

## 不完全合成板の解析について

## STRUCTURAL ANALYSIS OF INCOMPLETE COMPOSITE PLATES

井上 稔康\* 佐藤 浩一\*\* 渡辺 昇\*\*\*

By Toshiyasu INOUE, Koichi SATO, Noboru WATANABE

In recent years, bridge-slab technology has become to use more and more the hybrid structures composed of different materials such as steel plates and concrete. Concrete composite steeldeck plate consists of concrete reinforced on its underside by a relatively thin flat steel plate. But one can't usually rely on natural bond between the materials. To make the whole act as a composite plate, shear connection is provided by headed stud connectors welded to the steel plate and cast in the concrete so that they can work as one body. However, many practical types of headed shear connectors are deformed by the horizontal shear, which is transmitted from one element of the composite plate to the other through the headed shear connectors. And thus an incomplete interaction is accomplished. This paper examines the elastic behaviour of concrete composite steeldeck plates with incomplete interaction.

## 1. まえがき

現在用いられている鋼とコンクリートとの合成構造物の設計ガイドラインとして、最近文献<sup>1)</sup>が出版され、異種材料を合成し複合構造物として設計することが今後益々重要になるものと思われる。

橋梁における複合構造物の一つに鋼桁とコンクリート床版とを頭つきスタッドジベルで完全に剛に一体として結合した合成桁(完全合成桁という)があるが、ジベルはある間隔で離散的に配置されており、変形するため(ずれが生じるため)完全に一体となった合成桁とはならない(不完全合成桁という)。また、ジベルがなければ鋼とコンクリートとの単なる重ね梁になる。実際の合成桁は完全合成桁と重ね梁の中間の挙動を示す不完全合成桁である。不完全合成桁の解析は最初 N.M.Newmark<sup>2)</sup>により、初等曲げ理論を用いて行われた。Newmark は次の仮定を用いて釣合い方程式を導いている<sup>2)</sup>。1)鋼、コンクリートの応力とひずみ関係は線形である。2)ジベルに作用する力と変位関係は線形である。3)ジベルは等分に分布している。4)鋼桁とコンクリート床版の変位は同じである。このような条件のもとでコンクリート床版に作用する軸力に関する釣合い方程式を作り、ジベルが等分布に配置されている場合の解を得ている。山本<sup>3)</sup>は荷重をフーリエ級数に展開し、断面二次モーメント増加率なる概念を導入して、初等曲げ理論と同じ関係式を導いている。橋・足立<sup>4)</sup>は連続桁の中間支点付近とそれ以外の部分とで、ジベルのばね定

---

|     |    |           |          |                      |
|-----|----|-----------|----------|----------------------|
| *   |    | (株) 釧路製作所 | 技術部      | (〒060 札幌市中央区北1条西1丁目) |
| **  | 工博 | 北海道大学助教授  | 工学部土木工学科 | (〒060 札幌市北区北13条西8丁目) |
| *** | 工博 | 北海道大学教授   | 工学部土木工学科 | (〒060 札幌市北区北13条西8丁目) |

数を変化させて、集中荷重と等分布荷重を受けた場合の解を求めている。同様に初等曲げ理論による不完全合成桁の解析理論は文献<sup>(5)~(9)</sup>などに示されている。浜田ら<sup>(10)</sup>は Newmark と同じ仮定に基づき、有限要素法で連続合成桁および弾塑性範囲の解析を行っている。また、小松ら<sup>(11)</sup>は有限要素法を用いてパラメトリック解析を行い、ジベルの合成作用はフレキシビリティ定数で評価できることを明らかにしている。このように不完全合成桁についてかなりの成果が得られている。しかしながら、かなりの計算量が必要と思われる。

一方、CS橋<sup>(12)</sup>のように鋼板とコンクリート床版とを用いた合成板においても上述の不完全合成桁と同じように不完全合成板となり、完全合成板と重ね板との中間の挙動を示すはずである。不完全合成桁の解析理論<sup>(2), (4), (5), (6), (7)</sup>を不完全合成板の解析理論に拡張したものとして文献<sup>(13)</sup>があるように思われるが、この理論では鋼板厚はコンクリート板厚に比較して非常に小さいとし、断面諸元の算定においてある部分で鋼板厚を零としているようである。従って、鋼板が厚くなれば誤差が大きくなると思われる。

本論文は不完全合成板の解析理論において断面諸元の算定に鋼板厚をも考慮し誘導し、この不完全合成板の解析理論が不完全合成桁の解析理論を包含していることを示し、また、文献<sup>(13)</sup>をも包含していることを示す。次に、パソコン(PC-9801VM2)で、MS-FORTRAN により数値解析し文献<sup>(13)</sup>との差異を比較検討した。更に、四辺単純支持板(あるいは桁)の場合に、定量的に構造特性を求めることができるように、無次元化して $\beta$ なる減少率と $\gamma$ なる増加率および合成効果を示す $\alpha$ を導入したのでそれを説明し、数値解析により不完全合成板の構造特性を示すものである。

## 2. 本論文で用いる主な記号

図-1は本解析で用いる鋼板とコンクリート床版との合成板を示している。また、本論文で用いる主な記号は次の通りである。

- $A_c$  : コンクリート床版の単位幅あたりの断面積
- $A_s$  : 鋼板の単位幅あたりの断面積
- $A_v = A_s + A_c/n$  : 鋼板に換算した単位幅あたりの合成断面積
- $C$  : 式(38)で定義されるパラメータ(文献<sup>(13)</sup>で用いられている)
- $D_v = E'_s I_v$  : 合成板の板剛性
- $E_c$  : コンクリートのヤング率
- $E'_c = E_c / (1 - \nu_c^2)$
- $E_s$  : 鋼のヤング率
- $E'_s = E_s / (1 - \nu_s^2)$
- $h$  : コンクリート床版厚
- $I_c$  : コンクリート床版のその重心Cに関する単位幅あたりの断面二次モーメント
- $I_s$  : 鋼板のその重心Sに関する単位幅あたり断面二次モーメント
- $I_v = I_s + I_c/n + A_v s_c s_s$  : 鋼板に換算した合成断面の単位幅あたりの断面二次モーメント
- $K$  : 単位長さあたりのジベルのばね定数 ( $K=0$ の場合は重ね板、 $K=\infty$ の場合は完全合成板)
- $n = E'_s / E'_c$
- $M_{vx}$  : 完全合成板の単位幅あたりのx方向の曲げモーメント
- $M_{vy}$  : 完全合成板の単位幅あたりのy方向の曲げモーメント
- $M_{vex}$  : 不完全合成板の単位幅あたりのx方向の曲げモーメント

