

直交異方性積層集成材中を伝播する 応力波速度の分散特性

The Dispersion Characteristics of Stress Wave Velocity Propagating
in Glued Laminated Timber with Orthotropic Timber Elements.

大島俊之*、三上修一**、小笠原照夫***、岩崎正二****

by Toshiyuki OSHIMA, Syuichi MIKAMI, Teruo OGASAWARA, Shoji IWASAKI

Stress wave velocities propagating in the laminated timber composite with rectangular cross section which are composed of many raw timber prism elements of different property, are investigated using the dynamic finite prism element method.

The dispersion characteristics, which is caused by the orientation of different timber elements as well as the shape of the cross section, of the wave velocity as a function of wave number are numerically obtained.

In the bending wave mode the comparison between the results by this theory and by Timoshenko beam theory are obtained and in the longitudinal wave mode the modified bar velocity is compared with the results by presenting theory, respectively.

1. まえがき

本論文では、長方形断面の棒状体が、その棒の長軸方向に連続するいくつかの直交異方性の素材の接着により構成されている直交異方性積層複合材料としての集成材を対象として、集成材中を伝播する応力波速度の分散関係を取り扱う。このような長方形断面の複合材料部材中を伝播する応力波速度については多くの研究があり部材を構成する要素の寸法と伝播する波長の波長との関係により様々な分散関係が存在する。^{1), 2), 3)}

また木質材料としての集成材の特性はその構成要素としての素材の特性及び、その素材を結合する接着剤の特性に依存している。接着剤については近年の合成接着剤の発達により母材より大きな強度を有し、耐久性にも優れているものが開発されつつあり、また接着剤の付着効果、粘弾性的性質についても多くの研究がある。^{4), 5)} 一方、素材としての木材は有孔性材料であることによる、応力歪関係の非線形性、および粘弾性的性質さらには繊維方向と年輪方向およびそれに直角方向の三方向に変形特性の異なる極度に

* 工博 北見工業大学助教授 工学部開発工学科 (〒090 北見市公園町165番地)

** 北見工業大学教務職員 工学部開発工学科 (〒090 北見市公園町165番地)

*** 川田工業(株) (〒343 埼玉県越谷市七左町5丁目)

**** 工修 岩手大学助手 工学部土木工学科 (〒020 盛岡市上田4丁目3-5)

直交異方性を示す材料である。したがって集成材を構造部材として利用するためにはこれらの特性を十分に理解して使用することが必要である。

これらのことから本研究では集成材の複合材料としての波動特性の検討を行う。これらの波動特性を精度良く解析できれば、集成材の耐衝撃性の検討や集成材の健全性診断さらに平均換算弾性係数の決定などにも応用することができる。数値計算では、長方形断面の集成材を対象として、素材の配置の変化による曲げ波動および縦波動の分散特性への影響を解析し、また他の計算手法による結果との比較も検討している。

2. 積層異方性材料の構成方程式⁶⁾

木材の材料力学的特性は三つの大きな特徴に大別できる。一つは多孔性組織であることによる変形時の空隙の影響を無視することができない。またそれに関連して、応力ひずみ関係は一般に非線形でありレオロジー特性を有している。したがってこのモデル化においては一般的には多数のVoigt Model とMaxwell Modelが結合した複雑な粘弾性挙動となる。⁷⁾ さらに木構造は繊維方向と年輪に直角および平行の三方向に変形係数が異なり、直交異方性の材料と見なされる。

本研究ではこれらの特徴のうち、最後の直交異方性に着目し繊維方向(L方向)、年輪に直角方向(R方向)および年輪に平行方向(T方向)に相異なる弾性定数を有する構成方程式を用い、これらの積層異方性複合材料である集成材としての部材特性を解析することを目的とする。互いに直交する三つの対称面を有する直交異方性三次元材料の応力ひずみ関係は

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j \quad (i, j=1, 2, \dots, 6) \quad (1)$$

