

架設段階を考慮した斜張橋のケーブル
のリラクセーション予測PREDICTION OF RELAXATION OF CABLES IN CABLE-STAYED
BRIDGES FOR EACH ERECTION STAGE AND AFTER COMPLETION

渡邊英一*・亀井正博**・若林保美***・楠葉誠司****

By Eiichi WATANABE*, Masahiro KAMEI**, Yasumi WAKABAYASHI****and Seiji KUSUBA****

Described herein is a study on predicting relaxation of cables in cable-stayed bridges during each erection stage for purposes of precise erection and maintenance. Employed herein are the modeling through the linear viscoelastic body, the application of FEM and techniques of the Laplace transform and its numerical inverse transform. Through the application to a real bridge, the time-dependent behavior is shown to be sometimes significant. Moreover, the accuracy of the method employed herein is proved to be fully satisfactory.

1. はじめに

今日、斜張橋、ニールセン橋、吊橋のようにケーブルを主要部材とした橋梁は、増加の一途をたどっている。斜張橋においてはケーブルと主桁の作用が高度にバランスしており、ケーブルの荷重分担により長期にわたってクリープ・リラクセーション現象を起こすことが知られている¹⁾。また、PC斜張橋においては、ケーブルの他、PC主桁やRCタワーもクリープの原因になると考えられる。さらに、斜張橋は高次不静定であるので支点の不均一な圧密沈下の影響を受けることが考えられる。

ところで、斜張橋は主桁へのプレストレスの導入も含めて架設工法も主桁・タワーの断面を決定する重要なポイントとなっている。また、斜張橋は内的高次不静定であるので架設中に断面に発生する応力分配も変化するが、弾性的挙動のみならず、クリープ挙動を伴うものと考えられる。これらはその後の架設系、斜張橋完成後のつりあいに影響を及ぼす。

そこで本論文は斜張橋の合理的な設計、維持管理の観点に立って、架設各段階をも考慮にいたした斜張橋のクリープ・リラクセーション挙動を骨組みの有限要素法を用いて線形粘弾性解析により予測する方法の開発を目的としている。その際、橋梁のモデルとして一複合斜張橋を取り上げ、この橋梁に関連して著者らにより行われている実物大ケーブルのクリープ・リラクセーション試験の結果を参考にし、また、コンクリートの粘弾性定数については著者の一人が関与したプレキャスト床版を用いた模型桁の試験データをもとに同定が行われているのでその結果を用い、地盤の粘弾性定数については当橋梁の架橋地域内の地盤沈下の実測データ及び圧密試験データを参考にした。

以上のデータをもとに架設段階を考慮にいたして斜張橋の経時挙動に関する粘弾性解析を行った。解析手法としてはまず、ケーブル、コンクリート、及び不等圧密支点沈下が斜張橋のクリープ・リラクセーション挙動の主要因であると考え、これらの各々を3要素モデルで表される線形粘弾性体であると仮定する。解析で

*正員 Ph. D., 工博 京都大学教授 土木工学科; **正員 工修 大阪市建設局 街路部立体交差課主査; ***正員 日立・松尾・三菱・横河JV; ****正員 工修 阪神電鉄株式会社情報システム部

は有限要素法を適用し、対応原理により、ラプラス像空間においては粘弾性体が弾性体として取り扱えることを踏まえ各架設段階における主桁、タワー、ケーブル、および地盤のつりあい式をそれぞれ求め、これらをラプラス像空間で静的に合成し、斜張橋全体のつりあい式を線形代数方程式の形で厳密に解く。つぎに、このラプラス像空間では解は離散化したデータとして得られるため、数値ラプラス逆変換を適用することにより、現時間空間における解を求める。

2. 斜張橋の架設工法とプレストレス

斜張橋の架設工法は主桁の架設順序、プレストレスの導入方法、架設機材の種類、架設ブロックの規模などによっていろいろ考えられるが、主桁を仮橋脚（ベント）で一時的に受けるかどうかという観点から分類するとカンチレバー工法とベント工法に分類できる²⁾。

通常、死荷重によって斜張橋の主桁の中間支点上断面、あるいは中央スパンの中央断面に大きな曲げモーメントが生じる。そこでこのような死荷重による不均一な曲げモーメントを改善するために、ケーブル張力を調整してプレストレス力を導入することが多い。この導入法はタワーのケーブルサドルをジャッキアップする方法、ソケット後部にブルロッドを取り付け、ジャッキによりケーブルを引き込む方法、ステーシング、もしくは橋台および橋脚上に設けられたジャッキを利用して、主桁をジャッキアップしてケーブルを主桁に定着した後ジャッキを解放してプレストレスを導入する方法等に大別される。本論文でもこのようなケーブルの張力調整（プレストレスの導入）が考慮されている。

3. 有限要素法による定式化

斜張橋のコンクリート部材、ケーブル、および地盤を線形粘弾性体と仮定して有限要素法によりつりあい式を導く。斜張橋の主桁、タワー、およびケーブルの要素のラプラス像空間 s での剛性マトリックスをいま $\bar{K}_{ij}(s)$ と表すと、これは次式で与えられる^{3), 4)}。

$$\bar{K}_{ij}(s) = \sum_m \sum_n \int_V B_{mi} \bar{E}_{mn}(s) B_{nj} dV \quad \dots (1)$$

ここで、 B_{mi} 等は変位とひずみの関係を表すひずみマトリックスであり、 $\bar{E}_{mn}(s)$ は実時間空間でのリラクセーション関数のラプラス変換に対応する弾性係数である。図-1のような3要素線形粘弾性体を用いると、応力 $\sigma(t)$ とひずみ $\epsilon(t)$ の関係は式(2)のとおりとなる。ケーブル、コンクリート、地盤をそれぞれこのような線形粘弾性モデルで表わすと、 $\bar{E}_{mn}(s)$ は式(3a)で与えられる値を、また、鋼製主桁、鋼製タワーをいずれも弾性体と考えれば、これは式(3b)のような定数値をとる。