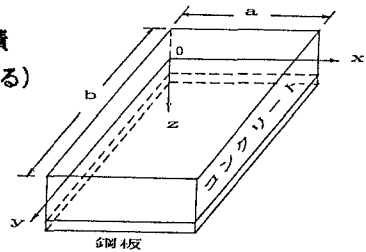


図-1(a) 合成板

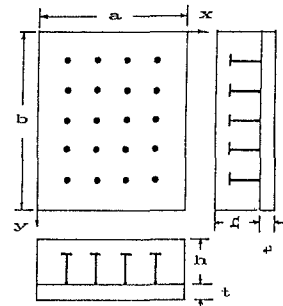


図-1(b) 合成板

$M_{vey}$  : 不完全合成板の単位幅あたりの  $y$  方向の曲げモーメント  
 $N_{vex}$  : 不完全合成板の単位幅あたりの  $x$  方向の軸力  
 $N_{vey}$  : 不完全合成板の単位幅あたりの  $y$  方向の軸力  
 $p$  : 荷重強度  
 $s$  : 版のコンクリートの重心  $C$  と鋼板の重心  $S$  との距離  
 $s_c$  :  $s_c = A_s / A_v \times s$  : 合成断面の中立軸  $V$  と版のコンクリートの重心  $C$  との距離  
 $s_s$  :  $s_s = A_o / (n A_v) \times s$  : 合成断面の中立軸  $V$  と鋼板の重心  $S$  との距離  
 $t$  : 鋼板厚  
 $w_v$  : 完全合成板のたわみ  
 $w_{ve}$  : 不完全合成板のたわみ、 $w_e = w_{ve} - w_v$   
 $\alpha = 1 - \beta$   
 $\beta$  : 減少率 (完全合成板あるいは桁に対する)  
 $\gamma$  : 増加率 (完全合成板あるいは桁に対する)  
 $\delta_x, \delta_y$  :  $x, y$  方向のジベルのずれ量 (変形量)  
 $\nu$  : 合成板のポアソン比  
 $\nu_c$  : コンクリートのポアソン比  
 $\nu_s$  : 鋼のポアソン比

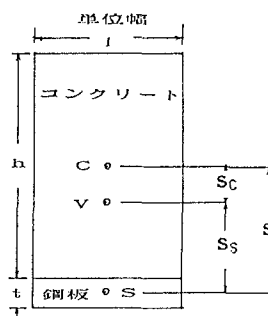


図-1(c) 合成板の断面

### 3. 不完全合成板の解析理論の誘導 (偏微分方程式の誘導)

本解析理論に用いる仮定は不完全合成桁の Newmark<sup>2)</sup> による次の4つの仮定を用いる。

- (i) 鋼、コンクリートの応力とひずみ関係は線形である。
- (ii) ジベルに作用する力と変形は線形である。
- (iii) ジベルは等間隔に分布している。
- (iv) 鋼板とコンクリート床版の変位は同じである。

以上の仮定を用いて、次のように4段階に分けて不完全合成板の解析理論を誘導する。ここでは、文献<sup>7)</sup>にある不完全合成桁の場合の誘導方法を用いて不完全合成板に拡張していくものである。

第1段階：(1) 完全合成板のたわみを  $w_v$  とし、合成板の曲げ剛性を  $D_v$  とすれば<sup>(16), (17)</sup>、

$$\nabla^2 \nabla^2 w_v = \frac{p}{D_v} \quad (1a)$$

ここで  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  (1b)

また、曲げモーメント  $M_{vx}, M_{vy}$  は

$$M_{vx} = -D_v \left( \frac{\partial^2 w_v}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w_v}{\partial y^2} \right) \quad (1c)$$

$$M_{vy} = -D_v \left( \frac{\partial^2 w_v}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_v}{\partial x^2} \right) \quad (1d)$$

従って、 $M = \frac{M_{vx} + M_{vy}}{1 + \nu} = -D_v \left( \frac{\partial^2 w_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_v}{\partial y^2} \right)$  (1e)

とおけば、 $\frac{\partial^2 w_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_v}{\partial y^2} = -\frac{M}{D_v}$  (1f)

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} = -p \quad (1g)$$

これらの式は、いずれも表面に垂直な荷重を受ける薄膜のたわみの偏微分方程式と同形である。

式(1e)のような  $M$  を考えれば、ねじりモーメント  $M_{vxy}$  を直接用いなくても、たわみに関する偏微分方程式を誘導することができる。

第2段階：(2) 剛に結合された普通の合成断面を考える。曲げモーメント  $M_{vex}$  が作用している合成板の場合、ジベルの弾性変形を考慮した時のたわみを  $w_v$  とすれば、次式が成立する。

$$\frac{M_{vex}}{D_v} = - \left( \frac{\partial^2 w_{ve}}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w_{ve}}{\partial y^2} \right) \quad (2a)$$

コンクリート部に作用する応力の総和  $N_{ex}$  は、圧縮力を正とすると

$$N_{ex} = \frac{A_c s_c}{n I_v} M_{vex} \quad (3a)$$

で求まる。また、コンクリート部の重心に作用する曲げモーメントは

$$M_{cx} = \frac{I_c}{n I_v} M_{vex} \quad (4a)$$

であり、鋼板部の重心に作用する曲げモーメントは

$$M_{sx} = \frac{I_s}{I_v} M_{vex} \quad (5a)$$

である。同様に、曲げモーメント  $M_{vey}$  が作用している合成板の場合、次式が成立する。

$$\frac{M_{vey}}{D_v} = - \left( \frac{\partial^2 w_{ve}}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_{ve}}{\partial x^2} \right) \quad (2b)$$

コンクリート部に作用する応力の総和  $N_{ey}$  は、圧縮力を正とすると

$$N_{ey} = \frac{A_c s_c}{n I_v} M_{vey} \quad (3b)$$

で求まる。また、コンクリート部の重心に作用する曲げモーメントは

$$M_{cy} = \frac{I_c}{n I_v} M_{vey} \quad (4b)$$

であり、鋼板部の重心に作用する曲げモーメントは

$$M_{sy} = \frac{I_s}{I_v} M_{vey} \quad (5b)$$

である。

第3段階：(3) コンクリート床版重心に圧縮力  $N_{2x}$ 、 $N_{2y}$ 、鋼板重心に引張力  $N_{2x}$ 、 $N_{2y}$  を作用させてやる。コンクリート床版と鋼板とが絶縁されていれば、曲率はそのまま、コンクリート床版と鋼板とに歪みの食い違いができる。この量は単位長さあたり

$$\epsilon_x = \left\{ \frac{1}{E'_c A_c} + \frac{1}{E'_s A_s} \right\} \cdot N_{2x} = \frac{n \cdot s}{E'_s A_c s_c} N_{2x} \quad (6a)$$

$$\epsilon_y = \left\{ \frac{1}{E'_c A_c} + \frac{1}{E'_s A_s} \right\} \cdot N_{2y} = \frac{n \cdot s}{E'_s A_c s_c} N_{2y} \quad (6b)$$

である。また、 $N_{2x}$ 、 $N_{2y}$  によって与えられる曲げモーメントは

$$M_{2x} = s \cdot N_{2x} \quad (7a)$$

$$M_{2y} = s \cdot N_{2y} \quad (7b)$$

結局、断面に作用する全モーメント  $M_{vx}$ ,  $M_{vy}$  とコンクリート部の応力の総和の  $N_{vex}$ ,  $N_{vey}$  は

$$M_{vx} = M_{vex} + M_{2x} \quad , \quad M_{vy} = M_{vey} + M_{2y} \quad (8a), (8b)$$

$$N_{vex} = N_{ex} + N_{2x} \quad , \quad N_{vey} = N_{ey} + N_{2y} \quad (9a), (9b)$$

以上の状態を図示すれば、即ち、合成板の中立面に作用する曲げモーメント  $M_{vx}$  の分配状態は図-2のとおりである。ただし、ここでは単位幅あたりの  $x$  方向のみの分配状態を示している。 $y$  方向の分配状態も同様になる。