あるいは書き下ろすと

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ \text{Sym.} & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} C_{11} &= E_{11}(1 - \nu_{23}\nu_{32})/B_0, \quad C_{22} = E_{22}(1 - \nu_{31}\nu_{13})/B_0, \\ C_{33} &= E_{33}(1 - \nu_{12}\nu_{21})/B_0, \quad C_{44} = G_{23}, \quad C_{55} = G_{13}, \quad C_{66} = G_{12} \\ C_{12} &= E_{11}(\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23})/B_0, \quad C_{13} = E_{11}(\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32})/B_0, \\ C_{23} &= E_{22}(\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31})/B_0, \\ B_0 &= 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} \end{aligned}$$

$$\sigma_i = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_{23}, \tau_{13}, \tau_{12}\}^T \quad (3)$$

$$\varepsilon_j = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{12}\}^T \quad (4)$$

また弾性定数の対称性の条件から

$$\frac{\nu_{ij}}{E_{ii}} = \frac{\nu_{ji}}{E_{jj}} \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (5)$$

したがって三次元直交異方性体を特性づけるためには9個の物理量が必要であり、9種類の独立した試験から決定されることになる。次に集成材では一般に木の特性を平均化することなどの目的から、接着剤を用いて合成する際に年輪の向きを種々回転して使用する。(図1参照)

y z 面を回転し、Mohrの円の解析と同様、回転前後の変換マトリックスを誘導すれば、

$$\{\sigma_i^*\} = [T]^{-1} \{\sigma_i\}、\{\varepsilon_j^*\} = [T]^{-1} \{\varepsilon_j\} \quad (6)$$

ただし

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m^2 & n^2 & 2mn & 0 & 0 \\ 0 & n^2 & m^2 & -2mn & 0 & 0 \\ 0 & -mn & mn & m^2 - n^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & -n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n & m \end{bmatrix} \quad (7)$$

$m = \cos \theta, n = \sin \theta$

したがって直交異方性木材のy z座標への回転後のHookeの法則は次のようにあらわされる。

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (8)$$

$$[D] = [T]^{-1} [C] [T] \quad (9)$$

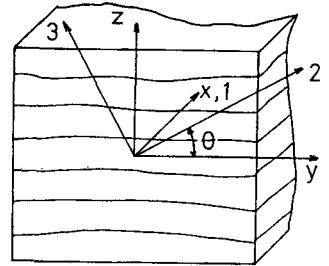


図1 素材の直交異方性

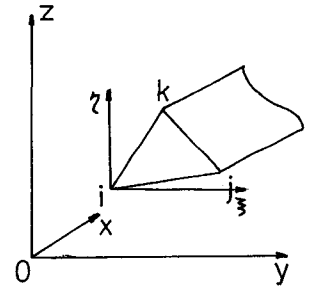


図2 有限プリズム要素

3. 三角形断面有限プリズム要素関係式

図2のような有限プリズム要素に対して要素内変位分布を直線変化と仮定しガラーキン法を用いると

$$\left. \begin{aligned} \int_v N_\alpha \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) dV &= 0 \\ \int_v N_\beta \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} - \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) dV &= 0 \\ \int_v N_\gamma \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) dV &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ただし $N_\beta = \overline{a_\beta} + \overline{b_\beta} \xi + \overline{c_\beta} \eta$ 、 $(\beta = i, j, k)$

$$\overline{a_\beta} = (\overline{a_\beta} + \overline{b_\beta} x_i + \overline{c_\beta} y_i) / 2A, \quad \overline{b_\beta} = \overline{b_\beta} / 2A, \quad \overline{c_\beta} = \overline{c_\beta} / 2A$$

$$2A = x_j y_k + x_i y_j + x_k y_i - (x_j y_i + x_i y_k + x_k y_j)$$

$$\overline{a_i} = x_j y_k - x_k y_j, \quad \overline{a_j} = x_k y_i - y_k x_i, \quad \overline{a_k} = x_i y_j - x_j y_i$$

$$\overline{b_i} = y_j - y_k, \quad \overline{b_j} = y_k - y_i, \quad \overline{b_k} = y_i - y_j$$

$$\overline{c_i} = x_k - x_j, \quad \overline{c_j} = x_i - x_k, \quad \overline{c_k} = x_j - x_i$$

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^{\infty} (N_i u_i + N_j u_j + N_k u_k) \cos Mx \\ v &= \sum_{m=1}^{\infty} (N_i v_i + N_j v_j + N_k v_k) \sin Mx \\ w &= \sum_{m=1}^{\infty} (N_i w_i + N_j w_j + N_k w_k) \sin Mx, \quad M = \frac{m\pi}{l} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

