

流体力を受けるケーブルの動的挙動

Dynamic response of hydrodynamically loaded cables

前島正彦* 事口寿男** 酒造敏廣***

By Masahiko MAEJIMA, Hisao KOTOGUCHI and Toshihiro MIKI

Cable segments are fundamental components in a wide variety of structures such as suspension cables, mooring lines, guy lines for towers, and towing lines, etc. It is assumed that compression and shear stresses can not be acted and that bending and torsional rigidity are usually neglected. The analysis of hydrodynamically loaded cable problem has high nonlinearities due to the following properties: geometical and material nonlinearity, nonlinear fluid forces, slack and snap load problem and kink problem. In the analysis of cable systems there exist two phases. The first phase is referred to the shape finding or the initial equilibrium problem. In the second phase the dynamic response is searched. In this study, the initial shape of cable system is estimated with high accuracy by using the second order Adams-Moulton's integral formula including higher order derivatives, and transfer matrix method. In the second phase Newmark's β method is used.

1. まえがき

ケーブル構造は、吊橋、斜張橋、などの構造物の支持、船舶・浮遊式海洋構造物の係留、船舶による観測機器等の曳航、アンカー・海底ケーブルの設置・回収等、広範囲に使用されている。このケーブルの構造的特性は、張力のみ担えることで、横方向荷重に対しては、曲げ剛性、せん断剛性を持たないため大変位を生じやすいことである。ケーブルは張力を与えられて初めて剛性を持ち幾何学的位置が決定され、また、軸方向変位の大小の如何にかかわらず、有限変形を考慮する必要がある。従って、ケーブル系の解析では、通常の幾何学的非線形、材料非線形の他に、接触問題やslack 状態で示されるケーブル剛性の減少等の状態の変化する非線形性も考慮する必要がある。また、Guyed Tower Platform や Tension Leg Platform などに見られる深海開発用の大規模な Compliant Platform の係留ケーブルでは、自重の他に、浮力、風力、波力、潮力等の変形に影響される非線形の外力（いわゆる非保存力）を受ける。

ケーブル系の解析過程は、初期つりあい形状を求める形状決定問題と、この形状をもとに解析を行う動的問題とに分けられる。初期形状決定問題は、強い非線形性を持ち、カタナリー問題として古くから知られている。海中ケーブル系の動的応答解析については、Lumped parameter法を用いた片山等³⁾、栖原等⁴⁾、中島等⁵⁾の研究、線形ケーブル要素を使用した Webster⁶⁾や吉田等⁷⁾の研究、3節点ケーブル要素を用いた福元

* 福井工業専門高等学校助教授 土木工学科 (☎ 916 福井県鯖江市下司町)

** 工博 大同工業大学教授 建設工学科 (☎ 457 名古屋市南区白水町40)

*** 工博 大同工業大学講師 建設工学科 (☎ 457 名古屋市南区白水町40)

等⁸⁾、水澤等⁹⁾の研究、LoとLeonard¹⁰⁾による4節点要素を用いた研究が挙げられる。

本研究では、まず、ケーブルの位置ベクトルと変形後のケーブルに作用する張力ベクトルを未知量とする3次元の運動方程式を誘導する。次に、初期形状決定問題については、Adams-Moultonの二次の積分公式に高次の導関数項を含め、その結果得られる非線形連立方程式の解法に伝達マトリクス法を適用することによって、高精度で初期形状が決定できる手法を示す。この方法は、変形等に特別の仮定を設けないので、非線形抗力等の連続的荷重に対する適用が容易である。動的問題については、流体力を受けるケーブルの2、3の例について、Newmarkの β 法を用いて、非線形の運動方程式を直接数値積分して解いた結果を示す。最後に、本解析結果と既往の数値解析結果や実験結果との比較を行い、本解析結果の有用性を示すとともに、流体力を受けるケーブルの2、3の力学的特性について考察するものである。

2. ケーブルの運動方程式

無荷重状態でのケーブル長を S_0 、ケーブル内の位置を示す無次元パラメータを $\xi = s/L_0$ とする。ただし、 s はケーブル任意点の自然状態での始点からの距離、 L_0 は基準長である。固定直交座標系 x_i ($i=1, 2, 3$)を使用してケーブルの運動を表す。(以後、断らない限り英小文字の下添字はこの直交座標系の成分を示すものとする。また、添字については、Einsteinの総和規約に従うものとする。)ただし、 x_3 の正の方向が鉛直上向きとする。時刻 t でのケーブルの任意点の位置ベクトルを X_i とする。

ケーブル任意点の接線ベクトル t_i は、パラメータ ξ による微分を $(\prime)$ で示せば、次式で与えられる。

$$t_i = X_i' / S \quad \dots(1)$$

ただし、 $S^2 = X_i' X_i'$ であり、この点のGreenの伸び歪みを e 、ケーブルの自然長を S_0 とすれば、

$$S = S_0(1+e) \quad \dots(2)$$

ケーブルは断面に直角方向、つまり、ケーブル接線方向の引張力しか担えないものとし、その張力の大きさを p とすれば、次の張力ベクトル P_i が定義される。

$$P_i = p t_i \quad \dots(3)$$

張力は、本来テンソル量なので、この張力ベクトルはケーブル終端の量であり、始端では逆方向を向く。

さて、式(1)に式(2)を代入すれば、次式が得られる。

$$X_i' = S_0(1+e)t_i \quad \dots(4)$$

線形、非線形を問わず、この式のひずみ e は、張力の大きさ p のみで決定されるので、この式はケーブルの位置ベクトルと張力ベクトルの関係を与える基礎方程式となる。とくに、ひずみが微小で応力とひずみの間に線形関係 $e = p/A_0 E_0$ があるとき、