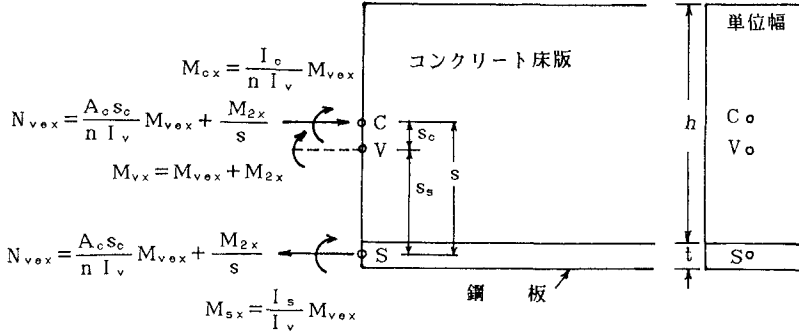


図-2 曲げモーメント  $M_{vx}$  が作用する合成板 (単位幅あたり)

第4段階: (4) この状態で、コンクリート床版と鋼板を  $x$ ,  $y$  方向に  $\delta_x$ ,  $\delta_y$  だけずらせる。ずれに抵抗する  $T_{vex}$ ,  $T_{vey}$  は弾性的なジベルによって起こり、ジベルのばね定数  $K$  を使って次の形に考える。

$$T_{vex} = K \delta_x \quad , \quad T_{vey} = K \delta_y \quad (10a), (10b)$$

ジベルに作用する力は、コンクリート断面の圧縮力の増加分に見合うから

$$\frac{\partial N_{vex}}{\partial x} = T_{vex} \quad , \quad \frac{\partial N_{vey}}{\partial y} = T_{vey} \quad (11a), (11b)$$

また、ずれの量  $\delta_x$ ,  $\delta_y$  は式(6)の歪みの  $x$ ,  $y$  方向に加算されて生ずるから

$$\frac{\partial \delta_x}{\partial x} = \epsilon_x \quad , \quad \frac{\partial \delta_y}{\partial y} = \epsilon_y \quad (12a), (12b)$$

これらが、弾性的なジベルを考慮する場合の基本的な関係である。

次に、式(1)～式(12)までの関係を使って、たわみに関する偏微分方程式を誘導する。

式(11a) を  $x$  で微分し、式(10a), (12a), (6a) を用いれば、また、式(11b) を  $y$  で微分し、式(10b), (12b), (6b) を用いれば、

$$\frac{\partial^2 N_{vex}}{\partial x^2} = \frac{K n}{E'_s A_c} \frac{s}{s_c} N_{2x} \quad , \quad \frac{\partial^2 N_{vey}}{\partial y^2} = \frac{K n}{E'_s A_c} \frac{s}{s_c} N_{2y} \quad (13a, b)$$

を得る。また、式(3a), (4a), (5a), (7a), (8a), (9a) を用いれば、あるいは図-2より

$$M_{vx} = \frac{n I_s + I_c}{n I_v} M_{vex} + (s_c + s_s) \cdot N_{vex} \quad (14a)$$

である。同様に、式(3b), (4b), (5b), (7b), (8b), (9b) を用いれば、

$$M_{vy} = \frac{n I_s + I_c}{n I_v} M_{vey} + (s_c + s_s) \cdot N_{vey} \quad (14b)$$

である。次に、式(14a), (14b) の辺々を加えて、式(1e) を用い、 $\nabla^2$  を施せば、

$$\nabla^2 M \cdot (1 + \nu) = \frac{n I_s + I_c}{n I_v} \nabla^2 (M_{vex} + M_{vey}) + s \cdot \nabla^2 (N_{vex} + N_{vey}) \quad (15)$$

を得る。また、式(2a),(2b) の辺々を加え、 $\nabla^2$ を施せば、

$$\nabla^2 (M_{v_{ex}} + M_{v_{ey}}) = -(1+\nu) \cdot D_v \cdot \nabla^2 \nabla^2 w_{ve} \quad (16)$$

を得る。次に、式(13a),(7a) を用いれば、

$$s \cdot \nabla^2 N_{v_{ex}} = s \left( \frac{\partial^2 N_{v_{ex}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N_{v_{ex}}}{\partial y^2} \right) = \frac{K n}{E'_s A_c} \frac{s}{s_c} M_{2x} \quad (17a)$$

となる。同様に、式(13b),(7b) を用いれば、

$$s \cdot \nabla^2 N_{v_{ey}} = s \left( \frac{\partial^2 N_{v_{ey}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N_{v_{ey}}}{\partial y^2} \right) = \frac{K n}{E'_s A_c} \frac{s}{s_c} M_{2y} \quad (17b)$$

となる。式(17a),(17b) の辺々を加えれば、

$$s \cdot \nabla^2 (N_{v_{ex}} + N_{v_{ey}}) = \frac{K n}{E'_s A_c} \frac{s}{s_c} (M_{2x} + M_{2y}) \quad (18)$$

となる。式(8a),(8b) より、 $M_{2x}$ ,  $M_{2y}$  を求め、式(1c),(1d),(2a),(2b) を用いれば、

$$M_{2x} = -D_v \left( \frac{\partial^2 w_v}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w_v}{\partial y^2} \right) + D_v \left( \frac{\partial^2 w_{ve}}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w_{ve}}{\partial y^2} \right) \quad (19a)$$

$$M_{2y} = -D_v \left( \frac{\partial^2 w_v}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_v}{\partial x^2} \right) + D_v \left( \frac{\partial^2 w_{ve}}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_{ve}}{\partial x^2} \right) \quad (19b)$$

式(19a),(19b) の辺々を加えれば、

$$M_{2x} + M_{2y} = -(1+\nu) \cdot D_v \cdot (\nabla^2 w_v - \nabla^2 w_{ve}) \quad (20)$$

となる。式(20) を式(18)に代入すれば、

$$s \cdot \nabla^2 (N_{v_{ex}} + N_{v_{ey}}) = \frac{K n}{E'_s A_c} \frac{s}{s_c} \cdot \{-(1+\nu) \cdot D_v\} \cdot (\nabla^2 w_v - \nabla^2 w_{ve}) \quad (21)$$

となる。式(16) と式(21) を式(15)に代入し、式(1g)を用いれば、 $\nabla^2 M = -p$  であるから、

$$D_v \frac{n I_s + I_c}{n I_v} \nabla^4 w_{ve} + D_v \frac{K n}{E'_s A_c} \frac{s}{s_c} (\nabla^2 w_v - \nabla^2 w_{ve}) = p \quad (22)$$

となる。両辺を  $(n I_s + I_c)/(n I_v)$  で除して、

$$\omega^2 = K \frac{n I_v}{n I_s + I_c} \frac{n}{E'_s A_c} \frac{s}{s_c} \quad (23)$$

とおき、不完全合成板(ジベルの弾性変形を考慮した場合の平板)の変形  $w_v$  で整理すれば、

$$D_v \nabla^2 \nabla^2 w_{ve} - D_v \omega^2 \nabla^2 w_{ve} = -\omega^2 D_v \nabla^2 w_v + \frac{n I_v}{n I_s + I_c} p \quad (24)$$

となる。また、式(24)に  $\nabla^2$  を施せば

$$D_v \nabla^6 w_{ve} - D_v \omega^2 \nabla^4 w_{ve} = -\omega^2 p + \frac{n I_v}{n I_s + I_c} \nabla^2 p \quad (25)$$

