

**地震動入力をうける一自由度系の変位じん性率
および履歴吸収エネルギーの一推定法**

ESTIMATION OF DISPLACEMENT DUCTILITY AND HYSTERETIC ENERGY
OF SDOF STRUCTURES SUBJECTED TO EARTHQUAKE MOTIONS

成行 義文^{*}・平尾 淳^{**}・大岸 独歩^{***}

By Yoshifumi NARIYUKI, Kiyoshi HIRAO and Katsuho OHGISHI

Elasto-plastic response analyses for wide ranging bilinear SDOF systems under various types of earthquake motions were carried out. From the numerical results, the appropriate factors for normalizing the required seismic strength spectra and the hysteretic energy spectra were examined. The regression equations of the normalized spectra were obtained by using the method of least squares. The procedure for estimating the displacement ductility and the hysteretic energy of structures subjected to earthquake ground motions from the characteristics of a given structure and input ground motion by using the above-mentioned regression equations is proposed.

1. まえがき

一般に塑性変形を考慮した設計では、構造物の損傷を表わす指標として“変位じん性率”が用いられている。しかし、地震動のような動的な荷重をうける構造物では、変位じん性率はある時刻における瞬間的な損傷の程度を表わしているに過ぎず、地震動継続時間にわたって累積されるタイプの損傷を説明することは困難である。近年、この累積型の損傷を表わす指標として“履歴吸収エネルギー（塑性ひずみエネルギー）”が注目されている。すなわち、強震時に構造物が吸収する履歴吸収エネルギーと構造物固有の許容吸収エネルギーとを対比することによって構造物の耐震安全性をより合理的に評価しようとするものである。このようなエネルギー論的立場から構造物の耐震安全性を論じた先駆的な研究として Housner¹⁾の研究がある。加藤²⁾らは Housner の方法を広汎な数値解析結果をもとに検証し、その耐震設計への適用について検討している。また、安藤³⁾らは塑性エネルギースペクトルとその耐震設計への適用について研究を行なっている。大野⁴⁾らは履歴吸収エネルギーと入力エネルギーとの比が入力地震動特性にあまり依存しないことに着目し、それらの比の定量的な評価を試みている。山田⁵⁾らは、オンラインハイブリッドシステムによる地震応答破壊実験を行ない、構造物の損傷度や変形性能をエネルギー論的な見地から定量的に評価し、現行の照査法と比較検討している。また、Zahrah⁶⁾らは、地震時の構造物のエネルギー応答について詳細に検討し、入力地震動の有効入力基準を定義している。松島⁷⁾らは、履歴吸収エネルギーに及ぼす入力地震動特性の影響について検討してい

* 工修 徳島大学講師 工学部建設工学科 (〒770 徳島市南常三島町2-1)

** 工博 徳島大学教授 工学部建設工学科 (〒770 徳島市南常三島町2-1)

*** 徳島大学大学院生 工学研究科土木工学専攻 (〒770 徳島市南常三島町2-1)

る。著者らも履歴吸収エネルギーと構造ならびに入力地震動特性との関係等について検討を行なっている。

このような研究により地震動入力をうける構造物のエネルギー応答と構造ならびに入力地震動特性との関係は定性的にかなり明らかになってきている。しかし、エネルギー論に基づいた耐震設計法を確立するためには、まず、地震動入力をうける構造物の履歴吸収エネルギーの簡便な定量的評価法を導く必要がある。一般に履歴吸収エネルギー W_H および入力エネルギー E はともに入力地震動特性の影響を強く受けるが、両者の比 W_H/E は入力地震動特性の影響が互いに相殺されるため、それらの影響は比較的小さい。このことより大野らおよび山田らは、入力エネルギーに対する履歴吸収エネルギーの比 (W_H/E) を定量化し、その比と別に求めた入力エネルギーの推定値の積として近似的に履歴吸収エネルギーを求める方法を提唱している。入力エネルギーの定量的評価法として、Housner¹⁾ や加藤ら²⁾ は構造物の弾性最大速度より入力エネルギーを推定する方法を提唱している。また、郭ら³⁾ は入力エネルギーを定量的に評価するために、入力エネルギースペクトルの正規化因子に関する検討を行なっている。このように履歴吸収エネルギーの定量的評価方法に関する研究が次第に成されつつあるが、未だ確立されたものはなく今後さらに検討を要するものと思われる。

本研究では、地震動入力をうける構造物の変位じん性率と履歴吸収エネルギーを入力地震動ならびに構造物の各特性値から直接推定し得る手法の誘導を試みた。一般に地震動入力をうける構造物の非弾性応答は地震動ならびに構造物の両特性の影響を受け非常に複雑である。同一の地震動に対しても構造特性の相違によりその応答は大きく変化し、また構造物の塑性化の程度も一様ではない。このことは地震動と構造物の非弾性応答との関係をより不明瞭なものにしている。従って本研究では代表的な非弾性応答値の1つである変位じん性率に着目し、所定の変位じん性率を達成し得るような各地震動の所要入力強度スペクトルとその場合の履歴吸収エネルギースペクトルを求めた。それらをもとに、地震動の入力強度と変位じん性率との関係ならびに変位じん性率とエネルギーじん性率(初期最大弾性ひずみエネルギーの2倍に対する履歴吸収エネルギーの比)との関係について検討し、それらの関係の回帰式を導いた。

そして、それらを用いた地震動入力をうける構造物の変位じん性率および履歴吸収エネルギーの実用的な推定方法を示した。

2. エネルギー応答の基本式と解析方法

(1) 運動方程式

図-1のような地震動入力をうける1自由度系の運動方程式は、周知のように次式で表わされる。

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + Q(x) = -m \ddot{x}_0 \quad (1)$$

ここで、 m は質量、 c は減衰係数、 x_0 は地動変位、 x は基礎からの相対変位、および $Q(x)$ は復元力である。また、 \dot{x} 、 \ddot{x} および \ddot{x}_0 は、相対速度、相対加速度および地動加速度を表わしている。本研究では、復元力-変位関係として、図-2のようなbilinear型の履歴則を用いる。図中、 x は降伏変位、 Q_y は降伏復元力、 k_0 は弾性時剛性、 γ は第2勾配と第1勾配との比(以下、弾塑性剛性比と呼ぶ)、 μ は変位じん性率である。

