

斜張橋の曲げ1次固有周期の算定と その性状に関する検討

AN EVALUATION OF 1ST NATURAL FLEXURAL FREQUENCY OF
CABLE-STAYED GIRDER BRIDGES

長井正嗣* 佐野信一郎** 小松貴雄***
By Masatsugu NAGAI, Shin-ichiro SANO and Yoshio KOMATSU

For preliminary investigation of aerodynamic stability of cable-stayed bridges, an easy prediction of 1st natural flexural and torsional frequencies beforehand is helpful. In this paper, formula to estimate 1st natural flexural frequency of them is proposed and, in addition, comparison with suspension bridges ever constructed in Japan is carried out. We assume two static deflection curves by live loads in center span only, where proposed formula to determine maximum deflection is utilized. Regarding those curves as 1st mode shapes and by employing Rayleigh's method, 1st natural frequency is proposed. By the formula proposed, 1st natural frequency with variation of many design parameters can be easily predicted.

1. まえがき

斜張橋の基本計画上、曲げおよびねじり1次振動数が事前に精度良く推定できれば、耐風安定性に関する概略検討を行う上で有益と考える。さらに、斜張橋が長大化する過程で支間長の変化に伴う振動性状の予測が行えること、長大橋の領域での吊橋との比較を行っておくことは計画、設計上重要と考える。これまで、著者らはマルチケーブル斜張橋の基本計画上の資料作成を行っているが^{1)~5)}、本文では曲げ1次固有周期に着目し、その算定式の提案を行うとともに、性状に関する検討結果を報告する。

曲げ1次固有周期（または振動数）の算定に関する過去の成果は文献6)にまとめられている。最近では、文献7)で、中央径間に着目し、レーリーの原理に基づく算定式が提案されている。また、文献8)で、固定ばりの固有振動数を基本とした算定法が提案されている。文献7)、8)は、いずれも算定式の提案が主眼であって、斜張橋の力学性状を支配する主要パラメータの変化にともなう振動性状の変化、また支間長の変化

*	工博	長岡技術科学大学	助教授	建設系	(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)
**		川崎重工業(株)	橋梁設計部	部長	(〒136 江東区南砂2-4-25)
***	工修	川崎重工業(株)	橋梁設計部	課長代理	(〒136 江東区南砂2-4-25)

にともなう振動数の予測がしづらいつともに、それらの検討は行われていない。レーリーの原理に基づく算定法の提案は、文献9)、10)に見られる。振動時のモードを想定し、桁重量を外力(慣性力の作用方向)として作用させモードを求めレーリーの原理を適用する。この手法では事前に骨組構造解析が必要になるとともに、前述の予測資料を得ずらい。

本文では、中央径間に活荷重を満載させた場合の精度よい最大たわみ算定式を用い、曲げ1次振動モードを仮定した上でレーリーの原理¹¹⁾により精度のよい固有周期の算定式を誘導する。このような手法によれば、斜張橋の力学性状に影響を及ぼす主要パラメータを用いた表示が得られ、パラメータの変化にともなう性状変化の予測、理解が容易になる。また支間長の変化にともなう性状変化の予測資料が得られ、長大斜張橋計画上の一資料となる。さらに、長径間領域における代案である吊橋との比較が行える。

本文では、3径間マルチファンタイプ斜張橋を対象とするが、基本的考え方は2径間橋梁にも拡張できる。また、小数段ケーブルをもつハーブタイプ斜張橋の例も比較対象に含まれる。

2. モード仮定に関する検討

鉛直振動モードを精度よく推定できれば、固有振動数または固有周期を精度よく求めることができる。しかしながら、振動モードはケーブルと桁の剛比、塔の曲げ剛性によって変化するため、その正確な推定は一般に困難を伴う。

ここでは、中央径間に分布活荷重を満載した場合の変位モードとして図-1に示す2種類を考える。図中のmode Iは剛な塔とスレンダーな主桁を、mode IIは剛な主桁を想定したものである。mode Iの形状は側径間で折れ曲がるため実際と異なるが計算の便宜上このように仮定した。これらのモードを鉛直振動モードとみなし検討を行うこととし、その妥当性を数値計算により検討する。

数値計算は中央径間400m、600m、800m(支間長比 1:2.3:1)のファンタイプマルチケーブル斜張橋に対して行い、600mモデルについては支間長比の影響を見るために1:2.1:1, 1:2.5:1のモデルも対象としている。形状と主要な諸元を付録-1に示すが、ケーブル断面積は完成時の全死荷重および設計活荷重を受けもつものとして設計されている。また、モデルの橋軸方向拘束はバネによってなされる。バネ定数の差に伴う振動数の変化は小さい。

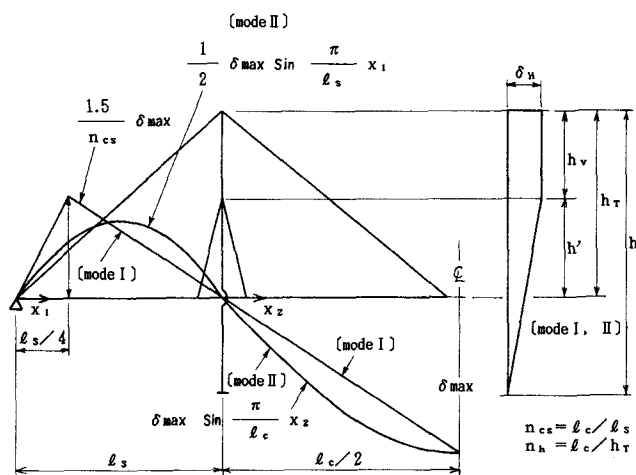


図-1 仮定モードと記号

図-2～図-4に中央径間600m（支間長比 1:2.3:1）の結果を示す。図中、白ヌギが静的解析の結果、黒印が振動モードを示す。前者の表示では、主桁最大変位を1.0 としている。また、△、●、▲印が図中に表示されていない場合は他の結果と重なりあっている。

