

## 上路式アーチ橋の面外座屈強度

## ELASTO-PLASTIC OUT-OF-PLANE BUCKLING STRENGTH OF DECK TYPE ARCH BRIDGES

嶋元達郎\*      坂田 力\*\*      古賀一臣\*\*\*      岡本剛治\*\*\*\*  
 Tatsuro SAKIMOTO, Tsutomu SAKATA, Kazuomi Koga and Goji OKAMOTO

The elasto-plastic out-of-plane buckling strengths of realistic theoretical models for arch bridges of deck type are analyzed by finite element method which is capable of considering finite displacement and material plasticity. Considering the ultimate strength characteristics and the behaviour of numerical models, and using an analogy between an arch and a column, we propose a method to determine the slenderness parameter by defining adequate effective length factors for deck type arch bridges. The predictions by the proposed procedure are shown to possess a fairly good correspondence with all of numerical results.

Keywords: arch bridge, out-of-plane buckling, ultimate strength, effective length procedure, slenderness parameter

## 1. はじめに

著者らは、既に文献1), 2)において下路式および中路式アーチ橋の終局強度解析を行い、その結果を基に有効長さの概念を拡張し、座屈強度を支配する主要な要因に対する有効長さ係数を定めた。その結果、直柱の基準強度式を用いることにより下路式・中路式アーチ橋に対する弾塑性面外座屈強度を求める強度算定式の提案を行った。本論文では、同様の方法により上路式アーチ橋に対する有効長さ係数を定める。

上路式アーチ橋の場合、座屈時にアーチリブが面外に変形する結果、傾斜した支柱を介して伝えられる上載荷重によりアーチリブの面外変形がさらに助長されるため、下路式アーチ橋に比べて面外座屈強度はかなり低下するとされている<sup>3)4)</sup>。Shukla, Ojalvo<sup>5)</sup>らによれば、支柱荷重の場合は鉛直荷重を受けるアーチの座屈荷重に比べて30～40%低下すると報告されている。しかし、この結果は簡単な解析モデルに対する弾性解析によるものであるため、現実の上路式アーチ橋のようにアーチクラウン部で道路桁とアーチリブが結合されている場合、あるいは弾塑性状態まで考慮した場合は、その面外座屈強度の低下の程度は異なるものと考えられる。このような傾斜荷重の影響による強度低下を考慮して、道路橋示方書のアーチの面外座屈に関する照査規定では、上路式アーチ橋に対して有効長さの補正係数として  $\phi = 1.0 + 0.45k$  ( $k$ : 全荷重に対する支柱の荷重負担率)を採用している。しかし、この係数についても実橋に近い上路式アーチ橋の解析モ

- 
- |         |         |            |                       |
|---------|---------|------------|-----------------------|
| * 工博    | 熊本大学教授  | 工学部土木環境工学科 | (860 熊本市黒髪2丁目39-1)    |
| ** 学博   | 熊本大学助手  | 大学院自然科学研究科 | (860 熊本市黒髪2丁目39-1)    |
| *** 工修  | NTT     |            | (210 川崎市幸区堀川町66-2)    |
| **** 工修 | 大成建設(株) |            | (163 東京都新宿区西新宿1-25-1) |

デルに対する終局強度解析に基づいて定められたものではないため、終局強度の観点から正しい評価になっているか保証はない。そこで、本論文では箱形断面部材からなる実橋に近い上路式アーチ橋の解析モデルを設定し、弾塑性有限変位解析手法<sup>6)</sup>を用いてパラメータ解析を行い、基本的パラメータが上路式アーチ橋の面外座屈強度におよぼす影響を調べ、この終局強度解析結果を基に適切な有効長さ係数を求め、上路式アーチ橋の面外座屈強度算定式の提案を行う。

## 2. 有限変位弾塑性解析法の概要

定式化の詳細は文献 6) に、解析法や解析例については文献 1)、2) に示しているの、ここではその概要のみについて述べる。まず、微小変位剛性マトリックス  $K_0$  および幾何学的剛性マトリックス  $K_g$  に塑性化の影響を考慮するための剛性マトリックス  $K_p$  を加えると、つりあい方程式は次式で与えられる。<sup>6)</sup>

$$[K_0 + K_p + K_g] U = P - (T \bar{f} - \bar{P}) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $U$  は節点変位の増分、 $P$  は節点荷重の増分、 $T$  は座標変換マトリックス、 $\bar{f}$  と  $\bar{P}$  は前荷重段階までの断面力と節点荷重である。定式化には、von Mises の降伏条件と Prandtl-Reuss の応力-ひずみ関係を用い、塑性化した断面のねじりについてはせん断流一定の仮定を用いている。

また、残留応力や塑性化の影響を考慮するため断面を要素分割し、各々の荷重段階での剛性マトリックスを評価しつつ、増分つりあい方程式 (1) を解く。荷重は増分的に与え、各荷重段階で塑性化と区分線形化による誤差 ( $T \bar{f} - \bar{P}$ ) を消去するためニュートンラプソン法による収束計算を行う。最終状態付近において、アーチ面外への変位が急増発散する状態を最高荷重と判断して、終局強度とする。具体的には、終局時の等分布荷重値  $p_u$  に対して線形計算で得られる支点軸力  $N_u$  または終局水平反力  $H_u$  より計算される終局応力度  $\sigma_u = N_u/A$  または  $\sigma_{Hu} = H_u/A$  を終局強度の代表値とする。

## 3. 解析モデルの形状と断面諸量

### 3・1 骨組形状と寸法

解析モデルは図-1 に示すような上路式の放物線 2 ヒンジリブアーチで、補剛形式は図-1 (c) (d) に示すように、ダブルワーレン形式の横構にストラット (横材) を配置したものである。本解析モデルは、主構間隔  $a$  ( $=5.2\text{m}$ ) およびライザー支間比  $f/l$  ( $=0.20$ ) を各モデルとも固定し、支間長  $l$  および道路桁の面外曲げ剛性  $E I_{gy}$  を変化させ、さらに道路桁とアーチクラウンの間の鉛直距離  $h_g$  を変化させた。

$h_g=0.0$  の場合、道路桁とアーチリブはアーチクラウン部で剛結された構造とし、 $h_g \neq 0.0$  の場合は図-1 (a) に示されるように対傾構をアーチクラウン部に設け、道路桁とアーチリブを結合する構造とした。また、道路桁の荷重をアーチリブに伝達する支柱は、その両端でアーチ面外の回転に対してヒンジとした。これは実橋を必ずしも、忠実にモデル化していないが、モデルの挙動を複雑化させないための安全側の仮定である。

本解析において面外初期たわみは基本的には、図-1 (d) に示すように、アーチリブのみに  $w_{oc} = l/1000$  の正弦曲線を仮定した。また、荷重条件は橋面に等分布荷重が満