式(1)の両辺を $m x$ で除すとともに、右辺を地震動強度を表わすパラメーター R (以下、入力強度と呼ぶ)を用いて書き直すと式(2)のようになる。

$$\ddot{x} + 2h \frac{\omega_p}{\eta} \dot{x} + \frac{\omega_p^2}{\eta^2} Q(\bar{x}) = -\frac{\omega_p^2}{\eta^2} R \ddot{x}_0 \quad (2)$$

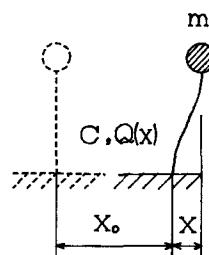


図-1 せん断1自由度系
モデル

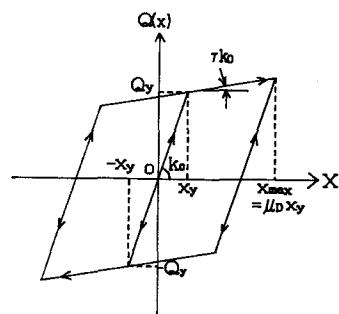


図-2 bilinear型復元力
特性

$$\text{ただし, } R = m \ddot{x}_{\max} / Q_s = \eta^2 \ddot{x}_{\max} / (\omega_p^2 x_s) , \quad \ddot{z}_0 = \dot{x}_0 / \ddot{x}_{\max} \\ \bar{Q}(x) = Q(x) / Q_s , \quad x = x / x_s , \quad \eta = \omega_p / \omega_0$$

ここで, h は減衰定数, ω_p は入力地震動の卓越円振動数, \ddot{x}_{\max} は地震動の最大加速度, ω_0 は構造物の弾性時固有円振動数, および η は振動数比である。また, x の絶対値の最大値は変位じん性率 (μ_d) である。R は η , ω_p および \ddot{x}_{\max} / x_s により決定されるので, 式(2)は入力地震動の波形が相似でかつ η および \ddot{x}_{\max} / x_s が等しい系はすべて等価であることを示している。

(2) エネルギー釣合式

式(1)の両辺に \dot{x} を乗じ, 時間 t について積分すると, エネルギー釣合式が式(3)のように得られる。

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \int_0^t c\dot{x}^2 dt + \int_0^t Q(x)\dot{x} dt = \int_0^t -m\ddot{x}_0\dot{x} dt \quad (3)$$

左辺第1項は運動エネルギー, 第2項は減衰エネルギー, 第3項はひずみエネルギー, および右辺は入力エネルギーを表わしている。ここで, ひずみエネルギーは弾性ひずみエネルギーと履歴吸収エネルギーとの和である。構造物の応答が終了した時点で, 運動エネルギーおよび弾性ひずみエネルギーは零となり, 式(3)の左辺第3項は地震動入力により構造物内に蓄積された履歴吸収エネルギー (W_H) を表わすことになる。

本研究では, 履歴吸収エネルギーを m あるいは $Q_s x_s$ で正規化して次式のように表わす。

$$\bar{W}_H = W_H / m , \quad \mu_H = W_H / Q_s x_s , \quad (4)$$

ここで, \bar{W}_H は単位質量当りの履歴吸収エネルギーであり, また μ_H は初期弾性限界における弾性ひずみエネルギーの2倍に対する履歴吸収エネルギーの比を表わしている。本論文では, 以下 μ_H をエネルギーじん性率と呼ぶ。また, \bar{W}_H と μ_H との間には次式のような関係がある。

$$\mu_H = \left(\frac{R \omega_p}{\eta \ddot{x}_{\max}} \right)^2 \bar{W}_H \quad (5)$$

(3) 解析方法

式(2)からわかるように, ある地震動入力に対する構造物の応答は, 減衰定数 h , 振動数比 η , 入力強度 R および復元力特性により決定される。ここで, 入力強度 R は前述のように構造物の降伏復元力 (Q_s) に対する最大地動加速度による慣性力 ($m \ddot{x}_{\max}$) の比であり, 一般に同一構造物であれば R の値が大きい程構造物の応答は大きい。しかし入力強度 R は定義より明らかのように応答とは直接関係のない量であり, R が同じであっても構造物の周期が異なれば変位じん性率 (μ_d) 等は当然異なる。本研究では入力強度 R と変位じん性率 μ_d との関係, さらに μ_d とエネルギーじん性率 μ_H との関係を定量的に把握することを主な目的としており, そのためには R の代わりに μ_d を1つのパラメーターとして解析した方がそれらの関係をより明確に把握することができるものと思われる。従って本解析では適当な変位じん性率 μ_d を設定し, それに対応する所要入力強度 R を反復計算により求めた。変位じん性率 μ_d の設定値の変化に伴いそれを達成するよう R が変化する。このことは構造物の弾性時固有周期が変化しないとすれば, 前出の R の定義より明らかのように降伏変位 x_s に対する最大地動加速度 \ddot{x}_{\max} の比 (\ddot{x}_{\max} / x_s) が設定された μ_d を生じるよう変化することを意味している。

運動方程式(式(2))は, 線形加速度法と等価な $\beta = 1/6$ とした Newmark の β 法により逐次数値積分し, また, 各エネルギー応答値(式(3))は, 線形加速度法における速度の仮定(速度は時刻 t の2次関数)を用いて得られた各増分時間におけるエネルギー増分の和として求めた。

表-1 入力地震動特性

地震動記録	室蘭	八戸	El Centro	釧路	Los Angeles	Ferndale
T _a (s)	0.186	0.281	0.299	0.328	0.353	0.569
T _p (s)	0.422	2.731	0.683	1.412	0.315	1.575
T _a /T _p	0.441	0.103	0.438	0.232	1.121	0.367
\ddot{x}_{max} (gal)	117.355	264.054	341.700	186.793	250.000	155.700
\bar{P}_w (gal ²)	711.978	2450.689	3736.402	1858.990	2592.802	1124.778
\dot{x}_{op} (gal)	26.785	49.504	61.126	43.116	50.920	33.538
b	4.381	5.334	5.590	4.332	4.910	4.642
where	$\dot{x}_{\text{op}} = \sqrt{\bar{P}_w}$			$b = \dot{x}_{\text{max}} / \dot{x}_{\text{op}}$		
	$\bar{P}_w = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \dot{x}_n (\text{m} \cdot \Delta t)^2$			N : 地震動記録のデータ数 Δt : 時間増分 (=0.01s)		

