

降伏棚を有する鋼材の繰り返し弾塑性モデル —二曲面塑性モデルの開発—

A CYCLIC TWO-SURFACE MODEL FOR STEEL WITH YIELD PLATEAU

田中良仁* 水野英二** 潘赤*** 宇佐美勉****

By Yoshihito TANAKA, Eiji MIZUNO, Chi SHEN and Tsutomu USAMI

Recently, the development of advanced cyclic plasticity model is urgently needed for better prediction of elasto-plastic behavior of steel structures or members subjected to repeated and reversed loads. In the present paper, the Dafalias • Popov two-surface model is first reviewed and then calibrated from test data on structural steel specimens under uniaxially repeated and reversed loading condition. As a result, the conventional two-surface model is found not suitable for the prediction of cyclic behavior of structural steel in the yield plateau as well as the hardening region.

Therefore, the present paper has tried to develop a new two-surface model in which the newly defined shape parameter, the virtual line concept, and accumulated plastic effective strain-plastic work relation are introduced to predict the more general behavior of structural steel under cyclic loads. It has been found that the results from the proposed two-surface model give better agreement with the experimental data.

1. 緒言

土木構造物あるいは構造部材に設計で規定した以上の繰り返し外力が作用し、弾性限界応力を越える繰り返し応力が生じる場合の、全体的および局所的な構造物の塑性変形挙動を十分把握しておくことは、構造物の設計あるいは維持において大変重要である。この塑性変形挙動を、有限要素法などの離散化手法を用いて評価する上で、鋼材の繰り返し応力-ひずみ関係をうまく表現できる力学モデル¹⁾²⁾の開発が重要となる。例えば、繰り返し外力が作用する薄板の局部座屈解析においては、ひずみが1%前後の降伏棚域からひずみが2%以上のひずみ硬化域へ移行するときの繰り返し挙動を、工学的な意味を失わない範囲内で精度良く評価できる力学モデルの適用が重要となる。

* 名古屋大学大学院土木工学専攻(博士課程前期課程)(〒464 名古屋市千種区不老町)
 ** Ph.D. 名古屋大学・助手 工学部・土木工学科 (〒464 名古屋市千種区不老町)
 *** 工修 名古屋大学大学院土木工学専攻(博士課程後期課程)(〒464 名古屋市千種区不老町)
 **** D.Sc. 工博 名古屋大学・教授 工学部・土木工学科 (〒464 名古屋市千種区不老町)

繰返し荷重を受ける鋼材の力学モデルとしては、1967年にMróz³⁾⁴⁾およびIwan⁵⁾がそれぞれ独自に開発した塑性力学多曲面モデルを挙げることができる。この多曲面モデルはそれぞれ異なった加工硬化係数を有する複数の曲面群より成り、特別な複合硬化則に従う多曲面の移動により、バウシinger効果など鋼材の繰返し特性を再現することができる。さらに、1977年、Popov・Petersson⁶⁾⁷⁾は、Mrózとは異なる硬化則を用いて、相当塑性ひずみ量に関連した多曲面モデルを考案した。このモデルでは、各曲面の大きさは、相当塑性ひずみ量の関数である重み関数と基本サイズ関数によって変化する、と仮定した。一方、1988年、皆川ら⁸⁾⁹⁾は、ひずみ履歴の進展を表す状態変数として、新たに定義した累積相当塑性ひずみ(塑性ひずみ履歴において過去最大の塑性ひずみを越えた場合の塑性ひずみを合計した量)および相当塑性ひずみ増分とをPopov・Peterssonモデルに導入し、修正多曲面モデルを開発した。この修正モデルでは、降伏棚を有する鋼材の履歴特性を精度よく表現するために、複数の基本サイズ関数とそれに対応する重み関数を用いることを提案した。しかし、これら上述の多曲面モデルを有限要素法による数値計算に応用する場合、複数の曲面の大きさおよび移動の変化などを取り扱わなければならないため、一般的にパラメータの数が增える。

一方、多曲面モデルに代わる塑性力学モデルとしては、内側に降伏曲面、外側に境界(限界)曲面の二曲面より成る二曲面モデルが挙げられる。1976年に、Dafalias・Popov^{10)~12)}は、降伏曲面上の応力点と境界曲面上までの距離を用いて硬化係数を決定し、主にひずみ硬化領域での金属材料の繰返し挙動に対するモデルを提案した。さらに、1983年、Tseng・Lee¹³⁾は、Dafalias・Popovモデルの修正を試み、一軸ならびに二軸応力状態でのモデルによる繰返し挙動を実験的に検証した。1985年、Cofie・Krawinkler¹⁴⁾は境界線の移動を考慮することによりDafalias・Popovモデルの修正を一軸応力状態で行った。

多曲面モデルおよび二曲面モデルは、それらのほとんどがひずみ硬化域での応力-ひずみ関係を対象にしており、地震などによって生ずる部材の大変形挙動や亀裂進展などの問題のような比較的大きいひずみ領域での繰返し挙動を予測するときには適している。しかし、例えば、SS41鋼材などを用いた構造物の部材内に生ずる比較的小さなひずみ領域で生ずる局部座屈挙動などを解析する場合には、ひずみ硬化域での繰返し挙動のみならず、ひずみが 10^{-2} のオーダー以下の降伏棚域での繰返し挙動の検討および力学モデルの開発が重要になる。

本論文では、Dafalias・Popov 二曲面モデルの概要をレビューした後、モデル中の形状パラメータの修正を行い、新たな仮想境界線概念および累積相当塑性ひずみと塑性仕事との関係を導入することにより、ひずみ硬化域のみならず、特に降伏棚内での鋼材の繰返し挙動を精度良く予測することのできる塑性力学モデルの開発を試みた。さらに、各種構造用鋼材の繰返し引張・圧縮実験データよりモデルパラメータを決定し、モデルシミュレーションを通して、本モデルの適用性について考察した。

2. Dafalias・Popov二曲面モデルの概要

塑性域で繰返し応力を受ける鋼材の一軸応力 σ -一軸ひずみ ε 関係を図1に概略的に示す。図中、点0から点Aまでは弾性域を、点Aから点Cまではひずみ硬化域を示す。一般に、硬化域はある点(例えば、点B)より定常的な線形塑性挙動を示すようになる。一軸応力状態でのこの定常的な直線は境界線(Bounding Line)と呼ばれる。点Cより除荷をすると、ある程度の弾性挙動(CD間)の後、再び、硬化し始め下側の境界線に漸近する。点Fより再載荷すれば、同様な挙動を示す。Dafalias・Popovは、このような鋼材の繰返し挙動を予測するため、現応力点と境界線までの距離および形状パラメータを導入した二曲面モデルを開発した。以下では、図2に示した応力 σ -塑性ひずみ ε_p 関係を用いてDafalias・Popovによる二曲面モデル^{10)~12)}の概念を説明する。

図2において、OA、CD、FGは塑性ひずみの変化がない弾性域で、AC、DF、GHは非線形塑性域、CX、FY'は定常状態の塑性域である。弾性域と定常状態の塑性域での挙動は、それぞれ弾性係数Eおよび定常塑性係数