となる。式(24)あるいは式(25)が不完全合成板のたわみに関する偏微分方程式である。ここで、不完全合成板の場合の文献<sup>7)</sup>と同様に考える。完全合成板の場合のたわみが  $w_v$  であり、ジベルの変形を考慮した場合のたわみが  $w_{ve}$  であり、 $w_{ve}$  と  $w_v$  との差を  $w_e$  とすれば、 $w_v$  に関しては式(1)、即ち式(27)が成立する。また、 $w_e$  に関しては式(24)と式(1)との差より、

$$D_v \nabla^4 w_e - D_v \omega^2 \nabla^2 w_e = \frac{A_c s_c s}{n I_s + I_c} p \quad (26)$$

となる。結局、式(24)は次の2個の偏微分方程式になる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^4 w_v = \frac{P}{D_v} \\ \nabla^4 w_e - \omega^2 \nabla^2 w_e = \frac{P}{D_e} \end{array} \right. \quad (27)$$

$$\quad (28)$$

ただし、 $D_v = E'_s I_v$  ,  $D_e = D_v \frac{n I_s + I_c}{A_c s_c s}$

$$E'_s = E_s / (1 - \nu_s^2) \quad , \quad E'_c = E_c / (1 - \nu_c^2) \quad , \quad n = E'_s / E'_c \quad , \quad (29)$$

$$I_v = I_s + I_c / n + A_s s_s s = I_s + I_c / n + A_c s_c s / n = I_s + I_c / n + A_v s_c s_s$$

$D_v$  は合成板の板剛性、 $I_v$  は鋼板に換算した合成断面の単位幅あたりの断面二次モーメント、 $I_s$  は鋼板のその重心Sに関する単位幅あたりの断面二次モーメント、 $I_c$  はコンクリート床版のその重心Cに関する単位幅あたりの断面二次モーメント、 $E$  はコンクリートのヤング率、 $E_s$  は鋼のヤング率、 $\nu$  はコンクリートのポアソン比、 $\nu_s$  は鋼板のポアソン比、 $A_c$  はコンクリート床版の単位幅あたりの断面積、 $A_s$  は鋼板の単位幅あたりの断面積、 $s$  は版のコンクリートの重心Cと鋼板の重心Sとの距離、 $s_c$  は合成断面の中立軸Vと版のコンクリートの重心Cとの距離、 $s_s$  は合成断面の中立軸と鋼板の重心Sとの距離である。式(29)の  $D_v$  は文献<sup>17)</sup>の p.391にある二層板の場合の  $D_v$  と一致する。式(26)は曲げと面内荷重  $D_e \cdot \omega^2$  を受ける平板に対する基礎偏微分方程式と同形である。

以上より、不完全合成板の変形は、完全合成板の変形  $w_v$  (式(27)) と式(28)で示されるような平板の変形  $w_e$  との代数和で計算される<sup>7)</sup>。応力も完全合成板の応力と  $w_e$  の変形に見合う応力分布との代数和である<sup>7)</sup>。従って、四辺単純支持の場合の不完全合成板のたわみ、単位幅あたりの曲げモーメント、単位幅あたりの軸力、単位幅あたりのジベルに作用する水平せん断力を求めると次のようになる。

$$w_{ve} = w_v + w_e = w_v \cdot (1 + \gamma) \quad (30)$$

$$M_{vex} = M_{vx} + M_{ex} = M_{vx} + \frac{D_v}{D_e} M_{ex} = M_{vx} \cdot (1 + \gamma) \quad (31a)$$

$$M_{vey} = M_{vy} + M_{ey} = M_{vy} + \frac{D_v}{D_e} M_{ey} = M_{vy} \cdot (1 + \gamma) \quad (31b)$$

$$N_{vex} = \frac{A_c s_c}{n I_v} (M_{vx} - M_{ex}) = \frac{A_c s_c}{n I_v} M_{vx} \cdot (1 - \beta) \quad (32a)$$

$$N_{vey} = \frac{A_c s_c}{n I_v} (M_{vy} - M_{ey}) = \frac{A_c s_c}{n I_v} M_{vy} \cdot (1 - \beta) \quad (32b)$$

$$T_{vex} = \frac{A_c s_c}{n I_v} (Q_{vx} - Q_{ex}) \quad , \quad T_{vey} = \frac{A_c s_c}{n I_v} (Q_{vy} - Q_{ey}) \quad (33a), (33b)$$

ここで、 $M_{ex} = -D_e \left( \frac{\partial^2 w_e}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w_e}{\partial y^2} \right)$  ,  $M_{ey} = -D_e \left( \frac{\partial^2 w_e}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_e}{\partial x^2} \right)$  (34a), (34b)

$$Q_{vx} = -D_v \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_v}{\partial y^2} \right) \quad , \quad Q_{vy} = -D_v \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 w_v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_v}{\partial x^2} \right) \quad (35a), (35b)$$

$$Q_{ex} = -D_e \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_e}{\partial y^2} \right) \quad , \quad Q_{ey} = -D_e \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 w_e}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_e}{\partial x^2} \right) \quad (36a), (36b)$$

上式における  $\beta, \gamma$  は次のような意味を持っている。四辺単純支持板の場合  $\beta$  は完全合成板の軸力 ( $N_{vx}, N_{vy}$ ) に対する減少率を表しており、 $\gamma$  は完全合成板のたわみ ( $w_v$ ) および曲げモーメント ( $M_{vx}, M_{vy}$ ) に対する増加率を表している。 $\beta$  と  $\gamma$  および  $\alpha$  との関係は次式のようになり、非常に重要なパラメータである。

$$\beta = \frac{D_o}{D_v} \gamma, \quad \gamma = \frac{w_o}{w_v} = \frac{D_v}{D_o} \beta, \quad \alpha = 1 - \beta \quad (37)$$

また、この  $\beta$ ,  $\gamma$  は不完全合成板の構造特性を求める場合の無次元化に有効である。なお、 $\beta = \gamma = 0$  の場合は完全合成板であり、 $\beta = 1$ ,  $\gamma = D_v/D_o$  の場合は重ね板であり、その中間が不完全合成板である。 $\alpha$  は合成効果を示している。また、四辺単純支持板の種々の荷重条件に対する完全合成板のたわみ ( $w_v$ )、曲げモーメント ( $M_{v_x}, M_{v_y}$ ) などは文献<sup>5)</sup>に記載されているのでそれを利用すればよく、 $\beta$  と  $\gamma$  を求めるだけで不完全合成板の計算は可能である。パソコンで十分計算できる。

#### 4. 本解析理論と文献<sup>13)</sup>との関係について

本解析理論と文献<sup>13)</sup>との断面諸元の算定には表-1のような差異があるようである。文献<sup>13)</sup>は表-1において、コンクリート厚  $h$  に比べて、鋼板厚  $t$  が十分小さいとすれば、即ち、 $A_v \rightarrow A_o/n$ ,  $s \rightarrow 0.5 \cdot h$ ,  $s_o \rightarrow 0$ ,  $s_s \rightarrow s \rightarrow 0.5 \cdot h$ ,  $I_s \rightarrow 0$ ,  $I_v \rightarrow I_o/n + t \cdot 0.5 \cdot h \cdot 0.5 \cdot h$ , とし、

$$C = \frac{E'_s A_s}{E'_o A_o} = \frac{E'_s t}{E'_o h} = n \frac{t}{h} \quad (38)$$

とおいて、 $D_v \rightarrow E'_s I_v$  としている。即ち、 $D_v \rightarrow E'_o I_o (1+3C)$  としている。具体的には