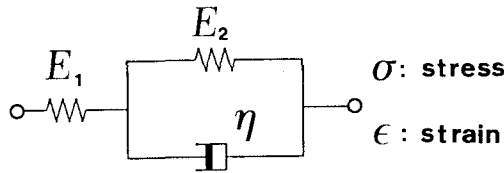


図-1 3要素線形粘弾性体モデル

$$\dot{\sigma} + \lambda \sigma = E_1 (\dot{\epsilon} + \mu \epsilon) \quad (\text{ただし、} \cdot \equiv d/dt; t: \text{時間}) \quad \dots (2)$$

$$\bar{E}_{mn}(s) = \frac{s + \mu}{s + \lambda} \quad E_1 = \frac{\bar{s} + 1}{\bar{s} + (1 + \rho)/\rho} E_1 \quad \dots (3a); \quad \bar{E}_{mn}(s) = E_1 \quad \dots (3b)$$

ここに、 $\mu = E_2/\eta = 1/T$ 、 $\rho = E_2/E_1$ 、 $\lambda = \mu(1 + \rho)/\rho$ そして、 $\bar{s} = sT$ は無次元化された変換パラメータであり、また、パラメータ T は遅延時間と呼ばれるもので、クリープ・リラクセーションの継続期間の目

安になる。以上の各要素の剛性マトリックス $K_{ij}(s)$ を用いて主桁、タワー、ケーブル、そして地盤のつりあい式をそれぞれ作り、それらをラプラス像空間で静的に合成すると、つぎに示すような斜張橋全体の剛性マトリックスを用いたつりあい式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K_{11}(s) & K_{12}(s) \\ K_{21}(s) & K_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}_1(s) \\ \bar{w}_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{P}_1(s) \\ \bar{P}_2(s) \end{bmatrix} \quad \dots (4)$$

ここに、 w_i は節点変位、 P_i は節点力を表し、添字の1は主桁を、2はタワーを表す。

4. 数値ラプラス逆変換による数値解析

全体のつりあい式(4)を解くことにより、各架設段階における斜張橋の像空間における解が得られるので、それを現時間空間に逆変換する。ところが、その解は一般には変換パラメータ s の既知関数ではなく、単に有限個の s に対する離散データとしてしか与えられないので数値ラプラス逆変換を行わねばならない。

数値ラプラス逆変換の精度は変換パラメータの選択方法によってかなりの影響があるといわれている。選択方法の一例として、筆者らは、 s - $\bar{f}(s)$ 曲線における $\bar{f}(s)$ の変化が式(2)で表せる s - $\bar{E}(s)$ 曲線における $\bar{E}(s)$ の変化に対応している点に着目し、 $\bar{E}(s)$ の変化の著しい範囲 ($\bar{s} = 10^{-2} \sim 10^2$) 内から k 個 (10 数個) の変換パラメータ ($s_1, \dots, s_k$) を選んで数値ラプラス逆変換を行っている。

しかし、この変化の著しい範囲についてのみ逆変換する方法は、必ずしも極限值定理を正確に満足するとはいえない。そこで、ここでは、極限值定理を満たした上で、上記の範囲でも近似精度の良い数値ラプラス逆変換を最小二乗回帰法により行った。

さて、各架設段階における解を求めるために、まず、最初の架設段階において数値ラプラス逆変換を適用することにより現時間空間における解を得ることを試みる。クリープ・リラクセーションの要因が単一である場合には極限值定理を満たしたうえで最小二乗法を適用することにより、精度のよい数値ラプラス逆変換を行うことができるが、多くの独立なクリープ・リラクセーションの要因が含まれている場合には、像空間 s において複数の極大値、極小値をもつ曲線が現れる可能性があるため、これを精度よく数値逆ラプラス変換して現空間の解を求めることは困難である。そのための手法として線形一次結合を用いた解法を採用する。なお、本論文では、斜張橋として鋼斜張橋、PC斜張橋、複合斜張橋というように多岐にわたって汎用性をもたせるため、以下、一般化した表現を用いて定式化を行う。まず、 n 個の粘弾性挙動の要因を仮定した場合には、まず次のような n 個の独立したケースを考えることにする^{5), 6), 7)}。

(case 1) 1番目の要因のみが線形粘弾性体で他は弾性体

⋮

(case n) n 番目の要因のみが線形粘弾性体で他は弾性体

それぞれのケースにおいてはクリープ・リラクセーションの要因は単独であるので精度よく現空間における解を求めることができる。そしてこれらの n 個の解の線形一次結合として

(case $n+1$) n 個の要因すべてが線形粘弾性体

が得られる。

さて、まず、各々の独立な要因それぞれについての定式化について要点を述べれば以下のとおりである。いま、ある挙動 $w(t)$ を考えたとき、このラプラス変換 $\bar{w}(s)$ は次式で定義される⁸⁾。

$$\bar{w}(s) = \int_0^{\infty} \exp(-st) w(t) dt \quad \dots (5)$$

本論文では、現時間空間における解 $w(t)$ を指数関数 $v(t)$ により近似する。なぜなら、式(2)により、応力 $\sigma(t)$ ひずみ $\varepsilon(t)$ がそれぞれ一定の場合、すなわち、いわゆるクリープやリラクセーションのそれぞれの問題に対しては厳密に指数関数で解を表せるからである。 $v(t)$ 、ならびにそのラプラス変換 $\bar{v}(s)$ はそれぞれ、以下のように表される。ただし、 N は経時変化の独立な要因数を意味している。

$$v(t) = \sum_{p=1}^N \{a_{1p} + a_{2p} \cdot \exp(-b_{2p}t)\} \quad \dots (6); \quad \bar{v}(s) = \sum_{p=1}^N \left\{ \frac{a_{1p}}{s} + \frac{a_{2p}}{s+b_{2p}} \right\} \quad \dots (7)$$