$$X_i' = S_0(1 + p/A_0 E_0) P_i / p \quad \dots(5)$$

ただし、 A_0 は変形前のケーブルの応力を担いうる断面積、 E_0 はケーブル素材の初期接線縦弾性係数である。

流体中において運動しているケーブルの変形後の微小線素 ds に働く力のつりあいの式は次式である。

$$dP_i + (f_{wi} + f_{Bi} + f_{Di} + f_{Mi}) ds = 0 \quad \dots(6)$$

ここで、 dP_i は微小線素両端の張力の差である。また、 f_{wi} はケーブルの自重、 f_{Bi} はケーブルに働く浮力(静水圧)、 f_{Di} は潮流・波動などによる流体力、 f_{Mi} はケーブルの慣性力であり、いずれもケーブルの変形後の単位長さに対する量である。関係、 $ds = S d\xi$ を使えば、次式となる。

$$P_i' + (f_{wi} + f_{Bi} + f_{Di} + f_{Mi}) S = 0 \quad \dots(7)$$

ケーブル自重 f_{wi} は鉛直下向きの力であるから、次式で与えられる。

$$S f_{wi} = -w S_0 \delta_{i3} \quad \dots(8)$$

ただし、 w はケーブルの変形前の単位長さ当たりの重量で、 δ_{i3} はKroneckerの δ である。

いわゆる浮力 f_{Bi} は、考えている部分に働く静水圧の合力であるから、ケーブルの微小線素に作用する静

水圧ベクトルを微小要素の表面について面積分すれば、鉛直方向からケーブル接線方向の張る平面内にあって、ケーブルに垂直な浮力ベクトルを得る。

$$f_{Bi} = \rho g A (\delta_{i3} - t_3 t_i) \quad \dots(9)$$

ここで、 ρ は流体の単位体積質量、 g は重力加速度、 A はケーブルの変形後の断面積である。

流体力 f_{Di} は、流体の運動に起因するものと、固体の運動に対する流体の抵抗に起因するものがあるが、ケーブルのような線状構造を対象にしているので、Morison の一般式と、付加質量を用いる。

$$f_{Di} = \frac{1}{2} \rho (C_{DN} \parallel V_N \parallel V_{Ni} + C_{DT} \parallel V_T \parallel V_{Ti}) D + \rho (C_M A_{Ni} - C_{AM} \ddot{X}_{Ni}) A \quad \dots(10)$$

ここで、 V_{Ni} と V_{Ti} は、相対速度ベクトル $V_i = \dot{V}_i - \dot{X}_i$ のケーブルの法線方向成分と接線方向成分である。ただし、 V_i は流体の速度ベクトルであり、また、 A_{Ni} は流体の加速度ベクトルの法線方向成分、 $\ddot{X}_{Ni}$ はケーブルの加速度の法線方向成分である。係数 D はケーブルの外径であり、係数 C_{DN} 、 C_{DT} 、 C_M 、 C_{AM} は、それぞれ、垂直抗力係数、接線抗力係数、慣性力係数(質量係数)、付加質量係数といわれる。

3. 解析方法

ケーブル構造の初期形状の決定方法として、Adams-Moulton の積分公式と伝達マトリクス法を組み合わせた方法を述べる。解析手法の説明を簡単にするために、式(5)、(7)の右辺を次のように書く。

$$\begin{aligned} P_i' &= F_i \\ X_i' &= G_i \end{aligned} \quad \dots(11)a, b$$

ケーブル上の任意点 K 点と、 z だけ離れた L 点の張力と位置の関係は Adams-Moulton の 2 次の積分公式に張力が位置ベクトルのケーブルの長さによる一階導関数相当の量であることを考慮して、張力に対しては二階導関数項、位置ベクトルに対しては三階導関数項までの項を加えると次の様になる。

$$P_{Li} = P_{Ki} + \frac{1}{2} ((P_{Ki}') + P_{Li}') z + (P_{Ki}'' - P_{Li}'') z^2 / 2 \quad \dots(12)$$

$$X_{Li} = X_{Ki} + \frac{1}{2} ((X_{Ki}') + X_{Li}') z + (X_{Ki}'' - X_{Li}'') z^2 / 2 + (X_{Ki}''' + X_{Li}''') z^3 / 6 \quad \dots(13)$$

式(13)の誤差は導関数値が正しく評価されていれば、 $X^{(5)} z^5 / 80$ の大きさとなる。ここで、静的解析では関数 F_i 、 G_i とともに張力 P_i のみの関数であることを考慮すれば、

$$\begin{aligned} P_i'' &= F_{Pij} F_j \\ X_i'' &= G_{Pij} F_j \\ X_i''' &= G_{Pim} F_{Pmj} F_j + G_{PPijm} F_m F_j \end{aligned} \quad \dots(14)a-c$$

ただし、

$$\begin{aligned} F_{Pij} &= \partial F_i / \partial P_j \\ G_{Pij} &= \partial G_i / \partial P_j \\ G_{PPijm} &= \partial^2 G_i / \partial P_j \partial P_m \end{aligned} \quad \dots(15)a-c$$