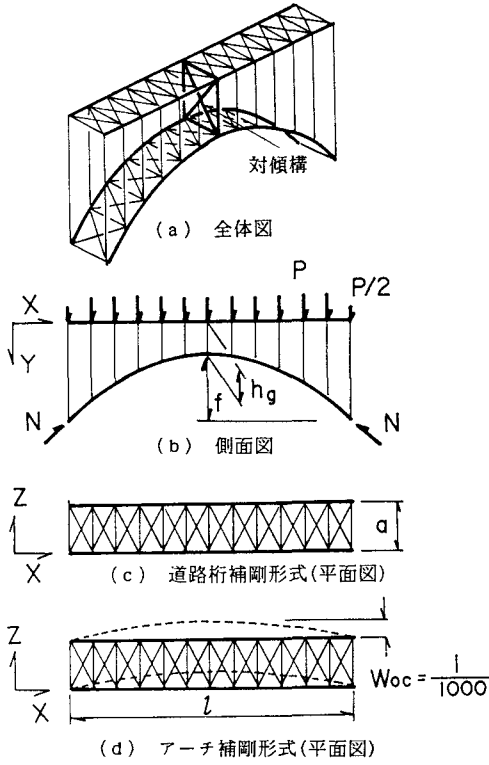


図-1 上路式アーチ橋の解析モデル

載する場合を考えて、解析ではそれと等価な節点集中荷重を道路桁の各節点に作用させた。使用鋼材の鋼種はSS41とする。

### 3・2 断面諸量

#### (1) アーチリブ断面

アーチリブ断面は図-2(a)に示すような溶接箱型断面とし、その断面積はアーチ橋の実態調査<sup>7)</sup>から得られたアーチ支間長とアーチリブ断面積の関係より各支間長 $l$ に対する最小断面積を採用した。これは、終局強度を応力度で表現するため強度評価が断面積そのものに依存しないという考えによる。ここで、アーチリブの高さ $h$ と幅 $b$ の比は $h/b=3$ とした。また、板厚は上下フランジとも道路橋示方書の幅厚比の規定値 $b/t=40$ を基準に決定した。その結果、ウェブの幅厚比は $3b/t=120$ となり、局部座屈の危険性が生じるため、ウェブについては、スティフナーを一本設け補剛することを想定した。このような条件を満足する断面寸法として決定されたものを各支間長毎に示したのが表-1である。残留応力分布は図-2(b)に示すように引張残留応力度 $\sigma_{rt}=0.9\sigma_y$ 、圧縮残留応力度 $\sigma_{rc}=0.4\sigma_y$ を想定した。なお、ウェブについてはスティフナーを一本溶接することを想定して、引張残留応力をウェブ中央に考慮した。また、断面は弾塑性域の発達を追跡するために残留応力分布に合わせて20分割する(図-2(c))。

#### (2) 支柱断面

支柱断面は正方形の溶接箱形断面で、その寸法の決定に当たっては支柱の長さが最大となるモデルに対して、アーチリブが全断面降伏するような荷重が作用したときでも、座屈しないような断面とした。表-2には、その時の支柱断面を各支間長毎に示した。また、残留応力分布は図-3(b)のように仮定し、断面分割要素は16分割とした。

#### (3) 道路桁断面

道路桁断面は図-3(a)に示すような溶接箱型断面で、その断面寸法はすべての道路桁を一体として考えたときの面外曲げ剛性( $E I_{gy}$ )と2本のアーチリブを一体と考えたときの面外曲げ剛性( $E I_{ay}$ )との比 $\bar{I} (= I_{gy}/I_{ay})$ が0.1, 0.3, 0.5, 1.0, 2.0となるように決定した。それぞれの $\bar{I}$ に対する道路桁の断面寸法は表-3に示すとおりである。なお、実橋においては床版の剛性を考慮しなければ $\bar{I}=0.1\sim 2.0$ 程度であり、床版の剛性を考慮する場合は $\bar{I}=1.0\sim 3.0$ 程度となる。また、残留応力分布は図-3(b)に示すとおりで、断面分割数は16とした。

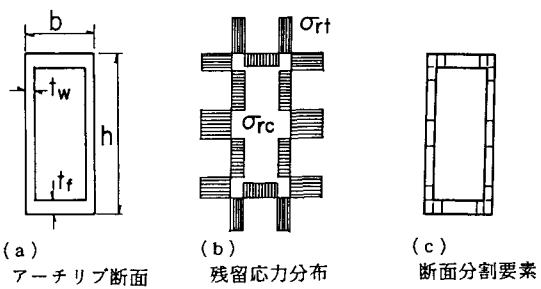


図-2 アーチリブ断面

表-1 アーチリブ断面諸量 単位(cm)

| $l$ (m) |    | $A_o$ (cm <sup>2</sup> ) | $t_w$ | $t_r$ | $b$   | $h$   | $A$ (cm <sup>2</sup> ) |
|---------|----|--------------------------|-------|-------|-------|-------|------------------------|
| 100     | 下限 | 298.5                    | 1.0   | 1.0   | 40.0  | 120.0 | 316.00                 |
|         | 上限 | 1042.0                   | 1.8   | 1.8   | 72.0  | 213.0 | 1023.84                |
| 200     | 下限 | 600.0                    | 1.4   | 1.4   | 56.0  | 168.0 | 619.36                 |
|         | 上限 | 2092.0                   | 2.6   | 2.6   | 104.0 | 312.0 | 2136.16                |
| 300     | 下限 | 903.1                    | 1.7   | 1.7   | 68.0  | 204.0 | 913.24                 |
|         | 上限 | 3172.0                   | 3.1   | 3.1   | 124.0 | 372.0 | 3036.76                |

A:使用断面積

表-2 支柱断面諸量 単位(cm)

| $l$ | $h$   | $b$   | $t_w$ | $t_r$ | $A$ (cm <sup>2</sup> ) |
|-----|-------|-------|-------|-------|------------------------|
| 100 | 50.0  | 50.0  | 4.0   | 4.0   | 736.0                  |
| 200 | 100.0 | 100.0 | 4.0   | 4.0   | 1536.0                 |
| 300 | 130.0 | 130.0 | 5.0   | 5.0   | 2500.0                 |

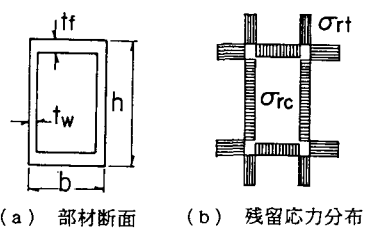


図-3 部材断面

表-3 道路桁断面諸量 単位(cm)

| $\bar{I}$ | $l$ (m) | $h$   | $b$   | $t_w$ | $t_r$ | $A$ (cm <sup>2</sup> ) |
|-----------|---------|-------|-------|-------|-------|------------------------|
| 0.1       | 100     | 29.6  | 14.8  | 0.37  | 0.37  | 32.31                  |
|           | 200     | 41.6  | 20.8  | 0.52  | 0.52  | 63.81                  |
|           | 300     | 50.4  | 25.2  | 0.63  | 0.63  | 93.67                  |
| 0.3       | 100     | 51.2  | 25.6  | 0.64  | 0.64  | 96.67                  |
|           | 200     | 71.2  | 35.6  | 0.89  | 0.89  | 186.94                 |
|           | 300     | 86.4  | 43.2  | 1.08  | 1.08  | 275.27                 |
| 0.5       | 100     | 65.6  | 32.8  | 0.82  | 0.82  | 158.69                 |
|           | 200     | 92.2  | 46.0  | 1.15  | 1.15  | 312.11                 |
|           | 300     | 111.4 | 55.7  | 1.39  | 1.39  | 456.81                 |
| 1.0       | 100     | 92.8  | 46.4  | 1.16  | 1.16  | 317.56                 |
|           | 200     | 129.8 | 64.9  | 1.62  | 1.62  | 620.33                 |
|           | 300     | 157.6 | 78.8  | 1.97  | 1.97  | 915.89                 |
| 2.0       | 100     | 131.2 | 65.6  | 1.64  | 1.64  | 634.75                 |
|           | 200     | 183.2 | 91.6  | 2.29  | 2.29  | 1237.61                |
|           | 300     | 222.4 | 111.2 | 2.78  | 2.78  | 1823.90                |

