

ケーブルのモード減衰に及ぼす支点減衰の影響
EFFECTS OF SUPPORT DAMPING ON MODAL DAMPING OF CABLES

山口 宏 樹*
By Hiroki YAMAGUCHI

Effects of support damping are discussed in this paper on modal damping of flexural oscillation in cables. Model experiments are conducted in order to investigate contributions of support damping to the total damping of cable and to evaluate the validity of the theoretical estimation which is also done in the present study. It is found that the modal damping of cable is expressed as the linear sum of the internal damping and the support damping and that the contribution of support damping is approximately proportional to square of modal support-amplitude.

1. まえがき

構造物の長大化において重要な役割を果たすケーブルは今後も多種多様な使われ方をされるであろうが、ケーブルで吊られた長大構造物は極めてフレキシブルとなるため風等による振動が問題とされる。したがって耐風安定性の照査が設計においてかなりのウェイトを占めるようになるが、その際仮定する構造減衰が耐風設計を支配すると言っても過言ではない程、構造物の振動減衰は重要となる。ケーブル部材のみの対風挙動に限ってみても、古くは送電線のギャロッピング振動、最近のものとして斜張橋ケーブルの種々の振動等、問題とされる現象は多く、ケーブル単体の振動減衰性状を把握しておくことは、吊構造物の構造減衰の把握、ケーブル部材の対風挙動の解明および制振対策の検討等の点において、極めて有意義なことと考えられる。

以上のような観点から、著者は一連の研究によってケーブルのモード減衰についての基本的特性を解明してきた^{1), 2), 3), 4)}。つまり、ケーブルのモード減衰の主要因の一つはヒステリシスエネルギーに基づく内部減衰であり、それは振動中のケーブル内に生ずる変動ひずみ、および初期状態でのケーブル張力に依存する、ということ等が明らかにされた。本研究は、これら一連の研究を受け、ケーブルを支持する支点からのエネルギー散逸がケーブル全体のモード減衰にどれだけ影響するのかを論ずるものである。すなわち、ケーブルのモード減衰の要因として考えられる内部減衰と支点減衰とがケーブルの振動減衰にどのような割合で寄与しているのかを明らかにしようとするものであり、このことは高減衰ケーブルの開発、およびケーブル振動の制振対策を考える上で重要な基礎データを与えることになる。なお、ケーブルをとりまく空気もた

* 工博 埼玉大学助教授 工学部建設基礎工学科 (〒338 浦和市下大久保255)

らす流体減衰もケーブルのモード減衰の要因として考えられるが、それは通常、大変小さい²⁾ことから、本論文ではモード減衰を内部減衰と支点減衰とに分離することを試みている。

2. 模型振動実験

構造物あるいは構造要素の振動減衰を論ずる場合、それが現時点では理論的に扱い得ないことから、振動実験による検討が基本的には必要となる。本研究においても、模型ケーブルを用いた振動実験により支点減衰のケーブルモード減衰に及ぼす影響を調べた。

(1) 模型ケーブルおよび支点条件

実験に用いたケーブルはこれまでの研究^{1)~4)}と全く同じく、7本よりワイヤーロープ(素線径 0.5 mm、伸び剛性 2.45×10^5 N、破断強度 2.74 kN)に鉛製おもり(15.1 g/個)を約 9.5 cm 間隔に付加重量として取り付け、単位長さ当り質量を 0.17 kg/m としたものである。この模型ケーブルを、支点剛性の振動減衰への影響を扱った研究^{3), 4)}と同様、スパン 7.28 m に水平に張って支点を水平方向に弾性支持とした(Fig. 1)。つまり、Fig. 1にも示されているとおり、剛柱に鋼薄板(板厚 2.5 mm)上部を剛結して片持ちはりとし、鋼薄板下端には鋼丸棒を剛結してそれにケーブルを巻き付けている。寸法および力学的特性の詳細については文献^{3), 4)}を参照されたい。