以上より式(10)の部分積分を実行することにより直交異方性ブリズム要素の節線力と節線変位に関する関係式が次のように得られる。

$$[K] \{u\} + [M] \{\ddot{u}\} = \{F\} \quad (12)$$

$$\{F\}^T = \{X_i, Y_i, Z_i, X_j, Y_j, Z_j, X_k, Y_k, Z_k\}$$

$$\{u\}^T = \{u_i, v_i, w_i, u_j, v_j, w_j, u_k, v_k, w_k\}$$

$$\{\ddot{u}\} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u\}$$

$[K]$ は 9×9 の対称マトリックスであり、 $[M]$ は質量マトリックスである。

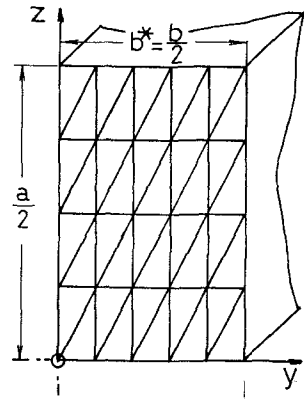


図3 断面の要素分割

4. 積層異方性集成材中を伝播する応力波速度の解析

図3に示すように軸方向に連続する素材要素が断面内で木目を種々の方向に配列して構成されている積層異方性集成材を考える。接着面は一般にレゾルシノール樹脂系の接着剤を用いて接着されるが、この接着界面の挙動は素材の変形挙動と同様、一般にはその取り扱いが難解である。単純化したモデルの場合には、接着面のせん断力 τ の伝達はバネ係数 k を用いて

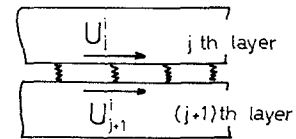


図4 接着層の取扱い

$$\tau = k (u_{j+1}^i - u_j^i) \quad (13)$$

のように接合する界面において界面に平行な接着力をバネでモデル化する方法が考えられる。(図4参照) 本研究では集成材中を伝播する応力波動を対象としているので、この界面における接着力の伝達関係は剛なものとして界面における変位は連続し、部材全体が一体として挙動するものと仮定する。またこれらの接着力の伝達関係による影響は別途報告する。

図1の集成材を軸方向に伝播する応力波動のうち、調和進行する縦波動と曲げ波動を考える。調和進行波の仮定により変位応答は

$$\left. \begin{aligned} u &= U \cos \frac{2\pi}{\varrho} (x - Ct) \\ v &= V \sin \frac{2\pi}{\varrho} (x - Ct) \\ w &= W \sin \frac{2\pi}{\varrho} (x - Ct) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ただし ϱ は波長、 C は位相速度、 U 、 V 、 W はそれぞれ u 、 v 、 w の振幅とする。同様に応力についても式(8)より得られる。プリズム要素の接線における動力的のつりあい関係を式(12)を用いて x 、 y 、 z 方向に求め、積層異方性集成材の基礎方程式が得られる。

$$[Ks] \{us\} + [Ms] \{\ddot{u}s\} = \{Fs\} \quad (15)$$

したがって集成材中を伝播する固有位相速度 C は

$$\det \left([Ks] - \left(\frac{2\pi}{\varrho} \right)^2 C^2 [Ms] \right) = 0 \quad (16)$$

を満足する固有値解として求められる。またこれらの解析の妥当性および精度については次章で検討する。またこれらの手法による解析の精度については文献³⁾においても行なっている。

5. 数値計算

(1) 均質等方性部材に対する他の数値結果との比較
本研究における数値計算結果の妥当性を検証するため、均質長方形断面に対して他の手法による計算結果と比較した。^{1)・8)}

まず曲げ波動モードを対称として図3のように全断面の1/4部分を二等辺三角形プリズム要素を用いて縦横4×5分割している。

計算に用いた数値は以下のものである。

表1 曲げ波動における精度の検討

γ b*	C/Cs	文献 8)		本理論	T. B. T.
		24 分割	8 分割		
0.1				0.0926	0.0925
0.3				0.2648	0.2637
0.5	0.3574			0.4063	0.4024
1.0	0.6127		0.5751	0.6326	0.6069
2.0	0.8007		0.7900	0.8102	0.7352
3.0	0.8621		0.8605	0.8701	0.7693
4.0	0.8869		0.8922	0.8957	0.7824
5.0	0.8980		0.9100	0.9087	0.7887
6.0	0.9035		0.9221	0.9165	0.7922
7.0	0.9066		0.9313	0.9224	0.7943
8.0	0.9088			0.9273	0.7957
10.0	0.9126			0.9362	0.7973
14.0	0.9206			0.9511	0.7987