つぎに変換パラメータを k 個選ぶとし、像空間において、式(4)を解いて得られる厳密解 $\bar{w}(s)$ に s を乗じたもの、 $s\bar{w}(s)$ 、を最小二乗法により $s\bar{v}(s)$ で近似することを試みる。このとき二乗誤差 f は次式で与えられる。

$$f = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \left\{ \sum_{p=1}^N \frac{s_j a_{ip}}{s_j + b_{ip}} - s_j \bar{w}(s_j) \right\}^2 \quad \dots (8)$$

a_{ip} 、 b_{ip} ($b_{1p}=0$) については、単独のクリープ・リラクセーションの要因のみを考えれば添字 p を省略できる。そこで極限值定理を満足したうえで、 f を最小にするように定める。極限值定理より⁸⁾、

$$a_1 = \lim_{s \rightarrow 0} s \bar{w}(s) = w_{\infty} = w(t=\infty), \quad a_2 = w_0 - w_{\infty} = \lim_{s \rightarrow \infty} s \bar{w}(s) - w_{\infty} \quad \dots (9)$$

となる。ただし、 $w_0 = w(t=0)$ 。そこで、式(10)の条件より式(11)が得られる。

$$\frac{\partial f}{\partial b_2} = 0 \quad \dots (10); \quad \sum_{j=1}^k \left\{ a_1 + \frac{s_j a_2}{s_j + b_2} - s_j \bar{w}(s_j) \right\} \frac{s_j}{(s_j + b_2)^2} = 0 \quad \dots (11)$$

この超越方程式を満足する b_2 は、レギュラファルシ法等で簡単に計算することができ、これにより初期の架設段階における case 1~case n についてそれぞれの解が求められる。

次に case $(n+1)$ 、すなわちすべてが線形粘弾性体の場合、 $N=n$ と考えると極限值定理より、次式を得る。

$$a_1 = w_{\infty}, \quad \sum_{i=1}^n a_i = w_0 - w_{\infty} \quad \dots (12)$$

この極限值定理を完全に満たし、精度を保ちつつ数値ラプラス逆変換を行う。ただし、既往の発表論文でこのような線形一次結合の問題の基本解法は述べられているのでここでは、要点を概述するにとどめる^{6), 7)}。

前述のように、case i (ここで $1 \leq i \leq n$) の場合の厳密解 $w_i(t)$ の近似解として、 $v_i(t)$ をつぎのようにおく。

$$v_i(t) = a_{1i} + a_{2i} \cdot \exp(-b_{2i}t) \quad \dots (13)$$

係数 α_i を導入して case n+1 における $v(t)$ を次式のように case 1~case n の解の線形一次結合であると仮定する。

$$v_{n+1}(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \{a_{1i} + a_{2i} \cdot \exp(-b_{2i}t)\} \quad \dots (14)$$

前節と同様に極限值定理を用いると次式が得られるが、詳細は文献によられたい^{6), 7)}。

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i a_{1i} = v_{\infty}; \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad \dots (15)$$

5. 各架設段階における解

いま、簡単のため case i のみを考える。図-2 には架設段階による挙動、例えば部材力の変化を示している。j 番目の架設段階の開始時刻が t_j であり、任意の時刻 t が j 番目の架設段階にあるとすると、時刻 t における解 $w(t)^j$ は j 個の履歴を考慮した形としてラプラス変換 $\bar{w}(s)^j$ の逆変換として、既につきのように求められているとする。ただし、上添字 j は j 番目の架設段階に於ける諸量であることを意味する。

$$w(t)^j = \sum_{m=0}^j \Delta w(t-t_m)^m \cdot u(t-t_m) \quad \dots (16)$$

ここに $u(t-t_m)$ はヘビサイドの単位ステップ関数である。ここで、 $\Delta w(t-t_m)^m \cdot u(t-t_m)$ は m 番目の架設段階での増分を表し、そのラプラス変換は、

$\Delta w(t)^m$ のそれである、 $\Delta \bar{w}(s)^m$ をもちいると、第2移動則により、 $\Delta \bar{w}(s)^m \exp(-t_m s)$ と書ける。また (j+1) 番目の架設段階における解 $w(t)^{j+1}$ を求めるために前述の手法を適用すると $w(t)^{j+1}$ は次式のように表されたとする。

$$w(t)^{j+1} = w(t)^j + \Delta w(t-t_{j+1})^{j+1} \cdot u(t-t_{j+1}) \quad \dots (17)$$

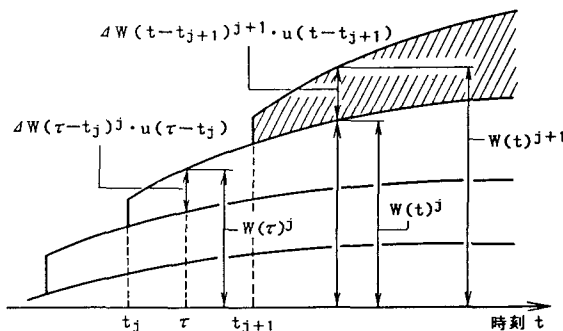


図-2 各架設段階における挙動のモデル

この式の右辺第一項はすでに求められていると仮定し、第二項は case i についてつきのように指数関数で表されるものと仮定する。

$$\Delta v(t-t_{j+1})^{j+1} \cdot u(t-t_{j+1}) = \{a_{1i}^{j+1} + a_{2i}^{j+1} \cdot \exp\{-b_{2i}^{j+1}(t-t_{j+1})\}\} \cdot u(t-t_{j+1}) \quad \dots (18)$$