実際の計算の手順は、次のようである。

(1)予測過程 現在の K 点の値から次式で L 点の予測値を計算する。

$$P_{Li} = P_{Ki} + P_{Ki}' z + P_{Ki}'' z^2 / 2 \quad \dots(16)$$

$$X_{Li} = X_{Ki} + X_{Ki}' z + X_{Ki}'' z^2 / 2 + X_{Ki}''' z^3 / 6 \quad \dots(17)$$

(2)修正過程 現在の K 点の値と、 L 点の予測値から L 点の修正値を式(12)と式(13)から計算する。

(3)以上の計算を始端から終端に向かって行うが、ケーブルの解析では始端の張力と位置の両者が既知であることはなく、2 点境界値問題となる。そのため、始端の張力か位置のどちらかは未知量となり、適当な出発値から始め、終端の境界条件を使って逐次補正する。始端の張力と位置の補正によって生ずる K 点の補正値 ΔP_{Ki} 、 ΔX_{Ki} と L 点の補正値 ΔP_{Li} 、 ΔX_{Li} の関係は、次式で与えられる。

$$\Delta P_{Li} = (\delta_{ij} + z F_{Pij}) \Delta P_{Kj} \quad \dots(18)$$

$$\Delta X_{L,i} = \Delta X_{K,i} + (2G_{p,i,j} + Z^2(G_{p,i,m}F_{p,m,j} + G_{p,p,i,m,j}F_{m,j})/2) \Delta P_{K,j} \quad \dots(19)$$

上式(18)、(19)の関係は、いわゆる伝達マトリクス法の概念である。すなわち、この関係によって終端の補正量が始端の補正量の線型結合で与えられ、始端の補正量の一方は既知であるから、他方の未知量が終端の補正量に関する境界条件から決定できる。

次に、動的解析には Newmark の β 法を用いる。つまり、時刻 t における位置ベクトル X_i 、速度 V_i 、加速度 A_i と、時刻 $t+h$ における加速度の推定値 $A_{p,i}$ を用いて時刻 $t+h$ における位置ベクトルの推定値 $X_{p,i}$ と速度の推定値 $V_{p,i}$ を次式で計算する。

$$X_{p,i} = X_i + V_i h + A_i h^2/2 + \beta (A_{p,i} - A_i) h^2 \quad \dots(20)$$

$$V_{p,i} = V_i + (A_i + A_{p,i}) h/2 \quad \dots(21)$$

この値をまず基礎方程式(4)に代入し張力の推定値 $P_{p,i}$ を求める。次に、これらを式(7)に代入し両辺が等しくなるように加速度の推定値 $A_{p,i}$ を修正する。すなわち、 $A_{p,i}$ の補正量を ΔA_i 、 $V_{p,i}$ の補正量を $\Delta V_{p,i}$ とすれば、

$$\begin{aligned} P_{p,i}' &= F_{p,i} + \partial F_i / \partial A_i \cdot \delta A + \partial F_i / \partial V_j \cdot \delta V_j \\ &= F_{p,i} + (\partial F_i / \partial A_i + 1/2 h \partial F_i / \partial V_j) \delta A_i \end{aligned} \quad \dots(22)$$

この過程を $A_{p,i}$ の補正量が所定の大きさになるまで繰り返す。張力、位置ベクトルの導関数の計算には差分法を用いる。

4. 数値解析

表-1.1 解の精度 (P,X 一次) $\gamma=10^{-10}$

(1)静的解析の精度	分割数	反復数	水平張力(N)	sag(m)
本解析手法の精度の評価のために、理論解の容易に得られる水平2点間に張られた自重のみを受けるケーブルの計算を行った。この解は良く知られたカテナリーである。表-1.1～表-1.3にその結果を示す。いずれも長さ1mのケーブルに対しての計算であり、始点の張力の誤差が 10^{-6} Nになるまで計算を行った。	10	57	1.1271	0.39010
	20	27	1.1259	0.39613
	40	25	1.1254	0.39797
	80	25	1.1252	0.39806
	theory		1.1252	0.39819
最初に、取り入れる導関数の次数による解の精度の向上の例を示す。表-1.1と表-1.2は荷重による伸びを示す無次元パラメタ $\gamma = wSo/BoAo = 10^{-10}$ の場合である。表-1.1は、張力、位置とも一次の導関数項を取っただけの場合で、表-1.2は張力に対して2次の導関数項、位置に対しては3次の導関数項まで考慮した場合の計算例である。高次導関数項の導入によって、収束回数、精度とも著しく改善される。とくに、強く緊張したケーブルの場合にそれが顕著で、一次導関数項のみ考慮した場合は、スパン長を0.99m以上にした場合、解は収束しないのに対し、高次項を考慮した場合は、表-1.2に示すように0.999mの場合でも10分割、反復16回で収束している。	10	282	12.338	0.09551
	20	282	12.255	0.09622
	40	282	12.234	0.09640
	80	281	12.228	0.09644
	theory		12.227	0.09644

次に伸びを示すパラメタ γ の大きさによって解の精度がどのように影響を受けるかを調べる。表-1.3は $\gamma = 10^{-5}$ で、高次導関数項を考慮した場合の結果で、表-1.2の例が、ほとんど伸びの無いケーブルに対する結果であるのに対して、これは比較的伸びの大きいケーブルに対する計算例である。伸びを示すパラメタ γ の大きさに解の精度がほとんど影響されないのがわかる。

