rho_u, \rho_v)h^2/b^2\rho_w, \\ (\bar{k}_u, \bar{k}_v) &= (k_u, k_v)h^2/\sqrt{\rho_w D}, \quad \bar{k}_w = k_w b^2/\sqrt{\rho_w D} \end{aligned} \quad (40)$$

ここに、 $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ は曲げ剛度、 $N_p = \sigma_v h$ は全塑性膜力、 $M_p = 1/4 \sigma_v h^2$ は全塑性モーメントである。

3.2 分割数と解の精度

図-4は、縦横比 $\alpha = 1.0$ 、幅厚比 $\beta = 73.52$ 、曲率パラメータ $Z = 0.0$ 、初期たわみの大きさ $\bar{w}_{0\max} = 0.1$ 、残留応力 $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3$ のパネルにおいて、分割数 $n_x = n_y = 4, 6, 8$ 、 $n_z = 8$ の場合について、解の精度を終局強度状態で調べたものである。厳密解は不明なので外挿公式¹⁶⁾によって推定した。この結果から、本研究では多数の非線形微小項を考慮するので、差分誤差を可能な限り小さくするために、 $n_x = n_y = 8$ を用いることにする。この分割数によって、解の精度は1%以下にとどめることができるものと予想される。

図-5は、 $n_x = n_y = 8$ とし、 $n_z = 4, 6, 8$ の3通りの場合について、解の精度を調べたものである。 z 軸方向分割数は、塑性の広がりを考慮し、以下の計算には8分割を用いることにする。

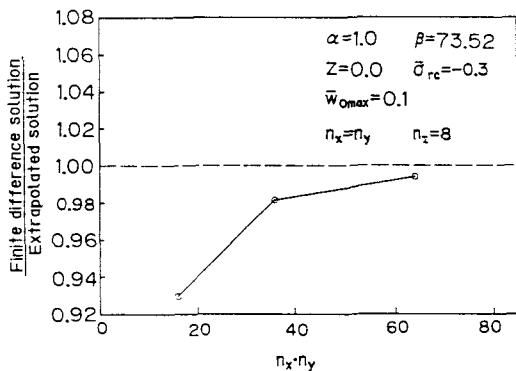


図-4 分割数と解の精度

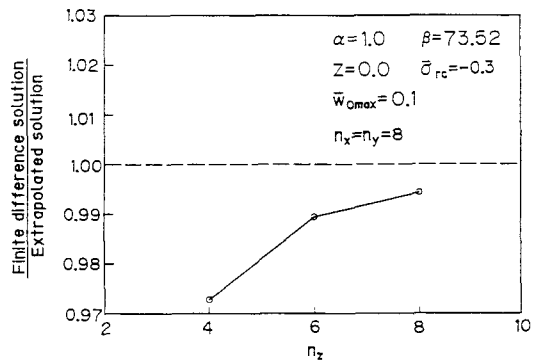


図-5 板厚方向の分割数と解の精度

4. 解析結果

以下では、本解析法の解をDRM解と表示する。図-6は $\alpha=1.0$, $Z=0.0$, $\bar{w}_{0\max}=0.1$, $\bar{\sigma}_{rc}=-0.4$, $\lambda=1.3$ の場合について、縦軸に直線辺の平均円周方向面内応力 $\bar{\sigma}_m$ を、横軸にパネル中央点の全たわみ $\bar{w} + \bar{w}_{0\max}$ をとった応力-たわみ曲線である。同図には、小松・北田¹⁷⁾¹⁸⁾による板の弾塑性有限変位解を2点鎖線で示した。ここに、 λ は換算幅厚比で、 $k=4$ に対して次式で求める。

$$\lambda = \beta \sqrt{(\bar{\sigma}_v / E) I_2 (1 - \nu^2) / \pi^2 k} \quad (41)$$

この図をみると、DRM解は終局強度を超えても解が得られていることがわかる。終局強度については、DRM解は小松・北田の解よりわずかに小さくなった。

図-7は $\alpha=1.0$, $Z=0.4$, $\bar{w}_{0\max}=-\beta/150$, $\bar{\sigma}_{rc}=-0.3$ の場合の、図-8は $Z=2.0$ に変化させた場合の応力-たわみ曲線で、DRM解を実線で、文献9)の非線形解を破線で示す。 $\lambda=0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4$ となるように、それぞれ $\beta=22.50, 33.75, 44.99, 56.24, 67.49, 78.74$ とした。図中の□は、応力-たわみ曲線が初期降伏と等しい強度まで下がった点を表す。図-7, 8より、終局強度を超えて変位が増しても、本解析法によって確実に解が得られているのがわかる。