表-1 両理論の断面諸元の算定一覧表

|       | 本解析理論                            | 文献 <sup>13)</sup>                                                                     |
|-------|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| $A_o$ | $h$                              | $h$                                                                                   |
| $A_s$ | $t$                              | $t$                                                                                   |
| $A_v$ | $A_s + A_o/n$                    | $A_o/n$                                                                               |
| $s$   | $0.5(h+t)$                       | $0.5h$                                                                                |
| $s_o$ | $0.5(h+t) \cdot t/A_v$           | $0$                                                                                   |
| $s_s$ | $0.5(h+t) \cdot h/(n A_v)$       | $0.5h$                                                                                |
| $I_o$ | $h^3/12$                         | $h^3/12$                                                                              |
| $I_s$ | $t^3/12$                         | $0$                                                                                   |
| $I_v$ | $I_s + I_o/n$<br>$+ A_o s_o s/n$ | $I_o/n + A_o s_o s/n$<br>$= I_o/n + A_s s_s s$<br>$= I_o/n + t \cdot 0.5h \cdot 0.5h$ |
| $D_v$ | $E'_s I_v$                       | $E'_o I_o (1+3C)$                                                                     |

$$D_v \doteq \frac{E'_o h^3}{12} (1+3C) \quad (39)$$

としている。このように文献<sup>13)</sup>では、 $A_v$ ,  $s$ ,  $s_o$ ,  $s_s$ ,  $I_s$ ,  $I_v$ ,  $D_v$  の算定において、鋼板厚  $t$  を省略している。ただし、 $A_s$  だけは考慮しているようである。なお、文献<sup>13)</sup>の断面諸元は著者らが文献<sup>13)</sup>より推察したものである。

次に、本論文で誘導した解析理論の式(25)と文献<sup>13)</sup>とを比較するため、以下の諸式を誘導する。式(25)における次の数式を、文献<sup>13)</sup>では、

$$\frac{n I_v}{n I_s + I_o} \doteq \frac{n I_v}{I_o} \doteq \frac{I_o + A_o s_o s}{I_o} = 1 + \frac{n A_s s_s s}{I_o} \doteq 1+3C \quad (40)$$

としている。即ち、 $I_s = 0$  としている。また、文献<sup>13)</sup>で定義されている式(38)の  $C$  を用いれば、

$$K \left( \frac{1}{E'_o A_o} + \frac{1}{E'_s A_s} \right) = \frac{K n s}{E'_s A_o s_o} = \frac{K}{E'_s A_s} (1+C) \quad (41)$$

のように表示され、同様にして、式(40), (41)を式(23)における  $\omega^2$  に代入すれば、文献<sup>13)</sup>では、

$$\omega^2 = K \frac{n I_v}{n I_s + I_o} \frac{n s}{E'_s A_o s_o} \doteq (1+3C)(1+C) \frac{K}{E'_s t} \doteq (1+4C) \frac{K}{E'_s t} \quad (42)$$

となる。また、式(39)と式(42)を用いれば、文献<sup>13)</sup>では、



$$\frac{\omega^2}{D_v} \doteq \frac{1}{E'_c I_c} \frac{K}{E'_s t} (1+C) \quad (43)$$

となる。また、式(39),(40)より

$$\frac{n I_v}{n I_s + I_c} \frac{1}{D_v} \doteq \frac{1}{E'_c I_c} \quad (44)$$

となり、式(25)の両辺を  $D_v$  で除して式(42),(43),(44)を代入し、両辺に  $E'_c I_c E'_s t$  を乗じ、 $K(1+C)$  で除して、整理すれば、

$$\frac{E'_c h^3}{12(1+C)} \left[ \frac{E'_s t}{K} \nabla^6 w_{ve} - (1+4C) \nabla^4 w_{ve} \right] = -p + \frac{E'_s t}{K(1+C)} \nabla^2 p \quad (45)$$

となり、この式(45)が文献<sup>13)</sup>における解析理論である。以上より本論文で誘導した解析理論は文献<sup>13)</sup>を包含していることがわかる。式(25),式(45)ではポアソン比として、 $\nu_c$  と  $\nu_s$  が用いられている。

## 5. 不完全合成板と不完全合成桁との関係について

式(24),(27),(28),(29)において、 $\nabla^4 w_v \rightarrow w_v^{(4)} = d^4 w_v / d x^4$ ,  $\nabla^4 w_e \rightarrow w_e^{(4)} = d^4 w_e / d x^4$ ,  $\nabla^2 w_e \rightarrow d^2 w_e / d x^2$ ,  $D_v \rightarrow E_s I_v$  とすれば、即ち、 $y$ に関する項およびポアソン比を零とすれば不完全合成桁の場合の常微分方程式となる<sup>7),9)</sup>。前述の $\beta$ ,  $\gamma$ も同様に定義することができる。

従って、式(24)は次式ようになる。

$$E_s I_v \frac{d^4 w_{ve}}{d x^4} - E_s I_v \omega^2 \frac{d^2 w_{ve}}{d x^2} = -\omega^2 \cdot E_s I_v \frac{d^2 w_v}{d x^2} + \frac{n I_v}{n I_s + I_c} p \quad (46)$$

文献<sup>7)</sup>と同様に考えて、完全合成桁の場合のたわみが  $w_v$  であり、ジベルの弾性変形を考慮した場合のたわみが  $w_{ve}$  であり、 $w_{ve}$  と  $w_v$  との差を  $w_e$  とすれば、 $w_v$  に関しては式(48)が成立する。また、 $w_e$  に関しては式(46)と式(48)との差より

$$E_s I_v \frac{d^4 w_e}{d x^4} - E_s I_v \omega^2 \frac{d^2 w_e}{d x^2} = \frac{A_c s_c s}{n I_s + I_c} p \quad (47)$$

となる。結局、式(46)は次の2個の常微分方程式になる。

$$\begin{cases} \frac{d^4 w_v}{d x^4} = \frac{p}{E_s I_v} & (48) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d^4 w_e}{d x^4} - \omega^2 \frac{d^2 w_e}{d x^2} = \frac{p}{E_s I_c} & (49) \end{cases}$$

$$\text{ただし、} \quad I_e = I_v \frac{n I_s + I_c}{A_c s_c s}, \quad n = \frac{E_s}{E_c} \quad (50)$$

式(50)における不完全合成桁の場合の断面積  $A_c$  の単位は長さの2乗であり、断面二次モーメント  $I_s, I_c, I_v, I_e$  の単位は長さの4乗である。また、 $E_c, E_s$  はダッシュの付かないものである。

## 6. 数値計算例

本報告は図-1に示すような厚さ  $t = 0.6\text{cm}$  の鋼板に、厚さ  $h = 13\text{cm}$  のコンクリートを頭つきスタッドジベルで合成した完全合成板および不完全合成板として、長方形板に対するナヴィエ (Navier) の2重フーリエ級数を用いて解析した。断面諸元の算定にあたり、図-3に示すように、(a)全断面(合成断面の全断面を有効と考えた場合)、(b)有効断面(合成断面の引張部分を無視した場合)の二ケースを考え

た。  $n=7.385$ ,  $\nu=0.3$ (仮定),  $\nu_s=0.3$ ,  $\nu_c=0.2$  とした。断面諸元は次の通りである。

全断面の場合

$s=6.8\text{cm}$ ,  $s_c=1.73\text{cm}$ ,  $s_s=5.07\text{cm}$ ,  $A_c=13.0\text{cm}$ ,  $A_s=0.6\text{cm}$ ,