表-1.2 解の精度 (P:2, X:3 次) $\gamma=10^{-10}$

	分割数	反復数	水平張力(N)	sag(m)
0.500	10	7	1.1288	0.40095
	20	5	1.1252	0.39836
	40	4	1.1252	0.39820
	theory		1.1252	0.39819
0.975	10	11	12.226	0.09647
	20	10	12.227	0.09646
	theory		12.227	0.09646
0.999	4	21	63.165	0.01936
	10	16	63.173	0.01936
	theory		63.173	0.01936

表-1.3 解の精度 (P:2, X:3 次) $\gamma=10^{-5}$

	分割数	反復数	水平張力(N)	sag(m)
0.500	10	8	1.1518	0.40095
	20	6	1.1482	0.39836
	40	5	1.1482	0.39820
	80	6	1.1482	0.39819
	theory		1.1482	0.39819
0.999	4	27	13.353	0.009359
	10	20	13.353	0.009359
	20	10	13.353	0.009359
	theory	281	13.353	0.009375

(2)浮力の影響

2節で述べたように、浮力は静水圧の合力であるからケーブル軸線に垂直に作用し、水平方向の成分を持つが文献によっては浮力の効果を水中質量として処理しているものもある。水中質量として処理すれば浮力の方向を鉛直方向のみに限定してしまい、ケーブルはカテナリー曲線となるが、本来の曲線形状とは異なる。その差をみるために次の計算を行った。自然長 100m、直径0.025mのケーブルを水中でスパン90m に張り渡した場合の、浮力を正しく評価したときと（以後、『浮力』と記す。）、水中質量として処理した時（以後、『水中質量』と記す。）の相違を表-2と図-3に示す。ケーブルの剛性の大きい場合、曲線形状の差は小さい。当然 span-sag 比を大きくした偏平な形状のときは、ケーブルに水平な部分が多く両者の差は小さく、ス

表-2 浮力と水中質量による解の相違

	span	ρ (kg/m ³)	Eo (MPa)	Pmax (kN)	Pmin (kN)	sag (m)
浮力	90 m	2000	10000	0.4382	0.2529	19.25
		8000	10000	2.6006	1.8643	19.02
		2000	1	0.3909	0.0513	51.30
水中質量	50 m	2000	10000	0.4300	0.0360	40.85
		2000	10000	0.3611	0.2693	19.02
		8000	10000	2.5248	1.8814	19.12
水中質量	90 m	2000	1	0.2626	0.1055	44.92
	50 m	2000	10000	0.2406	0.0552	39.82

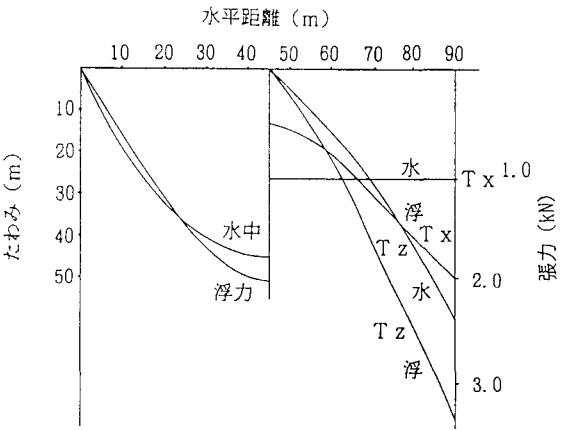
パン90mの場合には sagの差は3~24mmである。span-sag比の小さいときには差が大きく、スパン50mの場合には『浮力』の sagは『水中質量』の sagより約1m大きくなる。最大張力の大きさは、『浮力』が『水中質量』より大きい。とくに、緩く張った sagの大きいケーブルほどその差が大きく、スパン50mの場合には、『浮力』の最大張力は『水中質量』の約2倍の大きさである。また、剛性が小さくなるに従って形状の差が大きくなる。図-1は、 $E_o=10^3 \text{ kN/m}^2$ の場合のケーブル形状と張力の分布を示す。sagの差は約6.4mで、最大張力は浮力を正しく評価した場合の方が約50%大きい。一般に『浮力』と『水中質量』の差は、ケ

ーブルが軽いほど、剛性が小さいほど、緩く張ったときほど大きい。また、張力の差の方が形状の差より大きい。そして、最大張力の大きさ、最大たわみの大きさから判断すれば、浮力を水中質量として処理してしまうのは、設計上、危険側にあるといえる。

(3)アンカーの曳航
球状の物体を一定速度で水中曳航するときのケーブルの定常形状（つりあい形状）を決定する。ケーブルと曳航体の諸元と計算結果の一部を表－3に示す。ここでは、Gibbons¹¹⁾の実験結果、Webster⁶⁾の直線要素を用いた有限要素解、吉田等⁷⁾の3次元梁要素を用いた線形化増分法に反復修正法を併用した有限要素解、福元⁸⁾の3節点アイソパラメトリック曲線要素を用いた有限要素解、水澤等⁹⁾の3節点アイソパラ