本研究ではさらに支点に粘性減衰を与える減衰器を取り付け、支点における振動減衰をパラメーターとして考えた。減衰器は、Fig. 2に詳細図を示すように鋼薄板下端からさらにアクリル製薄板を張り出し、それを水槽内に設置したもので、水深 h を 9, 18 cm と変えることで二つの異なる減衰(流体減衰)を得た。それぞれの水深に対する減衰特性は支点の1次固有振動に対する振動減衰として実測により求め、Fig. 3にその結果を示している。横軸はケーブル取付点における支点変位振幅、縦軸は対数減衰率で表した支点減衰であるが、どの水深に対しても支点減衰の振幅依存性は強く、振幅が大きい程高い減衰となっている。なお、 $h = 0$ の場合についても、支点先端に初期変位を与えた後の自由振動測定による減衰評価を試みたが、減衰器アクリル板の振動の影響が生じ、自由振動波形が乱れたため、評価できていない。

水中に支点を入れた減衰器の機構上、支点が振動する際に支点まわりの水が付加質量としても作用し、支点の固有振動数が減衰器のない場合に比べ変化する。Fig. 4は減衰器の水深 h に対する固有振動数 f_s の変化を、減衰器のない支点の固有振動数 f_{s0} で無次元化して示したもので、固有振動数と静的等価ばね定数 k_s から換算した一般化質量 m_s の同様の無次元量も併記してある。これより、 $h = 9$ cm の場合にはほとんど変化しないのに対し、水深の深い $h = 18$ cm の場合に水の付加質量が大きく、固有振動数が2割程度小さくなっているが、それでも約 13 Hz であって模型ケーブルの1次固有振動数(約 2 Hz; 後述)に比べ、十分大きな値となっている。したがって、ケーブルと支点との動力学的相互作用(内部共振など)を考慮する必要はなく、単に、弾性支持ケーブルの支点における減衰の寄与を考察することが可能であると考えられる。

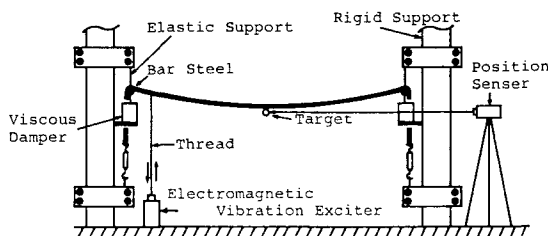


Fig. 1 Schematic diagram for experimental set-up.

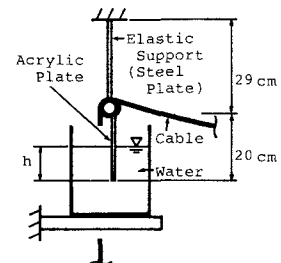


Fig. 2 Details of damper at support.

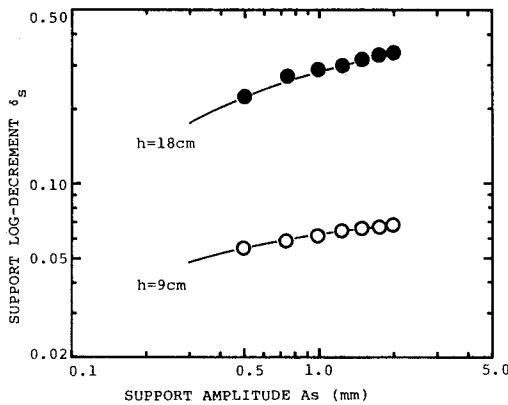


Fig. 3 Support damping versus support amplitude.

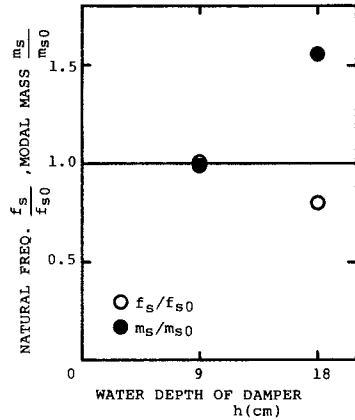


Fig. 4 Changes of natural frequency and modal mass with respect to water depth of damper.