これより、塔の曲げ剛性が小さい場合、仮定したモードと静的、動的解析結果の差、さらに静的、動的解析結果間の差も大きいことがわかる。一方、塔の曲げ剛性を大きくするにつれて両者の差が小さくなることわかる。以上のことは、支間長、支間長比を変化させた他のすべてのモデルに対してもまったく同様であった。ほぼ、 $E_g I_t / h^3 > 40$ 程度では仮定モードでもって鉛直振動モードを表わしうることがわかるが、精度の詳細な検討は次節で行う。なお、 $E_g I_t$ は主塔の曲げ剛性、 I_g は主桁の断面2次モーメントである。

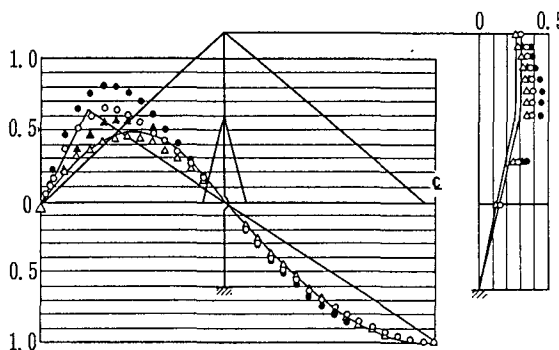


図-2 モードの比較

($l_c=600\text{m}$ 、 $n_{cs}=2.3$ 、 $E_g I_t / h^3 \approx 30$)

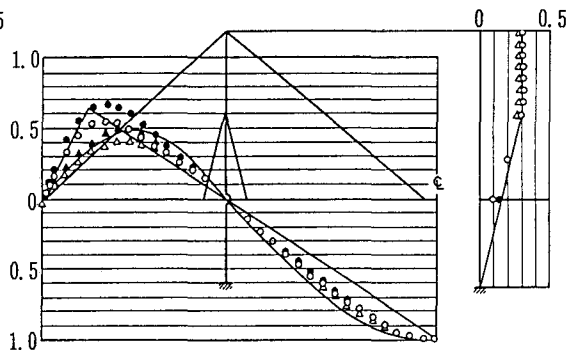


図-3 モードの比較

($l_c=600\text{m}$ 、 $n_{cs}=2.3$ 、 $E_g I_t / h^3 \approx 60$)

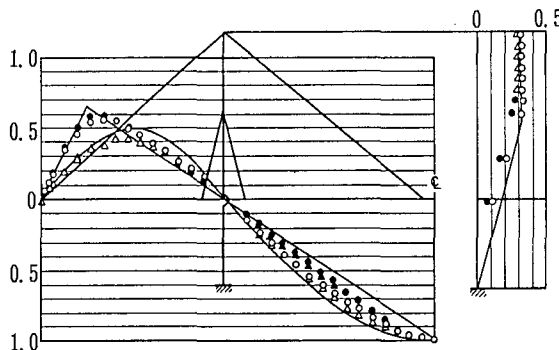


図-4 モードの比較

($l_c=600\text{m}$ 、 $n_{cs}=2.3$ 、 $E_g I_t / h^3 \approx 90$)

- 静的解析 } $I_g = 1.5 \text{ m}^4$
- 振動解析 }
- △ 静的解析 } $I_g = 10.0 \text{ m}^4$
- ▲ 振動解析 }

3. 1 次固有周期算定式の提案

3. 1 レーリーの原理による算定

レーリーの原理によれば、

$$m_{\max} \cdot T = \frac{1}{2} \frac{\bar{\omega}^2}{g} \int_{\Omega} w \phi^2 ds = m_{\max} \cdot U \quad (1)$$

が成立する。ここに、 $m_{\max} \cdot T$ は運動エネルギーの最大値、 $\bar{\omega}$ は円固有振動数、 g は重力加速度、 w は分布重量、 ϕ は振動モード、 $\int_{\Omega} ds$ は対象領域の積分を意味する。また、 $m_{\max} \cdot U$ は

$$m_{\max} \cdot U = \frac{1}{2} p \int_0^{l_c} \phi ds \quad (2)$$

と定義される。ここに、 p は分布活荷重で、積分領域は2.で定義した通り中央径間である。

式(1)、(2)より円固有振動数として、

$$\bar{\omega}^2 = \frac{p \int_0^{l_c} \phi^2 ds}{\frac{1}{g} \int_0^s w \phi^2 ds} \quad (3)$$

を得る。

次に式(3)の分子、分母について具体的な計算を行う。その際、主桁重量、主塔重量はともに長さ方向に一定として取り扱う。主桁重量に対するこの取り扱いは現実的と考えられるが、ケーブル重量また主塔重量の変化を考慮する場合は別途積分計算を行う必要がある。

(1) 仮定モード I

分子、分母の積分は以下の通りとなる。

$$p \int_0^{l_c} \phi^2 ds = \frac{p l_c}{2} \delta_{max} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} \int_0^s w \phi^2 ds &= \frac{w_0}{g} \left(2 \int_0^{l_s} \phi^2 ds + \int_0^{l_c} \phi^2 ds \right) + \frac{2w_T}{g} \int_0^h \phi^2 ds \\ &= \frac{w_0}{g} \delta_{max} l_c \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{4n_{cs}^3} \right) \\ &\quad + \frac{2w_T}{3g} \delta_H^2 h \left(1 + \frac{2h_v}{h} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 δ_{max} 、 δ_H は活荷重 p による主桁の最大変位と主塔の最大変位で、 w_0 、 w_T はそれぞれ主桁、主塔の単位長さあたり重量である。