メトリック曲線要素を用いた Viscous Relaxation 法による有限要素解を示す計算に用いた抗力係数等は吉田、福元等の用いた値と同じである。この解析では初期状態を水中にアンカーを垂らした状態にとったが、最終状態との差が大きく最終速度に至るまでを25ステップに分け徐々に速度を上げながら解析を行った。ケーブル曳航点の張力の誤差が 10^{-8} になるまで各ステップの反復計算を行ったが20分割の場合、ステップの反復数は最小7回、最大13回、合計 226回であった。40分割の場合は、最小4回、最大6回、合計 123回であった。1反復に要する時間は分割数に比例する。

(4)アンカー・ドロップ
動的過渡応答解析の1例として、Webster⁶⁾、吉田⁷⁾、福元⁸⁾の行ったアンカー・ドロップの計算を取り上げ比較計算を行った。解析に用いたケーブル・アンカー諸元、流体力係数の値は福元の用いた値を使用した。その値及び以下の動的応答解析で用いたケーブル・アンカーの諸元の値を表－4に、アンカーの落下形状を図－2に示す。時間ステップ $h=0.001$ 秒、 $\beta=0.25$ 、1ステップでの



図－1 浮力と水中質量の処理による相違

表－3 アンカー（錘）の曳航 曳航速度=5.397m/s
ケーブル: $C_{DN}=1.5$, $C_{DT}=0.03$, アンカー: $C_D=0.5$

	錘の水深	船側張力	錘側張力	船側角度	錘側角
Gibbons	32.9 m	2.930 kN	2.626 kN	8.0	80.0
著者等	32.6	2.891	2.614	10.7	79.9
Webster	36.6	2.842	2.577	11.0	86.0
吉田等	33.0	2.939	2.636	10.7	82.9
福本等	33.3	2.911	2.636	10.7	75.3
水澤等	32.8	3.005	2.626	—	—

表－4 アンカー・浮きとケーブルの諸元

	ケーブル				アンカー・浮き	
	直径mm	長さm	質量kg/m	剛度kN	直径m	質量kg
曳航	8.89	85.34	0.3052	853.5	0.3048	278.3
沈下1	25.4	457.2	0.5067	843.8	1.2190	6391.3
沈下2	25.4	457.2	2.5335	843.8	1.2190	6391.3
自由1	25.4	45.0	2.5335	843.8	1.2190	474.2
自由2	25.4	45.0	2.5335	4219.0	1.2190	474.2
強制	25.4	45.0	2.5335	843.8	1.2190	474.2

加速度の補正量の打ち切り誤差の大きさは、 $\delta \alpha \beta h^2 \leq 10^{-6}$ を満足する。このケーブルは、水中質量 = 0（比質量 = 1）なので、無張力で水面に水平に張れる。落下に従ってアンカーに近いケーブル部分から鉛直に近い方向を向き始め、その部分は次第に浮力を失い落下速度を速める。落下量が吉田、福元等の解析結果よりが大きいのは浮力の取扱の差と思われる。

次に、水中で初期形状を有するケーブルのアンカー・ドロップの解析を行った。ケーブル、アンカーの諸元は、ケーブル比質量が5である以外は前解析と同じである。ケーブルの落下形状と落下軌跡を図-3に実線で示す。ケーブル形状は初期の下に凸な形状から、反曲点をアンカー近傍から、ケーブル固定点に移動させながら落下し次第に上に凸な形状に変わって行く。ケーブル各点の落下軌跡は、前例のように単調ではなく、自重による初期の落下、アンカーの落下の影響による上昇運動、最終的な落下運動と複雑である。

また、ケーブル反曲点近傍では張力を担えない、いわゆる、slack 状態が生じている。同じく図-3に破線で、アンカーの直径を 1/3に（質量では1/27）した場合の解を示す。アンカーが軽いので、アンカーの解放によってケーブルは一気にケーブル固定点側に引き戻され、跳ね返りの上昇運動は生じない。また、ケーブルの中間部はほとんどがスラック状態になる。

図-4に、真空中のアンカー・ドロップの解析結果を示す。液体の抵抗がないので落下速度はきわめて速いが、この場合もケーブルの上昇運動が見られる。この運動は主としてケーブルとアンカーの質量比によって決まることが分かる。

図-5に、アンカーの落下運動が潮流にどのように影響されるかを示す。流速 1m/s の潮流が、ケーブル固定側からアンカー側に流れるときを実線で、逆方向に流れるときを破線で、ケーブルに直角方向に流れるときを一点鎖線で示す。潮流の影響で50秒後のアンカーの落下深さに約100mの差がある。図-6にケーブルの落下形状の水平面への投影を示す。アンカーが落下と同時に、潮流方向に激しく流される。

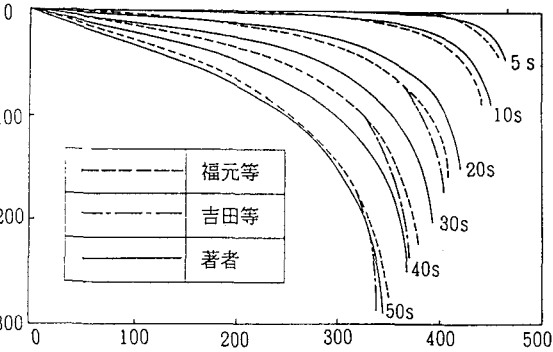


図-2 アンカー・ドロップ ($\rho = 1$)