3 . 入力地震動

本研究では、周波数特性が比較的異なると思われる次の6つの地震動記録を用いて解析した。⁴⁾

- (a) 室蘭 S-241, N-S, 1968年, 十勝沖地震
- (b) 八戸 S-252, N-S, 1968年, 十勝沖地震
- (c) El Centro, S00E, 1940, Imperial Valley Earthquake
- (d) 釧路 S-733, N-S, 1973年, 根室半島沖地震
- (e) Los Angeles, N00W, 1971, San Fernando Earthquake
- (f) Ferndale, N44E, 1954, Eureka Earthquake

これらの入力地震動の継続時間はすべて30秒とした。

表-1は、これらの入力地震動の特性値を小数点以下4桁目を四捨五入して示したものである。T_aは地震動加速度波のフーリエ振幅スペクトルの重心に対応する周期であり、ここでは「平均周期」と呼ぶことにする。一般にこれが小さいほど短周期成分を多く含む地震動であると考えられる。T_pおよび \dot{x}_{max} は地震動の卓越周期および最大加速度を表わしている。また、 \bar{P}_w は地震動の平均パワーであり、 \dot{x}_{op} は \bar{P}_w の平方根である(表-1の注釈参照)。ここで、 \dot{x}_{op} は地震動の平均パワーに関係した等価な加速度を表わしており、ここでは平均加速度と呼ぶ。bは地震動の最大加速度 \dot{x}_{max} と平均加速度 \dot{x}_{op} との比であり、これが大きいほど最大加速度の大きさが他の加速度に比べて卓越している衝撃的な地震動であると考えられる。本研究では、これらの地震動の加速度記録をそれらの最大加速度の大きさが単位質量当りの降伏復元力(Q_v/m)と与えられた入力強度Rとの積($R Q_v/m$)となるように調整して用いている。

4 . 解析結果の比較と考察

地震動入力をうける構造物の損傷を表わす代表的な指標として、変位じん性率および履歴吸収エネルギー等があげられる。これらに及ぼす入力地震動特性および構造特性の影響は複雑であり、それらの特性パラメータと変位じん性率および履歴吸収エネルギー等との関係を解明することは容易ではないと思われる。本研究では、2章(3)で述べたように、塑性化の程度を比較的明確に表わす変位じん性率を解析パラメーター

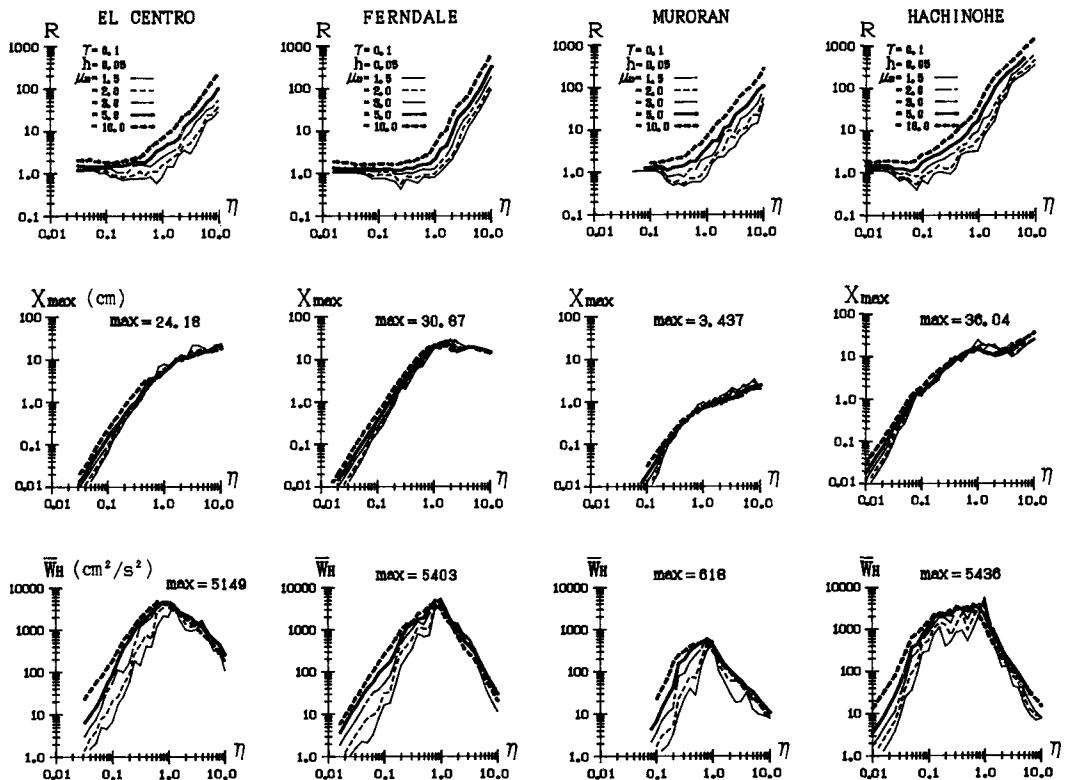


図-3 所要入力強度スペクトルとそれに対応する変位応答
および履歴吸収エネルギースペクトル

の1つと考え、要求される変位じん性率 μ_d を達成し得る所要入力強度Rを反復計算により求めた。ここでは、得られた所要入力強度スペクトルおよびそれに対応する履歴吸収エネルギースペクトルについて比較し、これらのスペクトルの正規化因子について若干の検討を行なう。

(1) 所要入力強度スペクトルと履歴吸収エネルギースペクトル

図-3の上段は、4つの地震動(El Centro, Ferndale, 室蘭, および八戸)に対する所要入力強度スペクトル $R(\mu_d, \eta)$ を示している。スペクトルの線種の違いは図中に示しているように所定の変位じん性率 μ_d の相違を表わしている。また、弾塑性剛性比 κ は0.1、減衰定数 h は0.05の場合である。図-3の中段および下段は、上段の各所要入力強度スペクトル $R(\mu_d, \eta)$ に対応する変位応答スペクトル $x_{max}(\mu_d, \eta)$ および単位質量当りの履歴吸収エネルギースペクトル $\bar{W}_H(\mu_d, \eta)$ をそれぞれ示したものであり、各スペクトルの線種は上段と同様である。