式(4)、(5)を式(3)に代入すると、円固有振動数 ω_1 は、

$$\bar{\omega}_1^2 = \frac{g}{4} \frac{\omega}{\delta_{max}} \frac{1}{1/6 + 3/4n_{cs}^3} \frac{1}{1 + \gamma_I} \quad (6)$$

となる。ここに、

$$\gamma_I = \frac{1}{3} \left(\frac{w_T}{w_0} \right) \left(\frac{\delta_H}{\delta_{max}} \right)^2 \frac{1}{n_h} \frac{1 + 2h_v/h}{1/6 + 3/4n_{cs}^3} \quad (7)$$

である。これより、固有周期 T_1 は、

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{4\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\delta_{max}}{\omega}} \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{3}{4n_{cs}^3}} \sqrt{1 + \gamma_I} \quad (8)$$

となる。ここに、 $\omega = p/w_0$ は分布活荷重強度と死荷重強度の比である。

(2) 仮定モード II

(1)と同様の計算を行うと、固有周期 T_{II} として、

$$\begin{aligned} T_{II} &= \frac{2\pi\sqrt{\pi}}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\delta_{max}}{\omega}} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{8n_{cs}}} \sqrt{1 + \gamma_{II}} \\ \gamma_{II} &= \frac{1}{3} \left(\frac{w_T}{w_0} \right) \left(\frac{\delta_H}{\delta_{max}} \right)^2 \frac{1}{n_h} \frac{1 + 2h_v/h}{1/4 + 1/8n_{cs}} \end{aligned} \quad (9)$$

を得る。

3.2 δ_{max} 、 δ_H が既知の場合

δ_{max} 、 δ_H が既知の場合について、すなわち設計上静的な検討が行われた場合に対応するが、式(8)、(9)の精度検討を行う。

付録-1に示すモデルについて、振動解析結果との比較を表-1に示す。表中、 I_t 、 I_g はそれぞれ主塔、主桁の断面2次モーメントである。表に示す主桁断面2次モーメントの最大、最小値間の中間の値をもつ断面2次モーメントに対しては、誤差も中間の値となる。表より、主塔の曲げ剛性が小さい場合(いずれのモデルも最小の I_t の値で $E_g I_t / h^3 \approx 20$ となる)、最大約 10 %の誤差が生じるが、 $E_g I_t / h^3 > 40$ では 5 %以下の誤差となり式(8)、(9)が高い精度を有していることがわかる。

表-1 精 度 比 較

						(sec)	$E_g I_t$ h^3			
ℓ_c (m)	I_t (m ⁴)	I_g (m ⁴)	計算値	式(8) (誤差%)	式(9) (誤差%)					
800 ($n_{cs}=2.3$)	12.0	1.5	6.40	5.83 (-9.0)	5.96 (-6.9)	>40	23.7			
		10.0	5.44	5.12 (-6.0)	5.23 (-3.8)					
	24.0	1.5	5.99	5.78 (-3.5)	5.92 (-1.3)					
		10.0	5.12	5.07 (-1.0)	5.18 (1.3)					
	36.0	1.5	5.83	5.74 (-1.5)	5.88 (0.7)					
		10.0	4.99	5.03 (0.8)	5.15 (3.2)					
	48.0	1.5	5.73	5.69 (-0.7)	5.83 (1.6)					
		10.0	4.91	5.00 (1.8)	5.12 (4.1)					
	600 ($n_{cs}=2.1$)	6.0	1.5	6.29	5.69 (-9.6)			5.64 (-10.4)	>40	21.6
			10.0	4.89	4.68 (-4.2)			4.64 (-5.1)		
12.0		1.5	5.87	5.58 (-4.8)	5.53 (-5.7)					
		10.0	4.61	4.60 (-0.4)	4.55 (-1.3)					
18.0		1.5	5.69	5.51 (-3.0)	5.46 (-4.0)					
		10.0	4.49	4.55 (1.4)	4.51 (0.4)					
24.0		1.5	5.57	5.45 (-2.1)	5.40 (-3.0)					
		10.0	4.41	4.51 (2.3)	4.47 (1.4)					
600 ($n_{cs}=2.3$)		6.0	1.5	5.28	4.70 (-10.8)	4.81 (-8.8)	>40			
			10.0	4.28	4.08 (-4.7)	4.17 (-2.4)				
	12.0	1.5	4.90	4.66 (-4.9)	4.77 (-2.7)					
		10.0	4.06	4.03 (-0.7)	4.13 (1.6)					
	18.0	1.5	4.76	4.63 (-2.7)	4.74 (-0.5)					
		10.0	3.97	4.00 (1.0)	4.10 (3.3)					
	24.0	1.5	4.68	4.60 (-1.6)	4.71 (0.7)					
		10.0	3.91	3.98 (1.9)	4.08 (4.2)					
	600 ($n_{cs}=2.5$)	6.0	1.5	5.04	4.46 (-11.5)	4.67 (-7.3)			>40	
			10.0	4.01	3.81 (-5.1)	3.99 (-0.6)				
12.0		1.5	4.69	4.43 (-5.6)	4.64 (-1.1)					
		10.0	3.84	3.79 (-1.4)	3.97 (3.2)					
18.0		1.5	4.56	4.40 (-3.5)	4.61 (1.1)					
		10.0	3.77	3.76 (-0.1)	3.94 (4.6)					
24.0		1.5	4.48	4.38 (-2.4)	4.59 (2.2)					
		10.0	3.72	3.75 (-0.7)	3.92 (5.5)					
400 ($n_{cs}=2.3$)		2.0	1.0	3.98	3.63 (-8.8)	3.72 (-6.6)	>40	24.3		
			4.0	3.32	3.25 (-2.2)	3.32 (-2.8)				
	4.0	1.0	3.72	3.58 (-3.8)	3.66 (-1.6)					
		4.0	3.19	3.21 (0.5)	3.28 (2.9)					
	6.0	1.0	3.62	3.55 (-1.8)	3.66 (1.1)					
		4.0	3.13	3.19 (1.9)	3.26 (4.2)					
	12.0	1.0	3.47	3.49 (0.5)	3.57 (2.8)					
		4.0	3.03	3.14 (3.4)	3.21 (5.8)					