(2) 実験方法

実験は、Fig. 1に示すように、所要のサグ比に設置された模型ケーブルの任意点から糸を降ろし、それに電磁式振動加振器（株式会社サンエス・APS-113）を接続してケーブルの固有振動数で強制加振し、定常振幅が得られた後に糸を切ってその後の自由振動波形を測定した。本実験で対象とした振動モードは、弾性支持ケーブルにおいても面内逆対称モード、および面外モードでは支点変位が0となってモード減衰が支点条件に依存しない^{3), 4)} ことから、支点の影響を受ける面内対称1次モードに限定した。したがって測定は、ケーブルの1/2スパン点にターゲットを取り付け、非接触光学式変位計（浜松ホトニクス株式会社・position sensor C1373）にて変位応答を測定した。同時に、支点部鋼薄板にひずみゲージを貼付してひずみ応答を測定し、それによって支点変位応答を推定した。変位計、およびひずみゲージからの信号波形はデジタル動ひずみ測定器（株式会社測器研究所・DRA-10A）によりデジタル化され、直接パーソナルコンピュータに書き込んでいる。このデジタル化された自由振動記録をコンピュータにより自動処理し、固有振動数、モード減衰（対数減衰率）、および支点変位振幅を求めた。ただし、測定したモード減衰は振動振幅に依存するため、基準振幅としてスパン中央点での振幅をスパン長の約 0.1% にとって減衰を評価した。

3. ケーブルのモード減衰に及ぼす支点減衰の影響

(1) 固有振動数

サグ比に対する対称1次固有振動数の変化をFig. 5に示した。図には減衰器の水深hの異なる3ケース（水深0は参考値）について実験値をプロットしてあるが、この3種の実験値は支点の減衰特性に依存せず、同じサグ比に対してほぼ同じ値をとっている。図には有限要素法により求めた理論曲線^{3), 4)} も示したが、サグ比の小さな場合に実験値と理論値との対応が必ずしもよくない。これは支点のばね定数がケーブルを張ったことによりケーブル張力の影響を受けて変化し、特にサグ比の小さな場合に支点単体のばね定数 k_{sg} よりかなり大きくなったためである。また、Fig. 5には参考のため、逆対称1次固有振動数の実験値および理論曲線をも示したが、対称1次と逆対称1次の固有振動数が一致する、いわゆる modal crossover pointが存在し、対称1次モードがサグ比とともに変化するモード遷移領域が認められることから、その領域でモード減衰が大きくなることが予想される。いずれにせよ、本研究での支点減衰は、固有振動数特性にほとんど影響を与えない程度に十分小さいといえよう。

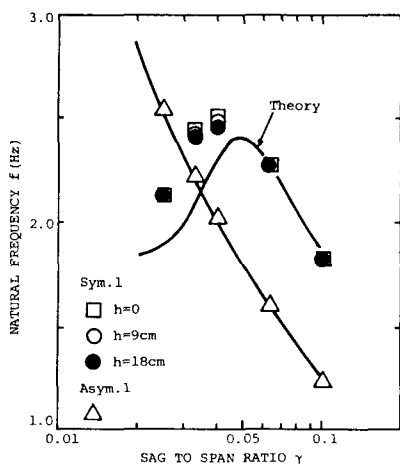


Fig. 5 Natural frequency of cable with support damping.

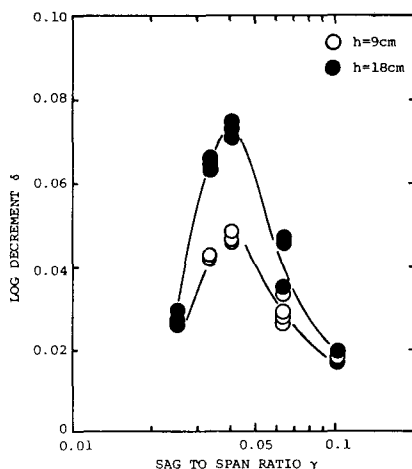


Fig. 6 Modal damping versus sag ratio for cable with support damping.