図-3より所要入力強度スペクトルは、所定の変位じん性率 μ_d が大きい程その値は大きく、またその曲線はなめらかになっているが、各スペクトル曲線は μ_d の大きさによらず振動数比 η が比較的小さい場合はほぼ一定、そして κ がある値以上になると右上がりとなる傾向を示している。図には示していないが、弾性限界($\mu_d=1$)の場合の所要入力強度スペクトルは $\mu_d=1.5$ の場合のそれとほとんど一致している。付図-1に示すように、調和地動をうける1自由度系の弾性限界($\mu_d=1$)に対応する所要入力強度スペクトルは、減衰定数 h が極端に小さくなれば $\eta \leq 1$ の範囲ではほぼ1となり、 $\eta > 1$ の範囲では右上がりの直線となって

いる。これは前述の実地震動に対する所要入力強度スペクトルの特性を非常によく表わしていると思われる。ただし、実地震動に対する所要入力強度スペクトル曲線がほぼ一定値から右上がりに遷移する境界での振動数比 η の値（以下、境界振動数比と呼ぶ）は必ずしも 1 ではなく、各地震動で異なり、表-1 に示した各入力地震動の平均周期 T_a と卓越周期 T_p との比 (T_a/T_p)に概ね一致している。従って、振動数比 η_a を各地震動の平均周期 T_a に対する構造物の弾性時固有周期 T_s の比と定義すれば、各地震動に対する所要入力強度スペクトルの境界振動数比は $\eta_a = 1$ となる。図-3 には、 $T_a/T_p < 1$ である地震動に対する所要入力強度スペクトルのみを示しているが、唯一 $T_a/T_p > 1$ である Los Angeles 記録に対する所要入力強度スペクトルの境界振動数比も同様にほぼ T_a/T_p である。

変位応答スペクトルは、地震動によって若干形状は異なるが、変位じん性率 μ_b がこのスペクトルに及ぼす影響は、前述の所要入力強度の場合に比べて小さく、特に振動数比 η が前述の境界振動数比より大きい場合には、その影響は非常に小さいことがわかる。のことより、境界振動数比は、比較的長い周期の範囲では弾塑性系の最大変形は初期周期の等しい弹性系の最大変形とほぼ等しいという「変位一定則」¹³⁾が成立する振動数領域のほぼ下限に相当しているものと思われる。また、降伏変位 x_v は R の定義（式(2)参照）より $x_v = (\dot{x}_{\max}/\omega_p^2)(\eta^2/R)$ であるから、 x_{\max} は、 $x_{\max} = \mu_b x_v = \mu_b (\dot{x}_{\max}/\omega_p^2)(\eta^2/R)$ と表わされる。従って各地震動に対する x_{\max} は、所要入力強度スペクトル R を一定とみなせる η が境界振動数比より小さい範囲では η の増大に伴い急激に増大するが、 η が境界振動数比以上の範囲では R が η の 2 次関数で表わさると考えられるため（式(A-2)参照）、 η が x_{\max} に及ぼす影響は比較的小さくなることがわかる。

単位質量当りの履歴吸収エネルギースペクトル \bar{W}_h は、入力地震動の相違によらずほぼ類似な形状を示し、境界振動数比付近において 1 つのピークを有している。これは、 \bar{W}_h が式(5)より $\bar{W}_h = \mu_h (\dot{x}_{\max}/\omega_p)^2 (\eta/R)^2$ と表わされるため、変位じん性率 μ_h を一定にすることによりエネルギーじん性率スペクトル μ_h （式(4)、図-13 参照）がほぼ一定になると仮定し、所要入力強度スペクトル R は η が境界振動数比より小さい範囲ではほぼ一定、また η が境界振動数比以上の範囲では一般に η の 2 次関数であるとみなすと、 \bar{W}_h が前者の範囲では増加し、後者の範囲では減少するためであると思われる。また、単位質量当りの履歴吸収エネルギースペクトルは比較的短周期領域では μ_h の値によりかなりばらつき、 μ_h が大きいほどスペクトル値も大きくなっている。しかし、比較的長周期領域では各スペクトルはほとんど一致しており、その傾向は μ_h が大きいほど顕著である。

図-4 および図-5 は所要入力強度 R と減衰定数 h やび弾塑性剛性比 κ との関係を示したものである。これらの図より、 h の増加に伴う所要入力強度 R の増加は非常にゆるやかであり、また κ の増加に伴う R の変動はほとんどみられないことがわかる。のことより、所要入力強度に及ぼす減衰定数および弾塑性剛性比の影響は比較的小さいものと思われる。従って、以下では簡単のために減衰定数 $h = 0.05$ 、弾塑性剛性比 $\kappa = 0.1$ の場合の解析結果を主に示す。図-6 は所要入力強度 R と変位じん性率 μ_b との関係を示したものである。線種は振動数比 η の相違を表わしている。図-6 より、所要入力強度と変位じん性率はほぼ比例関係にあるが、その比例定数は振動数比の相違によって、かなり異なっていることがわかる。このことは振動数比が同じであれば、所要入力強度を対応する変位じん性率で除した値はほぼ一定となることを示している。

（2） 所要入力強度スペクトルの正規化とその回帰式

前節において、所要入力強度 R と変位じん性率 μ_b との間にはほぼ比例関係があることがわかった。従って、変位じん性率は対応する所要入力強度スペクトルの良好な正規化因子と考えられる。図-7 は、図-3 の所要入力強度スペクトルを対応する変位じん性率 μ_b で除したものである。比較的短周期側において、 μ_b の値が大きいほど正規化されたスペクトル値は小さくなる傾向が見られるが、全体的には要求される変位じん性率の相違による所要入力強度スペクトルのばらつきはかなり小さくなっている。他の入力地震動に対する所要入力強度スペクトルにおいても同様な傾向が見られる。また、各入力地震動に対する正規化された所要