これを式(17)に代入し、ラプラス変換すると共通項 $\exp(-t_j s_m)$ を考慮すれば、二乗誤差 f は次式のようになり、

$$f = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^k \left\{ \left(a_{1i}^{j+1} + \frac{s_m a_{2i}^{j+1}}{s_m + b_{2i}^{j+1}} \right) - s_m \Delta \bar{w}(s_m)^{j+1} \right\}^2 \{ \exp(-t_j s_m) \}^2 \quad \dots (19)$$

ここに、 $\Delta \bar{w}(s_m)^{j+1} \cdot \exp(-t_j s_m)$ は (j+1) 番目の架設段階でのラプラス空間での厳密解 $\bar{w}(s_m)^{j+1}$ から j 番目

のそれ $\overline{w}(s_m)^j$ を差し引いた値であり、増分形の式(4)を解くことにより、既に求められている。その際、 $\overline{w}(s_m)^{j+1}$ 、 $\overline{w}(s_m)^j$ 等は各架設段階の開始時刻より、新たに増分値が累加されるのであるが、この増分値はヘビサイドのステップ関数状ではなく、各架設段階であたかも $t=-\infty$ の昔より存在していたと見なし、計算される。ただし、この増分のステップ関数状の立ち上がりはラプラス像空間では第2移動定理により、 $\exp(-t_j s_m)$ を乗じることによって考慮されている。このような操作により、極限值定理を満たした上で $\partial f / \partial b_2 = 0$ により、 b_2 を求めると、case i における解が精度よく求められることになる。

つぎに、式(14)で用いた手法と同様に case $1 \sim \text{case } n$ の解の線形一次結合として case $(n+1)$ の解を近似することを試みる。このとき、現空間における解は係数 α_i^{j+1} を導入して次のように表される。

$$\Delta w_{n+1}(t)^{j+1} = \sum_{i=1}^n \alpha_i^{j+1} \{a_{1i}^{j+1} + a_{2i}^{j+1} \cdot \exp\{-b_{2i}^{j+1}(t-t_{j+1})\}\} \cdot u(t-t_{j+1}) \quad \cdots (20)$$

これをラプラス変換して最小二乗法を適用することにより、 α_i^{j+1} を求める。式に対応するものとして、二乗誤差 f は次のように表される。

$$f = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^k \left\{ \sum_{p=1}^n \alpha_p^{j+1} \left(a_{1i}^{j+1} + \frac{s_m a_{2i}^{j+1}}{s_m + b_{2i}^{j+1}} \right) - s_m \Delta \overline{w}(s_m)^{j+1} \right\}^2 \{ \exp(-t_j s_m) \}^2 \quad \cdots (21)$$

式(15)の手法により、 α_{n-1}^{j+1} 、 α_n^{j+1} 、を α_i^{j+1} ($i=1, \dots, n-2$) で表し、式に代入する。そして $\partial f / \partial \alpha_i$ ($i=1, \dots, n-2$) によって得られる $(n-2)$ 元線形連立一次方程式を解くことにより、 j 番目の架設段階における現空間の解が精度よく求められることになる。

6. 線形粘弾性定数の同定

本論文では主桁、タワー、ケーブルおよび地盤の全てが線形粘弾性体であるとして解析を行っているが、線形粘弾性体の挙動は3要素モデルのパラメータ E_1 、 E_2 、 η によって支配されることになる。このうち、ケーブルの粘弾性定数は実物大ケーブルのクリープ・リラクセーション試験の試験結果より同定した^{9)・10)}。当試験ではケーブルとその定着法の組合せとして、表-1のような9種類のタイプを考えた。ここに、スタンド1、2、3は、それぞれ、PWS、LCR、New PWSを表し、また、ソケット様式の定着1、2、3は、それぞれ、HiAm、Zn+Cu、NSソケットを意味している¹¹⁾。なお、粘弾性定数の値については数値計算例のところで、ケーブルタイプ2、8について与えられている。コンクリートの粘弾性定数については、模型桁の試験データをもとに同定が行われており、その結果を用いた¹²⁾。つぎに、基礎地盤の粘弾性と粘弾性定数の同定については、地盤の圧密現象を粘弾性挙動と等価なものと考え、基礎地盤を図-1の3要素モデルと同様で、定数が k_1 、 k_2 、 η' である線形粘弾性体であると仮定して、地盤の現場沈下データをもとに定数同定を行った。本論文で採用したコンクリートと地盤の粘弾性定数をまとめると表-2のとおりである。

7. 数値解析例

本論文では斜張橋を2次元骨組構造物として扱い、有限要素法により解析を行ったが、数値解析の対象として図-3のような中央スパン238.0mを有する最近竣工したばかりの複合斜張橋を取り上げる。本モデル橋については工事記録を調べると、ケーブルの引締め量やジャッキアップ、ダウンの量を含む架設段階のデータが揃っているので各架設系での経時挙動を追跡することが可能である。また、各段階の時間のデータも得ら

れているので本論文で提案する解析の対象として用いた。本数値解析では紙面の制限もあるので、ケーブルの種類との与える影響について重点的に検討を行った。そこで、前述のケーブルタイプ1～9のうちケーブルタイプ6～9が本橋のプロトタイプで用いられているものの、ケーブルの種類による差異を調べるにはケーブルタイプ2を比較の対象として使った方が面白いと考え、結局ケーブルタイプ2と8の2種類のケーブルについて比較検討した。ここにはこの斜張橋の有限要素解析の際の分割図及び節点番号、ケーブル番号も示す。