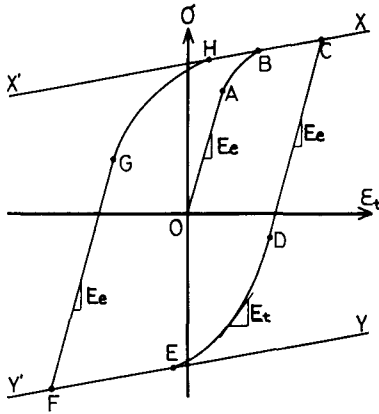


図1 応力-ひずみ図

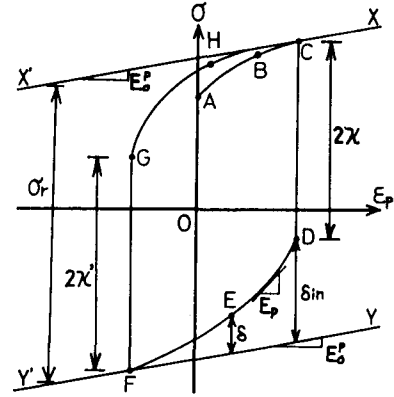


図-2 応力-塑性ひずみ図

E_p^0 を用いて一次関数で容易に表現できるが、これらの遷移域である非線形塑性域の挙動(例えば、DF間)に対しては接線塑性係数 E_p を定義することにより表現できる。以下では、接線塑性係数 E_p の定式化について述べる。点Dにおける接線塑性係数 E_p は無限大であり、点Fでの E_p は境界線(XX', YY')の定常塑性係数 E_p^0 に等しくなる。よって、非線形塑性域の任意点Eにおける E_p を、初めて塑性域に入る点Dから境界線までの σ 軸に平行な距離 δ_{in} と、点Eから境界線までの σ 軸に平行な距離 δ を用いて次式で補間する。

$$E_p = E_p^0 + h \frac{\delta}{\delta_{in} - \delta} \quad (1)$$

ここで、 h は形状パラメータ(Shape Parameter)と呼ばれ、曲線の曲率度合を表し、この値が大きいほど曲率が大きくなる。Dafalias・Popov二曲面モデルでは、次式が用いられている。

$$h = \frac{a}{1 + b r^m} \quad (2)$$

ここで、 r は δ_{in} を境界間距離 σ_r (図2においてのXX'とYY'の σ 軸に平行な距離)で除したものであり、

$$r = \delta_{in} / \sigma_r \quad (3)$$

と表される。なお、 a 、 b および m は各種鋼材に固有なパラメータである。

式(1)において、点Eが点Dに等しいとき、 $(\delta_{in} - \delta)$ の値は0であり、式(1)の右辺の第二項は無限大になるため E_p も無限大になる。次に点Eが点Fに近づくとき、 δ の値は0に近づき式(1)の右辺の第二項も0に近づき、 E_p は定常塑性係数 E_p^0 に等しくなる。よって、式(1)の接線塑性係数を用いて、遷移域での非線形塑性域の応力-ひずみ曲線の形状を、補間することができる。また、式(2)および(3)から分かるように、このモデルでは常に荷重が反転した状態において形状パラメータ h を決定し、しかも一つの曲線における形状パラメータ h は常に一定値をとる。なお、Dafalias・Popovの提案している形状パラメータ h の求め方についてはAPPENDIX Iを参照されたい。

Dafalias・PopovおよびTseng・Leeの二曲面モデルはいずれもひずみ硬化域での繰返し载荷が前提となっており、降伏棚での繰返し载荷について適用することは困難であることに、注意する必要がある。

なお、Dafalias・Popov二曲面モデルを一軸応力-一軸ひずみ状態のもとで増分表示すると、

$$\text{弾性域: } d\sigma = E \cdot d\varepsilon \quad (4)$$

$$\text{塑性域: } d\sigma = \frac{E \cdot E_p}{E + E_p} d\varepsilon \quad (5)$$

となる。

一軸応力状態でのDafalias・Popov二曲面モデルは、弾性域(例えば、弾性域 2κ を有するCD、 $2\kappa'$ のFG)の上下境界線(XX'およびYY')内での移動により特徴づけられる。また、一般応力状態では、内側に存在する弾性領域(CDおよびFG)を規定する線が降伏曲面、さらに、外側に存在する境界線(XX'およびYY')が境界曲面となり、降伏曲面が境界曲面の内部を移動することになる。

3. モデルパラメータ決定のための繰返し引張・圧縮実験

Dafalias・Popov二曲面モデルの修正、およびその降伏棚を有する鋼材への適用性の検討のため、以下に示すような繰返し引張・圧縮実験を計画した。

鋼材は、JIS-G-4051¹⁵⁾に規定されている機械構造用鋼材S20C(降伏棚なし)および一般構造用鋼材SS41(降伏棚あり)を用いて、一軸引張・圧縮用試験片を製作した。荷重の偏心や形状の初期不整による応力-ひずみ関係への影響を防止するため、平行部を有する中実丸棒試験片を用いた。その供試体の形状と寸法を図3に示す。平行部の長さは、変位計(測定距離50mm)が取り付けられる長さを確保し、しかも座屈が生じない長さとして、56mmとした。

実験装置は、MTS社の810材料試験機(容量25tonf)を用い、試験片を治具にねじ込む方法によって固定した。ボルトなどで間接的に試験片を固定する方法も考えられるが、ボルトの締め方によって偏心荷重がかかる恐れがあるため、このねじ込み方式を採用した。実験装置の写真を図4に示す。実験は50mm変位計によって検出される変位によって制御した。また、ひずみ速度は 10^{-4} mm/mm/sec程度と遅くし、試験片にひずみ速度の影響が出ないようにした。

測定データは、試験片に載荷される荷重とそれに伴って生ずる軸方向変位である。荷重は実験装置に取り付けられているロードセルによって測定し、軸方向変位は50mm変位計を試験片の平行部に取り付け測定した。

この実験では、最大5%の大ひずみを扱うため、大ひずみの概念を用いるのが一般的である。測定した荷重値 P と軸方向工学ひずみ e を用いて、実験データとして真応力 σ 、真ひずみ ε 、弾性ひずみ ε_e および塑性ひずみ ε_p を次式により計算し、真応力-真ひずみ関係(以下、応力-ひずみ関係と呼ぶ)、および真応力-塑性ひずみ関係(同様に、応力-塑性ひずみ関係と呼ぶ)を得た。

$$\text{真応力 } \sigma = P(1 + e) / A \quad (6)$$

$$\text{真ひずみ } \varepsilon = \ln(1 + e) \quad (7)$$

$$\text{弾性ひずみ } \varepsilon_e = \sigma / E \quad (8)$$

$$\text{塑性ひずみ } \varepsilon_p = \varepsilon - \varepsilon_e \quad (9)$$

ここで、 P は荷重、 e は工学全ひずみ、 A は試験片の実測原断面積、 E は弾性係数を示す。

次節で行うモデルパラメータの決定およびDafalias・Popov二曲面モデル修正のため、S20CおよびSS41の二種類の鋼材に対して、表1に示すような実験を行った。実験は次の5種類に分類できる。