また、図-6ではDRM解は小松・北田の解よりもわずかに低い終局強度を与えているが、図-7や図-8でも同様に、DRM解が文献9)の解より低い終局強度を与えている。具体的には、比較的板厚が厚く($\beta=22.50, 33.75, 44.99$)、荷重の変化に比べてたわみが進行しにくいパネルでは、実線と破線はほとんど重なり合ってほぼ同一の終局強度になる。しかし、薄く(β が大きく)なると、たわみが大きくなり、DRM解が文献9)の解より低い値を示すようになる。

板厚が薄くなるとDRM解が従来の非線形理論の解より低めの値を示す原因を検討してみる。 $\alpha=1.0$, $\beta=78.74$, $Z=2.0$, $\bar{w}_{0\max}=-\beta/150$, $\bar{\sigma}_{rc}=-0.3$ の場合の、本解析による円周方向軸力 N_y の分布を図-9および図-10に示す。同じパラメータの場合の文献9)の理論による N_y の分布を、図-11および図-12に示す。図-9~12において、 ε_m は直線辺に適用したひずみ($=V_m$)であり、 ε_v は板を一軸

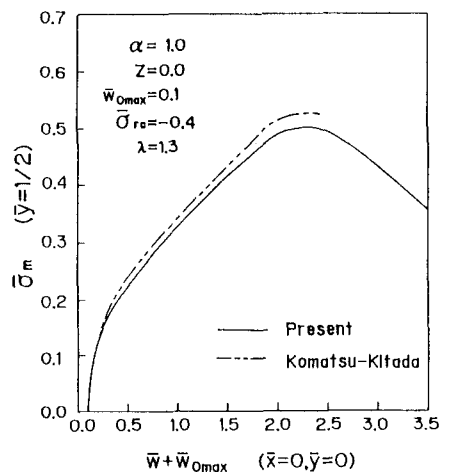


図-6 解析結果

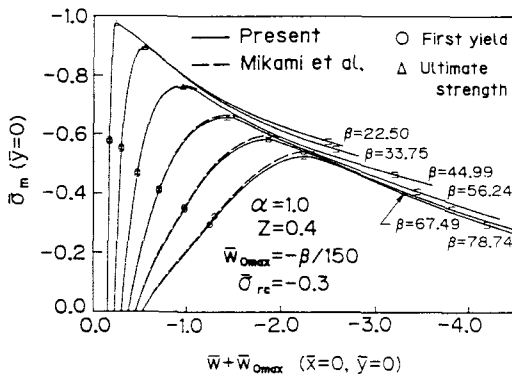


図-7 解析結果

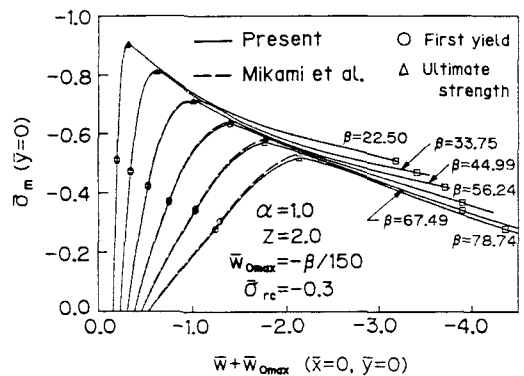


図-8 解析結果

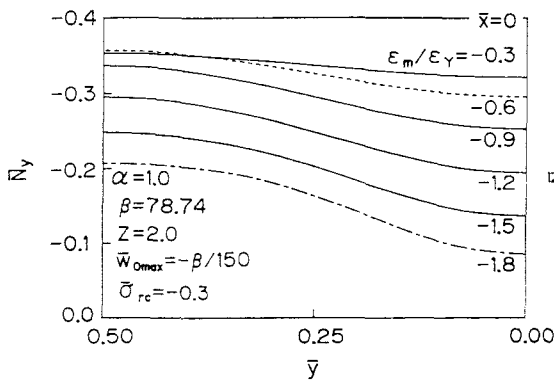


図-9 本解析による円周方向軸力分布図

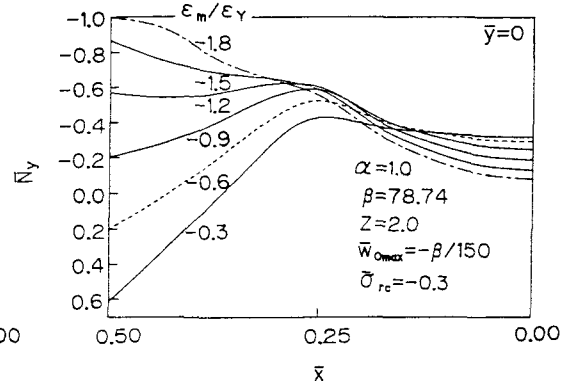