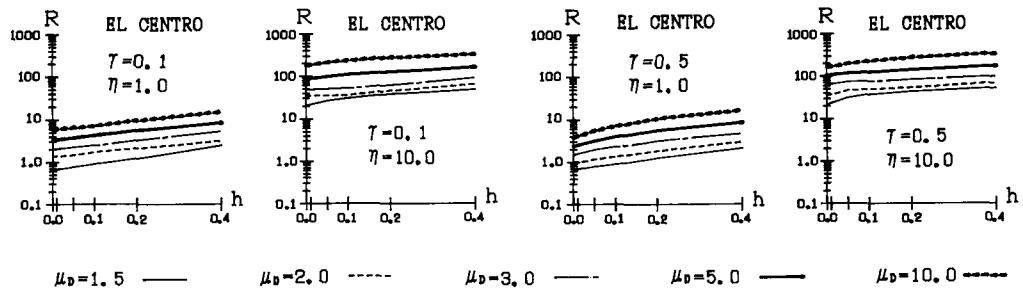


図-4 所要入力強度に及ぼす減衰定数の影響

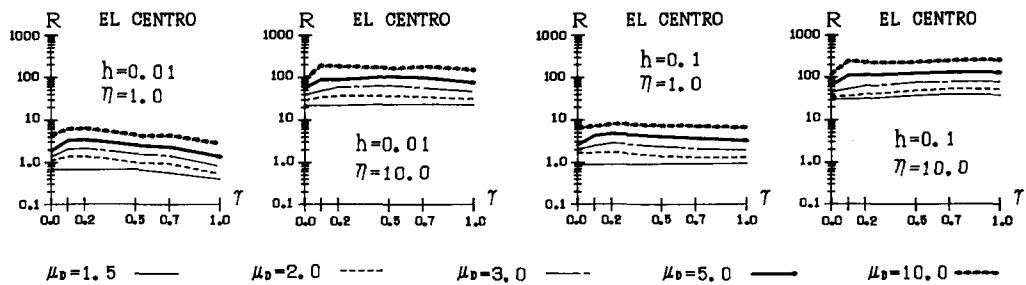


図-5 所要入力強度に及ぼす弾塑性剛性比の影響

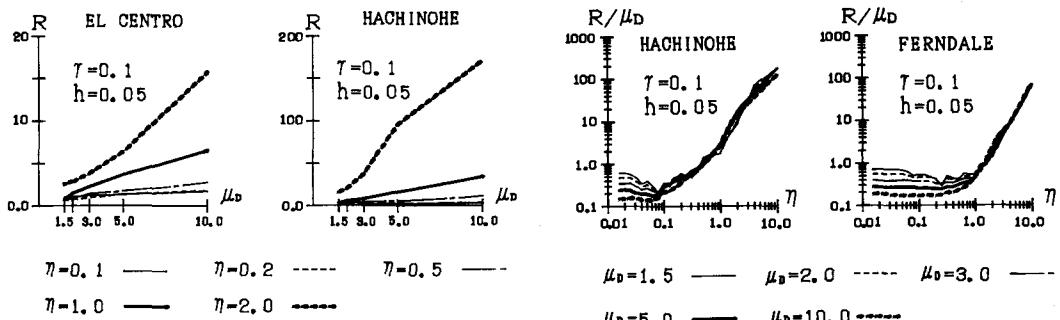


図-6 所要入力強度と変位じん性率との関係

図-7 変位じん性率により正規化された所要入力強度スペクトル

入力強度スペクトルは互いによく似た形状をしている。

図-8は、すべての入力地震動に対する正規化された所要入力強度スペクトルとその変動係数(COV)を示したものである。地震動の相違が正規化された所要入力強度スペクトルに及ぼす影響は大きく、その影響は主に各スペクトルの横軸(振動数比)方向のずれとなって現れている。前節で述べたように、所要入力強度スペクトルにおける境界振動数比は、各入力地震動の平均周期Taと卓越周期Tpとの比Ta/Tp(表-1参照)にはほぼ一致している。従って、振動数比ηに対しても描かれた所要入力強度スペクトルを式(6)のような新たな振動数比ηaに対して書き直すと比較的地震動の相違による影響が少ない所要入力強度スペクトルが得られるものと思われる。

$$\eta_a = \eta / (T_a / T_p) = T_o / T_a$$

(6)

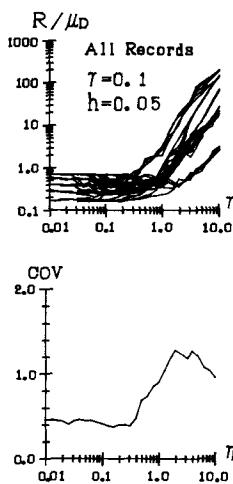


図-8 正規化された所要入力強度スペクトルとその変動係数 ($\eta = T_0 / T_p$)

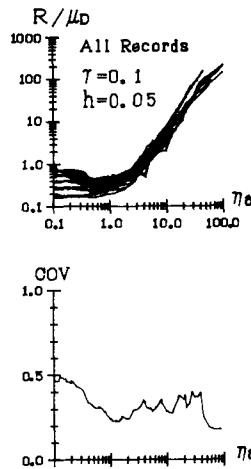


図-9 正規化された所要入力強度スペクトルとその変動係数 ($\eta_a = T_0 / T_a$)

図-9は、図-8を新たな振動数比 η_a に対して描き直したものであり、入力地震動の相違による所要入力強度スペクトルのバラツキは図-8に比べかなり小さくなっている。しかし、 $\eta_a < 1.0$ の領域においては、前述のように、変位じん性率が大きい程それによって正規化された所要入力強度スペクトルの値は小さくなってしまい、他の領域($\eta_a \geq 1.0$)に比べ、若干変動が大きい。従って、この変動を少しでも小さくするために比較的短い周期の範囲では初期周期の等しい弾性系と弾塑性系の最大ひずみエネルギーは等しいという「エネルギー一定則」(図-10参照)を用いて、 $\eta_a < 1.0$ の領域における変位じん性率をつぎのように補正した。すなわち、 μ_0 と等価な変位じん性率 μ_{DE} (以下、等価変位じん性率と呼ぶ)を式(7)より求め、これを用いて図-9の $\eta_a < 1.0$ における所要入力強度スペクトルを等価変位じん性率 μ_{DE} により改めて正規化し直すと図-11のようになる。

$$\mu_{DE} = \sqrt{\gamma \mu_0^2 + 2(1-\gamma) \mu_0 + \gamma - 1} \quad (7)$$

ここで、 $\eta_a < 1.0$ の時 $R_n = R / \mu_{DE}$ 、また、 $\eta_a \geq 1.0$ の時 $R_n = R / \mu_0$ である。図-11と図-9との比較より、 $\eta_a < 1.0$ における所要入力強度スペクトルの正規化因子としては、 μ_0 より μ_{DE} の方が適当であることがわかる。図-11における変動係数は全周波数領域において比較的安定しており、かつ 0.35 以下である。従って、ここで用いられた所要入力強度スペクトルの正規化方法は有効な方法であると思われる。つぎに、これらの正規化された所要入力強度スペクトルの回帰式を求めるため、まず $\eta_a \leq 1$ および $\eta_a \geq 1$ の各範囲について最小二乗法により回帰直線①および②をそれぞれ求めた。しかし、各範囲の境界値 $\eta_a = 1$ における各回帰直線の値が若干異なる(直線① > 直線②)ため、境界値