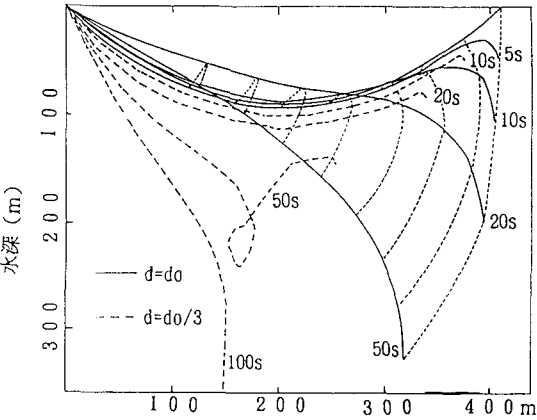


図-3 アンカー・ドロップ ($\rho = 5$)

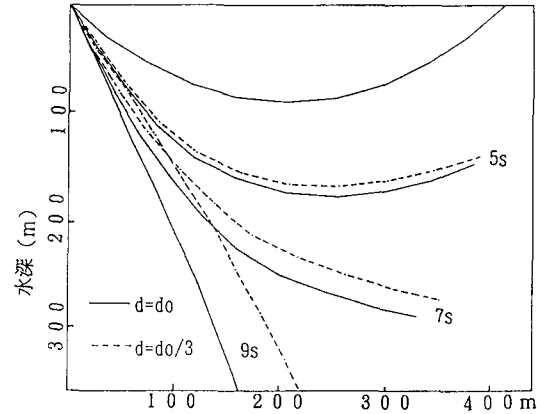


図-4 アンカー・ドロップ (真空中)

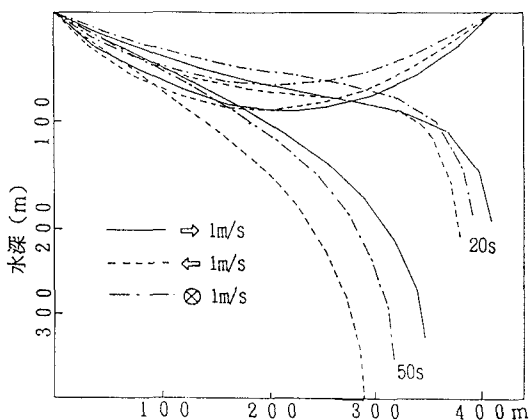


図-5 アンカー・ドロッグ に対する潮流の影響
アンカーの鉛直変位

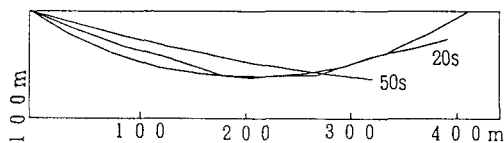


図-6 アンカー・ドロッグ に対する潮流の影響
アンカーの水平変位

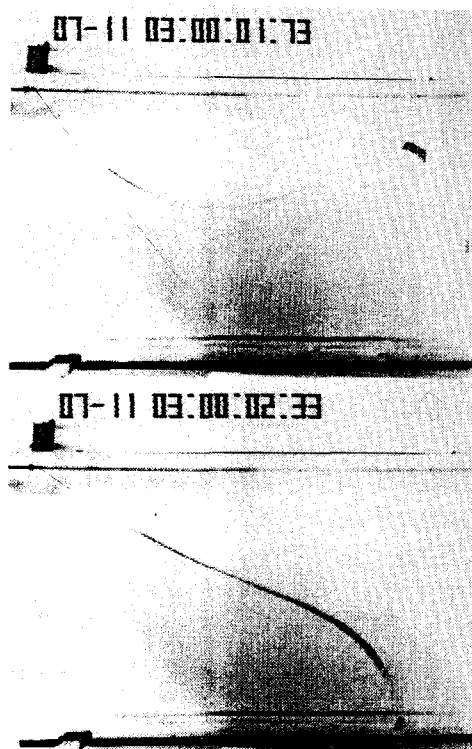


写真-1 アンカー・ドロッグ の実験結果

(5) 没水球体の振動

Tension Leg Platformの簡単な例として、没水球形浮きを取り扱う。水面に顔を出した球体、あるいは水面付近にある球体についての流体力係数についてはよく知られていない。また複雑な形状の物体についても同様である。ここでは球形浮きが長さ45mのケーブルで支持されている構造を例とする。浮きの初期位置として海底から45m、水平に2.5mを与えた後、自由振動させた場合の動的応答について検討する。この振動系を支配するパラメタとしては、浮きの直径と質量、ケーブルの直径と質量、浮きとケーブルの流体力係数などが考えられるが、ここではケーブルの弾性係数のみを取り上げ、 $E_0=832.65\text{MPa}$ 、 $E_0=1.6653\text{GPa}$ 、 $E_0=8.3265\text{GPa}$ 、 $E_0=16.653\text{GPa}$ の4つの場合について計算した。図-7に浮きの縦振動応答を、図-8に横振動応答を示す。また弾性係数が小さいときには、初期位

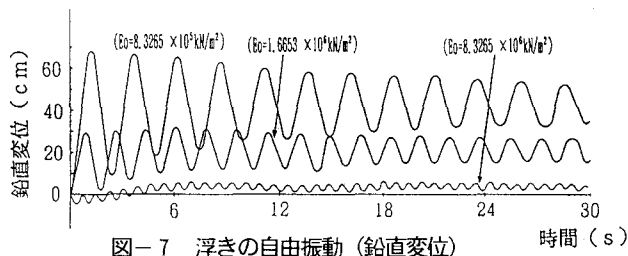


図-7 浮きの自由振動 (鉛直変位)