$A_v=2.360\text{cm}$ ,  $I_c=183.1\text{cm}^3$ ,  $I_s=0.018\text{cm}^3$ ,

$I_v=45.50\text{cm}^3$ ,  $D_v=1.050 \times 10^8 \text{kg} \cdot \text{cm}^2 / \text{cm}$ 。

有効断面の場合

$s=6.8\text{cm}$ ,  $s_c=1.73\text{cm}$ ,  $s_s=5.07\text{cm}$ ,  $A_c=8.229\text{cm}$ ,  $A_s=0.6\text{cm}$ ,

$A_v=1.714\text{cm}$ ,  $I_c=93.26\text{cm}^3$ ,  $I_s=0.018\text{cm}^3$ ,

$I_v=40.60\text{cm}^3$ ,  $D_v=0.9369 \times 10^8 \text{kg} \cdot \text{cm}^2 / \text{cm}$ 。

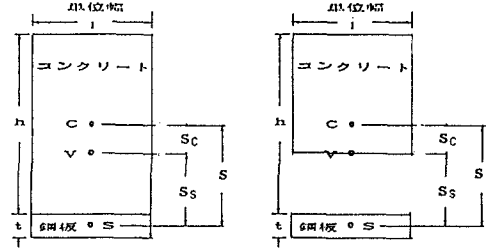


表-2 は等分布満載荷重が作用した場合の合成板の 図-3 (a) 全断面 図-3 (b) 有効断面  
中央点のたわみ、単位幅あたりの曲げモーメント(x方向)、単位幅あたりの軸力(x方向)の値を示した  
ものであり、  $a=50\text{cm}$ ,  $b=50\text{cm}$ , 単位長さあたりのジベルのばね定数  $K=1000\text{kg}/\text{cm}^2$  (かなり小さい値  
を仮定した)、  $p=10\text{kg}/\text{cm}^2$  の等分布満載荷重、項数は5項とした。

表-3 は集中荷重が合成板中央点に作用した場合の合成板の中央点のたわみ、単位幅あたりの曲げモ  
ーメント(x方向)、単位幅あたりの軸力(x方向)の値を示したものであり、  $a=100\text{cm}$ ,  $b=100\text{cm}$ , 単位幅  
あたりのジベルのばね定数  $K=13000\text{kg}/\text{cm}^2$ ,  $P=10000\text{kg}/\text{cm}$  の集中荷重、項数は20項とした。

表-2 等分布満載荷重の場合の解析結果の比較

| $p=10\text{kg}/\text{cm}^2$<br>$K=1000\text{kg}/\text{cm}^2$<br>$a=50\text{cm}$<br>$b=50\text{cm}$ | 中央点の値      |          |                   |           |            |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|----------|-------------------|-----------|------------|-----------|
|                                                                                                    | たわみ(cm)    |          | 曲げモーメント(kg·cm/cm) |           | 軸力(kg/cm)  |           |
|                                                                                                    | $w_\theta$ |          | $M_\theta$        |           | $N_\theta$ |           |
|                                                                                                    | $w_v$      | $w_{ve}$ | $M_{vx}$          | $M_{vex}$ | $N_{vx}$   | $N_{vex}$ |
|                                                                                                    | 完全合成板      | 不完全合成板   | 完全合成板             | 不完全合成板    | 完全合成板      | 不完全合成板    |
| 全断面                                                                                                | 0.002418   | 0.004058 | 1199              | 2001      | 80.2       | 15.94     |
| 有効断面                                                                                               | 0.002710   | 0.006364 | 1199              | 2757      | 121.4      | 50.07     |

表-3 集中荷重の場合の解析結果の比較

| $P=10000\text{kg}/\text{cm}$<br>$K=13000\text{kg}/\text{cm}^2$<br>$a=100\text{cm}$<br>$b=100\text{cm}$ | $w_v$   | $w_{ve}$ | $M_{vx}$ | $M_{vex}$ | $N_{vx}$ | $N_{vex}$ |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|----------|----------|-----------|----------|-----------|
|                                                                                                        | 完全合成板   | 不完全合成板   | 完全合成板    | 不完全合成板    | 完全合成板    | 不完全合成板    |
|                                                                                                        | 完全合成板   | 不完全合成板   | 完全合成板    | 不完全合成板    | 完全合成板    | 不完全合成板    |
| 全断面                                                                                                    | 0.01103 | 0.01211  | 3639     | 4980      | 243.4    | 135.9     |
| 有効断面                                                                                                   | 0.01237 | 0.01380  | 3639     | 6117      | 368.5    | 255.0     |

表-2、3よりわかることは完全合成板および不完全合成板(全断面および有効断面とも)において曲  
げモーメントと軸力との間に次式が成立している(図-2あるいは式(14a)参照)。

$$\frac{n I_s + I_c}{n I_v} M_\theta + (s_c + s_s) \cdot N_\theta = M_{vx} \quad (51)$$

これは、合成断面の中立軸に作用する曲げモーメントが、曲げモーメントと軸力に分配されることであ  
り、このことは釣合っていることを示している。また、不完全合成板は完全合成板に比べて、全断面お  
よび有効断面ともたわみと曲げモーメントが増加し、軸力が減少していることがわかる。これは不完全

合成桁の場合と全く同じことである<sup>9)</sup>。四辺単純支持板の場合のこれらの減少率や増加率は次のようにしてたわみの比 ( $w_v/w_v$ ) より求めることができる。一例として、表-2の不完全合成板の全断面の場合の値は、式(37)より  $\beta$  と  $\gamma$  を求めて、完全合成板の場合の値を用いれば、求めることができる。この場合、 $\beta=0.8132$ ,  $\gamma=0.6782$  となり、 $w_v=0.002418\text{cm}$ ,  $M_{vx}=1199\text{kgcm/cm}$  であるから、これらの値を式(30)~(32)に代入すれば、 $w_{ve}=0.004058\text{cm}$ ,  $M_{vex}=2012\text{kgcm/cm}$ ,  $N_{vex}=14.98\text{kg/cm}$  となる。参考までに文献<sup>5)</sup>の p.337 より  $w_v$ ,  $M_{vx}$  を求めてみれば、 $w_v=0.00406 \cdot p \cdot a^4/D_v=0.002417\text{cm}$ ,  $M_{vx}=0.0479 \cdot p \cdot a^2=1197.5\text{kgcm/cm}$ ,  $N_{vx}=A_0 s_c/(n I_v) \cdot M_{vx}=80.14\text{kg/cm}$  となる。これらの値を式(30)~(32)に代入すれば、 $w_{ve}=0.004056\text{cm}$ ,  $M_{vex}=2010\text{kgcm/cm}$ ,  $N_{vex}=14.97\text{kg/cm}$  となり、上記の値とほぼ一致することがわかる。

表-2の値は曲げモーメントおよび軸力を直接求めたものである(項数は5項)。後述の図-6を用いれば、 $\omega a=2.107$ , 辺比  $=b/a=1.0$  であるから、 $\beta=0.81$  が求まる。また、 $a=b=100\text{cm}$  とした場合、断面諸元を同じにしても、 $\omega a$  が大きくなるから  $\beta$  と  $\gamma$  が小さくなることがわかる。

## 7. 数値解析による本解析理論と文献<sup>13)</sup>との比較

図-4は横軸に式(38)のC(無次元量)をとり、縦軸に文献<sup>13)</sup>の解析理論によるたわみ  $w_{ve}(\text{近})$  と本解析理論によるたわみ  $w_{ve}(\text{本})$  との比をとり、ジベルのばね定数によってどのように変化するかを示したものである。条件は図-1において、四辺単純支持の長方形板とし、ナヴィエの2重フーリエ級数を用いて解析した。荷重は等分布満載である。