3.3 δ_{max} 、 δ_H の推定

基本的な形状と概略重量が設定された段階で δ_{max} 、 δ_H が推定できれば、この段階で固有周期の推定が

可能となる。集中荷重を含む δ_{max} 、 δ_H の算定については、既に文献 1) に与えられているが、トラス桁のように断面 2 次モーメントが大きくなると誤差が大きくなる。ここでは、分布活荷重のみを対象とした以下の推定式を与える。

$$\delta_{max} = \frac{\bar{\beta} \sigma_a}{E_c} \left(\alpha \frac{L_s L_a}{h_T} + \frac{\omega}{1+1.3\omega} \frac{L_a^2}{h_T} \right) \quad (10)$$

$$\delta_H = \frac{\bar{\beta} \sigma_a}{E_c} \alpha \frac{L_s^2 + h_T^2}{L_s} \quad (11)$$

ここに、 E_c 、 σ_a はそれぞれケーブルのヤング係数と許容応力、 $\bar{\beta}$ は許容応力に対する余裕を考慮する係数で 0.9 を採用する。 L_s はアンカーケーブルの長さ、 L_a は最上段ケーブルで中央径間中央に設置されたとした場合の長さ、また、 α はアンカーケーブルの全張力のうち分布活荷重の占める割合で、図-5に示す。主桁の曲げ剛性を大幅に変化させるとたわみの変化も大きくなる。固有周期は式 (8)、(9) からわかるようにたわみの平方根に比例するものの、主桁曲げ剛性が大幅に変動するとその変化も大きく、箱桁とトラス桁の両者の採用を前提とすれば主桁曲げ剛性の影響を考慮しておく必要がある。そこで、ケーブル伸び剛性と主桁曲げ剛性の剛比 (γ_{cg}) をパラメータとして導入した (付録-2 参照)。

$$\gamma_{cg} = 2 \frac{E_c}{\bar{\beta} \sigma_a} W_0 (1+1.3\omega) F_1 / (E_c I_g / l_c^3) \quad (12)$$

$$F_1 = \frac{a}{2(1+a^2)} \ln \left| \frac{1+a^2}{4} \left(\frac{1}{h'} \right)^2 + a \left(\frac{1}{h'} \right) + 1 \right|$$

$$+ \frac{1}{1+a^2} \left[\tan^{-1} \left\{ \frac{1+a^2}{2} \left(\frac{1}{h'} \right) + a \right\} - \tan^{-1}(a) \right]$$

$$a = \frac{2}{n_h} \left(1 - \frac{h'}{h_T} \right) \quad (13)$$

式 (10) の右辺第 2 項分母の ω に乗ずる係数 1.3 も厳密には γ_{cg} の関数になるが、その変化は α の変化に比較して小さいことから無視した。

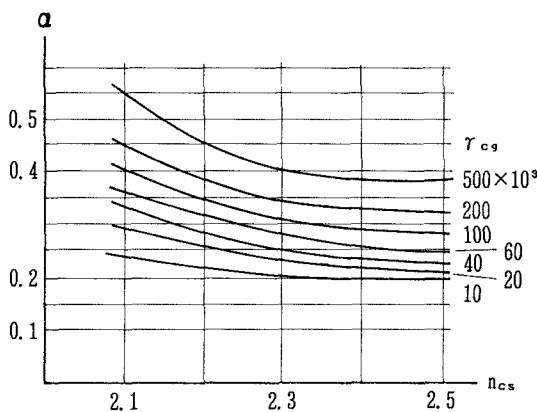


図-5 α の算定 (分布活荷重)

ケーブルの伸び剛性については、中央径間を対象とした以下の値を計算した。

$$\sum_1 \frac{E_c A_{c_i}}{L_i} \sin^2 \theta_i \quad (14)$$

ここに、 l_i はケーブル長、 $A_{c,i}$ はケーブル断面積、 θ_i はケーブルと桁のなす角度、また Σ は中央径間内の i 番目ケーブルの総和である。

本文では、式 (14) 中のケーブル断面積 $A_{c,i}$ に代わって重量 (死、活荷重強度) での評価を行っている。これより、概略重量が設定された段階での計算が可能になる。さて、図-5 に示す α の値は死活荷重強度比 $\omega = 0.2$ に対応する。もし、実橋において w_d 、 p が与えられる場合、 α の値を $6p / (w_d + p)$ 倍すればよい。これは、全荷重 ($w_d + p$) について、 $\omega = 0.2$ に対応する活荷重強度を求め実際の活荷重との比を考慮するものである。また、主塔の曲げ剛性については、 $E_g I_{t1} / h^3 = 40$ を対象としている。もし、その値が 2 倍変化すると約 2~3 % の差が生じるが、本文ではこのパラメータを除外している。また、塔下部がヒンジの例は今後も少ないと予想されるため対象外としている。

表-2 に、実橋及び試設計橋梁の計 7 橋について本算定式を用いた結果と計算結果の比較を示す。後述するように主塔の影響 γ_1 、 γ_{II} が小さいことから、ここでは γ_1 、 $\gamma_{II} = 0$ として計算している。これより、式 (10)、(11) の δ_{max} 、 δ_H を用いて比較的精度良く推定しうることがわかる。