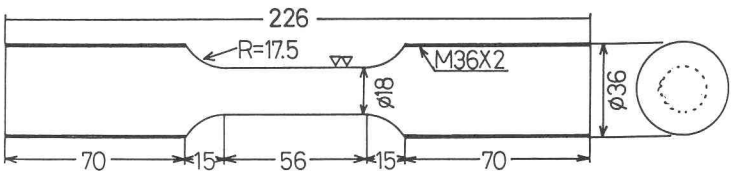


図3 実験供試体

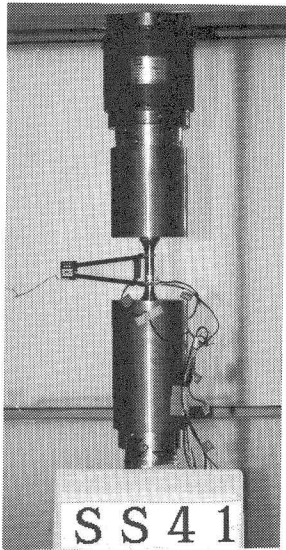


図4 実験装置

表1 供試体および実験の種類

鋼材	供試体番号	実験の種類	実験内容(数値はひずみの値(%))
S20C	S20C-A	①	4.44まで単調載荷 2.5までの間で、約0.1ごとに除荷を行い塑性域に入ったら再載荷 0.00, 4.42, 1.10, 4.41のサイクルを与え、パラメータを決定 ランダム載荷
	S20C-B	②	
	S20C-C	③	
	S20C-D	④	
	S20C-E	④	
	S20C-F	④	
SS41	SS41-A	①	4.88まで単調載荷 2.48まで単調載荷 2.5までの間で、約0.1ごとに除荷を行い塑性域に入ったら再載荷 0.00, 4.04, -0.99, 5.02のサイクルを与え、パラメータを決定 ランダム載荷
	SS41-B	②	
	SS41-C	③	
	SS41-D	④	
	SS41-E	④	
	SS41-F	④	
	SS41-G	④	
	SS41-H	④	
	SS41-I	④	
	SS41-J	④	
	SS41-K	④	
	SS41-L	⑤	
	SS41-M	⑤	
	SS41-N	⑤	
	SS41-O	⑤	
	SS41-P	⑤	
	SS41-Q	⑤	
	SS41-R	⑤	
	SS41-S	⑤	
	SS41-T	⑤	
	SS41-U	⑤	
	SS41-V	⑤	
	SS41-W	⑤	
	SS41-X	⑤	
	SS41-Y	⑤	

実験の種類：①単調引張実験，②塑性変形に伴う弾性域の減少を調べるための実験，③1サイクルの引張圧縮載荷実験，④ランダム載荷実験，⑤塑性仕事の増加に伴う降伏棚の減少を調べるための実験

NOTE：実験②では，除荷域での勾配が除荷開始時での勾配に比べて1%変動した点を塑性開始点とした。

実験⑤では，与えられたひずみ間で繰り返し載荷を行う。

表2 実験より求められたモデルパラメータの値

鋼材		S 2 0 C	S S 4 1
ヤング率 (kgf/cm ²)	E	2.17×10^6	2.11×10^6
降伏応力 (kgf/cm ²)	σ_y	3.25×10^3	2.80×10^3
初期硬化塑性ひずみ	$\varepsilon^{P_{st}}$	0.00	1.53×10^{-2}
ポアソン比	ν	2.90×10^{-1}	2.57×10^{-1}
初期硬化係数	$E^{P_{st}}/E$	-----	2.49×10^{-2}
境界線の勾配	E^P_0/E	1.73×10^{-3}	1.45×10^{-2}
境界線の切片	R/σ_y	1.47	1.07
弾性域の大きさ κ	a	-1.01×10^{-1}	-5.05×10^{-1}
(式10参照)	b	1.40	2.17
	c	1.33×10	1.44×10
	α	2.97×10^{-1}	1.91×10^{-1}
形状パラメータ h	d	6.36×10^2	5.00×10^2
(式11参照)	e/E	1.40×10^{-1}	4.85×10^{-1}
降伏棚の減少	M	-----	-3.70×10^{-1}
初期弾性域の大きさ(半径 κ)		$\kappa_0 = 2 \sigma_y$	
初期硬化塑性仕事		$W^{P_{st}} = \sigma_y \cdot \varepsilon^{P_{st}}$	

①単調引張実験(最大5%まで), ②塑性変形に伴う弾性域の減少を調べるための実験, ③1サイクルの引張圧縮載荷実験, ④ランダム載荷実験, ⑤塑性仕事の増加に伴う降伏棚の減少を調べるための実験.

実験①～③はモデルパラメータのための実験, 実験④は予測結果の検証のための実験, また, 実験⑤はSS41鋼材についてのみ行い, 次節4.(4)に対する実験として, 表1に与えられたひずみ間で反復載荷を行った後に, 再び降伏棚が現れるような載荷実験である.

全供試体の応力-ひずみ関係より, 基本的な材料定数として, 各鋼材の弾性係数 E , 降伏応力 σ_y , 初期硬化塑性ひずみ ε_{st}^p , 初期硬化係数 E_{st}^p およびポアソン比 ν を求め, その結果を表2に示す. S20C鋼材は降伏棚が現れないため, $\varepsilon_{st}^p=0$ である. なお, 二曲面モデルの弾性域の大きさ κ , 形状パラメータ h などのモデルパラメータは, 次節の二曲面モデルを修正する過程で考察する.

4 実験結果および修正二曲面モデルの提案

以下に示す(1)～(5)の過程を通して, 本研究で得た繰返し実験データを考察し, Dafalias・Popov二曲面モデルを修正する. (1)～(3)は, 降伏棚のない鋼材(S20C)に対する実験結果をより良く説明するために行った修正であり, (4)および(5)は降伏棚を有する鋼材(SS41)に適用するための修正である.

(1) 累積相当塑性ひずみの増加に伴う弾性域の減少

Dafalias・Popov二曲面モデルでは, 弾性域は一定であると仮定しているが, 各種鋼材の繰返し実験結果をみると皆川ら⁸⁾⁹⁾が採用した累積相当塑性ひずみ $\bar{\varepsilon}_p$ (塑性ひずみ履歴において過去最大の塑性ひずみを越えた塑性ひずみを合計した量)の増加にともない小さくなっていくように思われる.