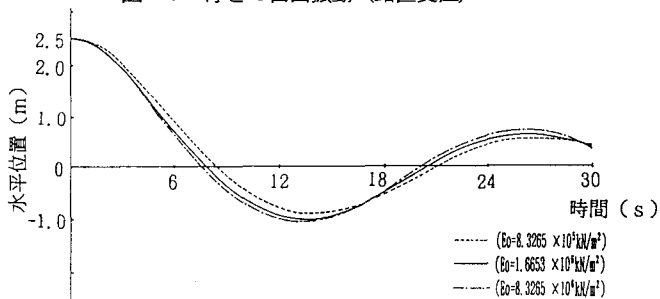


図-8 浮きの自由振動 (水平変位)

置が静的つりあい位置より深くなり、変位は正值をとるが、弾性係数が大きいときは、初期位置が静的つりあい位置より浅いので、やや複雑な鉛直振動を示すが、いずれも減衰の小さい単振動に近い。水平振動については、かなり減衰の大きい単振動で、周期は弾性係数の大きいほど小さいが、その差は縦振動に比べてはるかに小さい。それぞれの運動は極めて簡単だが、その合運動の形状は複雑であり、弾性係数が大きくなるほどケーブルの縦振動の周期が小さくなるので浮きの運動が複雑になる。 $E_0=16.653\text{GPa}$ の場合は、張力による最初の浮きの沈みでケーブルのほとんどの部分が張力を失い、その後の張力は回復するが張力のばらつきが大きく、時間刻みの取り方で解が異なりスラック後の計算法に改良すべき点があると思われる。

$E_0=832.65\text{MPa}$ の場合について潮流の影響を調べた。水平に変位を与えた方向に毎秒 0.25m 、 0.75m 、 1.0m の速度の潮流が流れている場合の浮きの鉛直運動と水平運動の様子を図-9に示す。この大きさの浮きに対しては、 1m/s という流速は大きな流速で、浮きは鉛直方向、水平方向にもほとんど振動しないで潮流に流される。 0.25m/s の潮流でも水平運動に対する大きな減衰力となっている。

同様のケーブル構造の $E_0=832.65\text{MPa}$ の場合について、強制外力による動的応答性状について検討する。外力は、振幅 10kN の水平方向の正弦波で周期が6秒と12秒の場合を計算した。

図-10に浮きの縦振動応答を図-11に横振動応答を、図-12と図-13にケーブルの海底固定部と浮き取付部の張力変化を示す。周期12秒の外力に対する応答が大きく出ている。また、張力の変動は自由振動の場

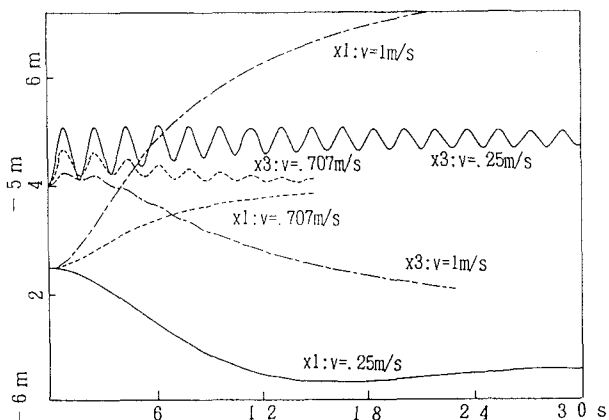


図-9 自由振動に対する潮流の影響

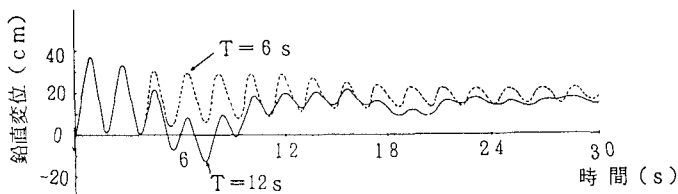


図-10 浮きの強制振動 (鉛直変位)

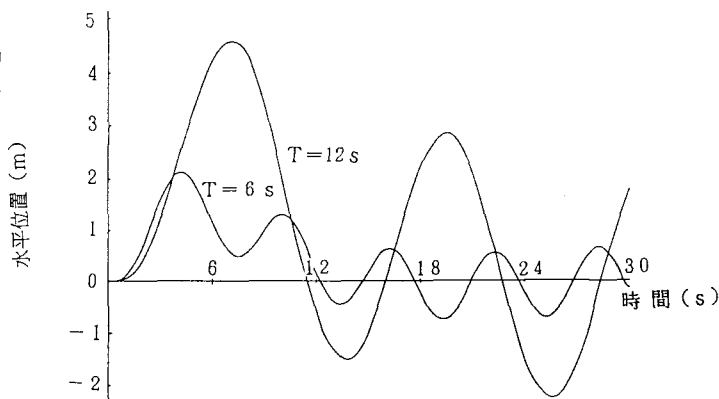


図-11 浮きの強制振動 (水平変位)