図-4よりCが大きくなれば(コンクリート板厚hを一定とした場合、鋼板厚tが厚くなれば)、差が大きくなること

がわかる。これは誤差が大きくなることを意味しており、自ずから適用限界が決まってくる。ここでは、辺比( $b/a$ )=2の場合を図示しているが、辺比が大きくなれば、Kの各曲線は下がっていく。しかし、 $K=0$  と  $\infty$  曲線は辺比に関係なく一定である。

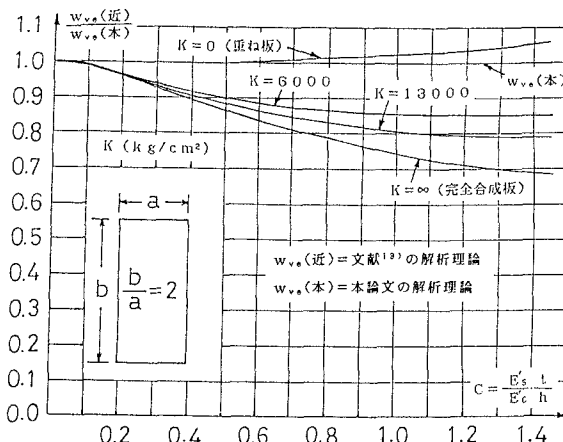


図-4 合成板中央点のたわみの比較

## 8. 不完全合成板(および桁)の構造特性

図-1のような合成板を考える。本解析では、鋼板厚t、コンクリート厚h、を与えれば、断面諸元が求まり、a, b を与えれば解析可能である。しかしながら、これらの値が任意で不完全合成板の構造特性を求めるには次のような無次元化が必要である。式(23)で与えられる  $\omega$  と辺長 a との積  $\omega a$  (無次元量)と式(37)の  $\alpha, \beta, \gamma$  (いずれも無次元量)との関係を求めればよい。ここでは中央点での関係のみを取り扱う。荷重は等分布満載荷重(項数は11項)と集中荷重(項数は41項)の二種類とした。断面諸元の算定には全断面と有効断面の二ケースを考えた。辺比は  $b/a=1.0 \sim 3.0$  とした。

### 1) 不完全合成桁の $\alpha$ 曲線

板の辺長 $b$ を単位長さとするれば、スパン $a$ の桁になる。桁の場合の解析はフーリエ級数を用いず、初等曲げ理論と吊橋の撓度理論の解を用いた。図-5は縦軸に $\alpha(=1-\beta)$ をとり、横軸に $\omega a$ をとり、 $\omega a$ に対する $\alpha$ 曲線を求めたものである。図-5よりわかることは、二種類の荷重状態、また、図には示していないが、全断面と有効断面に関係なく、 $\alpha$ 曲線はほとんど一致している。

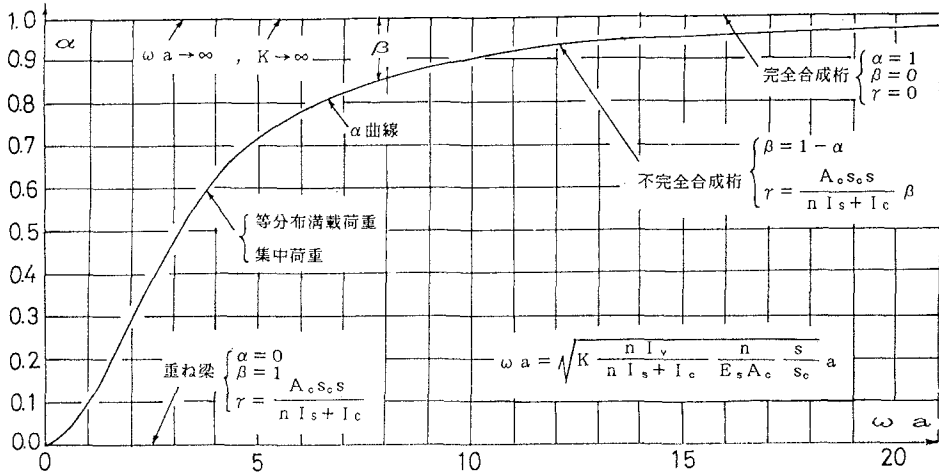


図-5 不完全合成桁の $\alpha$ 曲線

### 2) 不完全合成板の $\alpha$ 曲線

図-6は等分布満載荷重の場合の $\alpha$ 曲線であり、図-7は集中荷重の場合の $\alpha$ 曲線である。両図より等分布満載荷重の場合の $\alpha$ が大きいことがわかる。また、図には示していないが、全断面と有効断面の場合の $\alpha$ はほとんど同じである。辺比( $b/a$ )が大きくなれば、 $\alpha$ が大きくなることもわかる。次に、図-5, 6, 7における $\alpha$ 曲線の使い方を述べる。まず、式(23)の $\omega$ を求め、辺長 $a$ を乗じ、図より、 $\alpha$ を求め、 $\beta=1-\alpha$ なる $\beta$ を求める。この $\beta$ に $D_v/D_o$ を乗じ $\gamma$ を求める。このように、図の $\omega a$ から $\beta$ はすぐに求まるが、 $\gamma$ はすぐには求まらない。計算から $\alpha, \beta, \gamma$ を求める時は最初に $\gamma$ を求め、次に、 $\beta, \alpha$ を求める。この $\beta$ と $\gamma$ を式(30)~(32)に代入すれば、たわみ、曲げモー

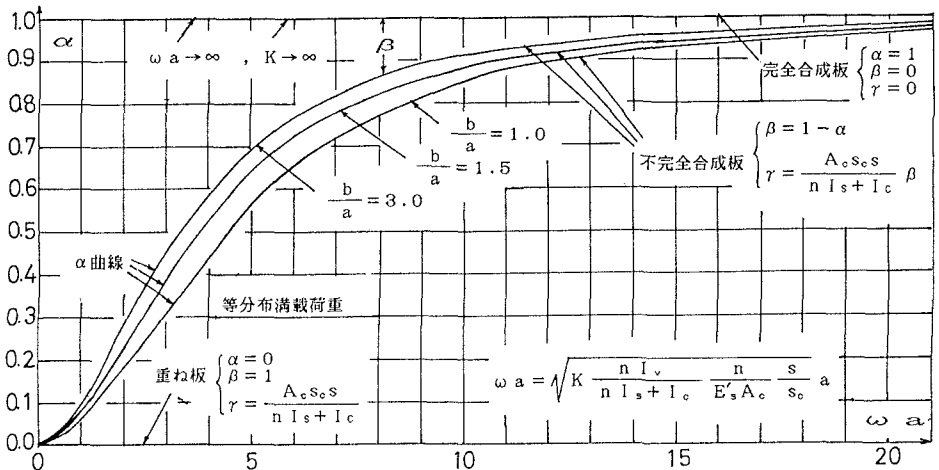
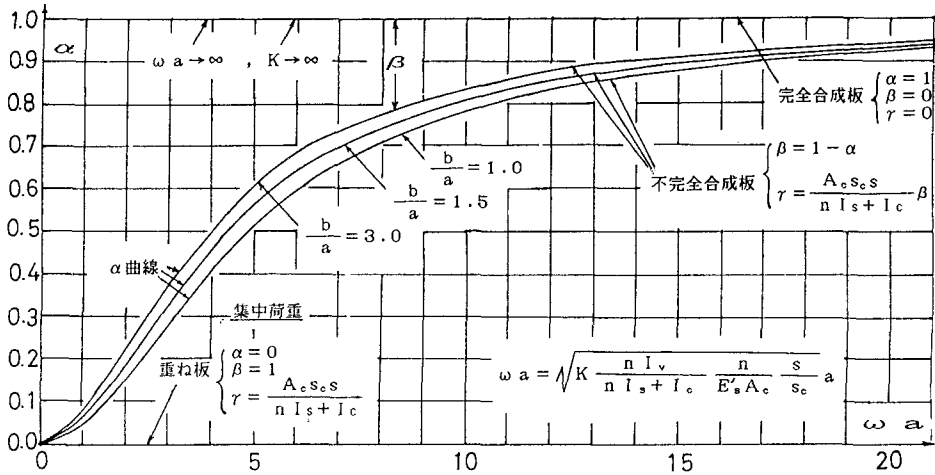