ここでは, S20CおよびSS41鋼材の累積相当塑性ひずみの増加に伴う弾性域の大きさ(半径 κ)の減少を調べるため, 実験②の供試体に1～5回のサイクル載荷を行い, 各除荷点における弾性域の大きさ κ および累積相当塑性ひずみ $\bar{\varepsilon}_p$ (ただし, この実験データより得られる累積相当塑性ひずみ $\bar{\varepsilon}_p$ は, 相当塑性ひずみと一致する)を計測し, 弾性域の大きさ κ を初期の弾性域の大きさ $\kappa_0(=2\sigma_y)$ で除した κ/κ_0 なる無次元量と累積相当塑性ひずみとの関係を調べた. S20CおよびSS41鋼材(試験片S20C-BおよびSS41-C)に対する実験結果をそれぞれ図5および図6に示す. 図中, 黒印は実験値を実線は次式で定義した指数関数による補間曲線を示す.

$$\kappa/\kappa_0 = \alpha - a \text{EXP}(-b \bar{\varepsilon}_p \times 100) - (\alpha - a - 1) \text{EXP}(-c \bar{\varepsilon}_p \times 100) \quad (10)$$

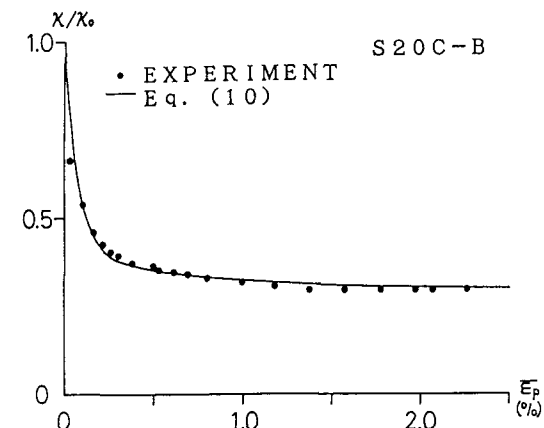


図5 S20C鋼材(S20C-B)の弾性域の減少

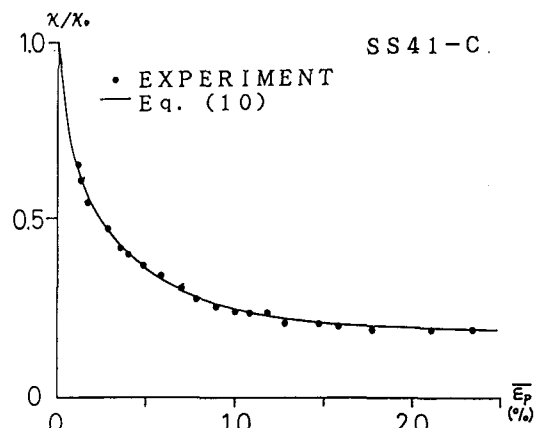


図6 SS41鋼材(SS41-C)の弾性域の減少

ここに、 a 、 b 、 c 、 α はパラメータであり、表2にそれぞれ二種類の鋼材に対する値を示す。この関数は、 $\bar{\epsilon}_p = 0$ において $\kappa/\kappa_0 = 1$ 、 $\bar{\epsilon}_p = \infty$ において $\kappa/\kappa_0 = \alpha$ に収束する関数である。 κ/κ_0 の値は、2種類の鋼材とも累積相当塑性ひずみが、0.3%程度までに急激な減少を示し、1.0%程度ではほぼ一定値 α に落ち着く。

(2) 形状パラメータ h

APPENDIX I に示す形状パラメータの求め方により、降伏棚のないS20C材の形状パラメータ h を求めてみた。試験片S20C-Cの結果を用い、図7に示す引張側と圧縮側の2つの実験曲線(実線)より、 $\delta_{in}/\delta=6.0$ を仮定して、式(2)のパラメータとして $m=1$ 、 $a=510$ および $b=0.832$ なる値を得た。

これらの値を式(2)に代入し、パラメータ m 、 a および b を決定する際に用いた実験データ(図7の実線)に対して、APPENDIX II に示すような方法で、ひずみ制御によりモデルシミュレーションを行った。境界線の決定方法についてはAPPENDIX II に示す方法によって行った。シミュレーション結果(破線)と実験値(実線)とを比較したものを図7に示す。この場合、モデルは、最初から異なった曲線を予測し、除荷点あたりでは実験値とかなりの開きがあり、あまり良い予測とはいえない。また、曲線の形状もあまり類似していない。この原因として形状パラメータ h の設定方法の問題が挙げられる。形状パラメータの決定にあたっては、これを求める際に $\delta_{in}/\delta=6.0$ と固定した形状パラメータ h を用いた。このようなDafalias・Popovの方法によると、 $\delta_{in}/\delta=6.0$ での形状パラメータが1ループすべてにおける形状を代表することになる。すなわち、一般的に δ_{in}/δ が変動している曲線を予測する場合においても、一定の形状パラメータ h を用いなければならないということを意味する。Dafalias・Popovは形状パラメータの決定において、 δ_{in}/δ の値は、2.0から10.0までの間を用いると良いと報告しているので、図7に示す引張側の除荷点から圧縮側の除荷点までの曲線を用いて、 δ_{in}/δ の値を2.0~10.0の間で変化させ、それに対する形状パラメータを調べた。その結果を表3に示す。これによると、 δ_{in}/δ の値が増加するにしたがって h は減少している。 $\delta_{in}/\delta=2.0$ および10.0に対する形状パラメータ値を比較してみると、じつに4倍もの差があり、 δ_{in}/δ の選び方によってパラメータの値が大きく違ってくることが分かる。以上の結果として、ある曲線を予測するにあたって、任意に δ_{in}/δ の値を選んで形状パラメータ h を代表するには無理があると思われる。

表3に示す値を、横軸に δ 、縦軸に h を取り、黒印でプロットしたものが図8である。これらはほぼ一直線上にあり、次式の1次関数で近似することができるであろう。

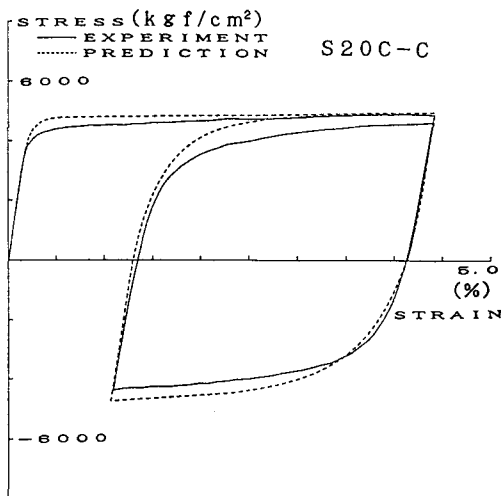


表3 様々な δ_{in}/δ に対する形状パラメータの値
(図7のS20C-Cの曲線より)

δ_{in}/δ	δ (kgf/cm²)	$\bar{\epsilon}_p (\times 10^{-4})$	$h (\times 10^6)$
2.0	3810	4.82	3.05
3.0	2540	18.9	1.74
4.0	1910	32.5	1.49
5.0	1520	48.0	1.28
6.0	1270	63.8	1.15
7.0	1090	83.5	0.994
8.0	952	102	0.897
9.0	846	120	0.834
10.0	762	138	0.778

図7 2曲面モデルによる予測(S20C-C)

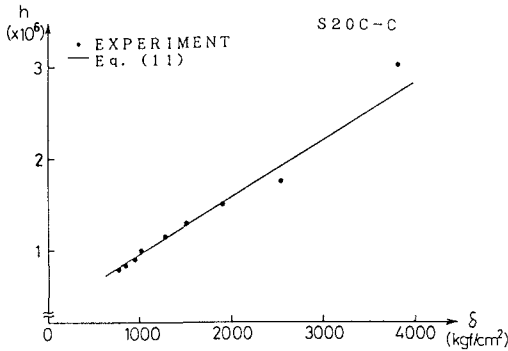


図8 δとhとの関係(S20C-C)