表-2 実橋または試設計橋梁との比較 ($r_1 = r_{II} = 0$)

	l_c (m)	n_{cs}	n_h	ω	w_G (tf/m)	p (tf/m)	$\beta \sigma_s$ (tf/m ²)	I_g (m ⁴)	$r_{cs}/10^3$	eq. (8) (sec)	eq. (9) (sec)	計 算 (sec)	備 考
A	240	2.4	5.8	0.24	14.2	3.4	50,000	1.00	14	2.37	2.47	2.38	
B	355	2.4	5.9	0.18	25.2	4.6	50,000	2.50	36	3.05	3.16	3.13	少数段ハープタイプ
C	405	2.3	4.7	0.23	11.9	2.7	57,600	0.80	54	3.38	3.45	3.11	
D	365	2.5	4.5	0.18	26.0	4.6	65,000	0.33	175	3.45	3.62	3.42	合成主桁断面 (ヤング係数比=11)
E	510	2.0	4.4	0.18	27.2	4.8	57,600	2.00	98	5.01	4.87	4.83	
F	550	2.3	4.3	0.18	27.2	4.8	57,600	1.20	200	4.19	4.31	4.42	
G	570	2.5	4.9	0.18	27.2	4.8	57,600	1.20	234	4.26	4.45	4.38	

4. 鉛直曲げ 1 次固有周期の算定とその性状に関する検討

本検討の特長は、固有周期算定式の誘導に当り、斜張橋の静的挙動を支配する主要パラメータを用いている点にある。したがって、幾何形状等の変化に対する固有周期の変化が比較的容易に推測できる。

4. 1 算定式について

固有周期算定式として式 (8)、(9) を提案したが、両者に大差がなかったことから式 (9) を用いて検討を行う。

式 (9) は $n_{cs} = 2.1 \sim 2.5$ の範囲で、

$$T_{II} / \sqrt{1 + \gamma_{II}} = (1.98 \sim 1.95) \sqrt{\delta_{max} / \omega} \tag{15}$$

となり、式 (9) に表れる n_{cs} の影響は小さい。したがって、固有周期は δ_{max} と ω の比に影響され、支間長比の影響は δ_{max} に含まれることになる。

ここで、 $\sqrt{1 + \gamma_{II}}$ について計算を行った所、 $n_h = 4 \sim 6$ 、 $h_u / h = 0.3 \sim 0.5$ の範囲で、大略 $w_T / w_G = 1.0$ の場合 1~2 %、 $w_T / w_G = 1.5$ で 2~3 %、 $w_T / w_G = 2.0$ で 3~5 % と、 $\gamma_{II} = 0$ と仮定した場合に對して差が生じる。これより、塔の影響が比較的小さいことがわかる。また、 w_T が事前に求まる場合は以上の値を考慮すればよいが、実橋の調査では⁶⁾ w_T / w_G はほぼ 1.0 以下にある。

4. 2 支間長の変化に伴う固有周期の予測

式 (9) に式 (10) を代入して整理すると以下の式を得る。

$$T_{II} / \sqrt{1+\gamma_{II}} = 3.557 \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{8n_{cs}}} \sqrt{\frac{\tilde{\beta} \sigma_a}{E_c}} \sqrt{n_h} \sqrt{F_2} \sqrt{l_c}$$

$$F_2 = \frac{\alpha}{\omega} \sqrt{\left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{n_h^2}\right) \left(-\frac{1}{n_{cs}} + \frac{1}{n_h^2}\right) + \frac{1}{1+1.3\omega} \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{n_h^2}\right)} \quad (16)$$

式 (16) より、固有周期は $\sqrt{l_c}$ に比例することがわかる (但し、その他のパラメータは一定とみなす)。支間長の平方根に比例する概略算定式の提案は文献12) の固有振動数算定式に見られ、固有周期の算定式に変換すると、

$$T = c \sqrt{l_c} \quad (17)$$

となる。そこでは、支間長比、死活荷重強度比の極端なケースを想定する形で c 値の範囲が与えられているが、かなり粗い推定となっている。

文献13) では、固有周期の算定式として、

$$T = (3/400) l_c \quad (18)$$

が提案されている。我国の既存の斜張橋の実績を比較的精度良く推定でき、かつ簡単な式であることを考えると基本計画上有益と思われる。しかしながら、支間の長大化に伴う固有周期の予測には問題があり、適切なパラメータの設定が重要であることがわかる。

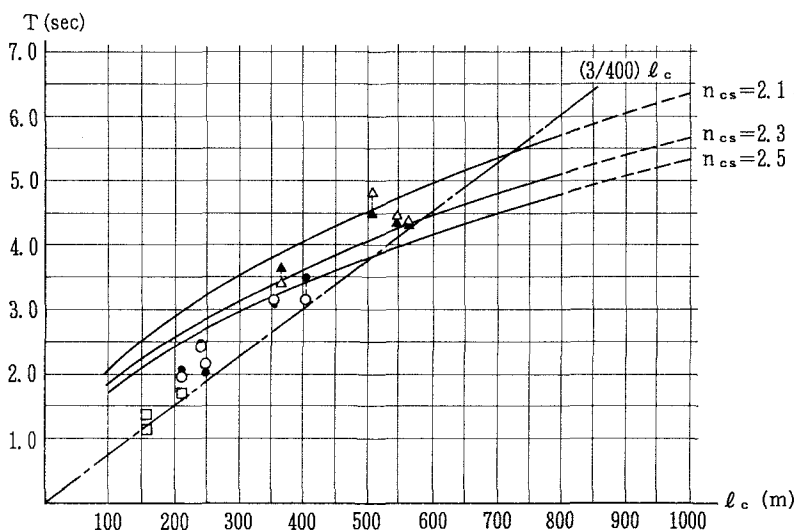


図-6 斜張橋1次固有周期特性 ($n_h=5.0$ 、 $\omega=0.2$ 、 $\gamma_{cg}/10^3=60$)

図-6 に $n_h=5.0$ 、 $\omega=0.2$ 、 $\gamma_{cg}=60 \times 10^3$ に対する固有周期算定図を示す。あわせて、式 (18) が