#### (4) 横構断面

横構断面はアーチ終局軸力の2%の横力を作用させ、有効細長比を60で設計し、アーチの終局状態まで横構斜材が座屈しないような断面とした。その断面寸法は表-4に示すとおりである。

表-4 横構断面諸量 単位(cm)

| $l$ (m) | $h$  | $b$  | $t_w$ | $t_r$ | $A$ (cm <sup>2</sup> ) |
|---------|------|------|-------|-------|------------------------|
| 100     | 23.8 | 23.8 | 0.11  | 0.11  | 10.42                  |
| 200     | 43.7 | 43.7 | 0.18  | 0.18  | 31.33                  |
| 300     | 64.4 | 64.4 | 0.23  | 0.23  | 59.04                  |

#### (5) 対傾構断面

対傾構の設計荷重としては、道路橋示方書の風荷重の規定によるものおよびアーチの終局軸力の2%を横力として作用させる2種類を採用した。なお、風荷重については主構間隔が5.2mであるため、風下側の遮へい効果はないものとし、風上側、風下側とも300kg/m<sup>2</sup>の風荷重を考慮した。断面の決定に際しては、対傾構の有効細長比を120(終局軸力2%の場合)と60(風荷重の場合)とした。表-5(a)は風荷重により、表-5(b)はアーチの終局軸力の2%横力により決定した対傾構の断面諸量を示している。

表-5 対傾構断面諸量 単位(cm)

(a) 設計風荷重による断面寸法

| $l$ (m) | $h_g/f$ | $h$  | $b$  | $t_w$ | $t_r$ | $A$ (cm <sup>2</sup> ) |
|---------|---------|------|------|-------|-------|------------------------|
| 100     | 0.1     | 11.9 | 11.9 | 0.52  | 0.52  | 23.67                  |
|         | 0.2     | 13.9 | 13.9 | 0.52  | 0.52  | 27.83                  |
|         | 0.5     | 23.6 | 23.6 | 0.52  | 0.52  | 48.01                  |
| 200     | 0.1     | 14.8 | 14.8 | 1.44  | 1.44  | 76.95                  |
|         | 0.2     | 20.9 | 20.9 | 1.44  | 1.44  | 112.09                 |
|         | 0.5     | 43.6 | 43.6 | 1.44  | 1.44  | 242.84                 |
| 300     | 0.1     | 18.7 | 18.7 | 2.64  | 2.64  | 169.59                 |
|         | 0.2     | 29.2 | 29.2 | 2.63  | 2.63  | 279.52                 |
|         | 0.5     | 64.8 | 64.8 | 2.62  | 2.62  | 651.65                 |

(b) アーチ終局軸力の2%による断面寸法

| $l$ (m) | $h_g/f$ | $h$  | $b$  | $t_w$ | $t_r$ | $A$ (cm <sup>2</sup> ) |
|---------|---------|------|------|-------|-------|------------------------|
| 100     | 0.1     | 4.9  | 4.9  | 1.09  | 1.09  | 16.61                  |
|         | 0.2     | 6.0  | 6.0  | 0.98  | 0.98  | 19.68                  |
|         | 0.5     | 10.8 | 10.8 | 0.85  | 0.85  | 33.83                  |
| 200     | 0.1     | 8.5  | 8.5  | 2.06  | 2.06  | 53.06                  |
|         | 0.2     | 11.6 | 11.6 | 2.01  | 2.01  | 77.10                  |
|         | 0.5     | 23.0 | 23.0 | 1.99  | 1.99  | 167.23                 |
| 300     | 0.1     | 10.7 | 10.7 | 3.10  | 3.10  | 94.24                  |
|         | 0.2     | 16.0 | 16.0 | 2.99  | 2.99  | 155.60                 |
|         | 0.5     | 33.9 | 33.9 | 2.92  | 2.92  | 361.85                 |

### 3・3 変化させるパラメータ

上路式アーチ橋の面外座屈強度に影響を及ぼすと考えられるパラメータとして以下のものを考慮した。

#### (1) アーチ橋全体の細長さ

上路式アーチ橋の面外座屈強度は、基本的にはアーチ橋全体の細長さ(=支間とアーチリブ間隔の比)に影響される。ここでは、アーチリブ間隔を $a=5.2$ mに固定し、支間長を100m, 200m, 300mと変化させることによりアーチ橋の細長さを変化させた。

#### (2) 面外曲げ剛性比 $\bar{I}$

道路桁全体としての面外曲げ剛性 $E I_{gy}$ は、アーチリブの面外変位に対する拘束効果と支柱の傾斜角(=荷重方向の変化)に影響を及ぼす。ここでは、2本のアーチリブを一体と考えたときの面外曲げ剛性 $E I_{ay}$ に対する $E I_{gy}$ の比 $\bar{I} = E I_{gy} / E I_{ay}$ を0.1, 0.3, 0.5, 1.0, 2.0と変化させた。

#### (3) 道路桁位置 $h_g/f$

道路桁とアーチリブの鉛直方向の位置関係もアーチリブの面外変位に対する拘束効果と支柱の傾斜角の程度に影響を及ぼす。ここでは、道路桁とアーチクラウンの間の鉛直距離 $h_g$ とアーチライズ $f$ の比 $h_g/f$ を0.0, 0.1, 0.2, 0.5と変化させた。

### 4. 有効長さ係数の導出

#### 4・1 道路橋示方書の照査式による面外座屈強度の評価

現行の道路橋示方書におけるアーチ橋の面外座屈照査式による算定強度と弾塑性有限変位解析により得られた各解析モデルの面外座屈強度を比較する。道路橋示方書にしたがって、上路式アーチ橋の有効座屈長 $l_e = \phi \cdot \beta_z \cdot l$ を求める。ここで、 $\phi$ および $\beta_z$ (道路橋示方書 表-11.4.1)は支柱の荷重分担率を $\kappa=1$ とすると、 $\phi=1+0.45\kappa=1.45$ となり、 $\beta_z$ は $f/l=0.20$ より $\beta_z=0.59$ となる。その結果、それぞれの支間長に対して上路式アーチ橋の有効座屈長 $l_e$ および有効細長比パラメータ $\lambda_y$ は表-6のようになる。道路橋示方書による照査方法は、アーチの支点軸力ではなく、支点水平反力によって照査されるため、弾