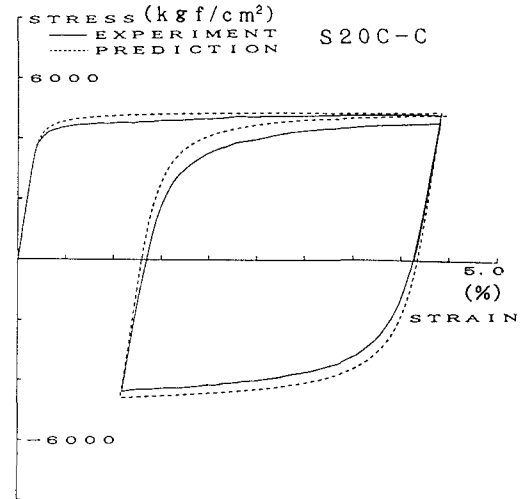


図9 修正モデルIによる予測(S20C-C)

$$h = d\delta + e \quad (11)$$

ここで、最小二乗法により、 $d=636$ および $e=3.04 \times 10^5$ (kgf/cm²)を得た。

式(11)を式(1)に代入し、 $E_p = d\sigma / d\varepsilon_p$ を用いて、塑性開始点(図2の点Dまたは点G)から1ループ中の任意点まで塑性ひずみ増分を積分することにより、塑性開始点から測った任意点での塑性ひずみ増分 ε_p と任意点から境界線までの距離 δ との関係式を得る。

$$\varepsilon_p = \frac{\delta_{in}}{\delta} \ln \frac{d\delta + e}{d\delta_{in} + e} \cdot \frac{\delta_{in}}{\delta} + \frac{1}{d} \ln \frac{d\delta + e}{d\delta_{in} + e} \quad (12)$$

本来ならば上式と実験曲線とをカーブフィッティングすることにより、 d および e を決定して、 h を求めなければならないが、本研究では、APPENDIX Iに示すような従来の方法から求めた h を用いて、逆にパラメータ d および e の値を上述のように決定した。

図9には、前述の修正形状パラメータ h を導入した修正モデルIにより、実線で示すS20C鋼材の実験結果(S20C-C)に対し、予測を行った結果を破線で示してある。結果として、 δ が大きい部分(曲線の最初の部分)の予測が前よりも良くなっている。また、曲線の後半部分の開きも小さくなっている。それゆえ、修正モデルIによる予測では、Dafalias・Popov二曲面モデルによる予測と比べ曲線の形状がかなり改善されていることがわかる。

SS41鋼材に対しても、試験片SS41-Dを用い同様な方法で式(11)の定数 d 、 e を決定した。得られた値をS20C鋼材に対する値と共に表2に示す。

(3) 仮想境界線の導入

次に、修正モデルIを用いて载荷条件の異なるS20C鋼材の繰返し実験(試験片S20C-D)に対する予測結果を、実験結果と比較して図10に示す。この予測では再载荷時での曲線の曲がり具合が、早すぎる事が挙げられる。この原因としては、除荷点における δ_{in} と再载荷点における δ_{in} を比較すると再载荷点における δ_{in} の方がはるかに小さく、これにより再载荷点からの曲線の方が早く境界線に漸近しようとするためと思われる。

この現象を説明するために、本モデルに図11で示すような二本の平行な仮想境界線(破線)を導入する。図中、圧縮側から引張側に移る反転点Aからの挙動を考える場合、まず、点Aから圧縮側の境界線(Y-Y')までの σ 軸に平行な距離を l とし、境界線(X-X')から σ 軸に平行な距離 l だけ引張側に離れ、かつ、境界線(X-X')と平

行な仮想境界線(VL)を引張側に設定する。一方、点Aを通り境界線(YY')に平行な直線を圧縮側の仮想境界線(VL')として設定する。すなわち、境界線(XX'およびYY')を距離 ℓ だけ引張側に平行移動させたものが仮想境界線となる。点Aから反転した後の挙動は実線ABおよび破線BCで示したような仮想の境界線に漸近する挙動を示すが、予測した応力-ひずみ曲線が境界線(XX')上の点Bで交差すると、その後の挙動はXX'線上を動くとして仮定する。また、点Dのように反転点が境界線上にあるときには距離 ℓ は0であるため仮想境界線は実際の境界線と同じものになる。

このような修正を行ったモデル(修正モデルⅡ)によるS20C鋼材のシミュレーション結果を図12に示す。仮想境界線を導入することにより、曲線が早く曲がるという問題点を解消することができる。以上のように修正を行った二曲面モデルは、S20C鋼材の繰返し実験曲線とほとんど同様な曲線を予測するが、図12に示すように圧縮側の境界線に近づいたところで、大きな開きを示す。この圧縮側での開きは、引張側で定めた境界線と同様な境界線を圧縮側で用いたため、圧縮側での予測曲線(破線)が全体的に、実験曲線より下側に位置したためである。これは、注意深く载荷したにもかかわらず、圧縮側の载荷の際に座屈変形が多少生じたためかとも思われるが、ここでは、このような点を改善するため、両境界線を異なった勾配を持つ直線と考

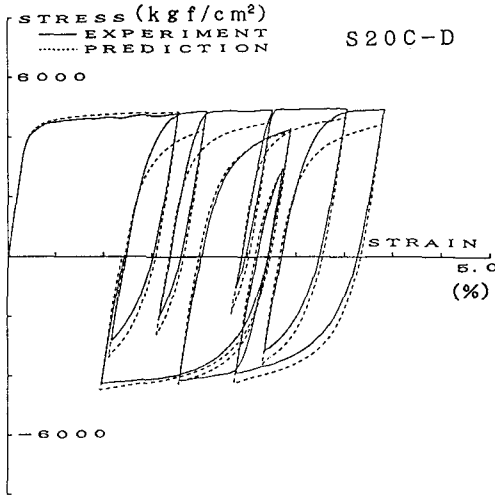


図10 修正モデルⅠによる予測(S20C-D)

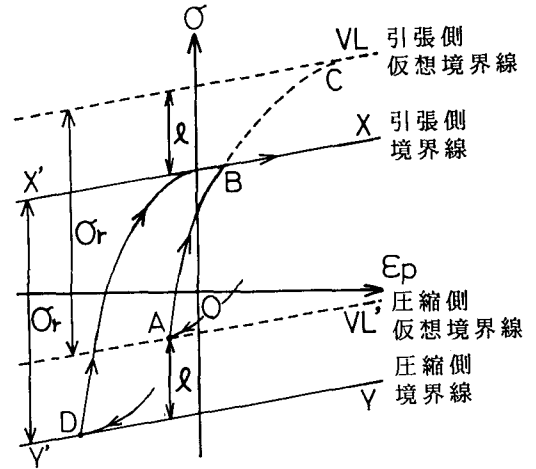


図11 仮想境界線の概念図

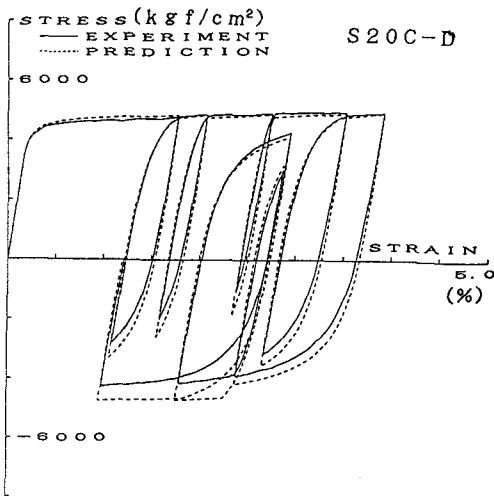


図12 修正モデルⅡによる予測(S20C-D)