表－1 ケーブルのタイプ

	cable type-1	cable type-2	cable type-3	cable type-4	cable type-5
ケーブル長(m)	5.414	5.452	5.433	5.433	5.416
ケーブル様式	ストランド1 ($\phi 5 \times 37$)	ストランド1 ($\phi 5 \times 37$)	ストランド3 ($\phi 7 \times 30 \phi 6$)	ストランド3 ($\phi 7 \times 30 \phi 6$)	ストランド3 ($\phi 5 \times 37$)
ソケット様式	定着1	定着2	定着1	定着2	定着3
断面積(cm^2)	7.265	7.265	6.05	6.05	7.265
破断強度(tonf)	114	114	81.4	81.4	118
初期導入張力(tonf)	31.2	27.0	23.4	21.4	25.7

	cable type-6	cable type-7	cable type-8	cable type-9
ケーブル長(m)	5.4	5.4	5.4	5.4
ケーブル様式	ストランド1 ($\phi 7 \times 19$)	ストランド3 ($\phi 7 \times 19$)	ストランド1 ($\phi 7 \times 19$)	ストランド3 ($\phi 7 \times 19$)
ソケット様式	定着1	定着1	定着3	定着3
断面積(cm^2)	7.31	7.31	7.31	7.31
破断強度(tonf)	116	116	116	116
初期導入張力(tonf)	38.75	38.43	37.60	37.83

このモデル橋において、斜張橋の主要部分すなわち2本のタワーおよび主桁の節点1～節点67は鋼製であり、これらの左右にPCラーメン橋が取り付けられた一種の複合斜張橋となっている。使用されているケーブルタイプとしては表－1の分類に従うと、(ストランド1 & 定着1)、および、(ストランド3 & 定着3)の2つの組合せがあり、2面44本のケーブルを有している。

数値計算例としては、以上に述べた理由よりケーブルタイプ－2、8の2つのみを考えた。ケーブルタイプ－2については実際のプロトタイプ橋では使用されなかったが、亜鉛・銅合金を用いた基本的な定着でもあるので例として採用した訳である。モデル橋の主桁、タワー、ケーブルの断面諸量などの概要を表－3に示す。また、解析の際の有限要素分割については図－3に示すように2本のPCラーメン橋はそれぞれ15分割、鋼桁部分は66分割、2本のタワーはそれぞれ17分割とした。有限要素モデルの精度を確かめるため、完成系をとりあげ、すべてを弾性と考えたときのケーブル力の解析値と設計値の比較を行った。その結果は図－4に与えられている。両者は互いに独立なプログラムにより計算されていることを考え合わせると十分な精度で一致していると言える。

表－2 コンクリートと地盤の粘弾性定数

コ ン ク リ ー ト	$E_1(\text{kgf}/\text{m}^2)$	$E_2(\text{kgf}/\text{m}^2)$	$\eta(\text{year} \cdot \text{kgf}/\text{m}^2)$
	0.3×10^{10}	0.9×10^9	0.822×10^9
基 礎 地 盤	$k_1(\text{kgf}/\text{m})$	$k_2(\text{kgf}/\text{m})$	$\eta'(\text{year} \cdot \text{kgf}/\text{m})$
	0.649×10^9	0.106×10^9	0.477×10^8

表－3 モデル橋の断面と有限要素の概要

	部 材 番 号	要 素 (長)	断 面 (積 2)	断面二次モーメント
主 桁	1～66	2.000～8.400	0.656～1.228	1.050～1.948
タ ワ ー	1～36	0.885～7.500	0.247～0.776	0.213～1.702
ケ ー ブ ル	1～44	36.63～120.82	0.00722～0.01294	0.0

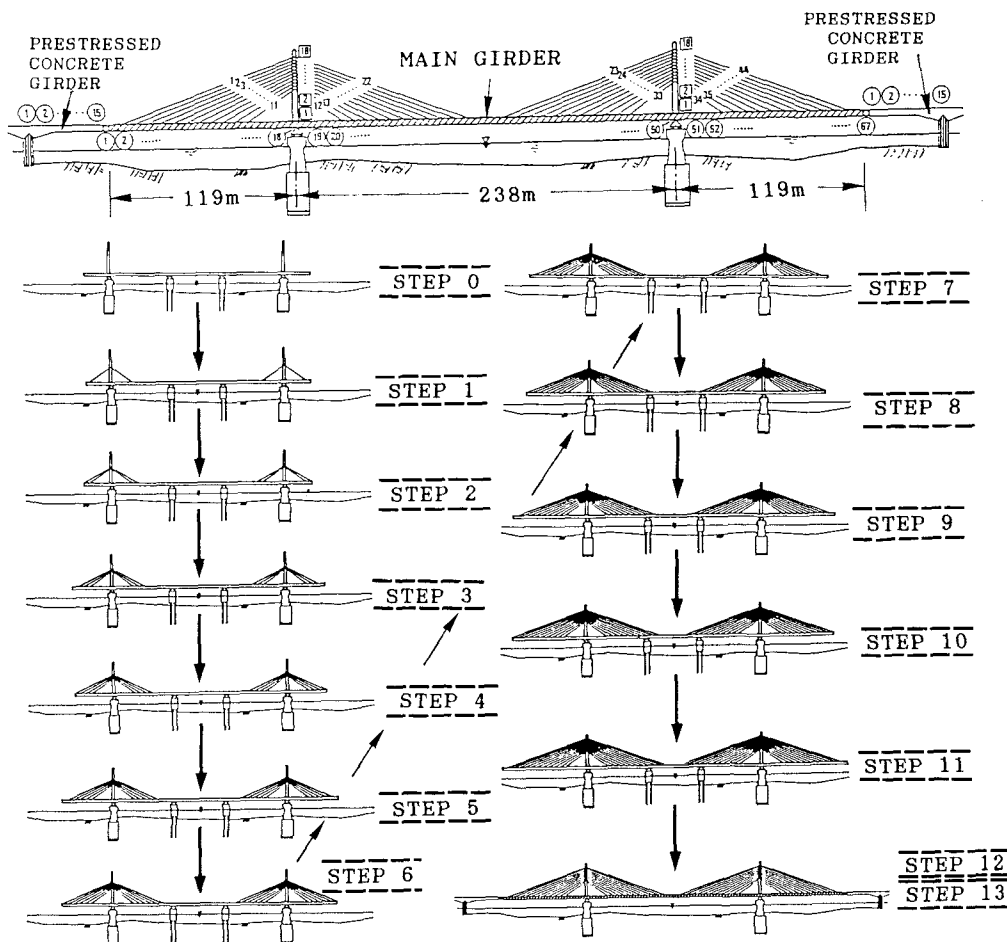


図-3 モデル斜張橋と架設順序

当モデル橋については完成までの各架設段階の形状、時期などのデータが得られており、これをもとに、架設段階を考慮にいたしたクリープ・リラクセーション解析を行った。工法としては中央径間はベント工法、側径間はカンチレバー工法が用いられているが、解析では斜張橋完成までを13個のステップに分け、5に述べた手法により各架設段階について前段階までの履歴を考慮にいて解析を行い、そのケーブル力、節点変位などの経時挙動を追跡することにする。斜張橋完成までに本論文で設定した13個のステップも図-3に示す。この斜張橋はつぎのようなステップを経て架設される。