塑性有限変位解析により得られた終局強度を $\sigma_{Hu}/\sigma_y = H_u/A\sigma_y$  の形で整理し、示方書より計算された細長比パラメータ $\lambda_y$  に対し、その強度をプロットすると図-4 のようになる。この図では、示方書に規定している安全率の割増し量(2.0/1.7倍)を考慮していないが、解析結果はかなり基準強度曲線を下回っており、道路橋示方書により細長比パラメータを評価すると解析モデルの座屈強度を過大評価し、かなり危険側となることがわかる。

表-6 道路橋示方書による $\lambda_y$  ( $h_g/f=0$ )

| $l$ (m) | $\bar{I}$ | $\phi$ | $\beta$ | $l_0$  | $r_{y2}$ | $\lambda_y$ |
|---------|-----------|--------|---------|--------|----------|-------------|
| 100     | 0.1~2.0   | 1.45   | 0.59    | 85.55  | 241.67   | 0.354       |
| 200     | 0.1~2.0   | 1.45   | 0.59    | 171.10 | 241.67   | 0.708       |
| 300     | 0.1~2.0   | 1.45   | 0.59    | 256.65 | 241.67   | 1.062       |

そこで、主要なパラメータを変化させ弾塑性有限変位解析を行い、その結果をもとに直柱との類似関係を利用して、以下において有効長さ係数を決定する。

#### 4・2 有効長さ係数

前述のような主要なパラメータを変化させた下路・中路および上路式アーチ橋の解析モデルについて弾塑性有限変位解析を行った結果、アーチ系橋梁の面外座屈強度に影響を与える要因として以下の4つの項目が重要であることが明かとなった。

- (1) 面外曲げに対する支点部の境界条件による影響
- (2) 横構によるアーチリブの補剛による影響
- (3) 道路桁の面外曲げ剛性による影響
- (4) 橋面の位置による影響(図-5)

そこで、これらの要因に対する有効長さ係数をそれぞれ $K_e$ 、 $K_\beta$ 、 $K_g$ 、 $K_1$ とし、細長比パラメータ $\lambda_y$ を次式によって定義する。

$$\lambda_y = (K_e K_\beta K_g K_1 L / \pi r_y) \sqrt{\sigma_y / E} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $L$  : アーチリブ軸線長  $r_y$  : アーチリブ1本の面外曲げに関する断面二次半径  
 $\sigma_y$  : 使用鋼材の降伏応力  $E$  : 使用鋼材のヤング係数

以下において、それぞれの有効長さ係数を基本モデルの数値解析結果から得られる特性を利用して定める。

##### 4・2・1 支点部境界条件に関する有効長さ係数 $K_e$

面外曲げに対する支点部の境界条件を考慮するための有効長さ係数としては、直柱の材端条件に対する有効長さ係数をそのまま準用するものとし、支点におけるアーチリブの鉛直軸回りの回転が固定の場合は $K_e=0.5$ 、自由な場合は $K_e=1.0$  とする。

##### 4・2・2 横構補剛効果に関する有効長さ係数 $K_\beta$

文献1)で指摘したように、下路式および中路式のアーチ系橋梁では、2本のアーチリブを横構等で補剛することによるアーチの面外座屈強度への影響は重要で、特にアーチリブ全長に対する補剛域部分の割合、すなわち補剛率 $\beta$ の影響は非常に重要であった。この横構の補剛効果に関する有効長さ係数 $K_\beta$  は、補剛率

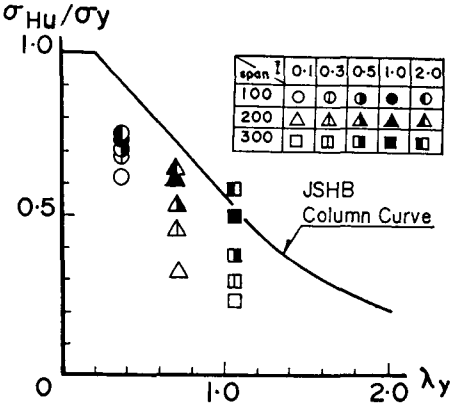
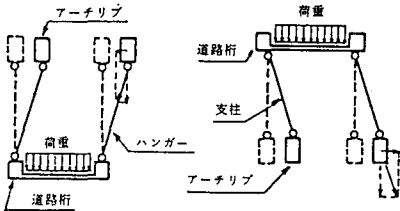


図-4 道路橋示方書による整理 ( $h_g/f=0$ )



(a) 吊材荷重の引き戻し効果 (b) 支柱荷重の押し出し効果

図-5 傾斜荷重が座屈強度におよぼす影響

$$K_{\theta} = 1 - \beta + 2 r_y (0.5 + 0.94\sqrt{\mu}) / (a K_{\theta}) \beta \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $a$  : アーチリブ間隔                       $b$  : 横構間隔 (1 パネル長)

$\mu$  : せん断柔性パラメータ       $A_a$  : アーチリブ断面積

$A_b$ : 横材 (ストラット) 断面積       $A_d$ : 横構斜材断面積

ただし、上路式アーチ橋の場合、横構による補剛はアーチリブ全長にわたってなされるのが一般的である。そこで、 $K_g$ の値は式(3)において $\beta=1.0$ とし、次式により求めるものとする。

$$K_{\theta} = 2 r_y (0.5 + 0.94 \sqrt{\mu}) / (a K_e) \dots \dots \dots (5)$$

4・2・3 道路桁の面外曲げ剛性に関する有効長さ係数  $K_g$ 

上路式アーチ橋の場合、下路・中路式アーチ橋とは異なり、道路桁とアーチリブはアーチクラウン部で剛結あるいは対傾構を介して結合されているため、道路桁の面外曲げ剛性がアーチの面外座屈強度におよぼす影響はかなり重要になってくる。ここでは、道路桁の面外曲げ剛性がアーチの面外座屈強度におよぼす効果を考慮するための有効長さ係数  $K_g$  を定める。

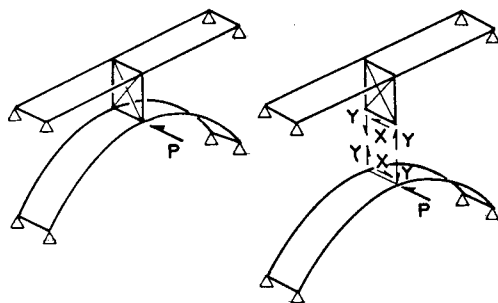


図-6 上路式アーチ橋の全体簡易モデル

図-6に示す簡易モデルから、対傾構の影響を含んだ道路桁の面外曲げ剛性とアーチリブの面外曲げ剛性からなる系全体の面外曲げ剛性をそれぞれ等価な面外曲げ剛性を有するアーチリブ構造として評価することを考える。