図-6 不完全合成板の $\alpha$ 曲線(等分布満載荷重の場合)

メント、軸力が簡単に求まる。



図－7 不完全合成板の $\alpha$ 曲線(集中荷重の場合)

## 9. あとがき

本研究で得られた結論は次の通りである。

- 1) 不完全合成板の鋼板厚を考慮した解析理論を誘導し、この理論式は不完全合成桁の解析理論を包含していることが判明した。即ち、不完全合成板のたわみに関する偏微分方程式において、 $y$ に関する項およびポアソン比を零とすれば、不完全合成桁の場合のたわみに関する常微分方程式となることが判明した。このことは通常の板理論からも理解出来る。本解析理論は不完全合成桁の場合を包含しているので、不完全合成桁と不完全合成板の解析理論を統一的に取り扱うことが出来る。
- 2) 不完全合成板の文献<sup>13)</sup>の解析理論との関係を理論式と数値解析の両方によって明確にすることが出来た。即ち、文献<sup>13)</sup>の解析理論では鋼板厚はコンクリート板厚に比較して非常に薄いとし、断面諸元の算定においてある部分で鋼板厚を零としている(詳細は表－1参照)。ただし、鋼板の断面積だけは考慮しているようである。従って、文献<sup>13)</sup>において、 $y$ の項およびポアソン比を零としても不完全合成桁の解析理論にはならないと思われる。また、次のようなことが数値解析結果より判明した。文献<sup>13)</sup>の解析理論は  $K$  が大きい場合でも、 $C < 0.4$  程度であれば、辺比 ( $b/a$ ) にほとんど関係なく、10%程度の差の範囲以内で使用出来ると思われる。
- 3) 完全合成板(あるいは桁)と不完全合成板(あるいは桁)と重ね板(あるいは梁)との関係を示すため、無次元化して、たわみの比 ( $w_o/w_v$ ) を用いる  $\beta$  なる減少率と  $\gamma$  なる増加率および合成効果を示す  $\alpha$  を導入した。 $\alpha, \beta, \gamma$  は式(37)で定義される。これら  $\alpha, \beta, \gamma$  は式(23)で与えられる  $\omega$  と辺長  $a$  との積  $\omega a$  (無次元量) の関数である。これらの関係は計算で求まるが、図－5, 6, 7のように図示しておけば、設計に便利である。 $\beta = 1 - \alpha$  で定義され、極端の場合、 $\beta = \gamma = 0$  の場合は  $\alpha = 1$  となり、完全合成板(あるいは桁)になる。 $\beta = 1$  の場合、即ち、 $\gamma = D_v/D_o$  の場合は  $\alpha = 0$  となり、重ね板(あるいは梁)になり、その中間が不完全合成板(あるいは桁)である。これらの  $\alpha, \beta, \gamma$  は四辺単純支持の場合の不完全合成板 (あるいは桁) の構造特性を示すパラメータとして重要である。
- 4) 四辺単純支持の完全合成板 (あるいは桁) の解析に構造力学公式集<sup>5)</sup>を用い、上述のような  $\alpha, \beta$

$\gamma$  を求めておけば、四辺単純支持の場合の不完全合成板(あるいは単純桁)の解析が可能である。

- 5) 四辺単純支持の平板(あるいは単純桁)で構造力学公式集<sup>5)</sup>に記載されている種々の荷重条件に対し、全く同様にして  $\alpha, \beta, \gamma$  のみを求めれば、四辺単純支持の不完全合成板(あるいは単純桁)としての解析が可能である。なお、この場合の合成板の板剛性  $D_v$  は式(29)あるいは文献<sup>17)</sup>の p.391 にある二層板の場合の  $D_v$  を用いる。文献<sup>17)</sup>の式を変形して、両者の  $D_v$  が一致することを確認している。二層板に限定すれば、本論文の式(29)の表示の方が簡単である。最後に、計算は PC-9801VM2 を使い、MS-FORTRAN で行った。

#### 参考文献

- 1) 土木学会編：鋼・コンクリート合成構造の設計ガイドライン、1989。
- 2) Newmark, N.M., Siess, C.P., Viest, I.M.: Tests and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction, Proc. of the Society for Experimental Analysis, vol.9, No.1, pp.75-93, 1951.
- 3) 山本 稔：不完全合成桁の曲げ理論、土木学会論文集、No.67, pp.1-10, 1960年3月。
- 4) 橋 善雄・足立義雄：不完全合成桁について、土木学会論文集、No.112, pp.11-19, 1964年12月。
- 5) 構造力学公式集、土木学会編、1986。
- 6) A.ハウラネック/O.シュタインハルト：鋼橋の理論と計算(橋 善雄、小松定夫共訳)、山海堂、1965。
- 7) 島田静雄、熊沢周明：合成桁の理論と設計、山海堂、1973。
- 8) 中井 博編：プレキャスト床版合成桁橋の設計・施工、森北出版、1988。
- 9) 佐藤浩一、渡辺昇：差分方程式の剛性マトリックス解析法について、土木学会北海道支部論文報告集、第44号、pp.87-92、1988。
- 10) 浜田純夫、有住康則：不完全連続合成桁の有限要素解析、土木学会論文報告集、第265号、pp.1-9, 1977年 9月。
- 11) 小松定夫、佐々木孝：不完全合成桁の理論と近似計算法について、土木学会論文報告集、第329号、pp.27-37, 1983年 1月。
- 12) 渡辺昇、井上稔康：CS橋の開発的研究—鉛直突起板の設計について、鋼パネル板のリブの設計について—、土木学会北海道支部論文報告集、第43号、pp.31-36, pp.37-42, 1987。
- 13) J.L.CLARKE, C.T.MORLEY: Steel-concrete composite plates with flexible shear connectors, Proc.Instn Civ.Engrs, Vol.53, Part2, pp.557-568, Dec., 1972.
- 14) 佐藤浩一、渡辺昇、井上稔康：不完全合成桁と合成板の解析理論の相似性について、土木学会北海道支部論文報告集、第45号、pp.55-60、1989。
- 15) 佐藤浩一、渡辺昇、井上稔康：不完全合成板の解析理論の比較について、土木学会第44回年次学術講演会、pp.288-289, 1989。
- 16) S.P.Timoshenko and S.Woinowsky-Krieger: Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill Book Company, 1970。
- 17) Rudolph Szilard: Theory and Analysis of Plates, PRENTICE-HALL, INC., Englewood Cliffs, New Jersey, 1974。

(1989年10月2日受付)