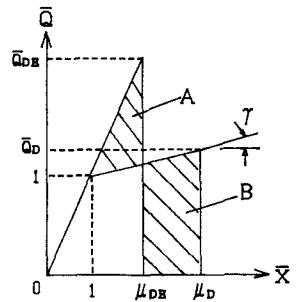


図-10 エネルギー一定則

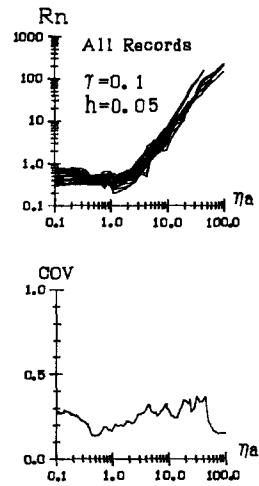


図-11 正規化された所要入力強度スペクトルとその変動係数 ($R_n = R / \mu_{DE}$; $\eta_a \leq 1.0$
 $R_n = R / \mu_0$; $\eta_a > 1.0$)

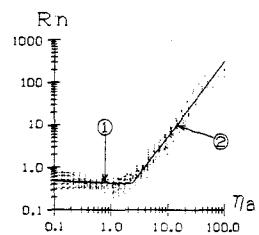


図-12 正規化された所要入力強度スペクトルの回帰直線

を少しづつ大きくしてゆき、その都度各範囲における回帰直線を求め直し、境界における各回帰直線の値がほぼ一致するような境界値を求めるに約2.4であった。このときの各範囲の回帰直線は式(8)のようである。図-12は、これらの回帰直線(①, ②)を示したものである。

$$\begin{aligned} \text{① } \log R_n &= -0.047 \log \eta a - 0.36 & (\eta a < 2.4) \\ \text{② } \log R_n &= 1.79 \log \eta a - 1.05 & (\eta a \geq 2.4) \end{aligned} \quad (8)$$

これらの回帰式を用いることにより、地震動入力をうける構造物の変位じん性率 μ_d を次のような手順で推定することができる。すなわち、1) 与えられた地震動ならびに構造物の特性値より入力強度Rと振動数比 ηa を求める。2) 回帰式(式8)より正規化された所要入力強度 R_n を算定する。そして、3) 入力強度Rと所要入力強度 R_n から、変位じん性率 μ_d ($\eta a \geq 1.0$)あるいは等価変位じん性率 μ_{de} ($\eta a < 1.0$)を求める。ここで、 $\eta a \leq 1.0$ の場合には、さらに式(7)を μ_d について解き直した式(9)を用いて μ_d を算定する。

$$\begin{aligned} \mu_d &= (\mu_{de}^2 + 1) / 2 & (\gamma = 0) \\ \mu_d &= \{ (\gamma - 1) + \sqrt{(1 - \gamma)^2 - \gamma(\gamma - 1 - \mu_{de}^2)} \} / \gamma & (\gamma \neq 0) \end{aligned} \quad (9)$$

(3) 履歴吸収エネルギースペクトルの正規化とその回帰式

前出の図-3に見られるように、単位質量当りの履歴吸収エネルギースペクトルは上に凸な曲線となっており、そのスペクトル値は各入力地震動により大きく異なる。また、履歴吸収エネルギーは、地震動入力をうける構造物の累積損傷に関係する重要なパラメーターであるが、そのエネルギー量のみによって構造物の耐震安全性を評価することはできない。それを適正に評価するためには、各構造物の許容吸収エネルギーと履歴吸収エネルギーとの比較が必要である。構造物の許容吸収エネルギーは、多くの実験ならびに解析結果より得られる極限吸収エネルギーより構造物の重要度等を考慮して設定されるべきものである。また、許容吸収エネルギーは構造物の復元力特性との関連が強く¹¹⁾、降伏復元力 Q_y と降伏変位 x_y との積 $Q_y x_y$ の倍数として与えられれば実用的であると思われる。従って、履歴吸収エネルギーも式(4)および式(5)で示したようなエネルギーじん性率 $\mu_H (= W_H / Q_y x_y)$ で表わすこととする。

図-13は、図-3の単位質量当りの履歴吸収エネルギースペクトルを式(5)を用いてエネルギーじん性率スペクトルに変換したものである。要求される変位じん性率 μ_d が大きい程、当然のことながらエネルギーじん性率 μ_H は大きくなっているが、エネルギーじん性率スペクトルに及ぼす振動数比 η の影響は比較的小さいことがわかる。図-14は変位じん性率 μ_d とエネルギーじん性率 μ_H の平方根との関係を示したもので

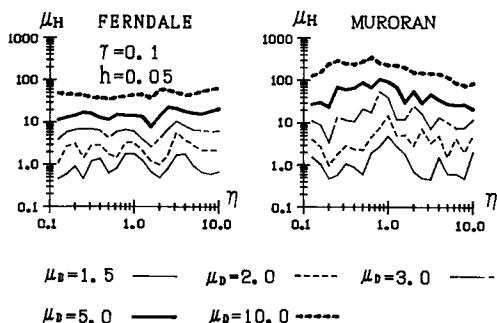


図-13 エネルギーじん性率スペクトル
($\mu_H = W_H / Q_y x_y$)