表2 縦波動における精度の検討

γ b*	C/Cs	文献 3)		本理論	式 (18)
		24 分割	8 分割		
0.1		1.6120	1.6150	1.6120	1.6100
0.3		1.6092	1.6125	1.6080	1.6095
0.5		1.6010	1.6044	1.5997	1.6058
1.0	1.5526	1.5564	1.5515	1.5515	1.5464
2.0	1.2740	1.2823	1.1837	1.1837	1.1752
3.0	1.0675	1.0766	0.9813	0.9813	0.9843
4.0	0.9915	1.0032	0.9312	0.9312	0.9351
5.0	0.9623	0.9776	0.9192	0.9192	0.9204
6.0	0.9502	0.9691	0.9185	0.9185	0.9150
7.0	0.9448		0.9214	0.9214	0.9127
8.0	0.9426		0.9256	0.9256	0.9116
10.0	0.9423		0.9344	0.9344	0.9106
14.0	0.9467		0.9501	0.9501	0.9102

$$\nu=0.3, b=24\text{cm}, a=24\text{cm}, E=70000\text{kgf/cm}^2, \rho=0.337\text{gf/cm}^3$$

表1には第1分岐の固有位相速度Cを部材のせん断波動速度Csで無次元化し、 γb^* の関数として示している。

$$\gamma = 2\pi/\varrho, \quad b^* = b/2, \quad \varrho = \text{波長}$$

また曲げ波動の第1分岐の位相速度はTimoshenko Beam Theory(T.B.T)による位相速度に相当し、両者の比較を同じく表1に示している。

Timoshenko Beam Theoryでは無次元化位相速度は近似的に次式となる。⁹⁾

$$\frac{C}{C_s} = \left(\frac{2\pi}{\varrho} \right) \sqrt{\frac{\rho}{A}} \sqrt{\frac{EI}{A}} \left\{ 1 + \left(\frac{2\pi}{\varrho} \right) \frac{I}{A} \left(1 + \frac{E}{\kappa G} \right) \right\}^{-1/2} \quad (17)$$

直交異方性積層構造の集成材における曲げ波動速度を Timoshenko Beam Theory による計算により換算して用いる場合については後に述べる。

次に縦波動モードについては同様の構造諸元に対して表2ようになる。これより本理論値は曲げ波動および縦波動に対してほぼ妥当な結果が得られている。縦波動モードの場合、波長が無限大の場合には Bar Velocity になることが知られているが、波長が漸減し γb^* が小さくなることによる波動伝播速度の分散関係を表現する式はこれまでに見い出されていない。

本研究では実用性の見地から γb^* に対応する C/C_s の値をポアソン比 ν 、および断面アスペクト比 b/a をパラメータとして近似曲線を誘導することを試みる。この近似曲線は修正 Bar Velocity (M.B.V) と呼ぶべきものであるが、この曲線の係数を適当に決定することができれば、ある γb^* すなわち断面寸法と波長の比の組合せに対してただちに C/C_s を計算できる。このような近似曲線として本研究では

$$\frac{C}{C_s} = \frac{\beta B}{f^5 x^y + \beta} + A \quad (18)$$

ただし $f = b/a$ 、 $x = \gamma b^*$ 、 $y = \ln \alpha \pi f$ 、 α 、 β 、 A 、 B は係数を用いる。

表2には式(18)による結果も同様に示している。この場合 $\alpha=18$ 、 $\beta=10$ 、 $A=0.91$ 、 $B=0.70$ である。また比較のため $b/a=1.0$ 、 1.2 、 2.0 と変化させた場合の式(18)の曲線あてはめの適合状況を図5に示している。³⁾