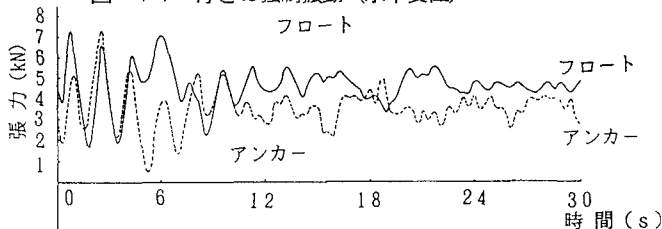


図-12 浮きの強制振動 (張力変化 周期12秒)

す。張力の変化は、周期12秒の場合に比べて複雑であり、また、変位成分の変動に比べて、かなり複雑である。図-14に潮流の作用する場合の強制振動の解の一部を示す。強制外力の周期は12秒、潮流の速度は1m/s、潮流の方向は、外力と90°の方向の場合と、外力に45°の場合の2ケースである。図は、浮きの運動の水平面への投影を示すが、強制外力の振動に伴って、静的釣合い位置からさらに潮流方向に流される傾向にある。

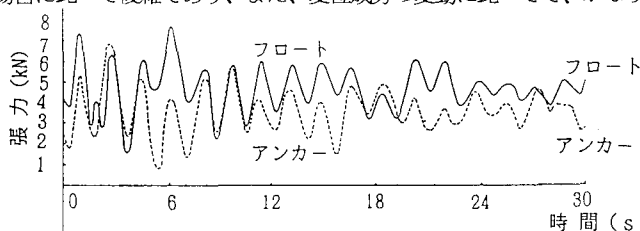


図-13 浮きの強制振動(張力変化 周期6秒)

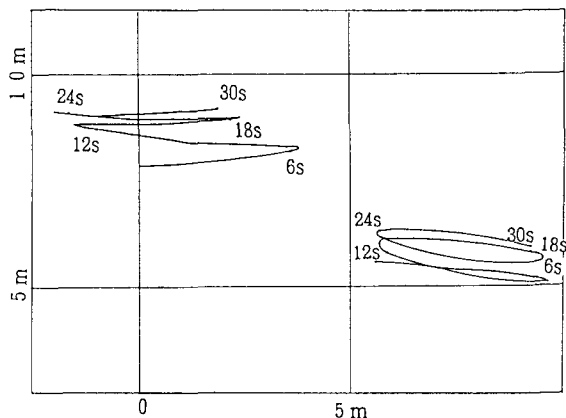


図-14 浮きの強制振動に対する潮流の影響

5. 結言

本研究の結果をまとめると次の様である。

(1) 海中ケーブル構造の静的非線形解析に対して、Adams-Moulton の二次の積分公式に高次の導関数項を取り入れ、その非線形方程式の反復解析過程に伝達マトリクス法を使う手法を示した。

(2) この手法は、有限要素法のように変位に特別の仮定をしないので、変位依存性の高い非線形の問題について、解析が容易になり、高精度で解が得られることを、いくつかの数値計算例で示した。

(3) 特に、カタナリーの場合、緩く張った場合も強く張った場合も良い精度の解が得られる。

(4) 浮力を水中質量として取り扱うのは、力の作用方向が、正しい方向と異なり、設計上危険側の解が得られる。

(5) また、動的応答解析に、Newmark の β 法を用いた応答プログラムを作成し、既往の研究成果と比較して解法の妥当性を確認した。

(6) アンカー・ドロップの問題では、ケーブルとアンカーの質量比によって、落下挙動が支配される。アンカーの質量が大きい場合ケーブルに跳ね戻り現象が見られる。

(7) 浮きの振動では、鉛直振動に対してケーブルの弾性係数の影響が大きく、ある大きさから、第一波で圧縮波を生じ、不安定振動となる。水平振動に対するケーブルの弾性係数の影響は小さいが、流体力による減衰は大きい。

(8) 動的問題では、特に、潮流の流体力が運動を支配する傾向がある。

—参考文献—

- 1) Lelnard, J.W. and Nath, J.H.: Comparison of finite element and lumped parameter methods for oceanic cables. Eng. Struct., Vol. 3, 1981.
- 2) Mizusawa, T. et al.: Bibliography and database on offshore structures. Symp. on Fundamental Study on Dynamic Failure and Design of Ocean Structures, Nagoya, 1988.

- 3)片山他：浮遊式海洋構造物の係留解析法、三菱重工技報、Vol.13,1976.
- 4)栖原他：振動する係留鎖の挙動と張力、日本造船学会論文集、第148号,1980.
- 5)中島他：係留浮体の運動を考慮した係留ラインの動的挙動、日本造船学会論文集、第150号,1981.
- 6)Webster, R.L.:Nonlinear static and dynamic response of underwater cable structures using the finite elementmethod. OTC 2322,1975.
- 7)吉田他：有限要素法による水中線状構造物の応答解析、日本造船学会論文集、第144号、1979.
- 8)福元他：海中ケーブル構造の波浪応答解析とその計算プログラム、土木学会論文集、第356/I-3,1985.
- 9)水澤他：海洋ケーブルの動的非線形挙動について、第9回海洋工学シンポジウム、日本造船学会、東京、1989.
- 10)Lo, A. and Leonard, J.W.:Dynamic analysis of underwater cables.Proc. of ASCE, Vol.108,EM4, 1982.
- 11)Gibbons, T. and Walton, C.O.:Evaluation of two method for predicting towline tensions and configurations of a towed body system using bare cable. DTMB Report 2313, 1966.
- 12)元良誠三監修：船体と海洋構造物の運動学、成山堂書店

(1990年10月12日受付)