(step 0) : まず、主桁とタワーを架設し、中央スパンを閉合する。解析ではこの時刻を時間原点 $t=0$ に

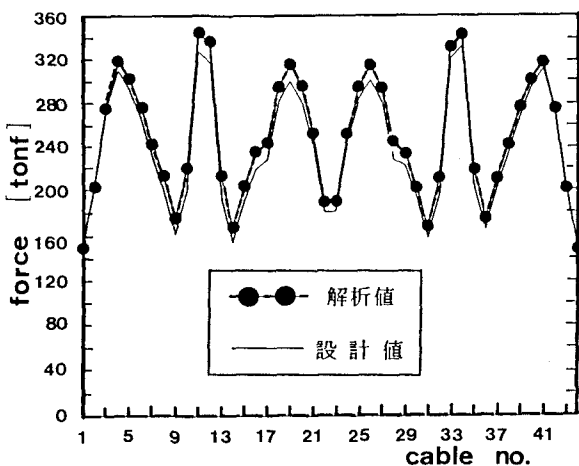


図-4 モデル橋のケーブル力の設計値と本計算プログラムによる解析値の比較

とっている。

(step 1)～(step 11)：ケーブルを取り付けながら左右の桁を張り出して架設してゆく。その際には節点28と40付近にベントを設けている。また、各ケーブルを取り付ける際には同時にプレストレスを与え、断面力の改善を行っている。プレストレスを導入するためのケーブル1～44の引締め量は実際には76.7～213.5mmであった。

(step 12) 節点1、節点67において左右のPCラーメン橋と接合した後にこのベントをはずす。解析上、この接合にあたり、step 11の系の座標軸を基準にして、鋼主桁の節点1には32.8cm、節点67には35.1cmの強制変位を与える。また、接合後のクリープ挙動を求める際の解析上の取り扱いとしては鋼主桁とPCラーメン橋部分との接合点に強制変位に要した力を鉛直下向きに等価節点力として与える。この力は死荷重と同じく一定の大きさの力として $t = \infty$ まで作用させるので、接合後のクリープ挙動にも影響を与えることになる。

(step 13) 後死荷重が載荷される。以降この橋梁は供用される。

8. 数値解析結果

図-5、6にはそれぞれ、step 1、step 3におけるケーブル11のケーブル力 $f(t)$ の増分 $\Delta f(t)$ のラプラス像空間における $s \cdot \Delta \bar{f}(s)$ の値の変化を示す。図では直接求めた解と近似解の双方ともプロットしたが完全にオーバーラップしてしまっている。なお、図-5はケーブルタイプ2を用いた場合、図-6はケーブルタイプ8を用いた場合である。参考のために、表-4にこれらのケーブルの線形粘弾性定数の同定値をあげておく。ケーブルタイプ2はケーブルタイプ8と比較して、遅延時間が長く、また、 ρ も小さなためリラクセーションの効果が大きい例として考えておこう。事実、図-5と図-6の比較より、ケーブル力の増分の変動はケーブル8の方がゆるやかであることが明かである。

また、図-7～10にはそれぞれ、ケーブル3、11のケーブル力の各ステップでの変動を示す。また、ここにはそれぞれ比較のために初期段階とクリープ終了時に対応する弾性解による各ステップにおけるケーブル力の変化も示す。

表-4 ケーブルの粘弾性定数の同定結果

	ケーブルタイプ2	ケーブルタイプ8
ρ	7.037	21.37
μ	0.0061	0.0377
λ	0.0070	0.0394
η	2.30×10^{13}	1.14×10^{13}
T	150.99	25.91

μ, λ : [1/day] ; η : [day·kg/m²] ; T : [day]

9. 数値解析結果の考察

図-5、6では、step-1、3におけるそれぞれのケーブル力の増分 $\Delta w(t)^1$ 、 $\Delta w(t)^3$ のラプラス変換に関連する量、 $s \Delta \bar{w}(s)^1$ 、 $s \Delta \bar{w}(s)^3$ が s とともに変化している様子を示している。そして、これらは $s \rightarrow \infty$ のとき、各stepでの初期値、 $s \rightarrow 0$ のときその終局値をとるように変動していることが分かる。しかも、式(19)の誤差が微小であり、ケーブル力の増分を式(20)のように指数関数で与えても、もとの値を極めて精度良く近似していることが分かる。

つぎに、図-7～10で示される各段階におけるケーブル力の推移をみると、当然のことながら、中間支点付近のケーブルは早い架設段階で大きな張力を発生し、ケーブル11ではstep 1で500tonf弱の張力がかかり、架設とともに減少していく様子がわかる。基本的に言えることは、各架設段階におけるケーブル力予測値はかなり異なっており、(i)初期弾性と(ii)クリープ終了時に対応する弾性解析値、言い換えると、ヤング率として式(2)でそれぞれ(i) $s = \infty$ ($t = 0$)、(ii) $s = 0$ ($t = \infty$)と置いたときの弾性係数を用いて弾性計算した、それぞれ上界と下界の2つの値、の中間を変動し、さらに、ケーブルの種類によっては、図-