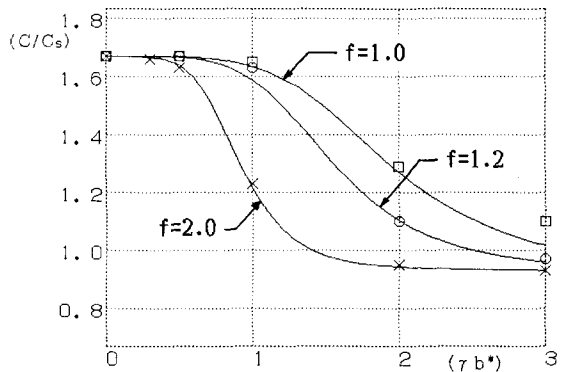


図5 Bar Velocityの検討

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

図6 断面内の素材の配置

(2) 集成材中を伝播する曲げ波動速度

集成材は前述のように素材の年輪の方向を変化させて配置し断面内での異方性による影響を相殺し部材が平均的挙動を示すように工夫している。したがってこのような断面内での年輪方向の変化が波動伝播速度にどのように影響するかを検討することは興味ある事項である。

本研究ではこれらに関連して特殊な異方性の配置を考えて実際の部材における挙動を推定する。図6において素材はえぞまつを想定し、構成要素1、3、6、8、9、11、14、16は素材Gで $E_L=110000\text{kgf/cm}^2$ 、 $E_R=8500\text{kgf/cm}^2$ 、 $E_T=4500\text{kgf/cm}^2$ 、 $\nu_{LR}=0.40$ 、 $\nu_{LT}=0.60$ 、 $\nu_{RT}=0.65$ 、 $G_{LR}=5500\text{kgf/cm}^2$ 、 $G_{LT}=4500\text{kgf/cm}^2$ 、 $G_{RT}=200\text{kgf/cm}^2$ 、構成要素2、4、5、7、10、12、13、15は素材Wで $E_L=110000\text{kgf/cm}^2$ 、 $E_R=4500\text{kgf/cm}^2$ 、 $E_T=8500\text{kgf/cm}^2$ 、 $\nu_{LR}=0.60$ 、 $\nu_{LT}=0.40$ 、 $\nu_{RT}=0.65$ 、 $G_{LR}=4500\text{kgf/cm}^2$ 、 $G_{LT}=5500\text{kgf/cm}^2$ 、 $G_{RT}=200\text{kgf/cm}^2$ とする。密度は全て同一で $\rho=0.40\text{gf/cm}^3$ とする。¹³⁾すなわち互いに年輪が直交し、軸方向の剛性は同一で断面内での異方性の向きが 90° 相異なる2種類の素材要素からなる断面構成を考える。これをCase IIとする。

次に同一の異方性の向きで全断面が構成されている二つの場合を想定してこれらをそれぞれCase I (素材Gのみ) およびCase III (素材Wのみ) とする。表3にはこれらのCase I, Case II, Case IIIおよび、Timoshenko Beam Theoryによる曲げ波動速度の第一分岐の結果を示している。Timoshenko Beam Theory (TBT)の計算では⁹⁾

$$E = E_L, \quad G = G_{LR}, \quad \text{せん断係数 } \kappa = 0.8602$$

として式(17)により計算している。ただしCsは $\sqrt{G_{LR}/\rho} = 3354.1\text{cm/s}$ を用いている。

これらの結果よりCase IIの結果は γb^* が2.0ぐらいまではCase IとCase IIIの中間的値となっているとともに、 γb^* がさらに大きくなり、波長が短くなるとCase IIIの結果よりやや大きめの値となる。またCase IIの結果はTBTの結果にも近似する結果となっている。

(3) 集成材中を伝播する縦波動速度

前述と同様、Case I, Case II, Case IIIに対して縦波動速度の結果を表4に示している。この場合正方形断面のためCase IIとCase IIIの値は等しくなっている。Csの値は $\sqrt{G_{LR}/\rho} = 3354.1\text{cm/s}$ を用いている。これらの結果よりCase IIの値は γb^* の小さい範囲ではほぼ一致し、 γb^* が大きくなるにつれてCase Iの値より3%程度大きな値となる。また表にはCase IIの集成材に対する結果に式(18)で示した式をあてはめた場合の結果を示しているが、ほぼ近似する結果が得られている。この場合式(18)の係数は $\alpha=8$ 、 $\beta=8$ 、 $A=0.71$ 、 $B=0.42$ となっている。

表3 素材の配置の影響(曲げ波動)