図-10 本解析による円周方向軸力分布図

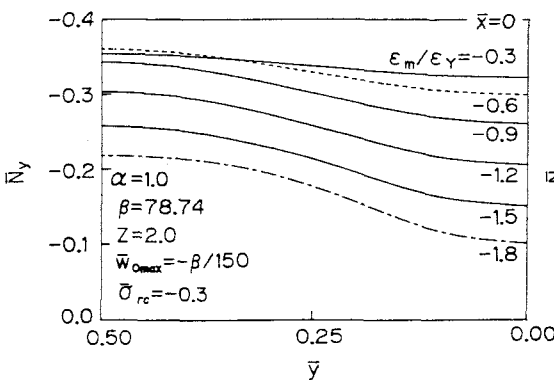


図-11 文献9)の理論による円周方向軸力分布図

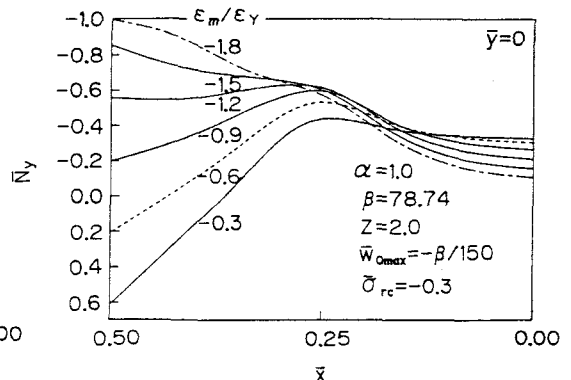


図-12 文献9)の理論による円周方向軸力分布図

状態に仮定した塑性ひずみ ($=\sigma_v/E$) である。また、点線は初期降伏時、1点鎖線は終局強度時の分布を表す。図-9と図-11を比べると、同じ傾向の分布を示している。図-10と図-12を比べても同様である。しかし、図-9の分布は図-11のそれに比べて全体的にわずかに小さい応力を示す傾向があり、こ

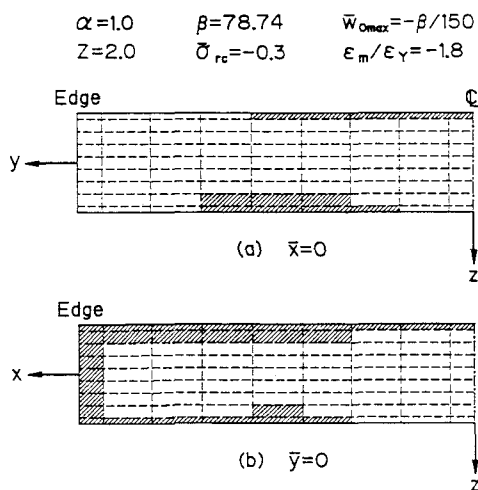


図-13 本解析による塑性域の進展

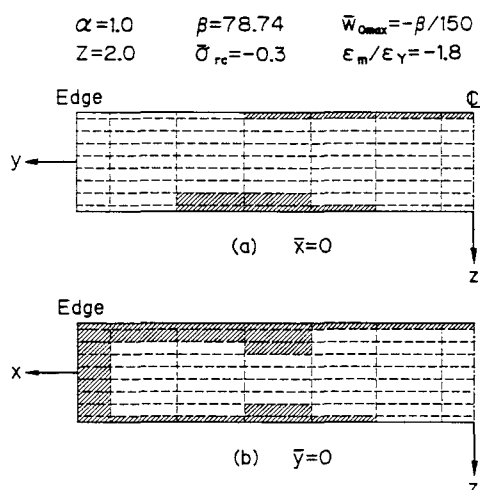


図-14 文献9)の理論による塑性域の進展

れが本論文で考慮した高次微小項の影響と考えられ、高次微小項によって終局強度が低めになったものと思われる。

図-13に、図-9～12と同じケースの本解析による終局強度状態における塑性域を示す。図-14は文献9)の解析によるものである。図-13と図-14を比べると、 $\bar{y}=0$ 断面の $\bar{x}=0.25$ 付近で、図-14では板厚中央に向かって塑性域が進展しているが、図-13では弾性域のままである部分がある。他の断面でも、このような部分が存在することは容易に予想でき、高次微小項を付加したことによって、降伏の進展が正確に判定できるようになったものと考えられる。