(2) 支点減衰のあるケーブルのモード減衰特性

Fig. 6はサグ比に対する対称1次モード減衰（対数減衰率：実験値）の変化の様子を示したものであり、各支点減衰条件 ($h = 9, 18\text{cm}$) による差異を比較して示している。これを見ると、サグ比に対する変化の様子はどの支点減衰の場合も傾向が似ており、振動時変動ひずみの大きくなるモード遷移領域で大きな減衰となっているが、支点減衰が大きい方がモード減衰が有意に大きくなっている。(1)で示したように固有振動数が支点減衰の影響をほとんど受けていないことから、振動時変動ひずみは支点減衰に依存しないものと考えられ、サグ比に対して減衰の大きさが変化する主要因は内部減衰であると思われる。したがって、支点減衰パラメーター h の大小による曲線の差異そのものがモード減衰における支点減衰の相対的な寄与分といえる。そこで支点減衰の差異によるモード減衰の違いをもう少し詳しくみてみると、 $h = 9\text{cm}$ から $h = 18\text{cm}$ に支点減衰を増加させた場合に、モード遷移点近傍のサグ比に対して両者のモード減衰の差がかなり大きくなっており、モード遷移領域外では両者の差が極めて小さいことがわかる。これはFig. 7に示すように、固有振動時支点変位振幅がモード遷移領域にて大きくなるためと考えられる。Fig. 7は支点変位振幅 A_s をモード最大振幅 A ($= 7.5\text{ mm}$: 基準振幅) で無次元化した支点のモード振幅の実験値を有限要素法による理論曲線とともに示したものであるが、支点変位のサグ比による変化はモード減衰増加分のサグ比に対する変化の様子とよく対応している。

支点減衰を増した時のモード減衰の増分 $\Delta\delta$ と支点モード振幅 ϕ_s との関係をより定量的にみるために、各サグ比に対してモード減衰実験値の平均を $h = 9\text{cm}$, $h = 18\text{cm}$ のそれぞれについてとり、その差から平均増分 $\Delta\delta$ を算出して ϕ_s に対して両対数紙にプロットした。Fig. 8がその結果であるが、ばらつきは認められるものの、実験値は傾き2の直線にのる傾向がはっきり存在しているのがわかる。つまり、モード減衰は支点モード振幅の2乗に比例して大きくなると結論される。

なお、 $h = 0$ の場合からの支点減衰増加を考察することも試みたが、 $h = 0$ のモード減衰傾向曲線が他とは多少形状を異にすることから、必ずしも上述したようなモード減衰増分の支点変位振幅依存性は顕著ではなかった。これは $h = 0$ の場合の支点特性が2。(1)で述べたように、特異性をわずかに有するためであると考えられる。

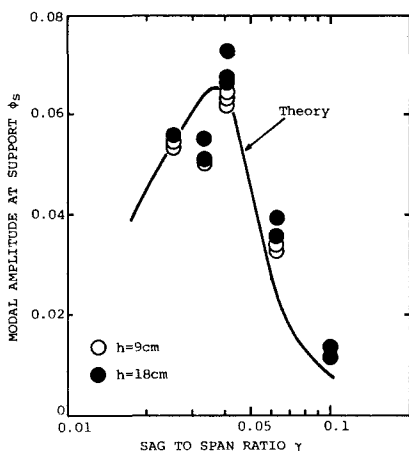


Fig. 7 Modal amplitude at support versus sag-to-span ratio.

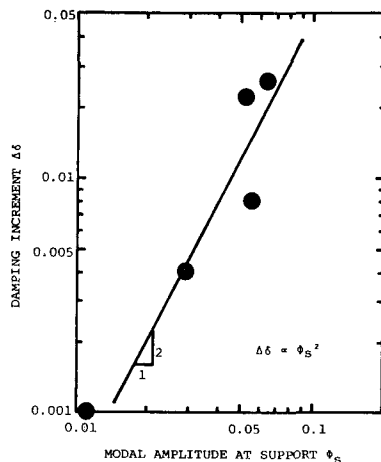


Fig. 8 Modal damping increment versus modal amplitude at support.

(3) 支点減衰のモード減衰への影響に関する理論的考察

ケーブルの離散化された運動方程式

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = \{p\} \quad (1)$$

における減衰マトリクス $[C]$ は、支点減衰のない場合の、つまりケーブル自身の内部減衰による減衰マトリクス $[C_0]$ と支点減衰のみによる減衰マトリクス $[C_1]$ との和として表すことが可能である。すなわち、

$$[C] = [C_0] + [C_1] \quad (2)$$

一般に減衰マトリクスは非減衰モードにより対角化することはできず、各非減衰固有振動が連成するが、本実験のように減衰が固有振動数に影響しない程度に十分小さい場合には、固有振動間の連成は有意ではなく、したがって非減衰モードにより計算される一般化減衰マトリクスは対角項のみ有意であって、各固有振動に対する振動減衰、モード減衰が定義されることになる。式で表せば、

$$\ddot{q}_i + 2h_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = p_i \quad (3)$$