アーチクラウン部に作用する力Pはアーチリブのみの面外曲げ剛性  $E I_{ay}$  と対傾構による影響を含んだ道路桁の面外曲げ剛性  $E I_{gv}$  の比に分配されるので次式で表すことができる。

$$I_{gu}/I_{gu} = X / (P - X)$$

いま、アーチ系全体の面外曲げ剛性を  $I_{ay}$  とすると  $I_{ay}$  は次式で表される。

$$I_{AY} = I_{au} + I_{av} = \{1 + X / (P - X)\} I_{au}$$

$$I_{AY} / I_{Au} = 1 + X / (P - X)$$

ここで、たわみおよびねじり角の適合条件より上式は近似的に次式で求めることができる。

$$I_{ay}/I_{ax} = 1 + W_A / (W_G + W_T)$$

 $W_A$ : 単位荷重を受ける円弧アーチの面外変位量 $W_G$ : 単位荷重による道路桁全体の面外変位量

$W_T$ : 単位荷重による対傾構部分のせん断変位量

一方、道路桁も含めたアーチ系全体の有効細長比 $\lambda$ を求めるために、2本のアーチ肋を一体としたときの断面二次半径 $r_{y2}$ をアーチ系全体の等価断面二次半径 $R_y$ に置き換える。すなわち、

$$\lambda = \frac{K_g L}{r_{y2}} = \frac{L}{R_y} \quad \text{よって} \quad R_y = r_{y2} / K_g \quad \text{となる。}$$

ここで、 $Ry = \sqrt{I_{AY} / 2 A_a} = \sqrt{\left(\frac{I_{ay}}{2 A_a}\right) \left(\frac{I_{AY}}{I_{ay}}\right)}$

$$\text{ゆえに } K_g = \sqrt{\frac{I_{av}}{I_{av}}} = \sqrt{\frac{(W_G + W_T)}{(W_A + W_G + W_T)}} \dots\dots\dots (6)$$

と表すことができる。

このようにして得られた  $K_g$  と各解析モデルの  $\bar{I}$  との関係を示したのが図-7である。この図より  $\bar{I}=0$  のとき  $K_g=1.0$  で、 $\bar{I}$  が増加するにしたがって  $K_g$  がある値に漸近する様子がわかる。ここで、 $W_A$ ,  $W_G$ ,  $W_T$  を求めるのが煩雑であるので、次式により  $K_g$  を  $\bar{I}$  の関数として近似的に求める。

$$K_g = 0.5 + \frac{1.48}{(\bar{I} + 1.72)^2} \quad \cdots \cdots \cdots (7)$$

図中の実線は上式を示したものである。

#### 4・2・4 荷重の作用方向に関する有効長さ係数 $K_1$

上路式アーチ橋の面外座屈の場合、図-5 (b) に示されるように傾斜した支柱により面外変位助長効果を生じるため、鉛直荷重を受けるアーチよりも座屈強度は低下することが知られている。このような傾斜荷重の影響による強度低下を考慮して、先にも述べたように道路橋示方書では有効長さの補正係数として  $\phi = 1.0 + 0.45k$  ( $k$ : 全荷重に対する支柱の荷重負担率) を採用している。ここでは、さらに上路式アーチ橋のアーチクラウン部が道路桁と剛結されている場合 ( $hg/f = 0$ ) および対傾構等により結合されている場合 ( $hg/f \neq 0$ ) についてパラメータ解析を行い、その結果を基に荷重の作用方向に関する有効長さ係数  $K_1$  を定義する。

##### (a) $hg/f = 0$ の場合

アーチリブと道路桁が剛結されている解析モデル(図-8)に対してパラメータ解析を行い、得られた座屈強度を基に、アーチの面外座屈強度を安全に照査するために必要な  $K_1$  の値を求める。そのようにして求めた  $K_1$  を各  $\bar{I}$  に対してプロットしたものが図-9である。このとき、他の有効長さ係数は既に定義されたものを使用した。図-9より、 $\bar{I}$  が小さくなるにしたがって  $K_1$  の値は増加し、 $\bar{I}$  が大きくなるにしたがって  $\bar{I}$  の  $K_1$  への影響はあまり認められないことがわかる。このことを考慮して、 $K_1$  を  $\bar{I}$  の関数として次式のように定義する。

$$K_1 = 1.45 + 0.05/\bar{I} \quad (hg/f = 0.0 \text{ のとき}) \quad \cdots \cdots (8)$$

図中の実線は、式(8)によって表される  $K_1$  と  $\bar{I}$  の関係を示したものである。この  $K_1$  と既に定義された有効長さ係数  $K_g$ ,  $K_p$ ,  $K_e$  を用いて、式(2)により各モデルの有効細長比係数  $\lambda_y$  を求め、それぞれの  $\lambda_y$  に対して解析によって得られた終局強度  $\sigma_u/\sigma_y$  をプロットしたものが図-10 (a) である。図-4 に示した道路橋示方書によるものと図-10 (a) を比較することにより、本算定式によれば面外座屈強度がかなり精度よく評価できることがわかる。図-10 (a) においても座屈強度が基準強度曲線を多少下まわるものも存在しているが、図-10 (b) に示すように、初期面外たわみが  $l/2000$  の場合は式(8)で定義される  $K_1$  は、面外座屈強度をさらに精度よく安全側に評価できることがわかる。なお、以上の計算においては、アーチリブ断面は実橋に対する調査結果における最小断面積を使用しているが、最大断面を使用したときの結果を図11に示す。この図より初期面外たわみが  $l/1000$  の場合でも最大断面を使用すれば安全側の評価

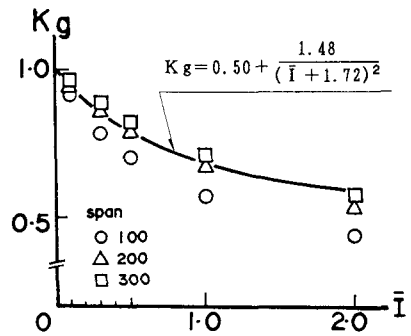


図-7 有効長さ係数  $K_g$  と  $\bar{I}$  の関係

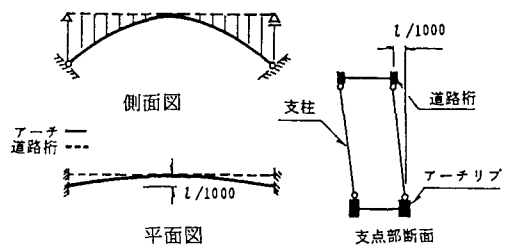


図-8 アーチリブと道路桁の初期面外位置関係 ( $hg/f = 0$ )

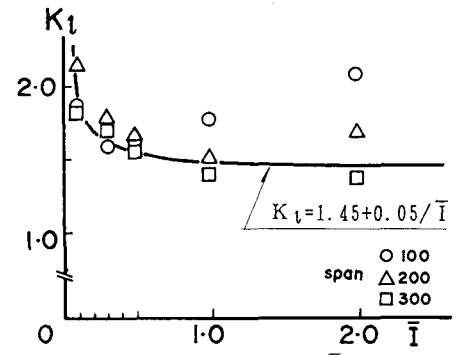


図-9 有効長さ係数  $K_1$  と  $\bar{I}$  の関係 ( $hg/f = 0$ )

となっていることがわかる。以上の考察に加えて、最近の橋梁技術では橋梁の製作誤差で初期面外たわみが  $l/1000$  を超えることはないであろうことを考え合わせて、道路桁とアーチリブが剛結された上路式アーチ橋に対しては、荷重の作用方向に関する有効長さ係数として (8) 式で定義される  $K_1$  を用いることは妥当であるといえる。