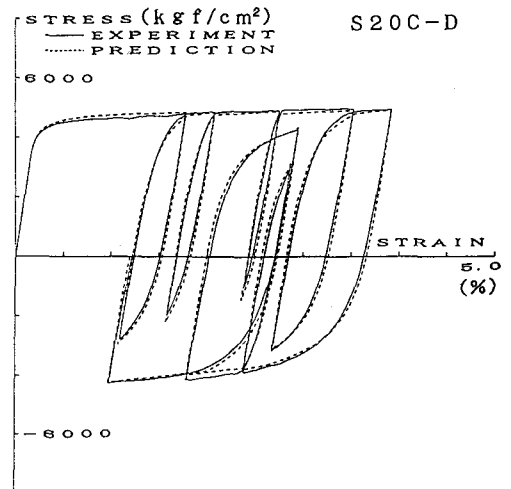


図13 修正モデルⅢによる予測(S20C-D)

え、図12に示す圧縮側の実験結果(実線)と合うように、圧縮側の境界線の勾配を $E^p_a/E=1.49\times10^{-2}$ と大きくし、再び予測を行った結果を図13に示す。この修正モデルⅢにより、圧縮側での予測が改善されることが分かる。

(4) 塑性仕事と累積相当塑性ひずみとの関係

次に、降伏棚内で繰り返し応力を受けるSS41鋼材への適用を考える。図14および15に、SS41鋼材の試験片(SS41-BおよびSS41-0)に単調载荷と1回繰り返し载荷を行った実験結果を示す。両実験結果を比べると、後者は前者に比べ硬化開始点が早く、降伏棚が繰り返し载荷の影響により、短くなっていることが分かる。

それゆえ、この現象に注目し、SS41鋼材の実験⑤に対する供試体(表1参照)の各種実験データより、鋼材が硬化挙動を示し始めた時点までの塑性仕事量 W^p と累積相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_p$ との関係を調べた(図16参照)。

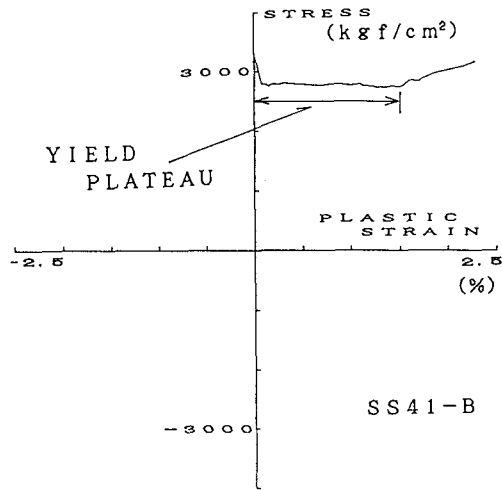


図14 単調载荷の実験結果(SS41-B)

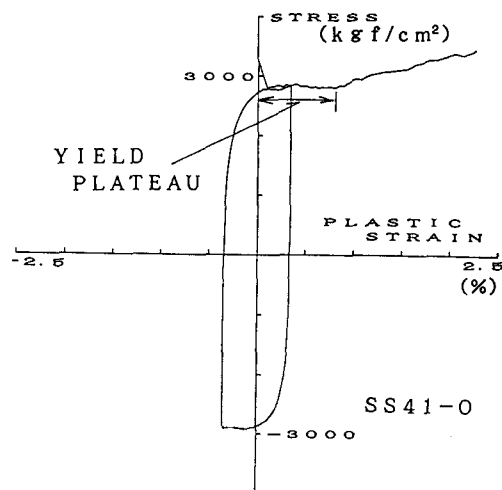


図15 1サイクルの実験結果(SS41-0)

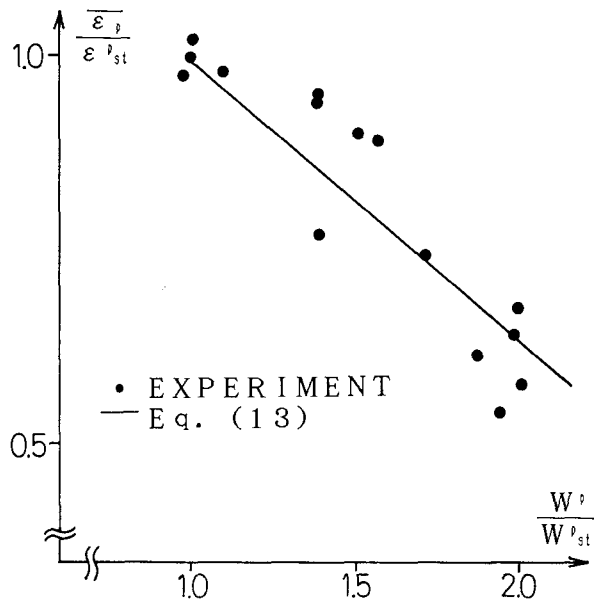


図16 硬化開始時の累積相当塑性ひずみと塑性仕事の関係

図中、横軸には、塑性仕事量 $W^p (= \int \sigma \cdot d\varepsilon_p)$ を単調载荷により鋼材の硬化が開始するまでの塑性仕事量 $W_{st}^p (= \sigma_y \cdot \varepsilon_{st}^p)$ で無次元化した量を、縦軸には、累積相当塑性ひずみ量 $\bar{\varepsilon}_p$ を、単調载荷時のひずみ硬化開始点の塑性ひずみ ε_{st}^p で無次元化した量をプロットした。この結果、図より分かるように、 $\bar{\varepsilon}_p / \varepsilon_{st}^p$ と W^p / W_{st}^p の間には線形関係があり、降伏棚は主にこの二つの量によって影響を受けると推測できる。この関係は(1, 1)を通ることから、この線形関係を次式により表現した。

$$\frac{\bar{\varepsilon}_p}{\varepsilon_{st}^p} - 1 = M \cdot \left(\frac{W^p}{W_{st}^p} - 1 \right), \quad M = -0.370 \quad (13)$$

この関係を考慮した修正モデルⅣは、鋼材の応力状態が σ_y に達したときに、塑性仕事と累積相当塑性ひずみの関係式(13)を用いて、その後の挙動が硬化を示すか否かを判定することができる。すなわち、応力状態が σ_y 時点での $(W^p / W_{st}^p, \bar{\varepsilon}_p / \varepsilon_{st}^p)$ が、図16に示す直線式(13)の上側に位置すれば硬化するとして、応力-ひずみ曲線はそのまま境界線に漸近し、そうでないならば降伏棚上を動くとして仮定した。