8で明かなように、予測値は初期弾性に対する値と25%程度もかけ離れたものになり得ることも判る。着工時刻より竣工時刻までにはほぼ1ヶ年たっており、これくらいの期間ではケーブルタイプ-2, 8のリラクセーションは基本的には完了しているものと考えられる。ただ、本モデル橋の44本のケーブルそれぞれによってかなりケーブル力の変動特性は異なることが言える。例えば、図-7、8のケーブルタイプ-2の場合には、ケーブル3は上部工着工以来240日でほぼ終局弾性状態に収束しているが、ケーブル11では竣工後もまだまだ終局弾性状態に向かってリラクセーションが進行していることがわかる。一方、図-9、10のケーブルタイプ-8を用いた場合には、ケーブル3のケーブル力は上部工工事開始後およそ300日で終局弾性状態に収束するが、ケーブル11では120日後で初期弾性状態と終局弾性状態のほぼ中間に収束する。他のケーブルについてもそれぞれ異なった特徴がうかがわれるが、何れにせよ、このようにクリープ・リラクセーションを考慮した場合、初期弾性値、すなわち設計値とのずれは必ずしも少なくない。

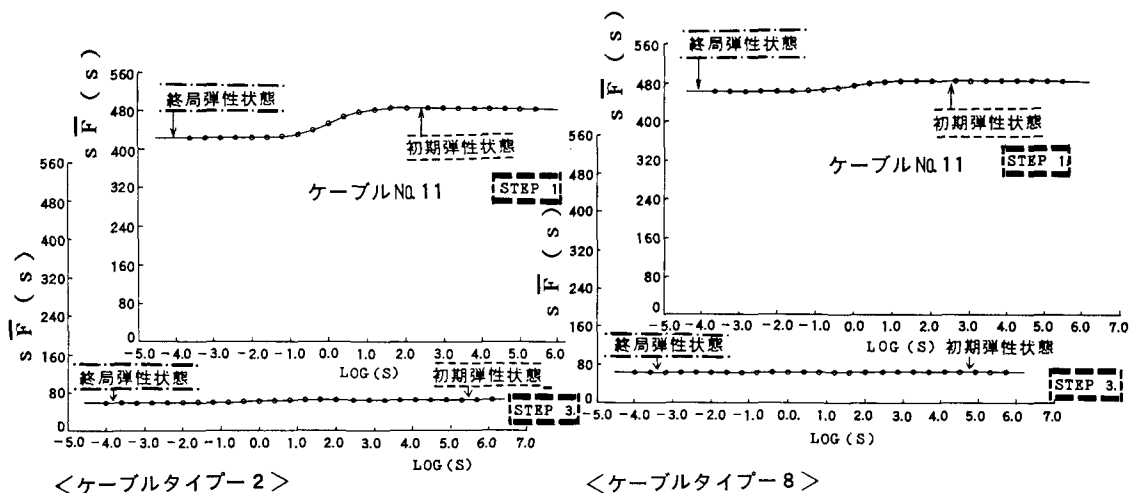


図-5 ラプラス像空間でのケーブル力の増分

図-6 ラプラス像空間でのケーブル力の増分

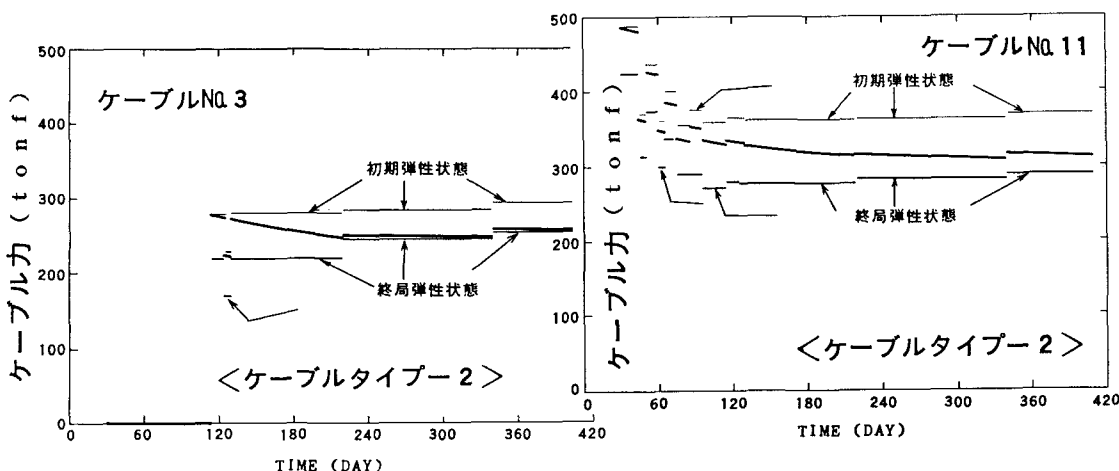


図-7 架設段階におけるケーブル力の変動
ケーブルNo3、ケーブルタイプ-2

図-8 架設段階におけるケーブル力の変動
ケーブルNo11、ケーブルタイプ-2

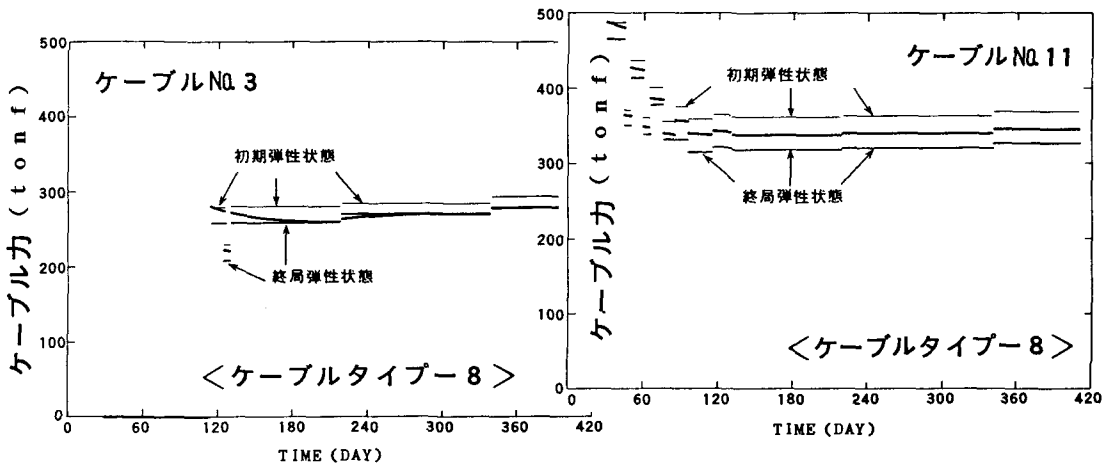


図-9 架設段階におけるケーブル力の変動
ケーブルNo3、ケーブルタイプ-8

図-10 架設段階におけるケーブル力の変動
ケーブルNo11、ケーブルタイプ-8

10. 結論

本研究により得られた結論ならびに将来展望は以下のとおりである。

- (1) ケーブル力の各架設段階での変動値がリラクセーションによりどのような影響を受けるかを実橋梁の架設データを参考にして予測した。その結果、ケーブル力の予測値は、ケーブルの弾性係数をケーブルが完全に弾性であると考えたとき(上界値)と粘弾性であるが時間が無限大経ったと考えたとき(下界値)の中間に位置することがわかった。また、上、下界値の差が無視できない程大きなこともあることがわかった。
- (2) ここに提案されたような解析法を利用することにより、各架設段階ならびにその着工時から経過日数が判ればケーブル力や橋梁各部の変位量を精度良く予測できることが明らかになった。
- (3) 当解析ではケーブル、PCコンクリート、基礎地盤の物性を線形粘弾性モデルを用いることによりモデル化した。なお、本論文の数値解析ではケーブルの種類による影響解明に重点を置いた。
- (4) 各架設段階における挙動値の増分に関してラプラス変換ならびに数値ラプラス逆変換を用いることにより精度の良い解を求めることができた。
- (5) 各架設段階の解を求めるにはまず、粘弾性の挙動をラプラス変換により線形弾性体のそれに変換し、有限要素法により求める。その際各架設段階で新たに付加される死荷重を時刻 $t = -\infty$ より $t = \infty$ まで作用させるとして解の増分を計算する。
- (6) この増分に対して、各架設の開始時刻をラプラス変換の第2移動定理に従って考慮した上で数値逆ラプラス変換すれば精度のよい解が得られることが分かった。
- (7) 今後、合理的なケーブル力の管理法を考えるために、本研究で開発した予測法を用いてより現実的なシミュレーションを行う予定である。このシミュレーションにより、何時の時点で、何箇所、どの程度のケーブル力調整を行うのが長期的観点から最適なのかを予測できるものと思われる。