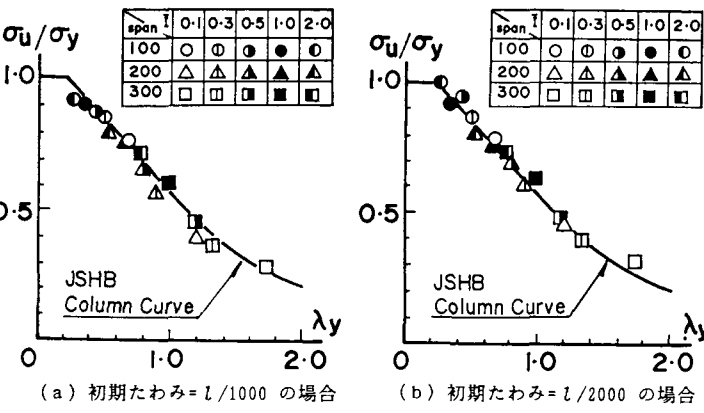


図-10 提案式による整理 ( $hg/f = 0$ )

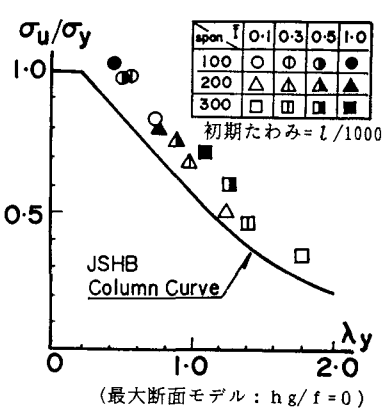


図-11 提案式による整理

(b)  $hg/f \neq 0$  の場合

つぎに、アーチリブと道路桁が対傾構によって結合された場合の  $K_1$  を検討する。解析モデルは道路桁による面外変位助長効果がより強く作用する不利なモデルとして、図-12に示すようなアーチクラウン部におけるアーチリブと道路桁の面外変位差が  $l/1000$  となるようなモデルを用いた。なお、対傾構は細長比を120としてアーチリブの終局軸力の2%に相当する横力を基準に断面を決めた。このような解析モデルについて  $hg/f$  および  $\bar{I}$  を変化させ、パラメータ解析により得られた座屈強度を式(8)の  $K_1$  を用いて得られる  $\lambda_y$  に対してプロットすると、図-13に示されるように算定強度は解析結果のほとんどを危険側に評価する結果となる。そこで、 $hg/f$  の影響を有効長さ係数  $K_1$  に考慮するために、 $K_1$  を次式のように仮定する。

$$K_1 = 1.45 + 0.05/\bar{I} + \alpha \dots\dots\dots (9)$$

ここで、図-13に示される解析結果を安全に評価するのに必要な  $K_1$  の値を計算し、その  $K_1$  の値を上式に代入し  $\alpha$  を算定する。その  $\alpha$  の値と  $hg/f$  の関係および  $\alpha$  と  $\bar{I}$  の関係を表したのが図-14と図-15である。

図-14の  $\alpha$  と  $\bar{I}$  の関係において  $hg/f = 0.5$  のとき、 $\bar{I} = 0.1$  に対して  $\alpha$  の値は0.5程度を示し、 $\bar{I} = 0.3 \sim 0.5$  では  $\alpha = 0.3$  程度に減少している。図-14において多少のバラツキはあるものの、 $\alpha$  は  $\bar{I}$  が増加するにしたがってある値に漸近するものと考えられる。また、図-15において  $\alpha$  と  $hg/f$  の関係は、 $\bar{I} = 0.1$  の場合  $\alpha$  は  $hg/f$

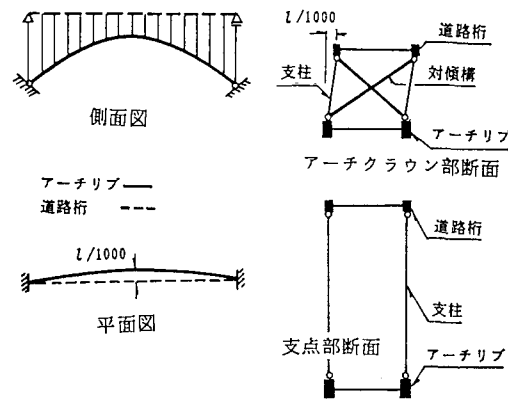


図-12 アーチリブと道路桁の初期面外位置関係 ( $hg/f \neq 0$ )

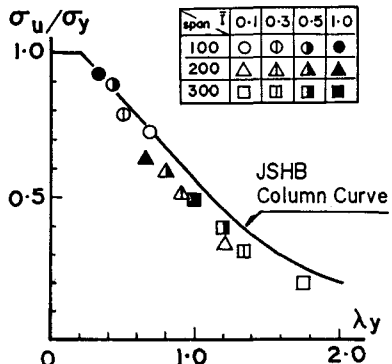


図-13 式(8)の  $K_1$  による  $hg/f \neq 0$  の場合の整理

の増加に従って大きくなるが、 $\bar{I}$ が0.5あるいは1.0と増加すると $hg/f$ の $\alpha$ への影響はあまり認められないことがわかる。これらのことと安全側の評価になることを考慮して、有効長さ係数を次式のように定義する。

$$K_1 = 1.45 + 0.05 / \bar{I} + \{0.01 \cdot (hg/f) / \bar{I}\}^{0.25} \dots\dots\dots (10)$$

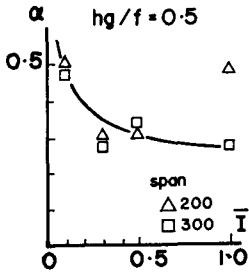


図-14 式(9)の係数 $\alpha$ と $\bar{I}$ の関係

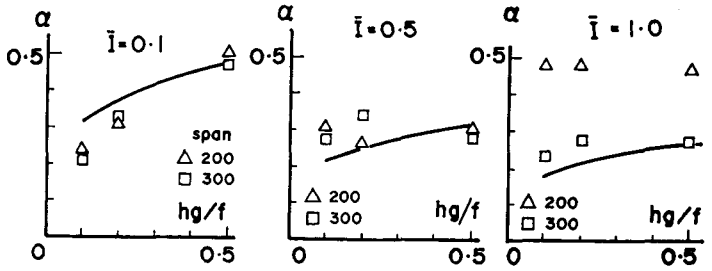


図-15 式(9)の係数 $\alpha$ と $hg/f$ の関係

この式(10)で与えられる $K_1$ と既に定義された有効長さ係数 $K_g$ ,  $K_\beta$ ,  $K_e$ を用いて $\lambda_y$ をもとめ、それぞれの $\lambda_y$ に対して解析結果をプロットすると図-16のように座屈強度は全般的に基準強度曲線とよく一致することが認められる。

さらに $hg/f \neq 0$ の場合の次の2つのモデルに対して、ここで提案する面外座屈強度算定式を適用し、その妥当性について検証を試みる。

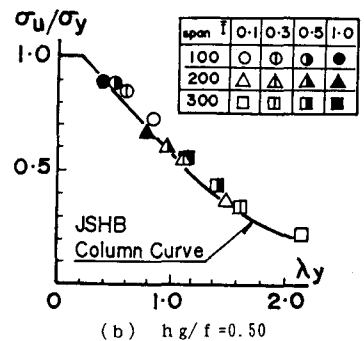
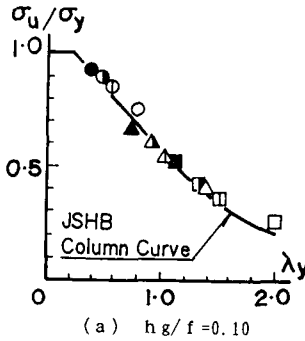