記入されている。また、図-7～図-9はそれぞれ n_h 、 ω 、 γ_{cg} に対する補正係数で、塔高さ、死活荷重強度比、主桁断面2次モーメントの変化に対応させている。図-6によっても概略の固有周期が推定できるとともに、支間長の長大化に伴う固有周期の変化が予想できる。但し、使用ケーブルの最大応力はいずれのケーブルも $0.9 \times 64000 \text{ tf/m}^2$ としており、もし、計画斜張橋のアンカーケーブル最大応力が $\sigma_{o,max}$ の場合、更に $\sqrt{\sigma_{o,max}/57600}$ 倍すればよい。 $\sigma_{o,max} > 57600 \text{ tf/m}^2$ の状態は、ケーブル断面積を小さく設計できることを意味しており、したがって、より固有周期の大きい構造になることを意味する。

図中に、表-2に示した実橋さらに小数段ケーブルの2つの実橋の値(丸印)及び試設計橋梁の値(三角印)をプロットしている。白ヌキは計算値、黒印は本図より算出した値である(但し、補正係数を乗じている)。ファンタイプ以外的小数段ハープタイプを含むが両者は比較的良い一致を示していることがわかる。なお、支間510mの例では、▲印は $n_{cg}=2.1$ として計算している。

参考として、比較の対象外(ω 、 n_h の値が図-7～図-9で規定した範囲外にある)とした斜張橋(実橋)の固有周期を□印で示す。式(18)がこれら実績値に対して良い一致を示していることがわかる。

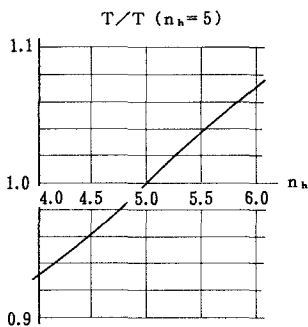


図-7 補正係数 (n_h)

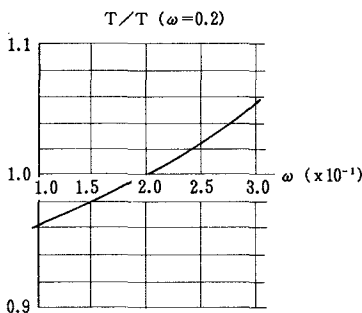


図-8 補正係数 (ω)

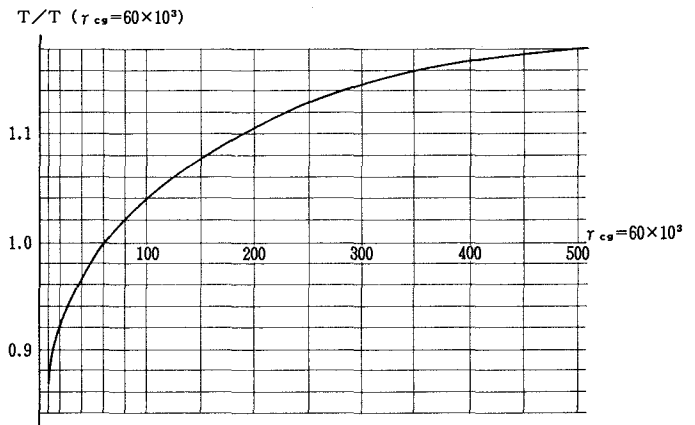


図-9 補正係数 (γ_{cg})

4.3 吊橋との比較

斜張橋の長大化の過程で、当然その代案が吊橋となることは周知の事実である。そこで、支間500mを越える長径間領域で両者の固有周期を比較検討する。なお、吊橋については我国の既存橋梁の固有周期を比較対象とする⁽⁴⁾。斜張橋については、箱断面桁の例として大和川橋梁の諸元⁽⁵⁾を、またトラス桁の例として六甲大橋の諸元⁽⁵⁾をそのまま用いて固有周期を推定した(但し、いずれもケーブルはラジアルタイプとし γ_{cg} を求める)。

なお、斜張橋の長支間化の過程でどの程度の主桁曲げ剛性を確保、選定すればよいかは興味ある検討課題である⁽⁵⁾。文献5)でも指摘した通り、ここで対象とする1000mクラスにおいては、箱桁として大和川橋梁、

トラス桁として六甲大橋の主桁を用いても静的には設計可能（ないし、検討対象となり得る断面）と考えているため、以上の諸元を用いることとした。

図-10に比較結果を示す。図中、実線が箱桁の推定値、一点鎖線がトラス桁の推定値で☆印が吊橋の値である。

斜張橋では主要パラメータ n_{cs} 、 n_h 、 ω 、 γ_{eq} 、 $\bar{\beta}\sigma$ によって固有周期が変化するため一律に比較検討を行えないが、鋼床版トラス桁を主桁として採用すれば1000m クラスで吊橋と同程度の固有周期となっている。しかしながら、図-6 同様、図-10 において、支間 800m 以上の場合推定値が破線表示されている。このクラスの斜張橋ではケーブルサグがたわみに与える影響が大きくなると予想され、サグを考慮すれば固有周期が破線より大きくなると考えられる。一方、文献 5) でも指摘したように、この支間領域からは側径間での中間橋脚の設置が構造上欠かせなくなると予測される。もし、中間橋脚の設置を前提とすれば図中の値より小さくなる。サグ及び中間橋脚設置に関する検討が十分に行われていないため、破線表示がなされている。

以上より、3 径間連続鋼床版トラス桁の斜張橋を前提とすれば、その固有周期は 800-1000m 支間の長大橋領域で吊橋と同程度になると思われる。箱桁を採用する場合、側径間に中間橋脚の設置を前提として、その固有周期は吊橋と同程度かそれ以下と思われる。