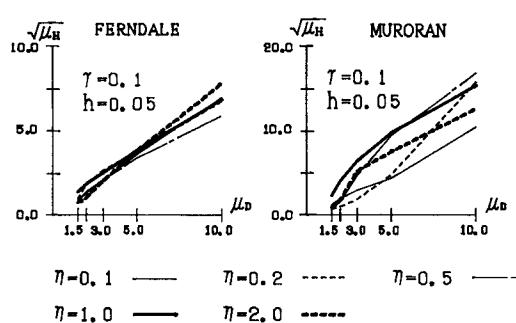


図-14 エネルギーじん性率と変位じん性率との関係

ある。これより、振動数比 η によらず、 $\sqrt{\mu_H}$ と μ_D との間にはほぼ比例関係があることがわかる。従って、エネルギーじん性率スペクトルを変位じん性率 μ_D の2乗で除すことにより、 μ_D の影響をあまりうけない正規化されたエネルギーじん性率スペクトルが得られるものと思われる。図-15は、図-13のエネルギーじん性率スペクトルを μ_D^2 により正規化したものである。各スペクトルとも全体的によく一致しているが、入力地震動の相違により、スペクトル値の大きさがかなり異なることがわかる。そこで、エネルギーじん性率 μ_H をさらに表-1に示した入力地震動の特性値 b (= $\ddot{x}_{\max}/\ddot{x}_{\min}$)およびTaを用いて次式のように変換した。

$$\begin{aligned}\bar{\mu}_H &= \left(\frac{\mu_H}{\mu_D^2} \right) \left(\frac{b^2 T_a}{T_i^2} \right) \\ &= \left(\frac{\mu_H}{P_w} \right) \left(\frac{\ddot{x}_{\max}}{\mu_D} \right)^2 \left(\frac{T_a}{T_i} \right)\end{aligned}\quad (10)$$

ここで、 T_i および P_w は入力地震動の継続時間および全パワーである。式(10)は、各地震動に対するエネルギーじん性率 μ_H を地震動の全パワー P_w で除し、それに地震動の最大加速度 \ddot{x}_{\max} と変位じん性率 μ_D との比の平方を乗じることにより地震動の全パワーならびに瞬間最大強度の影響を低減し、さらに地震動の継続時間 T_i に対する平均周期 T_a の比を乗じることにより、平均周期 T_a 当りのエネルギーじん性率 $\bar{\mu}_H$ に変換することを意味している。図-16は式(10)のような正規化を行った全地震動に対するエネルギーじん性率スペクトルをそれらの平均値および分散ならびに変動係数とともに示したものである。ただし、前述のように、本研究では各入力地震動の継続時間 T_i をすべて同一としているので、式(10)による変換の際に用いた各入力地震動の T_i は簡単のためすべて1とした。図-16よりわかるように、これらの正規化されたエネルギーじん性率スペクトルの変動係数は約0.5前後であり、比較的良好な正規化が行われているものと思われる。また、これらのスペクトルの回帰直線は図-16の中段の図の点線のようになり、その回帰式は式(11)のようである。ただし前述のように、図-16のスペクトルは $T_i=1$ とした場合のものであるので、式(11)は図中の回帰直線を表わす式を本研究で用いた継続時間($T_i=30s$)の平方で除したものとなっている。

$$\log \bar{\mu}_H = (-5.67 \log \eta + 84.6) \times 10^{-5} \quad (11)$$

この回帰式を用いることによって、地震動入力をうける構造物の履歴吸収エネルギーじん性率 μ_H を次のような手順により推定することができる。すなわち、1) 前節で述べた手順により変位じん性率 μ_D を推定する。2) 式(11)より正規化されたエネルギーじん性率 $\bar{\mu}_H$ を算定する。そして、3) μ_D 、 $\bar{\mu}_H$ および入力地震動の特性値(b 、 T_a 、 T_i)を用いて式(10)よりエネルギーじん性率 μ_H を求める。従って、この方法を用いれば、地震動入力をうける構造物の損傷を代表する変位じん性率ならびに履歴吸収エネルギーの両方を、

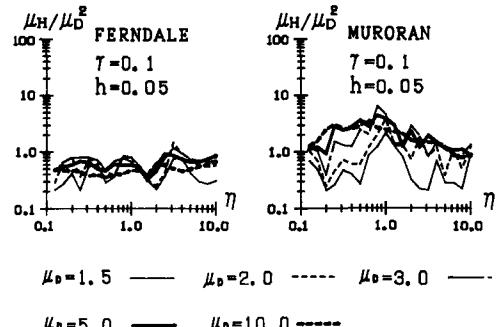


図-15 変位じん性率により正規化されたエネルギーじん性率スペクトル

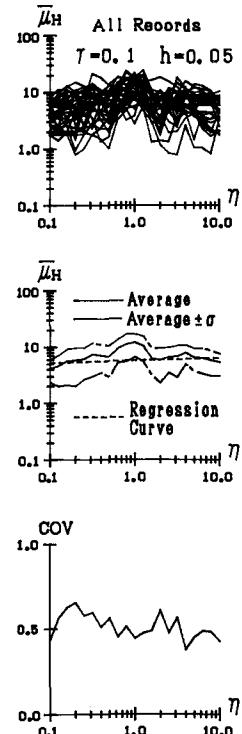


図-16 正規化されたエネルギーじん性率スペクトルとその回帰直線および変動係数

応答解析を行うことなく迅速にしかも比較的精度良く推定し得るものと思われる。

5. あとがき

地震動入力をうける構造物の塑性化の程度を比較的明確に表現していると思われる変位じん性率を1つのパラメーターとして、それに対応する所要入力強度スペクトルおよび履歴吸収エネルギースペクトルを求めた。それらのスペクトルの正規化因子について検討するとともに、正規化された各スペクトルの回帰式を導き、それを用いて地震動入力をうける構造物の変位じん性率および履歴吸収エネルギー等を推定する一方法を提案した。