図-16 提案式による整理  
対傾構を有するモデル ( $hg/f \neq 0$ )

(ケース1)  $l/1000$  の面外初期たわみを有するアーチリブと初期たわみのない道路桁を図-17中の平面図(a)に示すように配置した。対傾構が存在する以外は、 $hg/f = 0$  の場合のモデルと同様の断面及び初期たわみ形状である。なお、対傾構は細長比を60として風荷重に対して断面設計されたものである。

(ケース2) アーチクラウン部におけるアーチリブと道路桁の面外変位差が  $l/1000$  となるように対傾構を介して結合したもので、アーチリブは  $l/1000$  の面外初期たわみを有し、道路桁は初期たわみのないモデル(図-17中の平面図(b))。対傾構断面は細長比を60として風荷重に対して設計した。なお、ケース2と図-12に示すモデルとの違いは、対傾構断面の設計が異なるだけである。

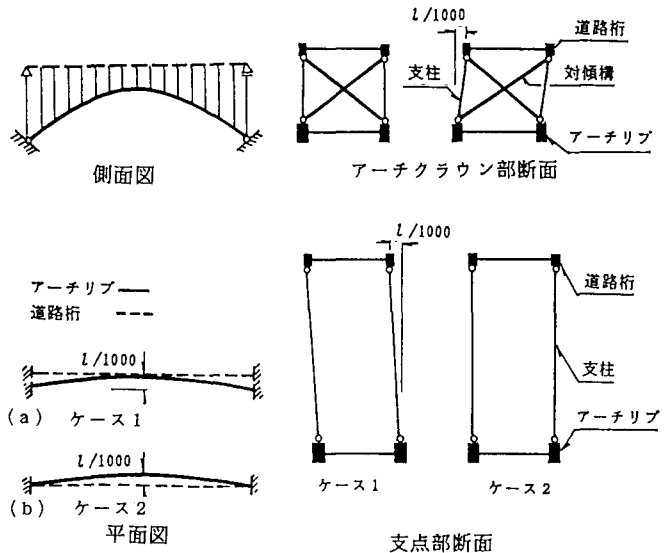


図-17 アーチリブと道路桁の  
初期面外位置関係 ( $hg/f \neq 0$ )

図-18および19はケース1およびケース2の結果を示したものである。これらの図より、いずれの場合も座屈強度は一般的に基準強度曲線とよく一致していることがわかる。このことから、対傾構を有する上路式アーチ橋における荷重の作用方向に関する有効長さ係数 $K_1$ は式(10)で妥当であることがわかる。

以上導いてきた基本的な有効長さ係数を使用することによって、上路式アーチ橋梁の面外座屈強度を精度よく評価できることが明かとなった。

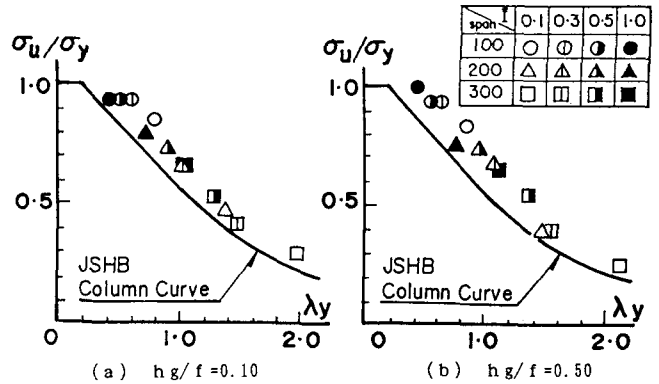


図-18 ケース1の提案式による整理  
対傾構を有するモデル ( $h_g/f \neq 0$ )

## 5. 上路式アーチ橋の

### 面外座屈強度照査式の提案

本論文で定義された各種の有効長さ係数 $K_e$ ,  $K_\beta$ ,  $K_g$ ,  $K_1$ を用いて式(2)より有効細長比パラメータ $\lambda_y$ を求め、直柱の基準強度式に代入することによって、アーチの終局応力度 $\sigma_u$ が求まる。その $\sigma_u$ と作用荷重によって生じるアーチリブの(安全率を考慮した)支点軸応力を比較することによってアーチ橋が面外座屈に対して安全であるか否かを照査することができる。

すなわち、次式を満足すれば面外座屈に対して安全である。

$$\nu N_s / A \leq \sigma_u$$

ここに、

$\nu$  : 安全率または荷重係数

$N_s$  : 作用荷重(等分布満載)に対して弾性一次理論によって計算される支点におけるアーチリブ一本軸方向力

$$\text{放物線アーチの場合} \quad N_s = \frac{p l}{2} \sqrt{\frac{1}{16} \left( \frac{l^2}{f} \right)^2 + 1}$$

$A$  : アーチリブ一本の断面積(変断面の場合、長さにわたる平均値  $A = \sum A_i L_i / L$ 、 $L = \sum L_i$ )

$\sigma_u$  : 終局応力度で次式によって計算される。

$$\sigma_u / \sigma_y = 1.0 \quad (\lambda_y \leq 0.2)$$

$$\sigma_u / \sigma_y = 1.109 - 0.545 \lambda_y \quad (0.2 < \lambda_y \leq 1.0)$$

$$\sigma_u / \sigma_y = 1.0 / (0.773 + \lambda_y^2) \quad (1.0 < \lambda_y)$$

$\sigma_y$  : アーチリブに使用した鋼材の降伏点応力度(数種類の鋼材を用いる場合は、最低級の鋼材の降伏応力度)

$$\lambda_y = (K_e K_1 K_\beta K_g S / \pi r_y) \sqrt{\sigma_y / E}$$

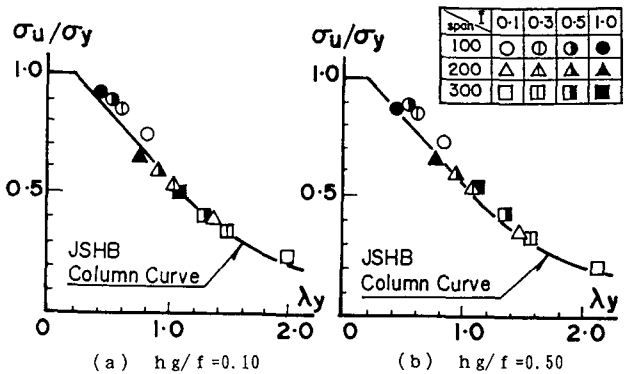


図-19 ケース2の提案式による整理  
対傾構を有するモデル ( $h_g/f \neq 0$ )

$$r_y = \sqrt{I_y / A}$$

$I_y$  : アーチリブ一本の  $y$  軸まわりの断面二次モーメント (変断面の場合、長さにわたる平均値)

$$I_y = \Sigma (I_{yi} L_i / L) \quad L = \Sigma L_i$$

$K_e$  : アーチリブの支点の面外曲げに関する境界条件に関する有効長さ係数

$K_e$  : 支点におけるアーチリブの  $Y$  軸回り (面外曲げ) の回転が固定の時 0.5, 自由の時 1.0

$K_\beta$  : 2 本のアーチリブを連結する横構の補剛効果に関する有効長さ係数

$$K_\beta = 1 - \beta + 2 r_y (0.5 + 0.94 \sqrt{\mu}) / (a K_e) \beta$$

$\beta$  : 上路式アーチ橋では通常、アーチ全長にわたって横構で補剛されているので  $\beta = 1.0$  とする。

$a$  : アーチリブ間隔

$\mu$  : 式 (4) で計算されるせん断柔性パラメータ。

$K_1$  : 荷重の方向が鉛直を保たない場合に考慮する有効長さ係数。

$$K_1 = 1.45 + 0.05 / (I_{gy} / I_{ay}) + \{0.01 \cdot (hg/f) / (I_{gy} / I_{ay})\}^{0.25}$$