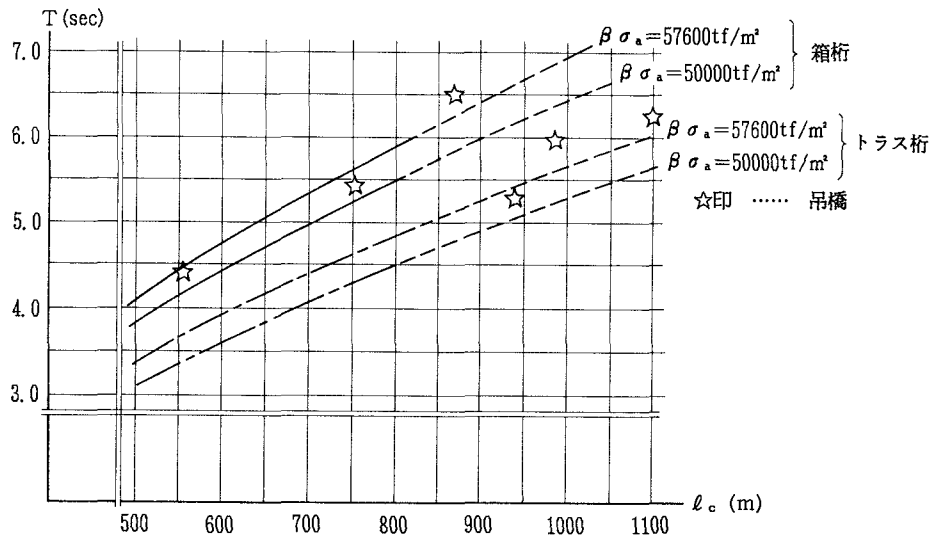


図-10 斜張橋と吊橋の比較例

5. まとめ

斜張橋の鉛直曲げ 1 次固有周期算定式を与えるとともに、振動性状、特に支間の変化に伴う性状予測資料を与えた。また、既応の研究の一部について、本算定式との比較を行った。

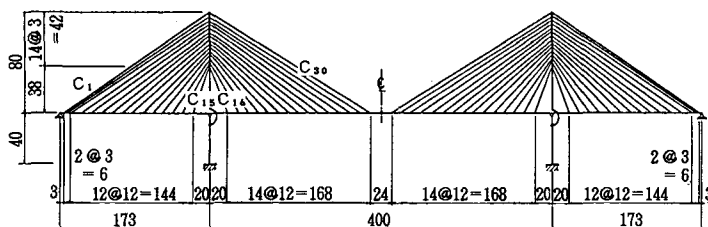
本文では、斜張橋の力学性状に支配的な影響を与える幾何及び力学パラメータを用いた検討をおこなっており、パラメータの変化に伴う性状の変化を容易に推測しうる。

なお、実用上の観点からは、支間800-1000mクラスの斜張橋については構造形式、サグの影響を考慮したより詳細な検討が今後の課題となる。また、ねじり振動については現在検討中であり別の機会に報告させていただきたい。

附録－１－①（４００ mモデル）

Cable No	A_c (m ²)	Cable No	A_c (m ²)
$C_1 \sim C_3$	0.00858	$C_{12}, C_{13}, C_{14}, C_{17}$	0.00350
$C_4 \sim C_6, C_{23} \sim C_{27}$	0.00535	$C_{18} \sim C_{19}$	0.00281
$C_7 \sim C_9, C_{28} \sim C_{34}$	0.00488	$C_{20} \sim C_{22}$	0.00720
$C_{10}, C_{11}, C_{25}, C_{21}$	0.00396		

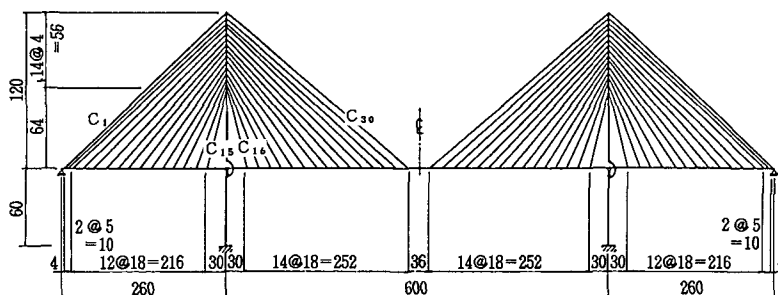
	Girder	Tower
I_g (m ⁴)	1.0 ~ 4.0	2.0 ~ 12.0
W_g (t/m)	18	20



附録－１－②（６００ mモデル）

Cable No	A_c (m ²)	Cable No	A_c (m ²)
$C_1 \sim C_3$	0.01297	$C_{12}, C_{13}, C_{14}, C_{17}$	0.00581
$C_4 \sim C_6, C_{23} \sim C_{27}$	0.00858	$C_{18} \sim C_{19}$	0.00466
$C_7 \sim C_9, C_{28} \sim C_{34}$	0.00766	$C_{20} \sim C_{22}$	0.01135
$C_{10}, C_{11}, C_{25}, C_{21}$	0.00627		

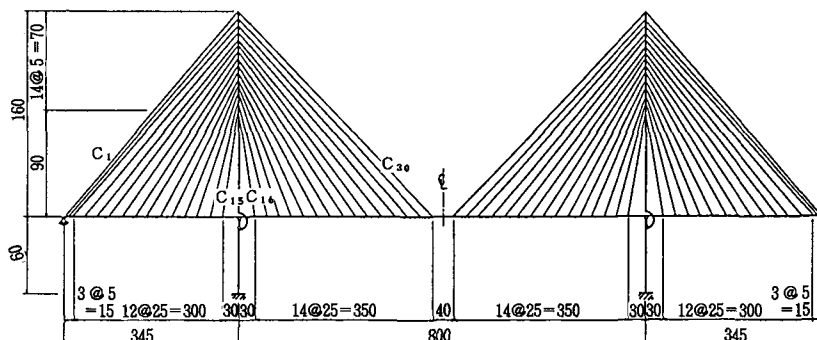
	Girder	Tower
I_g (m ⁴)	1.5 ~ 10.0	6.0 ~ 24.0
W_g (t/m)	18	28.6