ここで ω_i は非減衰固有振動数、 h_i は次式で定義されるモード減衰である。

$$h_i = (\{\phi_i\}^T [C_0] \{\phi_i\} + \{\phi_i\}^T [C_1] \{\phi_i\}) / 2m_i \omega_i \quad (4)$$

ただし m_i は一般化質量 $\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\}$ である。さらに、支点変位ベクトルに対応する支点減衰マトリクスを $[C_s]$ と書けば、モード減衰は次式で表される。

$$h_i = h_{ci} + \frac{\{\phi_{si}\}^T [C_s] \{\phi_{si}\}}{2m_i \omega_i} \quad (5)$$

右辺第1項 h_{ci} はケーブルの内部減衰によるモード減衰、第2項中 $\{\phi_{si}\}$ は i 次固有ベクトルにおける支点のみの部分ベクトルであってこの第2項が支点減衰によるモード減衰寄与である。したがって、ケーブルのモード減衰は内部減衰寄与と支点減衰寄与とに分解されることがわかれる。

たとえば実験での設定のように、ケーブルが水平方向に弾性支持されていて支点が1自由度振動系（減衰係数 $c_s = 2m_s \omega_s h_s$ 、質量 m_s 、固有振動数 ω_s 、減衰定数 h_s ）と見なし得る場合は、式(5)は簡単になり、

モード減衰は最終的に対数減衰率で次のように表される。

$$\delta_i = \delta_{ci} + 2 \frac{m_s}{m_i} \frac{\omega_s}{\omega_i} \phi_{si}^2 \cdot \delta_s \quad (6)$$

式(6)よりわかるように、ケーブルのモード減衰への支点減衰の寄与は質量比、振動数比、および支点変位に依存した重みが乗ぜられた形で入ってくるが、形式的ではあるが、いえる。

さらに、式(6)に示したモード減衰推定式の増分をとれば、

$$\Delta \delta = 2 \frac{m_s}{m_i} \frac{\omega_s}{\omega_i} \phi_{si}^2 \cdot \Delta \delta_s \quad (7)$$

となり、モード減衰増分は、見かけ上、支点モード振幅の2乗に比例することが理論的に推定できるわけで、実験結果であるFig. 8はそれを説明しているものといえる。ただし、支点モード振幅は質量比、振動数比に対して独立なパラメータではなく、式(6)および(7)はあくまでも形式的な表示式であることは注意を要する。

4. まとめ

ケーブルの振動減衰に関するこれまでの一連の研究を受け、本研究ではケーブルのモード減衰に及ぼす支点減衰の影響について、振動実験および理論より考察を加えた。その結果、ケーブルのモード減衰は内部減衰寄与と支点減衰寄与とに分解でき、支点減衰寄与は支点のモード振幅の2乗の重みが支点減衰にかかる形で表されることが明らかとなった。

謝 辞

本研究は昭和63年度文部省科学研究費（試験研究(1)・山口宏樹）の補助を受けて行ったものである。本研究での実験については、元埼玉大学建設工学科学学生の市川喜雄君に協力頂いた。また図面の作成には埼玉大学文部技官の石川幸一、横林泰介両氏の手を煩わした。末尾ながらここに記し、深謝の意を表する。

参考文献

- 1) Yamaguchi, H. and Y. Fujino : Modal Damping of Flexural Oscillation in Suspended Cables, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol. 4, No. 2, pp. 413s-421s, Oct. 1987.
- 2) 山口宏樹・藤野陽三：ケーブルのモード減衰性状，埼玉大学工学部建設系研究報告（埼玉大学紀要（工学部）第IV編），Vol. 17, pp. 27-41, 1987年12月.
- 3) 山口宏樹・長嶺俊広：弾性支持されたケーブルのモード減衰，構造工学論文集，Vol.34A, pp. 627-634, 1988年3月.
- 4) Yamaguchi, H. and Y. Fujino : Effects of Support Flexibility on Modal Damping of Cables, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol. 5, No. 2, pp. 303s-311s, Oct. 1988.

(1989年10月2日受付)