$I_{gy}$  : 桁、床組を一体として考えたときのアーチ面外への曲げに対する断面二次モーメント

$I_{ay}$  : 横構と補剛された二本のアーチリブを一体として考えたときのアーチ面外への曲げに対する断面二次モーメント

$hg$  : 上路式アーチ橋の場合の補剛桁図心線とアーチクラウン (図心) との鉛直距離

$f$  : アーチライズ

$K_g$  : 道路桁を有する場合にアーチの面外変位を拘束する効果を考慮する有効長さ係数。

$$K_g = 0.5 + \frac{1.48}{(I_{gy} / I_{ay} + 1.72)^2}$$

$S$  : アーチリブの軸線長

## 6 照査式の適用範囲

ここで扱った数値モデルは、複雑で多種多様な現実のアーチ系橋梁に比べれば、未だ簡易で限られた範囲のものでしかないが、提案した面外座屈の強度式はこれらの全ての解析値に対してよく一致し、かつ安全側の算定値を与える。

アーチリブの断面積を固定したことについては、強度を応力表示しているためアーチリブ断面積が変化しても、本照査式の一般性は失われることはないと考えられる。

ライズー支間比についてもその値を固定しているが、座屈長の基準を支間長ではなく、アーチ軸線長を採用しているため、ライズー支間比が変化しても、本照査式の一般性は失われることはないと考えられる。

本解析では、アーチリブは軸方向に対して等断面で、鋼種についても変化しないものとしたが、断面積が変化する場合は軸線方向長さに対する平均断面積  $A = \Sigma A_i L_i / L$  (ここで  $L = \Sigma L_i$ ) をアーチリブ 1 本の断面積とすることにより適用は可能であり、またアーチリブの鋼種が変化する場合も最低級の鋼種を代表鋼種とし、その降伏点  $\sigma_y$  を照査式に用いることで安全側の照査が可能となる<sup>8)</sup>。

通常のアーチ橋では橋門部は補強されるが、その場合も上記の変断面の扱いによりある程度カバーされるし、補強のないモデルを基準とした本強度評価式は安全側の評価を与えるといえる。

なお、本強度評価式を用いる場合、アーチ橋の横構部材あるいは対傾構部材等はアーチ橋全体の面外座屈強度に先行して座屈しないものを配置する必要がある。

## 7. まとめ

実橋に近い骨組構造を有する上路式アーチ橋の数値モデルに基本的構造諸元を与え、弾塑性有限変位解析を行い、面外座屈に支配される場合の終局強度と特性を調べた。それらの基本的なモデルに対する結果と直柱の類似性を利用して、上路式アーチ橋の座屈強度を支配する主なる要因に対して有効長さ係数を定めた。それらを用いて定義される細長比パラメータを直柱の基準強度式に代入することによりアーチ橋の面外座屈強度を比較的精度よく算定できることを示した。ここで扱った解析モデルは現実のアーチ系橋梁の各種形式およびパラメータの種類あるいは範囲に比べれば、まだ簡易でかつ限られた範囲のものであるが、本論文で提案した式は、ここで扱った数十橋のモデルに対しては実用的に十分な精度で適用できることを示した。本提案式は電卓で計算できる程度の算術式であり、初期設計時の断面寸法の仮定の時点で全体構造の安定を照査できるので、上路式アーチ橋の許容応力度設計法における照査および終局強度設計法に実用され得るものとする。また、アーチ系橋梁の面外座屈強度を算定する方法として、文献 9) に示した弾性固有値解を用いた有効長さ手法も対象とした数値モデルに対しては実用に十分な精度で適用できることが明らかとなっている。この有効長さ手法によれば、三次元骨組の弾性固有値解を必要とするため、本論文で提案した算定式のように電卓で計算することはできないが、個々のアーチ系橋梁に対して構造全体の弾性座屈に対する固有値解析により有効長さを求めているため、既に適用性が検証されている数値モデルの範囲を越えて構造系が大幅に変化しても、他に方法がない場合はある程度の精度で面外座屈強度の近似値を求め得る一般性が期待できるものと考えられる。以上の特質を考慮の上、対象構造物の条件、重要度および設計の段階等に応じて本論文の方法と文献 9) の方法を使い分けることが可能となろう。

## 参考文献

- 1) 崎元達郎・鶴田栄一・坂田力：下路式および中路式アーチ橋の弾塑性面外座屈強度，構造工学論文集 Vol. 34A, pp. 243-254, 1988. 3
- 2) Sakimoto, T. T. Sakata and E. Tsuruta : Elasto-plastic out-of-plane buckling strength of through type and half-through type arch bridges, Proc of JSCE, No. 410/1-2, pp. 137-148, 1989. 10
- 3) Sakimoto, T. and T. Yamao: Ultimate Strength of Deck-Type Steel Arch Bridges, Preliminary Report of 3rd International Colloquium on Stability of Metal Structures, Paris, pp. 529-536, 1983
- 4) 崎元達郎・山尾敏孝・植田堅朗・岡本剛治：上路式鋼アーチ系橋梁の面外座屈耐荷力，土木構造・材料論文集，No. 1, pp. 61-67, 1986.
- 5) Shukla, S. N. and M. Ojalvo: Lateral Buckling of Parabolic Arches with Tilting Loads, Proc. of ASCE, Vol. 97, No. ST6, pp. 1763-1773, 1971.
- 6) Komatsu, S. and Sakimoto, T.: Nonlinear Analysis of Spatial Frames Consisting of Members with Closed Cross-Section, Proc. of JSCE, No. 252, pp. 143-157, Aug. 1976
- 7) (社) 建設コンサルタンツ協会近畿支部：アーチ橋の実態調査報告書、昭和60年6月
- 8) Sakimoto, T. and S. Komatsu : Ultimate Strength Formula for Steel Arches, Proc. of ASCE, Journ. of Structural Eng., Vol. 109, No. 3, pp. 613-627, 1983.
- 9) 崎元達郎・坂田力・小堀俊之：弾性固有値解を用いた有効長さ手法による鋼アーチ系橋梁の弾塑性面外座屈強度の算定，構造工学論文集 Vol. 37A, 1991. 3

(1991年10月12日受付)