- (8) また、今後クリープ・リラクセーションによるケーブル力の変動を現実に良く合致したように精度良く予測するためには、実橋梁の長期経時的計測データの収集が望まれるが、幸いにして、この論文で取り上げ

られた橋梁について計測が開始された。さらに、ケーブル試験の供試体の寸法効果、地盤やコンクリート部分のクリープ・リラクセーションの影響の詳細な検討等多くの課題が残っている。

1 1. 参考文献

- 1) 日本道路公団試験所：日本道路公団技術情報、季刊第33号、1976.
- 2) 小西一郎：鋼橋設計編Ⅱ、丸善、(1976)、pp. 890-1023.
- 3) Y.Niwa, H.Nakai, E.Watanabe, I.Yamada：On Long-Term Behavior of Cables in Cable-Stayed Bridges, Proc. of JSCE, No.368、1986, pp. 45～55.
- 4) Zienkiewics, O.C：吉識雅夫・山田嘉昭監訳；基礎工学におけるマトリクス有限要素法、培風館、1975.
- 5) E.Watanabe et al：Creep Analysis of Prestressed Concrete Cable-Stayed Bridges, International Conference on Cable-stayed Bridges, Bangkok, 1987, pp. 645～656.
- 6) E.Watanabe et al：Creep and relaxation Analysis of Prestressed Concrete Cable-stayed Bridges on Clay Ground, 2nd East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering & Construction, 1989, pp. 906～911.
- 7) 渡邊英一・楠葉誠司・吉川 紀・亀井正博：粘性土地盤上のP C斜張橋のクリープ・リラクセーションに関する基礎的考察、構造工学論文集、Vol. 35A, 1989, pp. 1105～1114.
- 8) 山田直平・国枝 博：ラプラス変換・演算子法、森北出版、1959, pp.11～103.
- 9) E. Watanabe et al：Full-size Creep and Relaxation Tests on Steel Cables, International Conference on Cable-Stayed Bridges, Bangkok, 1987, pp. 951～962.
- 10) 渡邊英一・楠葉誠司・杉山 功・杉井謙一・奥村勝良：実物大ケーブルのクリープ・リラクセーション試験およびニールセン橋の経時挙動予測、構造工学論文集、Vol.35A 1989, pp. 1045～1056.
- 11) JSS IV 04-1983：建築ケーブル設計施工指針、JSSC Vol 19, No.207, 1983, pp.1-62.
- 12) 中井 博・渡邊英一・竹中裕文・林 圭一：プレキャストコンクリート床版合成桁のクリープ・リラクセーションに関する基礎的考察、構造工学論文集、Vol 33A、1987、pp. 285～298.

謝 辞

モデル橋のデータは大阪市ならびに日立・松尾・三菱・横河建設工事共同事業体より提供していただいた。
ここに上記各位に対し厚く感謝する次第である。

(1989年10月2日受付)