この修正モデルでも仮想境界線概念を用いるが、反転点が降伏棚にある場合には、仮想境界線の移動はないものとする。図17に実験結果(試験片SS41-K)の予測を行った結果を示す。このように修正することにより、降伏棚内の挙動から硬化する挙動までうまく表現できるようになった。また、他の载荷条件について予測を行った結果を図18(試験片SS41-J)および図19(試験片SS41-I)に示す。図17および18の実験結果と予測曲線は非常に良く合っているが、図19の場合には、最終サイクルの後、モデルによる予測(破線)は、実験より得た硬化域(実線)よりも高めの硬化域を示す。この点を改良するため、さらに次に示すような修正を行う。

(5) 修正モデルの提案

図19において、最終ループの圧縮側の荷重反転位置が圧縮側の境界線からかなり離れているため、圧縮側から引張側への応力-ひずみ曲線は、(3)で説明した仮想境界線の影響を大きく受け、修正モデルⅣを用いると破線で示すように高めの硬化域を予測する。この点を改良するため、引張側および圧縮側でそれぞれ定義した過去最大応力を応力が越えた場合には、実際の境界線に漸近するように修正モデルⅣを修正する(修正モデルⅤ)。修正モデルⅤによる実験結果(試験片SS41-I)の予測結果を図20に示す。このように修正を行うことにより、まだ実験値とは多少の開きがあるが、大きく改善できた。このような修正を行っても、図12、17および18においては、修正力所に該当するところがないので、予測結果には影響はない。

(6) 効果的なモデルパラメータの決定法

以上述べたことを、二曲面モデルの修正のまとめとして、モデルパラメータを決めるにあたって、効率よく実験データを得るための最低限の実験方法を以下に示す。

- ①境界線、降伏棚、初期の弾性域の大きさなどを求めるため、単調引張または圧縮実験により、5%程度のひずみ領域までの処女曲線を得る。
- ②形状パラメータ h を求めるため、高ひずみ領域までの1サイクル曲線を得る。
- ③弾性域の減少を求めるため、複数のサイクル载荷を低ひずみ領域で行う。
- ④降伏棚を含む鋼素材の場合、塑性仕事と累積相当塑性ひずみの関係を求めるため、本論文で示したような様々なタイプの繰り返し载荷実験を行う。

本論文で用いたS20CおよびSS41鋼材の予測パラメータは、表2にまとめて示してある。

5. 結論

本論文では、まず、Dafalias・Popovによる二曲面モデルのレビューを行った。このモデルは、形状パラメータ h 、現応力点と境界曲面までの σ 軸に平行な距離 δ 、および境界曲面の塑性係数 E_a^p を用いて、金属材料の繰り返し挙動を予測することができる、比較的簡潔な塑性力学モデルである。しかし、本研究で行った鋼材の繰り返し引張・圧縮試験データより、このモデルを繰り返し荷重が作用する場合の降伏棚を有する構

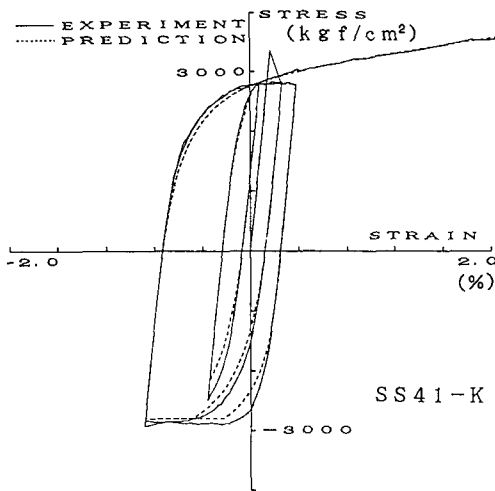


図17 修正モデルIVによる予測(SS41-K)

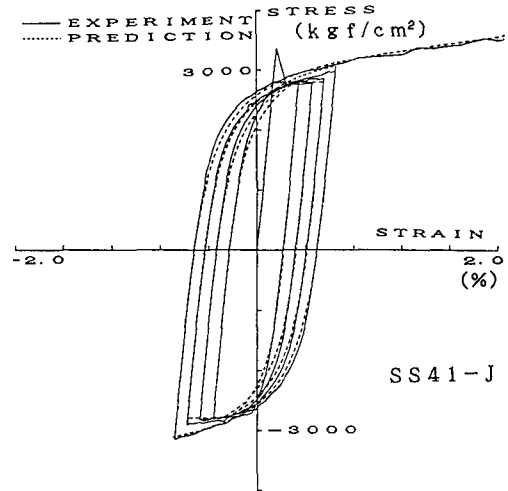


図18 修正モデルIVによる予測(SS41-J)

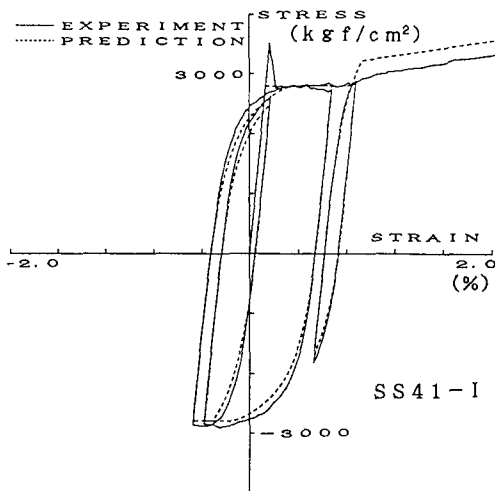


図19 修正モデルIVによる予測(SS41-I)

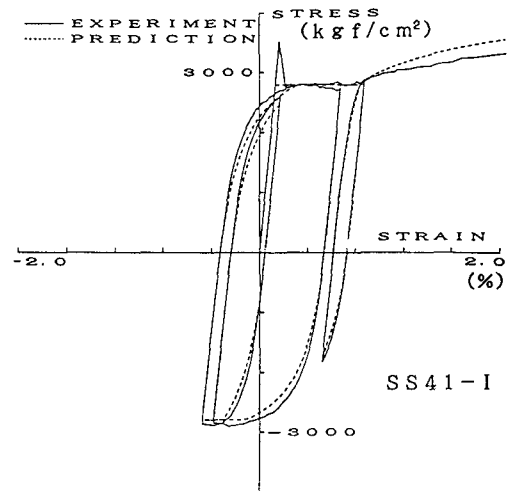


図20 修正モデルVによる予測(SS41-I)

造用鋼材の挙動予測に応用するには修正が必要であることが分かった。それゆえ、本研究では、Dafalias・Popov二曲面モデルを以下(1)～(5)に示すような形状パラメータおよび新しい仮想境界線の概念を導入したモデルの修正を通して、硬化域のみならず、降伏棚域での鋼材の繰返し挙動の予測を可能にする二曲面モデルの開発を試みた。

- (1) 弾性域の大きさの変化を考察した結果、この大きさは累積相当塑性ひずみの増加と共に減少し、塑性ひずみがほぼ1%程度で一定の大きさになる(図5、6参照)。
- (2) 形状パラメータ h を定数ではなく、 δ の関数としてモデルを修正することにより、より精度のよいモデルシミュレーションをすることができた。また、形状パラメータを求めるのに要する労力も、Dafalias・Popov二曲面モデルと比較しても、ほとんど変わらないことが分かった。
- (3) 仮想の境界線の概念を導入することにより、再負荷時の曲線の曲がり方が早くなるという欠点が解消され、様々なタイプの繰返し挙動を表現できるようになった。