γb^* \ C/Cs	Case I	Case II	Case III	T. B. T.
0.1	0.2723	0.2736	0.2744	0.3322
0.3	0.6248	0.6406	0.6520	0.3740
0.5	0.7746	0.8046	0.8275	0.5643
1.0	0.8928	0.9373	0.9731	0.8304
2.0	0.9481	1.0009	1.0408	0.9865
3.0	0.9669	1.0231	1.0556	1.0264
4.0	0.9768	1.0344	1.0319	1.0415
5.0	0.9828	1.0411	1.0179	1.0488
6.0	0.9869	1.0449	1.0111	1.0528
7.0	0.9897	1.0458	1.0075	1.0552
8.0	0.9917	1.0430	1.0054	1.0568
10.0	0.9943	1.0368	1.0033	1.0587
14.0	0.9969	1.0284	1.0017	1.0603

表4 素材の配置の影響(縦波動)

γb^* \ C/Cs	Case I	Case II	Case III	M. B. V.
0.1	4.9396	4.9410	4.9396	4.9066
0.3	4.7480	4.8866	4.7480	4.3356
0.5	2.9549	3.1108	2.9549	3.2635
1.0	1.6369	1.7132	1.6369	1.6568
2.0	1.1526	1.1947	1.1526	1.1135
3.0	1.0580	1.0946	1.0580	1.0379
4.0	1.0283	1.0643	1.0283	1.0172
5.0	1.0162	1.0519	1.0162	1.0093
6.0	1.0103	1.0449	1.0103	1.0057
7.0	1.0071	1.0398	1.0071	1.0037
8.0	1.0052	1.0357	1.0052	1.0026
10.0	1.0031	1.0300	1.0031	1.0014
14.0	1.0015	1.0234	1.0015	1.0006

以上の計算結果より集成材中を伝播する曲げ波動と縦波動の分散関係はほぼTBTと修正Bar Velocity(M. B. V.)式により推定できることがわかる。

6. 結論

積層異方性有限プリズム要素法を用いて集成材中を伝播する応力波動速度の解析を行なった結果次の事項が得られた。

- (1) 集成材を直交異方性積層複合材料の構成式と有限プリズム法による離散化を用いて解析する手法を示した。
- (2) 長軸方向に連続する長方形断面の集成材中を伝播する応力波速度解析において、等方性材料の場合に対して分割数と精度の関係を検討した。
- (3) 2種類の相異なる素材により構成された集成材中を伝播する最低次の応力波速度を簡略に計算するため曲げ波動については Timoshenko Beam による結果と比較して検討した。
- (4) 縦波動については Bar Velocity から漸減する修正Bar Velocityの近似式を求めた。

参考文献

- 1) J.D.Achenbach, and G.Herrmann: Dispersion of Free Harmonic Waves in Fiber-Reinforced Composites, AIAA Journal, Vol.6, No.10, Oct.,1968.
- 2) Sun,C.T.,J.D.Achenbach and G.Herrmann: Continuum Theory for a Laminated Medium, Journal of Applied Mechanics, Sept.,1968.
- 3) 大島俊之、能町純雄: 有限プリズム法による繊維強化複合材の縦波動伝播速度の研究, 土木学会論文報告集, 第297号, 1980,5.
- 4) 林業試験所: 木材工業ハンドブック、丸善、1976.
- 5) 本橋健司、富田文一郎: 木材-ポリ酢酸ビニルエマルジョン接着剤複合系の動的粘弾性、木材学会誌、Vol.26, No.3, 1980.
- 6) J.R.Vinson,R.L.Sierakowski: 複合材料の構造力学。福田、野村、武田共訳, 日刊工業新聞,1987.
- 7) J.Mukudai,M.Taguchi: 木材の曲げにおける非線形粘弾性挙動と非線形重ね合わせ(第2報)、木材学会誌、Vol.26, No.3, 1980.
- 8) Oshima,T and S.G.Nomachi:Dispersion of Harmonic Flexural Waves in Fiber Reinforced Rectangular beam, 北見工業大学研究報告、第9巻、第1号、1977.
- 9) Cowper,G.R.: The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory, Jourual of Applied Mechanics, June, 1966.
- 10) 辻野哲司: 集成材の曲げ剛性、木材学会誌、Vol.26, No.3, 1980.
- 11) 矢野浩之、山田 正; 木材半径方向の動力学的性質、木材学会誌、Vol.31, No.3,1985.
- 12) 建築学会: 木構造設計基準・同解説、1973.
- 13) 土木学会: 土木工学ハンドブック第4版、第25編木構造、1989.

(1989年10月2日受付)