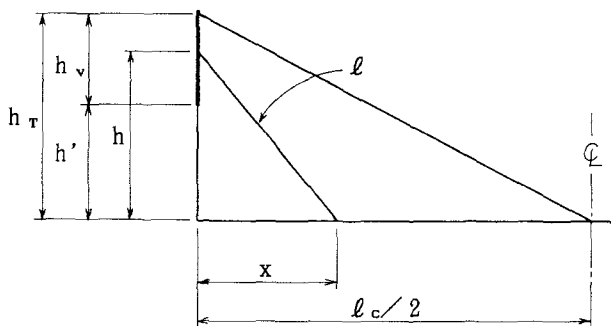
附録－１－③（８００ mモデル）

Cable No	A_c (m ²)	Cable No	A_c (m ²)
$C_1 \sim C_3$	0.01620	$C_{12}, C_{13}, C_{14}, C_{17}$	0.00720
$C_4 \sim C_6, C_{23} \sim C_{27}$	0.01158	$C_{18} \sim C_{19}$	0.00581
$C_7 \sim C_9, C_{28} \sim C_{34}$	0.01020	$C_{20} \sim C_{22}$	0.01389
$C_{10}, C_{11}, C_{25}, C_{21}$	0.00858		

	Girder	Tower
I_g (m ⁴)	1.5 ~ 10.0	12.0 ~ 48.0
W_g (t/m)	18	37.4



付録-2 ケーブル伸び剛性の評価



図を参照して、桁軸方向 \$dx\$ に作用する外力によって生じる張力を、

$$T_c = w_g (1+1.3\omega) / \sin \theta \quad (A)$$

と定義する。²⁾

ケーブルの最大応力を \$\bar{\sigma}_a\$ とすれば、ケーブル断面積 \$A_c\$ は、

$$A_c = \frac{T_c}{\bar{\sigma}_a} = \frac{1}{\bar{\sigma}_a} w_g (1+1.3\omega) / \sin \theta \quad (B)$$

となる。これより、

$$\frac{E_c A_c}{1} \sin^2 \theta = \frac{E_c}{\bar{\sigma}_a} w_g (1+1.3\omega) \frac{h}{l^2} \quad (C)$$

となる。また、

$$l^2 = \left[1 + \left\{ \frac{2}{n_h} \left(1 - \frac{h'}{h_r} \right) \right\}^2 \right] x^2 + \frac{4h'}{n_h} \left(1 - \frac{h'}{h_r} \right) x + h'^2$$

$$h = \frac{2}{n_h} \left(1 - \frac{h'}{h_r} \right) x + h' \quad (D)$$

を考慮すると、

$$\sum \frac{E_c A_c}{1} \sin^2 \theta = \frac{2E_c}{\bar{\sigma}_a} w_g (1+1.3\omega) \int_0^{l_c/2} \frac{ax+h'}{(1+a^2)x^2+2ah'x+h'^2} dx \quad (E)$$

となり、本文中の式 (13) を得る。

\$h'=0\$ (ラジアルタイプ) の場合は、

$$\sum \frac{E_c A_c}{1} \sin^2 \theta = \frac{2E_c}{\bar{\sigma}_a} w_g (1+1.3\omega) \tan^{-1} \left(\frac{n_h}{2} \right) \quad (F)$$

となる。

参考文献

- 1) 長井正嗣、赤尾宏、佐野信一郎、井澤衛：3径間連続マルチケーブル斜張橋の基本形状決定に関する一考察、土木学会論文集、No.362/I-4、1985-10
- 2) 長井正嗣、赤尾宏、佐野信一郎、井澤衛：3径間連続マルチケーブル斜張橋の部材断面力算定法の提案、土木学会論文集、No.362/I-4、1985-10
- 3) 佐野信一郎、長井正嗣、井澤衛、伊藤敦：マルチケーブル斜張橋の完成時断面力算定に関する一考察、橋梁と基礎、Vol.20, No.6, 1986-6
- 4) 長井正嗣、赤尾宏、佐野信一郎、奥井義昭：斜張橋の主桁に発生する非線形曲げモーメントの簡易算定法の提案、土木学会論文集、No.392/I-9, 1988-4
- 5) 長井正嗣、佐野信一郎、遠藤秋主、奥井義昭：長大斜張橋に発生する垂直応力の予測と適用支間に関する検討、構造工学論文集、Vol.35A, 1989-4
- 6) (社)建設コンサルタンツ協会：斜張橋の実績調査報告、1982-5
- 7) 星埜正明：斜張橋の力学的特性と設計の基本的考え方(上)、橋梁と基礎、Vol.17, No.4, 1983-4
- 8) 米田昌弘、前田研一：3径間連続斜張橋における基本固有振動数の簡易推定法、土木学会論文集、No.380/I-7(ノート)、1987-4
- 9) Roik, k., Albrecht, G. und Weyer, U.: Schragseilbrucken, Ernst & Shon, 1986
- 10) Walther, R., Houriet, B., Isler, W. und Moia, P.: Cable Stayed Bridge, Thomas Telford, 1988
- 11) Clough, R.W. and Penzien, J.: Dynamics of Structures, McGraw-Hill, 1975
- 12) Wyatt, T.A. and Tappin, R.G.R: Aerodynamic Design of Cable-Stayed Bridges of High Aspect Ratio, Proc. of International Conference on Cable-Stayed Bridges, Bangkok, 1987
- 13) 渡辺昇：橋梁工学、朝倉書店、1974
- 14) 本州四国連絡橋特集、橋梁と基礎、Vol.18, No.8, 1984

(1989年10月2日受付)