本研究で得られた主な結論を列挙すれば以下のようなである。

- (1) 所要入力強度スペクトルは要求される変位じん性率あるいは入力地震動の種類によらず、振動数比 η ($= \omega_p / \omega_0$) が比較的小さい場合はほぼ一定となり、また η がほぼ入力波の卓越周期 T_p に対する平均周期 T_a の比(境界振動数比)以上になると右上りの曲線形状を示す。この境界振動数比は変位応答スペクトルとの対比より変位一定則が成立する振動数領域のほぼ下限に相当しているものと思われる。
- (2) 所定の変位じん性率 μ_d に対応する単位質量当たりの履歴吸収エネルギースペクトルは、比較的短周期領域では μ_d の値によりかなりばらつき μ_d が大きいほどスペクトル値も大きくなっている。しかし、比較的長周期領域では各スペクトルはほとんど一致しておりその傾向は μ_d が大きいほど顕著である。
- (3) 所要入力強度 R に及ぼす減衰定数 h および弾塑性剛性比 κ の影響は比較的小さく、また R と変位じん性率 μ_d との間にはほぼ比例関係が成立する。
- (4) 入力地震動の平均周期 T_a に対する構造物の固有周期 T_0 の比 η_a に対して描かれた所要入力強度スペクトルを、対応する変位じん性率 μ_d ($\eta_a \geq 1.0$) あるいはエネルギー一定則より求まる μ_d と等価な変位じん性率 μ_{DE} ($\eta_a < 1.0$) で除すことにより、比較的バラツキの少ない正規化された所要入力強度スペクトルが得られる。
- (5) 履歴吸収エネルギー W_H を構造物の降伏復元力 Q_y と降伏変位 x_y との積 $Q_y x_y$ で除したエネルギーじん性率 μ_H に及ぼす振動数比 η の影響は比較的小さい。また、エネルギーじん性率 μ_H の平方根と変位じん性率 μ_d との間には地震動によって若干差があるが大旨比例関係が見られる。
- (6) 入力地震動の卓越周期 T_p に対する構造物の固有周期 T_0 の比 η に対して描かれたエネルギーじん性率スペクトル (μ_H) を対応する変位じん性率 μ_d および入力地震動の特性値 (b , T_a , T_t) 等を用いて式(10)のように変換することにより、比較的バラツキの少ない正規化されたエネルギーじん性率スペクトル (μ_H) が得られる。
- (7) 本研究で提示したような正規化された所要入力強度スペクトルならびにエネルギーじん性率スペクトルの回帰式(式(8), (11))を用いれば、与えられた入力地震動と構造物の特性値から構造物の変位じん性率およびエネルギーじん性率を比較的簡単に推定することができる。

なお本研究は、設定された構造物の応答に対応する地震動入力を求め、その結果をもとに入力と応答との関係について検討したものである。従って、実際の入力地震動に対する応答値と本研究で提案した回帰式による予測結果とを比較することにより予測式の精度を検討する必要があると思われるが、これに関しては別途行なう予定である。

Appendix : 調和地動をうける1自由度系の弾性限界 ($\mu_d=1$) に対する所要入力強度スペクトル

加速度振幅 \ddot{x}_{max} の調和地動をうける線形1自由度系の定常振幅 A は次式で表わされる。¹³⁾

$$A = \frac{m \ddot{x}_{max}}{k_s \sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4 h^2 \eta^2}} \quad (A-1)$$

従って、bilinear型の復元力特性を有する非線形1自由度系の弾性限界($\mu_d = A/x_s = 1$)に対する所要入力強度 $R (= m \ddot{x}_{\max} / k_s x_s)$ は式(A-1)よりつぎのように表わされる。

$$R = \sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4h^2\eta^2} \quad (A-2)$$

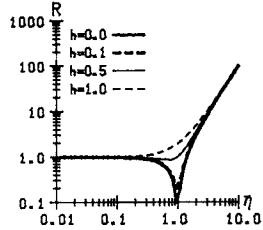
特に、 $h = 0$ の場合： $R = 1 - \eta^2$ ($\eta \leq 1$)

$$R = \eta^2 - 1 \quad (\eta > 1)$$

$$h = 1 \text{ の場合} : R = 1 + \eta^2$$

また、 $h \leq 1/\sqrt{2}$ の場合、 $\eta = \sqrt{1 - 2h^2}$ で極小となる。

式(A-2)を図示すると付図-1のようである。



付図-1 弹性限界($\mu_d=1$)に
応答する所要入力
強度スペクトル
(調和地動)

参考文献

- 1) Housner, G.W. : Behavior of Structures During Earthquakes, Proc. of ASCE, Vol. 85, No. EM4, pp. 109~129, Oct., 1959.
- 2) 加藤・秋山：強震による構造物へのエネルギー入力と構造物の損傷，日本建築学会論文報告集，No. 235, pp. 9~18, 1975年9月。
- 3) 安藤・手塚・峰岸・田中：地震時に構造物が消費する塑性エネルギーについて その1～その3，日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 691~696, 1977年10月。
- 4) 大野・西岡・藤野：構造物が地震時に受ける塑性ひずみエネルギー量の定量的評価，土木学会論文報告集, No. 333, pp. 91~99, 1983年5月。
- 5) 山田・家村・西村：履歴吸収エネルギーによるRC橋脚模型の耐震性評価，第17回地震工学研究発表会講演概要集, pp. 231~234, 1983年4月。
- 6) Zahrah, T.F. and Hall, W.J. : Earthquake Energy Absorption in SDOF Structures, Proc. of ASCE, Vol. 110, No. ST8, pp. 1757~1772, Aug., 1984.
- 7) 松島・松井：構造物の塑性モデルに及ぼす地震波の影響，構造工学論文集, Vol. 32A, pp. 815~824, 1986年3月。
- 8) 平尾・沢田・成行・笠田：強震下における一自由度系の履歴吸収エネルギーと弾性応答値との関係について，土木学会論文集，第368号／I-5, pp. 401~410, 1986年4月。
- 9) Hirao, K., Sawada, T., Nariyuki, Y. and Sasada, S. : The Effect of Frequency Characteristics and Duration of Input Earthquake Motion on the Energy Response of Structures, Proc. of JSCE, No. 386/I-8, Structural Eng./Earthquake Eng. Vol. 4, No. 2, pp. 381s~390s, Oct., 1987.
- 10) Nariyuki, Y., Hirao, K. and Ohgishi, K. : Study on Relation between Fourier Spectra of Earthquake Motions & Energy Response Spectra of SDOF Systems, Proc. of EASEC-2, Vol. 2, pp. 1503~1509, Jan., 1989.
- 11) 平尾・沢田・成行・笠田：履歴吸収エネルギーに注目した鋼箱型断面橋脚の損傷度評価に関する基礎的研究，土木学会論文集，第380号／I-7, pp. 429~437, 1987年4月。
- 12) 郭・西岡：入力エネルギースペクトルの正規化について，土木学会第43回年次学術講演会講演概要集第I部, pp. 820~821, 1988年10月。
- 13) 柴田明徳：最新耐震構造解析, 森北出版。

(1989年10月2日)