- (4) 修正した二曲面モデルに塑性仕事と累積相当塑性ひずみの関係および仮想境界線概念を導入することにより、降伏棚を含む鋼材の繰返し挙動を表現できるようになった。ただし、反転点が降伏棚にある場合には、仮想境界線の移動はないものとする。
- (5) 仮想の境界線概念を4.(5)のように修正することにより、硬化域において改善できた。上述の修正過程を踏んで、繰返し一軸応力が作用する場合の鋼材の塑性力学モデルを提案した。本研究は、昭和63年～平成2年度文部省科学研究費(一般研究(B))を用いて行われた。

APPENDIX I 形状パラメータ h の求め方

以下に、形状パラメータ h の求め方を示す。

- ①境界線を決定する。
- ②任意の2曲線を選びそれらのついて弾性域の終わりから境界線までの距離 δ_{in} を求める。(以下、2曲線を区別するために1、2の添字を付ける。)
- ③式(3)より各曲線において r_1 , r_2 を求める。
- ④ $2 \leq \delta_{in}/\delta \leq 10$ の間で δ を設定し、 δ_{in} から δ までの塑性ひずみ増分 (ε_p) を求める。
(δ_{in}/δ の値は任意に選べるが、Dafalias・Popovによると、 $2 \leq \delta_{in}/\delta \leq 10$ のとき比較的良好な結果が得られると言われている。)
- ⑤最適な h を求めるために、次式を用いる。

$$h = \frac{\delta}{\varepsilon_p} + \frac{\delta_{in}}{\varepsilon_p} \left(\ln \frac{\delta_{in}}{\delta} - 1 \right) \quad (A-1)$$

式(A-1)は式(1)を積分することによって求められる。この式にそれぞれの曲線における δ , δ_{in} および ε_p を代入したものを h_1 , h_2 とする。

- ⑥式(2)において a, b について解くと。

$$a = \frac{h_1 h_2 (r_2^m - r_1^m)}{h_2 r_2^m - h_1 r_1^m} \quad b = \frac{h_1 - h_2}{h_2 r_2^m - h_1 r_1^m} \quad (A-2,3)$$

$r_2 > r_1$ と仮定すると、式(2)より $h_1 > h_2$ であるから、 $a > 0$, $b > 0$ となり、次式が成り立つ。

$$m > \frac{\ln(h_1/h_2)}{\ln(r_2/r_1)} \quad (A-4)$$

式(A-4)に h_1 , h_2 , r_1 , r_2 を代入し、この式を満たす最小の整数を m とする。ただし、現在では、計算機の発達により、必ずしも m を整数にする必要はないと思われる。

- ⑦式(A-2), (A-3)より a, b を求める。
- ⑧式(A-1)に、a, b, m をそれぞれ代入し h を求める。

APPENDIX II 予測曲線および境界線の求め方

Dafalias・Popovの原論文⁽⁸⁾⁻⁽¹²⁾では、式(1)で $E_p = d\sigma/d\varepsilon_p$ において、Euler法によって数値積分を行い予測曲線を求めているが、本論文では式(12)を利用することにより、以下に示すように数値積分することなく直接、予測曲線を求めている。

- ① δ を δ_{in} から $0.01\delta_{in}$ ずつ徐々に減らす。
- ② δ を式(12)に代入することより、塑性開始点(図2の点Dまたは点G)から測った任意点の塑性ひずみ増分 ε_p を求める。
- ③ 次式(A-5)または(A-6)より、塑性開始点から測った応力増分 σ を求める。

$$\text{引張側} : \sigma = E_p^0 \cdot \varepsilon_p + \delta_{in} - \delta \quad \text{圧縮側} : \sigma = E_p^0 \cdot \varepsilon_p - \delta_{in} + \delta \quad (A-5,6)$$

なお、境界線は二曲面モデルではすべての曲線が漸近する直線としているが、実験結果をみると塑性ひずみが4%程度では定常状態に落ち着かない。また、それ以上のひずみにおいて定常状態に落ち着くかは疑問である。よって、境界線をどの様に設定するかは問題となる。本論文では、降伏棚から硬化域に移る比較的小さなひずみの範囲を扱うため、境界線を塑性ひずみが4%付近で定義したものよりも、2%付近で定義したもののほうが、よい結果を得ることができる。よって、ここでは、塑性ひずみが2%付近で漸近するとした直線を境界線とした。

《参考文献》

- 1) W.F. Chen and D.J. Han : Plasticity for Structural Engineers, Springer-Verlag, 1988.
- 2) D.R.J. Owen and E. Hinton : Finite Elements in Plasticity : Theory and Plasticity, Pineridge Press Limited, 1980.
- 3) Mróz, Z : On the Discription of Anisotropic Workhardening, J. Mech. Phys. Solids, Vol.15, pp.163-175,1967.
- 4) Mróz, Z : An Attempt to describe the Behavior of Metals under Cyclic Loads using a More General Workhardening Model, Acta Mechanica, Vol.7, pp.199-212, 1969.
- 5) Iwan, W.D. : On a Class of Models for the Yielding Behavior of Continuous and Composite System, Trans. ASME J. Appl.Mech. , pp.612-617, Sep.1967.
- 6) Petersson, H. and Popov, E.P. : Constitutive Relation for Generalized Loadings, Proc. of ASCE, Vol.103, No.EM4, pp.611-627, 1977.
- 7) Popov, E. P. and Petersson, H. : Cyclic Metal Plasticity : Experiments and Theory, Proc. of ASCE, Vol.104, No.EM6, pp.1371-1388, 1978.
- 8) 皆川勝 : 構造用鋼材の弾塑性履歴挙動のモデル化とそれの構造部材への応用, p.243, (武蔵工業大学提出学位論文) 昭和63年3月.
- 9) 皆川勝, 西脇威夫, 増田陳紀 : 塑性流れ域における構造用鋼の単軸繰返し挙動の推定, 構造工学論文集, Vol.35A, 1989年3月.
- 10) Dafalias, Y.F. and Popov, E.P. : A Model of Nonlinear Hardening Materials for Complex Loading, Acta Mech. , pp.173-192, 1975.
- 11) Dafalias, Y.F. and Popov, E.P. : Rate-independent Cyclic Plasticity in a Plastic Internal Variables Formalism, Mechanical Research Communication, Pergamon Press. , Vol.3, pp33-38, 1976.
- 12) Dafalias, Y.F. and Popov, E.P. : Plastic Internal Variables Formalism, Trans. ASME J. Appl. Mech. , pp.645-651, 1975.
- 13) Tseng, N.T. and Lee, G.C. : Simple Plasticity Model of Two-Surface Type, Journal of Engineering Mechanics, Proc. ASCE, Vol.109, NO.3, pp.795-810, June 1983.
- 14) Cofie, N.G. and Krawinkler, H. : Uniaxial Cyclic Stress-Strain Behavior of Structural Steel, Journal of Engineering Mechanics, Proc. ASCE, Vol.111, NO.9, pp.1105-1120, Sept. 1985.
- 15) 日本鋼構造協会 : 建設用鋼材資料集, 1974年.

(1990年10月12日受付)