また、図-7や図-8において、DRM解では文献9)の解と比較して早い段階で初期降伏が確認されているのがわかる。これは、従来は高次微小項を無視していたために判定しきれなかった初期降伏が、DRM解によってより低い荷重段階で確認されたためである。たわみが大きくなる薄いパネルで終局強度がより低めになっているが、これは曲げ変形が進むため、高次微小項の影響が大きいためと思われる。

5. あとがき

円筒パネルの、終局強度を超えた領域の挙動を解明するために、変位の大きい領域における薄いシェル弾塑性有限変位解析が可能な高次非線形項を含んだ支配方程式を誘導した。

この支配方程式を差分法と動的緩和法を用いて解き、初期不整（初期たわみと残留応力）を有する円筒パネルの弾塑性有限変位挙動を数値的に解析した。その結果、終局強度を超えて大きな変位の領域まで解析することができた。

この解析結果を従来の非線形解析結果と比較したが、本研究で考慮した非線形項の影響が大きく、降伏判定がより厳密になったため、終局強度も低めになった。

数値計算には関西大学情報処理センターの汎用大型計算機 FACOM M-780/10 とベクトル計算機 VP-50Eを使用した。

参考文献

- 1) Bushnell, D. : Bifurcation buckling of shells of revolution including large deflections, plasticity and creep, Int. J. Solids Structures, Vol.10, pp.1287-1305, 1974.
- 2) Harding, J.E. : The elasto-plastic analysis of imperfect cylinders, Proc. Instn Civ. Engrs, Vol.65, Part 2, pp.875-892, Dec., 1978.
- 3) Dinis, L.M., and Owen, D.R.J. : Elasto-viscoplastic and elasto-plastic large deformation analysys of thin plates and shells, Int. J. Num. Mech. Engrg., Vol.18, pp.591-607, 1982.
- 4) Bushnell, D. : Buckling of shells—Pitfall for designers, AIAA Journal, Vol.19, pp.1183-1226, Sep., 1981.
- 5) 三上市藏・矢部幸男 : 初期たわみを有する弾性円筒パネルの円周方向面内力による非線形挙動, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.31A, pp.209-222, 1985.3.
- 6) Washizu, K. : Variation Method in Elasticity and Plasticity, 3rd., Pergamon Press, 1982.
- 7) 三上市藏・田中克弘 : ベクトル計算機を用いた円筒パネルの弾塑性有限変位解析, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.33A, pp.53-62, 1986.3.
- 8) 三上市藏・福富孝泰・角 肇 : 円周方向面内荷重を受ける円筒パネルの非線形解析のための種々の理論, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, Vol.13, pp.353-358, 1989.7.
- 9) 三上市藏・松本浩徳・辻省悟・田中克弘 : 初期不整を有する円筒パネルの圧縮強度, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.36A, pp.217-228, 1990.3.
- 10) 三上市藏 : 「差分表示を用いた板の非線形解析」への検討, 土木学会論文報告集, No.265, pp.147-150, 1977.9.
- 11) Day, A.S. : An introduction to dynamic relaxation, Engineer, Vol.219, pp.218-221, Jan., 1965.
- 12) Otter, J.R.H. : Computations for prestressed concrete reactor pressure vessels using dynamic relaxation, Nuclear Structural Engineering, Vol.1, No.1, pp.61-75, 1965.
- 13) Otter, J.R.H. : Dynamic relaxation compared with other iterative finite difference methods, Nuclear Engineering and Design, Vol.3, No.1, pp.183-185, 1965.
- 14) Mikami, I., Miura, Y., Matsumura, K., and Tanaka, K. : Useful techniques for dynamic relaxation method, Technology Reports of Kansai Univ., No.27, pp.187-200, 1986.3.
- 15) 西田 進・星名博文 : 溶接組立断面部材の残留応力推定とその自己つり合い条件式, 土木学会論文報告集, No.340, pp.209-212, 1983.12.
- 16) Mikami, I., and Yonezawa, H. : Extrapolation technique for finite difference and finite element solutions, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.25, Univ. of Tokyo Press, pp.567-578, 1977.
- 17) 小松定夫・北田俊行・宮崎清司 : 残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析, 土木学会論文報告集, No.244, pp.1-14, 1975.12.
- 18) 小松定夫・北田俊行 : 初期不整を有する圧縮板の極限強度特性に関する研究, 土木学会論文報告集, No.270, pp.1-14, 1978-2.

(1990年10月12日受付)